



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**MODÁLNÍ ANALÝZA MODELŮ HLASIVEK SE
SOUSTŘEDĚNÝMI PARAMETRY**

MODAL ANALYSIS OF VOCAL FOLDS MODELS WITH DISCRETE PARAMETERS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Filip Lekeš

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Petr Hájek

BRNO 2018

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Filip Lekeš**
Studijní program: Strojírenství
Studijní obor: Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Petr Hájek**
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Modální analýza modelů hlasivek se soustředěnými parametry

Stručná charakteristika problematiky úkolu

I když se při modelování hlasivek v současné době stále více využívá metoda konečných prvků, modely se soustředěnými parametry mají stále své místo pro svou jednoduchost a pochopitelnost. Návrh a řešení takového modelu může poodhalit některé jevy týkající se charakteru kmitů hlasivek.

Cíle bakalářské práce

1. Proved'te rešerši literatury týkající se modelů hlasivek s diskrétními parametry.
2. Vytvořte model hlasivky s diskrétními parametry
3. Proved'te analytické řešení modelu a srovnajte jeho výsledky s výsledky obdrženyými pomocí metody konečných prvků
4. Vyslovte závěry o řešení a srovnajte využití přístupy

Seznam doporučené literatury

TITZE, Ingo R. Principles of Voice Production. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1994. ISBN 0-13-717893-x.

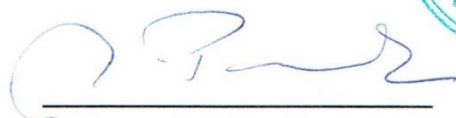
JULIŠ, Karel a Rudolf BREPTA. Mechanika II. díl Dynamika. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1987.

FLANAGAN, J. a L. LANDGRAF. Self-Oscillating Source for Vocal-Tract Synthesizers. IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics [online]. 1968, 16(1), 57–64. ISSN 0018-9278. Dostupné z: doi:10.1109/TAU.1968.1161949

ISHIZAKA, K. a J. L. FLANAGAN. Synthesis of Voiced Sounds From a Two-Mass Model of the Vocal Cords. Bell System Technical Journal [online]. 1972, 51(6), 1233–1268 [vid. 2015-05-19]. ISSN 00058580. Dostupné z: doi:10.1002/j.1538-7305.1972.tb02651.x

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 24. 10. 2017



prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu



doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá modální analýzou vytvořených výpočtových modelů lidských hlasivek. Jedná se o konečnoprvkový a analytický model, kde hodnoty prvních vlastních frekvencí spadají do rozmezí pro mužské hlasivky. Rešeršní část práce se věnuje biomechanice lidského hlasu, na kterou navazuje přehled výpočtových modelů.

Konečnoprvkový model je kompletně vytvořen a vyřešen v komerčním programu ANSYS Workbench, který využívá k simulaci konkrétní úlohy metodu konečných prvků. K řešení analytického modelu se naopak použije volně dostupný programovací jazyk Python.

Analýza výsledků a srovnání přístupů patří mezi hlavní cíle předložené práce. Navržený analytický model může sloužit budoucím studentům k detailnějšímu pochopení problematiky kmitání lidských hlasivek.

Klíčové slova

Lidské hlasivky, metoda konečných prvků, modální analýza, vlastní frekvence, vlastní tvary hlasivek, tlumené kmitání, srovnání přístupů.

Abstract

Bachelor's thesis deals with modal analysis of computed models of human vocal folds. It's about finite element and analytical model where values first eigenfrequencies come under male vocal folds. Research part applies to biomechanics of vocal the human voice, which is followed by an overview of computational models.

Finite element model is completely created and solved by ANSYS Workbench commercial program, which uses the finite element method to simulate a problem. Solution of analytical model uses freely available Python programming language.

Analysis of the results and comparison of approaches belong to main objectives of the presented work. The proposed analytical model can serve future students for detailed understanding of human vocal oscillations.

Keywords

Vocal folds, finite element method, modal analysis, eigenfrequency, eigenmodes of vocal folds, damped oscillation, comparison of approaches.

Bibliografická citace

LEKEŠ, F. *Modální analýza modelů hlasivek se soustředěnými parametry*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 65 s. Vedoucí bakalářské práce
Ing. Petr Hájek

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením Ing. Petra Hájka, za použití uvedených zdrojů v seznamu.

V Brně dne 25. 5. 2018.

.....

Poděkování

Rád bych zde poděkoval vedoucímu bakalářské práce Ing. Petrovi Hájkovi za jeho cenné rady, čas a trpělivost při zpracování této práce. Dále bych rád poděkoval rodičům, kteří mi umožnili studium a vždy mě plně podporovali. V neposlední řadě také děkuji své přítelkyni, která byla pro mě velkou oporou při dokončování předložené bakalářské práce.

OBSAH

1	ÚVOD.....	15
2	BIOMECHANIKA LIDSKÉHO HLASU.....	17
2.1	Tvorba hlasu, teorie zdroje a filtru	17
2.2	Struktura hrtanu.....	18
2.2.1	Kostra hrtanu	18
2.2.2	Svaly hrtanu.....	20
2.3	Hlasivky	20
2.3.1	Fyziologie hlasivek	20
2.3.2	Morfologie hlasivek	21
2.3.3	Elastické vlastnosti hlasivek	23
3	PŘEHLED VÝPOČTOVÝCH MODELŮ	24
3.1	Hmotové modely	26
3.1.1	Ewaldova píšťala	26
3.1.2	Jednohmotový model	26
3.1.3	Dvouhmotový model	27
3.1.4	Tříhmotový model body-cover.....	30
3.1.5	Tříhmotový model	31
3.1.6	Model slizniční vlny	32
3.1.7	Aeroelastický model.....	33
3.2	Modely hlasivek řešené metodou MKP.....	34
3.2.1	2D Model interakce tekutina – struktura – akustika	35
4	VYTVOŘENÍ MODELU HLASIVKY	37
4.1	Geometrie modelu	37
4.2	Model materiálu	38
4.3	Tvorba sítě konečnoprvkového modelu	39
4.4	Modální analýza modelu	40
5	ANALYTICKÝ MODEL HLASIVEK.....	43
5.1	Matematický popis	43
5.1.1	Odvození pohybových rovnic pro variantu A	44
5.1.2	Odvození pohybových rovnic pro variantu B	45
5.2	Frekvenční determinant	46
5.3	Aplikace stavového prostoru	47
5.4	Numerické řešení	48
5.4.1	Výpočet vlastních frekvencí	49
5.4.2	Citlivostní analýza	50
5.4.3	Průběhy výchylek	52
6	SROVNÁNÍ PŘÍSTUPŮ	56
7	ZÁVĚR.....	57
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	59
	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ.....	62
	SEZNAM OBRÁZKŮ	64
	SEZNAM TABULEK.....	65

1 ÚVOD

Lidský hlas je neodmyslitelným komunikačním prostředkem pro většinu lidí na celém světě. Člověka provází od raného dětství po celý život. Před mnoha miliony let neexistovala mezilidská komunikace, jak ji známe v dnešní době. Jeskynní lidé se dorozumívali mezi sebou prostřednictvím jednodušších hlasových projevů. Až postupem času se lidstvo naučilo kontrolovat komplikované zařízení hrtanu a vznikla řeč [1]. Hlas se dostal na takovou úroveň, že v mnoha profesích (učitelé, herci, zpěváci, tiskoví mluvčí...) se bez něj neobejdou [2]. Proto je potřeba dbát o zdraví a správnou funkci hlasu. Porucha nebo ztráta hlasu často omezuje jedince při vykonávání jeho činnosti.

Lidé si dříve mysleli, že hlas vzniká v hrtanu rozkmitáním hlasivek, podobně jak tomu bývá například u strun. Studie ukázaly, že zvuk hlasu netvoří hlasivky, ale periodické vlnění vzdušného sloupce nad hlasivkami [1]. Proto po celém světě roste spolupráce odborníků z mnoha vědních oborů [2]. Mezi důležitý obor v této oblasti spadá biomechanika. Používá k detailnějšímu zkoumání a chápání lidského hlasu kombinaci znalostí z inženýrského a lékařského hlediska, jak je z názvu patrné.

Předložená bakalářská práce se zabývá v první části biomechanikou lidského hlasu. Anatomický pohled na lidské hlasivky slouží jako základní kámen k porozumění teoretických skutečností při modelování konečnoprvkového modelu. Další část je zaměřena na přehled z historického hlediska významných a v literatuře často používaných výpočtových modelů lidských hlasivek. Velký důraz se klade na dvoumotový model kvůli jeho analogii s vytvořeným analytickým modelem. Obě zmiňované kapitoly zpracovávají rešeršní poznatky pro praktickou část, jejímž výstupem jsou dynamické charakteristiky hlasivek a srovnání použitých přístupů.

Nejdříve se vytvoří rovinný čtyřvrstvý model. Geometrie tkání hlasivek vychází ze známého třívrstvého Schereroва M5 modelu. Přidáním epitelu do geometrie má snahu přiblížit model k reálnějšímu chování hlasivek. Stanovení vlastností materiálu bývá v praxi často obtížné. Proto budeme vycházet ze známých a na Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky často používaných vlastností. Realizace modelu se uskuteční v komerčním programovém systému ANSYS.

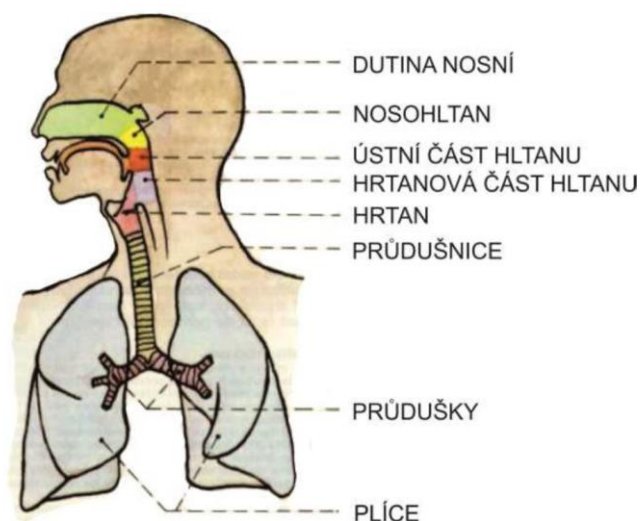
Závěr praktické části je věnován modelu s diskrétními parametry. Jedná se o symetrický model, který kmitá ve dvou osách. Pohyb okrajů hlasivek reprezentuje pružina spojující obě hmoty. Pomocí ní rozdělíme model na dvě varianty. Dynamické charakteristiky vypočítáme prostřednictvím volně dostupného programovacího jazyku Python.

Cílem této práce je naladit vlastní frekvence hlasivky, které vyšly z konečnoprvkového modelu na analytický model a srovnat použité přístupy.

2 BIOMECHANIKA LIDSKÉHO HLASU

2.1 Tvorba hlasu, teorie zdroje a filtru

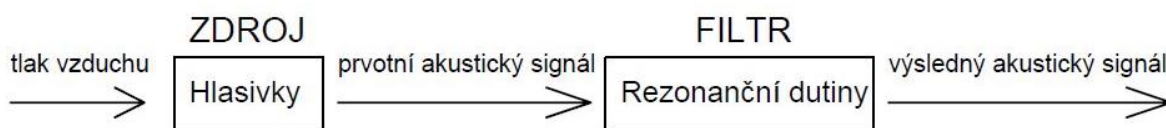
Hlas vzniká v dýchacím ústrojí (Obr. 1), které anatomicky zahrnuje plíce, průdušky, průdušnici, hrtan, hltan a ústní a nosní dutinu [2]. Při výdechu je ze stlačených plic hnán proud vzduchu přes průdušky a průdušnici do hrtanu, ve kterém jsou uloženy hlasivky. Ty jsou účinkem svalů přiblíženy k sobě, kde zaujímají fonační polohu. Proudem vzduchu jsou rozkmitávány a svým pohybem vytváří kvaziperiodické změny tlaku. Následně vzniká zvuk generovaný hlasivkami, který je dále formován průchodem rezonančními dutinami do výsledné polohy. [3]



Obr. 1 Schéma dýchacího ústrojí [3]

Tvorba lidského hlasu tedy probíhá ve dvou stupních (Obr. 2). V prvním stupni je původně statický vzdušný tlak, který vznikne kompresí plic, transformován kmitáním hlasivek na tlak akustický (**ZDROJ**) a tím vzniká prvotní akustický signál. Ve druhém stupni je právě tento akustický signál transformován v rezonančních dutinách, které působí jako akustické filtry, do výsledného akustického signálu (**FILTR**). Výše zmíněná teorie se nazývá teorií zdroje a filtru. [2]

Typickým příkladem hlasových signálů, které lze vysvětlit pomocí této teorie, jsou samohlásky [2]. **Samohlásky** se tvoří pomocí filtrování zdrojového hlasu. V hláskovém systému jazyka českého máme pět znělých samohlásek (a, e, i, o, u) a další znělé i neznělé hlásky, které nazýváme souhlásky. **Souhlásky** nejsou přímým produktem hlasivek, protože na jejich vzniku se značně podílí artikulační část vokálního traktu (tj. nastavení jazyku a zubů). [4]

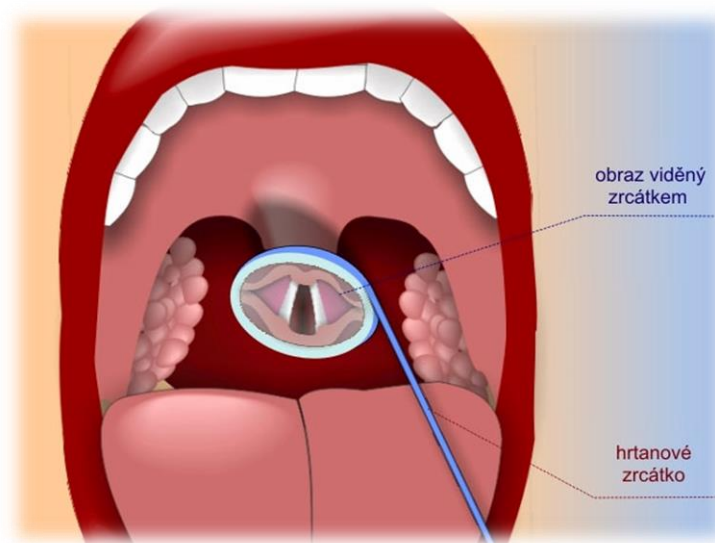


Obr. 2 Teorie zdroje a filtru [2]

2.2 Struktura hrtanu

Hrtan (lat. *larynx*) je nepárový dutý orgán, který slouží k dýchání (respiraci) a k tvorbě zvuků (fonaci) [5]. Hlasivky jsou jeho součástí. Při použití laryngoskopie můžeme na hrtan nahlížet shora pomocí hrtanového zrcátka. Na Obr. 3 vidíme hlasivky, které jsou při dýchání rozevřené. Přičemž u fonace jsou přitisknuty k sobě. **Štěrbina**, která se nám tvoří při otevření mezi hlasivkami, se nazývá lat. *glottis*. Pohyby a nastavení hlasivek můžeme regulovat pomocí svalů upnutých na hrtanové chrupavky. [2]

Obecně lze strukturu hrtanu rozdělit na **tvrdou** tkáň (chrupavčitá kostra) a na **měkkou** tkáň, která je tvořena svalstvem, vazy a sliznicí. [2]



Obr. 3 Nepřímá laryngoskopie (převzato a upraveno z [6])

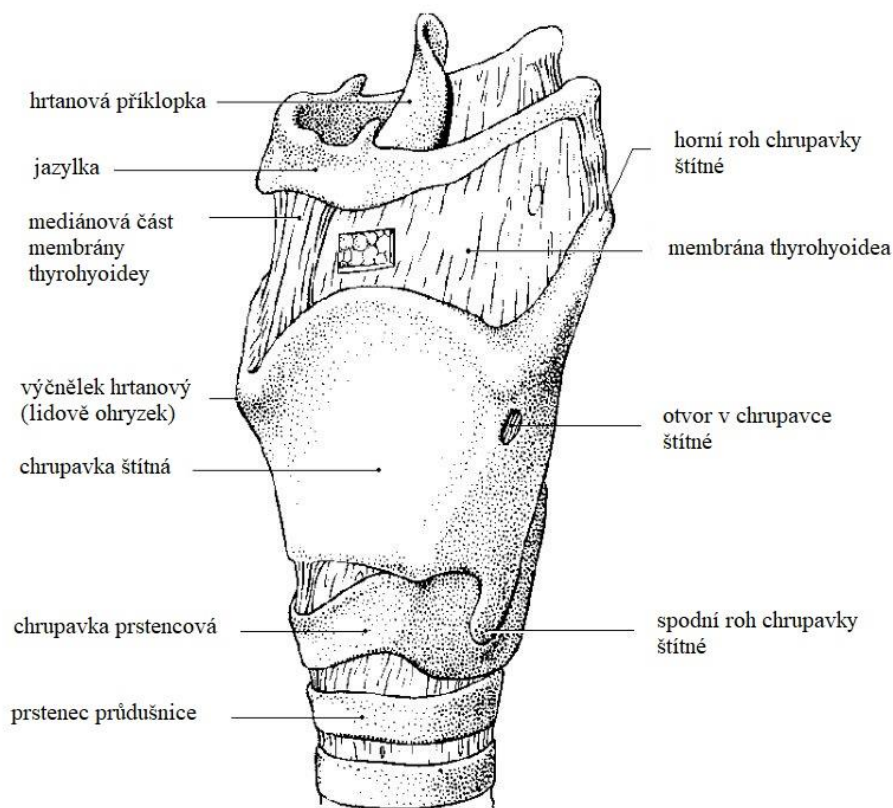
2.2.1 Kostra hrtanu

Na Obr. 4 a Obr. 5 jsou vyobrazeny hlavní části kostry hrtanu, tj. bez svalů, nervů, krevních cest atd. Mezi nejdůležitější části hrtanu, které nejvíce ovládají (ovlivňují) funkci hlasivek, patří štítná chrupavka, prstencová chrupavka, hlasivkové chrupavky i jazylka. [4]

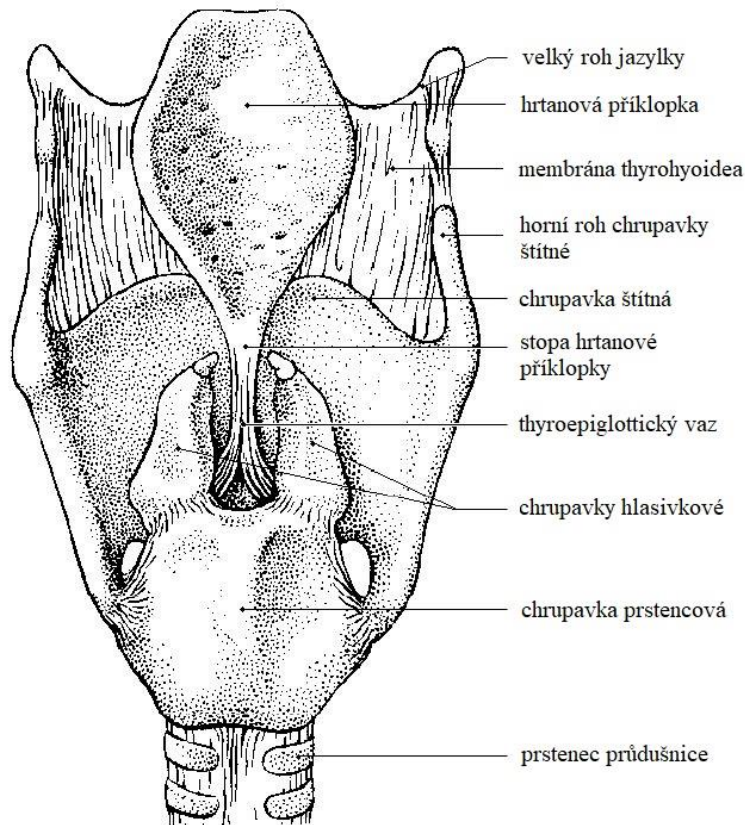
Chrupavka štítná (lat. *cartilago thyroidea*), často lidově nazývána „ohryzek“, vyniká hlavně u mužů a je tvořena ze dvou plochých destiček, které sbíhají vpředu v hranu [4]. Horní roh je pomocí vazy propojen s jazylkou. Dolní roh je kloubně spojen s chrupavkou prstencovou. Rotace chrupavky štítné vůči chrupavce prstencové a poloha hlasivkových chrupavek umožňuje napínání hlasivek. Díky tomu můžeme nastavovat různou frekvenci hlasivek. [2]

Chrupavka prstencová (lat. *cartilago cricoidea*). Má specifický tvar vodorovně položeného pečetního prstenu [5]. Vzadu nahoře má dvě vypouklé kloubní plochy, na které dosedají chrupavky hlasivkové. Navíc je dole spojena s průdušnicí. [2]

Jazylka (lat. *os hyoideum*). Upíná se na ni poměrně velké množství zevních hrtanových svalů, které umožňují celkové pohyby hrtanu. Přitom nebývá uvažována jako přímá součást hrtanu, ale jde však o jedinou kost v celé struktuře hrtanu. Jazylka funguje jako útvar, na němž je „zavěšen“ hrtan. [2]



Obr. 4 Kostra hrtanu – přední pohled (převzato a upraveno z [7])



Obr. 5 Kostra hrtanu – zadní pohled (převzato a upraveno z [7])

2.2.2 Svaly hrtanu

Svalstvo hrtanu patří mezi příčně pruhované svaly ovládající pohyby chrupavek hrtanu, které se dá dále rozdělit na **vnější** a **vnitřní** [5]. Vnější svalstvo slouží pro spojení hrtanu s okolními strukturami, obzvláště s hrudní kostí a jazyčkou. Vnitřní svalstvo poskytuje vzájemné propojení chrupavek hrtanu a je tedy rozhodující pro fonační funkci. Vnitřní svaly dále dělíme na svaly, které způsobují uzavírání štěrbiny mezi hlasivkami (tzv. **adduktory**) a svaly pro rozevírání hlasové štěrbiny (tzv. **abduktory**). [4]

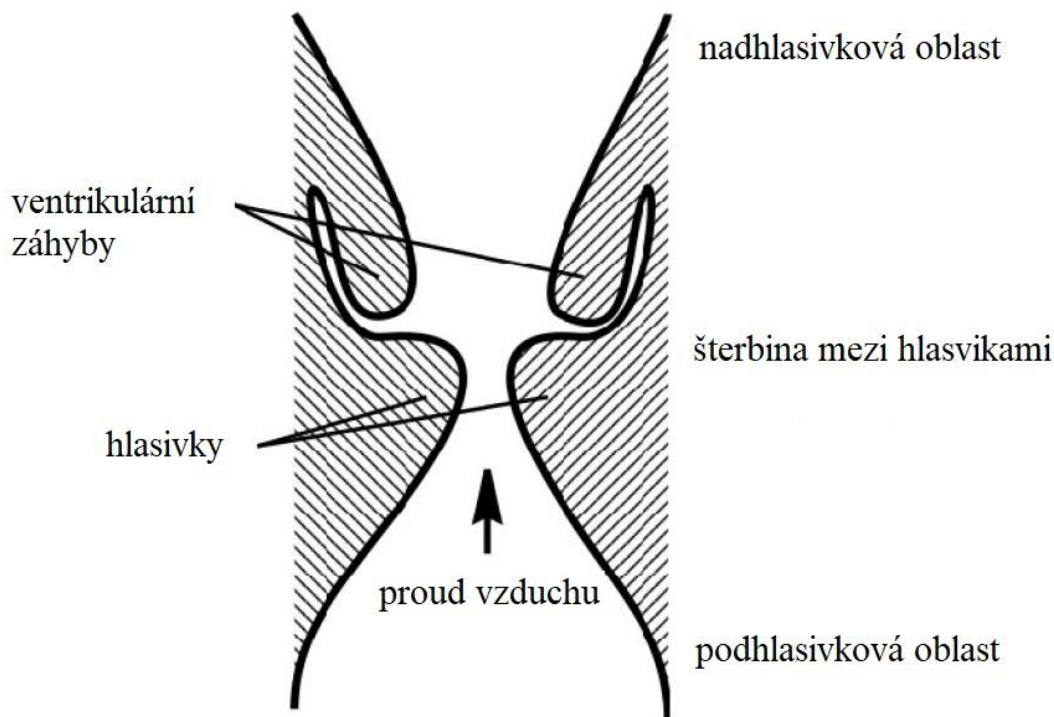
2.3 Hlasivky

Hlasivky bývají nazývány jako hlasové rty nebo hlasové valy [1]. Jsou to valovité útvary, které probíhají po obou stranách vnitřního prostoru hrtanu. Mají tvar, který připomíná trojboký hranol. Tvoří je drobné svaly, z nichž hlavní je **sval hlasivkový** (lat. *musculus vocalis*), na okrajích je tvoří vazy hlasivkové. Celý tento útvar pokrývá **jemná sliznice**. Délka hlasivek může být různá podle věku a velikosti hrtanu [1]. Muži oproti ženám mívají zpravidla větší a prostornější hrtan. Také mají delší hlasové vazy, které podmiňují hlubší mužský hlas. [5]

2.3.1 Fyziologie hlasivek

Hlasivky rozdělují celý vokální trakt na dvě elementární části:

- **Nadhlasivková oblast** (lat. *supraglottal area*)
- **Podhlasivková oblast** (lat. *subglottal area*)

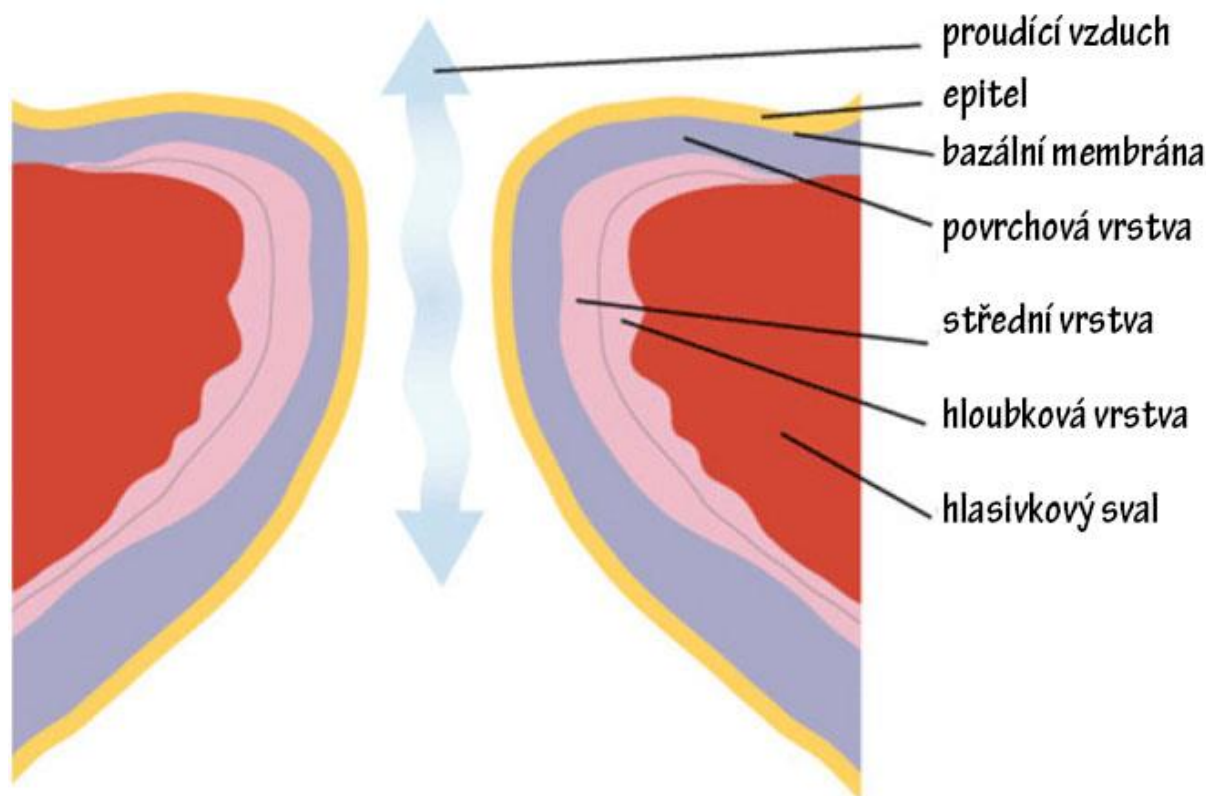


Obr. 6 Zobrazení a popis hlasivek v řezu (převzato a upraveno z [4])

Při dýchání jsou hlasivky v klidovém stavu. To znamená, že jsou od sebe odtažené, vdechovaný a vydechovaný vzduch může proudit dovnitř i ven z plic. Toho si můžeme všimnout na Obr. 6. Mluvením začíná složitý proces, kterým se tato práce již nezabývá. Toto téma je například zpracováno v diplomové práci [4].

2.3.2 Morfologie hlasivek

Vlastní morfologii hlasivek ilustruje Obr. 7. Jak uvádí odborná literatura [8], můžeme strukturu hlasivek chápat jako více **vrstev** s rozdílnými vlastnostmi materiálu. Při modelování bude klíčový poznatek, že každá vrstva má jiné elastické vlastnosti [2].



Obr. 7 Struktura a jednotlivé vrstvy hlasivek (převzato a upraveno z [9])

Nejznámější a nejpropracovanější model vytvořil **Ingo R. Titze**, který rozdělil model do pěti vrstev (viz Obr. 7):

1. Epitel
2. Povrchová vrstva
3. Střední vrstva
4. Hloubková vrstva
5. Hlasivkový sval (lat. *musculus thyroarytenoideus*)¹

¹ *Musculus thyroarytenoideus* se někdy překládá jako „hlasivkový sval“ nebo „thyroarytenodíní sval“. Nicméně v kapitole 2.3 v prvním odstavci byl také zmíněn „hlasivkový sval“ (lat. *musculus vocalis*). Thyroarytenodíní sval je párový sval a anatomicky bývá rozdělen do dvou svazků, z nichž jeden je právě *musculus vocalis* a vnitřní část tohoto svalu sousedí s hlasovým vazem. [2]

Povrch hlasivek tvoří vrstevnatý šupinový **epitel** o tloušťce až 0,1 mm. Epitel obklopuje měkkou tkáň (lat. *lamina propria superficialis*), která má velmi podobné vlastnosti jako tekutina, a tak často bývá srovnáván s gumovým balonkem naplněným vodou. [10]

Epitel od vaziva odděluje **bazální membrána**. Mezi svaem a epitelem se nachází ne-svalová vrstva (lat. *lamina propria*), která je složena ze tří částí (povrchové, střední a hloubkové vrstvy). [10]

Charakteristiky a vlastnosti u jednotlivých vrstev jsou převzaty z odborných publikací a prací publikovaných na našem ústavu [2], [10], [8] a [11].

Povrchová vrstva (často též označována jako **Reinkeho** prostor), dosahuje tloušťky až 0,5 mm. Vrstva je tvořena z neorganizovaně uspořádaných elastinových vláken obklopených tkáňovou tekutinou. [2]

Střední vrstva je také tvořena elastinovými vlákny. Na rozdíl od povrchové vrstvy jsou vlákna již uspořádána a orientována v podélném směru. Vyskytuje se zde i menší množství kolagenních vláken. [10]

Hloubková vrstva tvoří spolu se střední vrstvou hlasivkový vaz (ang. *vocal ligament*). Oproti střední vrstvě je povrchová vrstva tvořena primárně z kolagenních vláken. Ta jsou téměř nepoddajná v porovnání s elastinovými vlákny. Střední a hloubková vrstva mívají dohromady tloušťku okolo 1 mm. [8]

Hlasivkový sval vyplňuje největší část hlasivek. Jeho tloušťka bývá 7 až 8 mm. Kontrakce svalu zpřičňuje zkrácení hlasivek, a tedy zvětšení jejich šířky. [11]

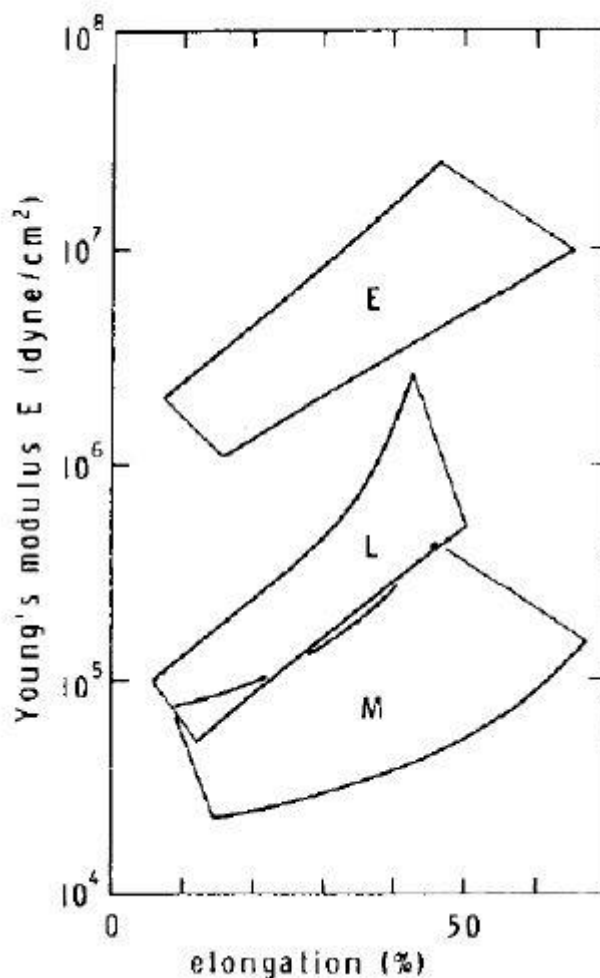
Výpočtové modely se často uvažují jako dvouvrstvá, třívrstvá, čtyřvrstvá nebo i pětivrstvá schémata. Každá vrstva má předepsaný určitý model materiálu. V této práci bude vytvořen čtyřvrstvý model (viz kapitola 4.2). Následující schéma (Obr. 8) zobrazuje rozdělení jednotlivých vrstev.

Třívrstvé schéma	Čtyřvrstvé schéma	Pětivrstvé schéma	Dvouvrstvé schéma
Sliznice	Epitel	Epitel	Obal
	Povrchová vrstva l. p.	Povrchová vrstva l. p.	
Vaz	Vaz	Střední vrstva l. p.	
		Hloubková vrstva l. p.	Tělo
Sval	Sval	Sval	

Obr. 8 Rozdělení schémat podle vrstev (převzato a upraveno z [2])

2.3.3 Elastické vlastnosti hlasivek

Podle myo-elasto aerodynamické teorie² hrají elastické vlastnosti podstatnou roli při určování frekvence hlasivek. Takovéto vlastnosti, podobně jako u jiných materiálů, lze charakterizovat pomocí tzv. **Youngova** modulu pružnosti [2]. Můžeme si všimnout, že Youngův modul se mění v závislosti na přetvoření nelineárně – viz Obr. 9 [12]. V roce 1981 provedli měření na jednotlivých vzorcích Kakita, Hirano a Ohmaru a zjistili, že ve skutečnosti se mohou materiálové vlastnosti v různých směrech lišit. [13]



Obr. 9 Elastické vlastnosti jednotlivých vrstev hlasivek [2]

Obr. 9 ukazuje jednotlivé závislosti Youngova modulu na prodloužení pro:

- a) **E** – Epitel (lat. *epithelium*)
- b) **L** – Vaz (lat. *ligamentum*)
- c) **M** – Hlasivkový sval (lat. *musculus thyroarytenoideus*)

² Myo-elasto aerodynamická teorie se opírá o předpoklad, že kmity hlasivek jsou určeny jejich myo-elastickými parametry. V roce 1958 byla popsána **Van den Bergem** [38]. Tato teorie je studována pomocí modelů se soustředěnými parametry. Nejvýznamnější budou zmíněny v kapitole 3.1.

3 PŘEHLED VÝPOČTOVÝCH MODELŮ

Modelování lidského hlasu patří mezi složitou a obsáhlou část hlasového výzkumu. Matematicko-fyzikální modely umožňují simulovat experimenty, které jsou těžce proveditelné na zdravém hlasovém orgánu [4]. Obecně lze rozdělit výpočtové modely do tří skupin:

1) Modely struktury

Zabývají se strukturou lidských hlasivek, jak vyplývá z názvu těchto modelů. Typickým příkladem strukturních modelů mohou být **hmotové modely**.

Hmotové modely musí splňovat řadu kritérií. Za nejdůležitější kritérium se považuje, že model musí být dostatečně jednoduchý, aby se mohl matematicko-fyzikálně popsat pomocí **diferenciální** rovnice, ale zároveň se přiblížil přesností k reálným problémům.

Mezi charakteristické znaky se řadí kmitání s nízkým počtem stupňů volnosti a dále je pro ně typické, že obsahují malé počty prvků typu hmota, tlumící a pružný člen. Klasifikace modelů je jednoduchá, rozlišujeme jednohmotové až n -hmotové. Jednoduchost těchto modelů spočívá v **analytickém** řešení, které nebývá časově náročné v porovnání s **numerickým**.

2) Modely proudění

Modely řeší proudění vzduchu kolem nepohyblivých hlasivek nebo s předepsaným pohybem hlasivek [12]. V této práci budou zmíněny jen okrajově.

3) Modely interakce

Využívají vzájemného působení mezi fluidním a pevným prostředím nebo fluidním a akustickým prostředím. [13]

Komplexnější modely, které dokážou zahrnout více parametrů, se obvykle modelují pomocí parciálních diferenciálních rovnic (**PDR**). Jedná se především o modely interakce a proudění. Takové modely najdou své uplatnění u detailnějšího popisu problematiky **fonace** a dále je budeme značit jako **PDR modely**. Níže budou stručně charakterizovány.

Jako typický příklad parciální diferenciální rovnice lze uvést **Navier-Stokesovu**, která popisuje proudění kapalin. Její analytické řešení existuje pouze v několika málo případech [14], a proto **analytické** řešení u PDR modelů je nepraktické a často nerealizovatelné. Modely se tedy řeší **numericky**. Převážně se používá metoda konečných prvků (**MKP**³).

Obr. 10 ukazuje vzájemnou interakci mezi **prouděním** tekutin, **strukturní** mechanikou a **akustickým** polem. Síly od proudění, které působí na hlasivky, generují pole akustického tlaku a zapříčiňují deformaci struktury hlasivek. To má za následek změny v proudění, a to se musí přizpůsobovat novému tvaru. Pomocí **aeroakustiky**⁴ lze popsat následnou interakci vzniklou mezi akustikou a prouděním [13]

³ Odborná literatura se mnohdy liší v značení této metody, a tak se místo označení MKP můžeme setkat s originálním zkráceným výrazem **FEM** (Finite element method). V kapitole 3.2 bude zmíněn konkrétní model řešený touto numerickou metodou.

⁴ **Aeroakustika** patří mezi speciální část akustiky, která se zabývá zvukem generovaným buďto turbulentním prouděním, nebo působením aerodynamických sil při kontaktu s překážkou. [39]



Obr. 10 Rozdělení interakcí u PDR modelů (převzato a upraveno z [13])

V této práci se budeme dále primárně zabývat **hmotovými** modely, tedy modely se soustředěnými parametry. Seskupení dvou nebo více jednoduchých (diskrétních) prvků vzájemně vázaných, které mají určité specifické vlastnosti a jejichž odezva je závislá na buzení, budeme dále nazývat **kmitající** soustavou se soustředěnými parametry. [15]

Popis a charakteristika prvků v soustavách:

- **hmoty** (hmotný člen) – jsou nositelem kinetické energie a považují se jako tuhé se zanedbatelnou potenciální energií,
- **pružiny** (pružný člen) – jsou nositelem potenciální energie a berou se za nehmotné, tudíž bez kinetické energie,
- **tlumiče** (tlumící člen) – též nazývány disipátory energie, které mění mechanickou energii v teplo. [15]

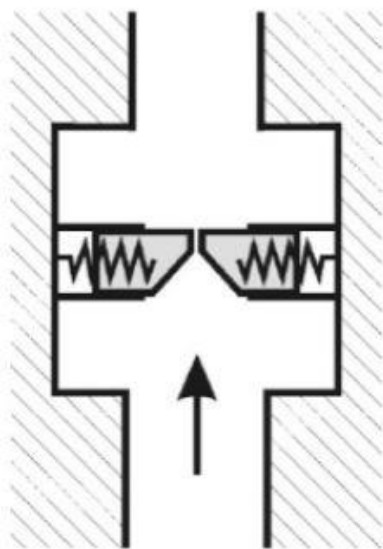
Soustavy, které neobsahují tlumící členy, nazýváme **netlumené** a soustavy s tlumiči **tlumené**. Pohybové rovnice lineárních soustav se soustředěnými parametry jsou obyčejné diferenciální rovnice (**ODR**) s konstantními koeficienty, které mají na pravé straně buzení jako rušivou funkci. V odborné literatuře [15] se značí jako budící síla **F(t)**. Proudění vzduchu hlasivkovou štěrbinou lze zanedbat, tudíž všechny další pohybové rovnice budeme zapisovat jako homogenní, tj. s nulovou pravou stranou rovnice. [15]

3.1 Hmotové modely

3.1.1 Ewaldova píšťala

S největší pravděpodobností se jedná o první historický model hlasivek. Zasloužil se o něj **J. Ewald** [16], který v roce 1898 vytvořil model představující píšťalu se dvěma protiraznými jazýčky, na které působí tlak vzduchu [4]. Bohužel jej však nedokázal matematicko-fyzikálně popsat.

Píšťala funguje na principu, že tlak vzduchu způsobí rozevření hlasivek a poté, co vzduch unikne a tlak klesne, se hlasivky díky své pružnosti opět uzavřou. Děj se cyklicky opakuje. Na této myšlence vytvořil Ewald několik funkčních hlasivkových modelů. [2]

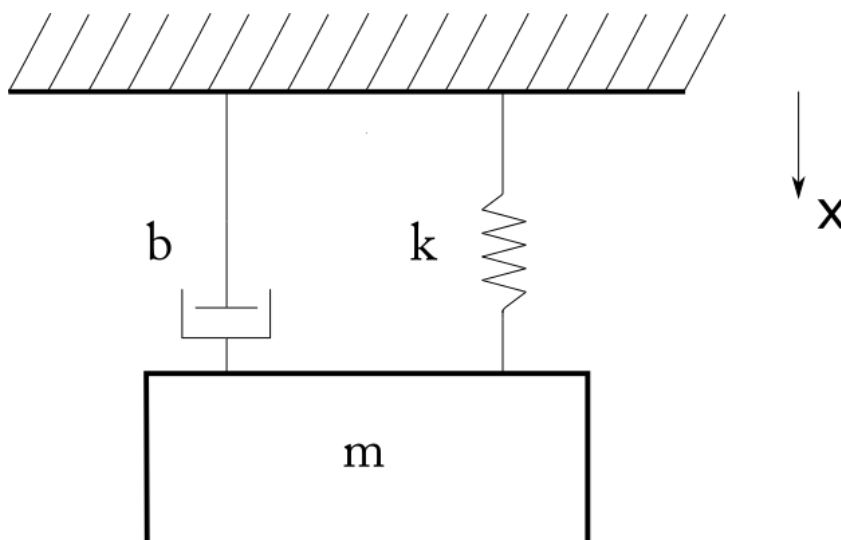


Obr. 11 Ewaldova píšťala [2]

3.1.2 Jednohmotový model

Teprve až po dlouhých 70 letech se dočkala Ewaldova píšťala matematicko-fyzikálního popsání. Zasloužila se o to dvojice vědců **Flanagan** a **Landraf** [17], po kterých je model pojmenován. Model vychází z předpokladu, že pohyb obou jazýčků píšťaly je v ideálním případě symetrický a dále pracuje pouze s pohybem jednoho jazýčku, který reprezentuje hlasivku, modelovanou jako jednu hmotu. [17]

Jednohmotový model kmitá pouze s jedním stupněm volnosti a popisuje pohyb ve směru osy x . Z historického hlediska patří model mezi nejvýznamnější, ale nikoliv mezi nejpoužívanější, jelikož jeho chování se vzhledem k chování reálných hlasivek ukázalo jako neadekvátní a nedostačující [2]. Důvod je jednoduchý, kvůli jedné hmotě nelze modelovat detailní pohyb hlasivek [4]. Proto byl model následně modifikován na **dvouhmotový**.



Obr. 12 Jednohmotový model

Z Obr. 12 je patrné, že model obsahuje **tři** visko-elastické parametry:

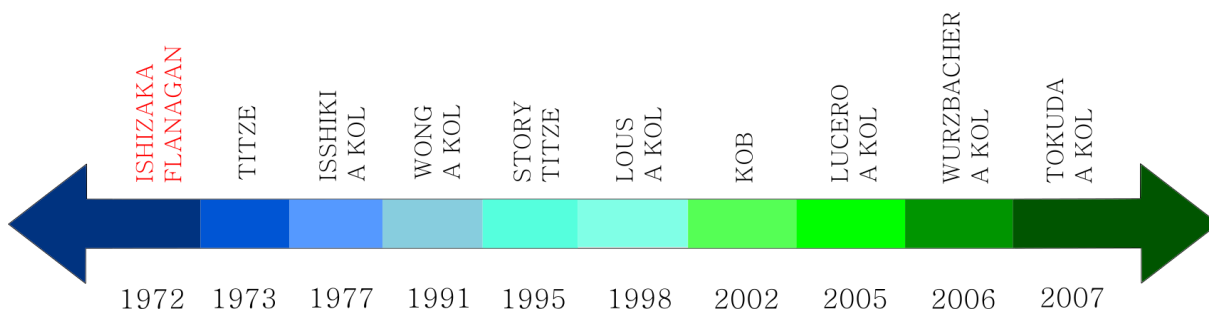
- **k** – tuhost pružiny (pružný člen),
- **b** – koeficient tlumení (tlumící člen),
- **m** – hmotnost hmotného členu (hmotný člen).

K plnohodnotnému popsání a porozumění jednohmotného modelu stačí jedna pohybová rovnice (3.1), která má tvar:

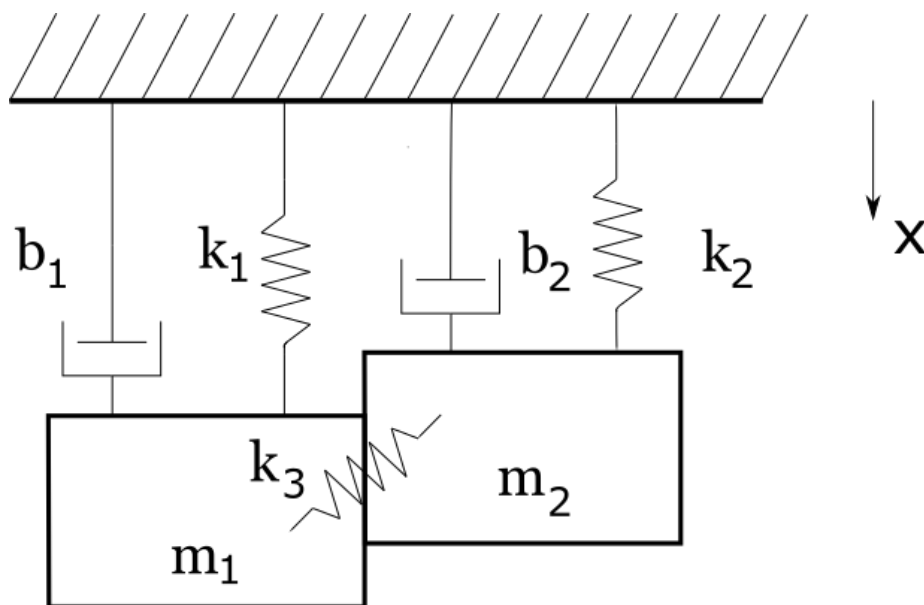
$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad (3.1)$$

3.1.3 Dvouhmotový model

Hlavní myšlenkou u dvouhmotového modelu byl převod anizotropní struktury tkáně hlasivek do malého množství prvků za pomoci visko-elastických parametrů, a tedy přiblížit se skutečnému chování lidských hlasivek [18]. V roce 1972 se to podařilo dvojici badatelů **Ishizaka** a **Flanagan** [19], po kterých se model pojmenoval. Ve vědecké literatuře se často objevuje označení **IF72 model**. Od svého vzniku patří dvouhmotové modely mezi nejpoužívanější, které navíc přetrvaly až do současnosti [10]. Na rozdíl od jednohmotového modelu kmitá IF72 model se dvěma stupni volnosti, ale pohybuje se také pouze ve směru osy x .



Pohyb hmotných prvků m_1 a m_2 je fázově posunutý. Při fonaci dochází k vychýlení hmotnosti m_1 , která předbíhá vychýlení hmotnosti m_2 . Popisovaný jev dokáže modelovat konvexní a konkávní postavení hlasivek. Tato schopnost jednoznačně patří mezi jeho největší přednosti. V modelu jsou navíc uvažovány nelineární tuhosti [4]. V pozdější době byl tento model používán pro studium bifurkace nebo neperiodických kmitů hlasivek. Podnětem těchto studií bylo zavedení teorie nelineární dynamiky a teorie chaosu [2]. Hmoty jsou vzájemně spojené lineárně pružným členem k_3 , který se nazývá vazební spojovací tuhost. Ten umožňuje modelovat vzájemný pohyb horního a dolního okraje hlasivky. [19]



Obr. 13 Dvouhmotový model

V modelu se vyskytuje sedm visko-elastických parametrů, viz Obr. 13, mezi něž patří:

- k_1, k_2 – tuhosti pružiny,
- k_3 – vazební spojovací tuhost,
- b_1, b_2 – koeficienty tlumení,
- m_1, m_2 – hmotnosti hmotných členů.

K plnohodnotnému popsání a porozumění dvouhmotového modelu jsou zapotřebí dvě pohybové rovnice (3.2) a (3.3). Poznamenejme, že u originálního IF72 modelu jsou tuhosti k_1 a k_2 nelineární. V praktické části naší práce budeme uvažovat tuhosti vždy **lineární**.

$$m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + k_3 (x_1 - x_2) = 0 \quad (3.2)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 + k_3 (x_2 - x_1) = 0 \quad (3.3)$$

Dvuhmotové modely se dočkaly různých modifikací. Přestože IF72 modely jsou jednoduché a efektivní, co se týče detailního pohybu a charakteru hlasivek, postrádají přímý vzájemný vztah mezi tuhostí pružných členů a efekty svalové kontrakce. [13]

První úprava modelu přišla po pěti letech v roce 1977, když se o to zasloužili **Isshiki a kol.** [20]. Vytvořili **asymetrický lineární** dvuhmotový model. Domnívali se, že asymetrie může poodhalit různé patologické problémy. Správnost modelu byla ověřena experimentálně na jednostranné paralýze hrtanu. Model otevřel nový obzor pro další studie patologií hlasivek. [21]

Další úpravy se model dočkal v roce 1998, zásluhou **Lous a kol.** [22]. Zajímavost modelu je ve fluidně – strukturní interakci, která dovoluje síly od proudění rozložit na hlasivky jinak. [18]

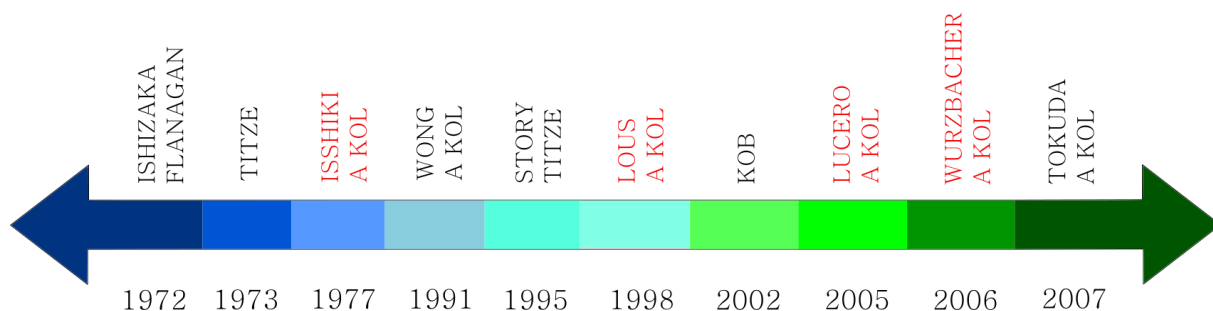
Dokonce i v roce 2005 se model dočkal modifikace, kdy **Lucero a Koeing** [23] vytvořilo **symetrický** dvuhmotový model s **nelineárními** prvky. Důvodem použití nelineárních sil v modelu $B_1(b_1, \dot{x}_1, x_1)$ až $K_2(k_2, x_2)$ bylo, že potřebovali omezit amplitudu kmitání při zvyšování šířky *glottis* [23]. Proto sestavili pohybové rovnice (3.4) a (3.5) ve tvarech:

$$m_1\ddot{x}_1 + B_1(b_1, \dot{x}_1, x_1) + K_1(k_1, x_1) + k_3(x_1 - x_2) = 0 \quad (3.4)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + B_2(b_2, \dot{x}_2, x_2) + K_2(k_2, x_2) + k_3(x_2 - x_1) = 0 \quad (3.5)$$

O rok později **Wurzbacher a kol.** [24] představili **asymetrický** dvuhmotový model. Z klinického hlediska je rozdíl mezi kmitáním zdravých hlasivek oproti poškozeným hlasivkám. Normální hlasivky kmitají více symetricky a pravidelně než patologické. Cílem bylo odvodit kvantitativní parametry, které popisují stupně symetrie a stability kmitání hlasivek. [21]

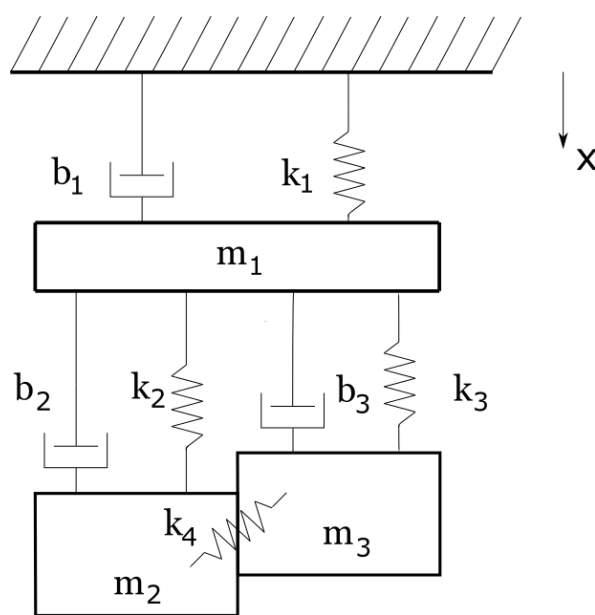
Souhrn dalších modifikací IF72 modelu je podrobněji popsán v článku [21]. Výše byly zmíněny nejpoužívanější dvuhmotové modely. Od svého vzniku až po současnost prodělaly řadu velkých úprav.



3.1.4 Tříhmotový model body-cover

Původní IF72 model byl v roce 1995 dvojicí **Story** a **Titze** [25] rozšířen o další hmotný člen, aby se přiblížil ke skutečné struktuře hlasivek. Model obsahuje dva hmotné členy m_2 a m_3 , které reprezentují „cover“ (**obal**), přičemž jsou bočně spojeny s třetí hmotou m_1 – „body“ (**tělo**). Přidaná hmota m_1 ztělesňuje svalová vlákna a vláknitou tkáň, která je za pomoci nelineárního pružného členu k_1 a tlumícího členu b_1 spojena k pevné stěně (**chrupavce**). Pružné členy k_2 a k_3 představují elastické vlastnosti epitelu a slizničního vaziva. Také představují tuhost mezi obalem a tělem hlasivky. [25]

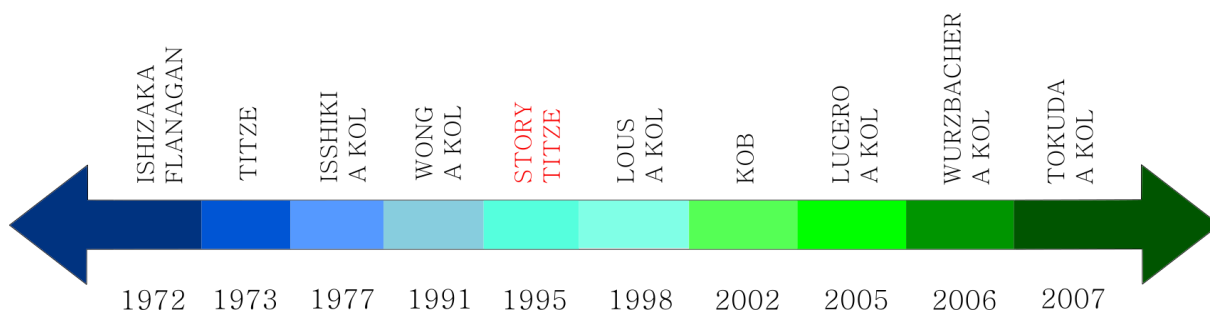
Model se primárně používá pro další výzkum v oblasti modelování hlasivek, a to zejména pro simulaci interakcí mezi tělem a obalem tkáňových vrstev. [25]



Obr. 14 Tříhmotový model body-cover

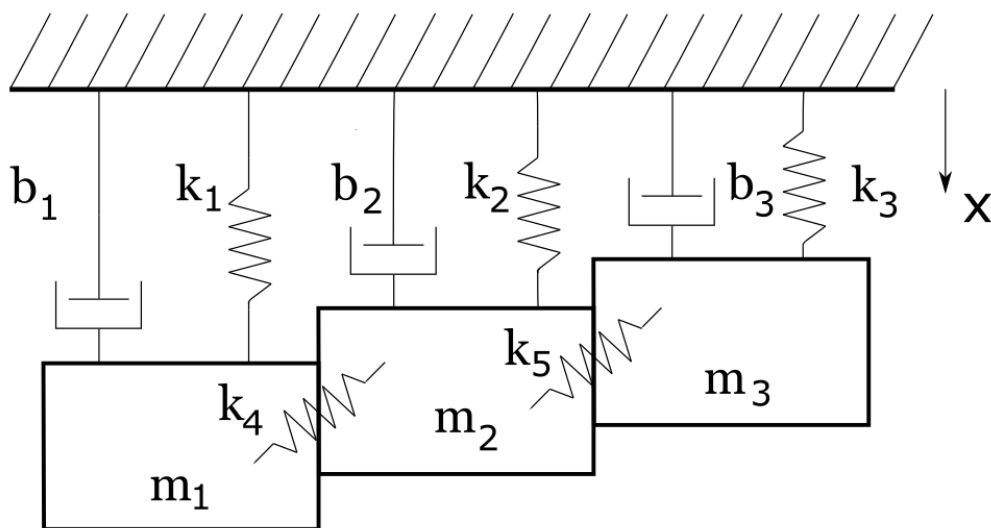
Model obsahuje o tři visko-elastické parametry více než dvouhmotový. Také má o jeden stupeň volnosti navíc, takže s celkovými třemi stupni volnosti potřebuje k dynamickému popisu rovněž tři pohybové rovnice. Mezi visko-elastické parametry patří:

- k_1, k_2, k_3 – nelineární tuhosti pružiny,
- k_4 – lineární tuhost pružiny,
- b_1, b_2, b_3 – koeficienty tlumení,
- m_1, m_2, m_3 – hmotnosti hmotných členů.



3.1.5 Tříhmotový model

O 12 let později **Tokuda a kol.** [26] zkonstruovali nový tříhmotový model, když přidali již známému IF72 modelu další hmotný člen. Struktura modelu je odlišná od Storyho a Titzeho modelu. Hlavní rozdíl spočívá v tom, že všechny pružné členy mají **lineární** charakteristiku a hmotné členy jsou spojené s pevnou stěnou, takže netvoří body-cover strukturu. Aby zachovali originální podstatu dvouhmotového modelu, zmenšili hmotnost přidaného hmotného členu m_3 o pětinašobek, resp. dvacetipětinašobek hmotností m_2 resp. m_1 . Tím pádem přidaná hmotnost mohla napodobit fyziologické funkce hlasivek. [26]



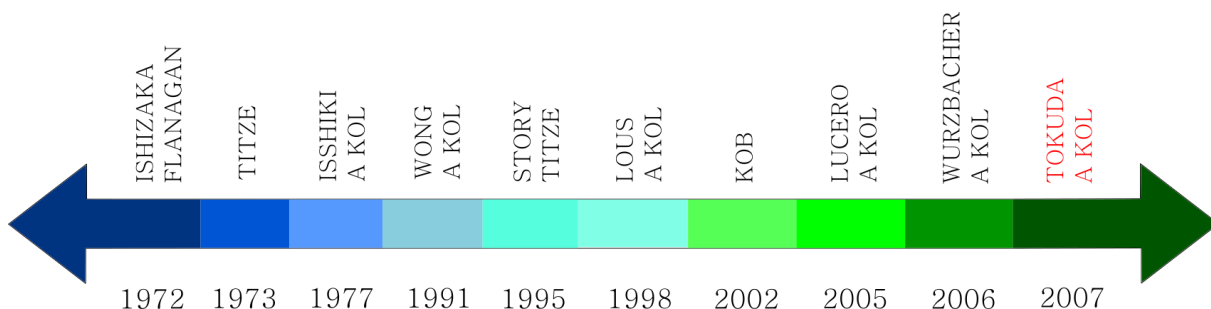
Obr. 15 Tříhmotový model

K popsání modelu použili Tokuda a kol. jedenáct visko-elastických parametrů:

- k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 – tuhosti pružiny,
- b_1, b_2, b_3 – koeficienty tlumení,
- m_1, m_2, m_3 – hmotosti hmotných členů.

Zvyšováním počtu hmotných členů získáváme výsledky bližší fyziologii skutečných hlasivek. Zlepšuje se geometrická podobnost se skutečnými hlasivkami. [13]

Vícehmotové modely se svojí složitou geometrií a velkým počtem visko-elastických parametrů obsahují velké kvantum pohybových rovnic. To je z hlediska analytického řešení neakceptovatelné. V takových případech je jedinou možností **numerické řešení**.



První vícehmotový model byl vytvořen už v roce 1973, tedy rok po slavném IF72 modelu. Postaral se o to **Titze**, po kterém je model pojmenován a v odborných publikacích ve zkratce označován jako **T73** model. Jednalo se o šestnáctihmotový model, který byl rozdělen do osmi dvouhmotových podélných sekcí. Model byl navržen k hlubšímu porozumění problematice tvorby zvuku a detailnějšímu prozkoumání kmitání lidských hlasivek. [25]

Po 18 letech přišel **Wong a kol.** [27] s hybridním modelem, který kombinoval IF72 a T73 modely. Model je rozdělen do pěti dvouhmotových podélných sekcí a používá se pro studia hlasových patologií. Modelu bylo vytknuto, že ještě nezahrnoval problematiku proudění. [18]

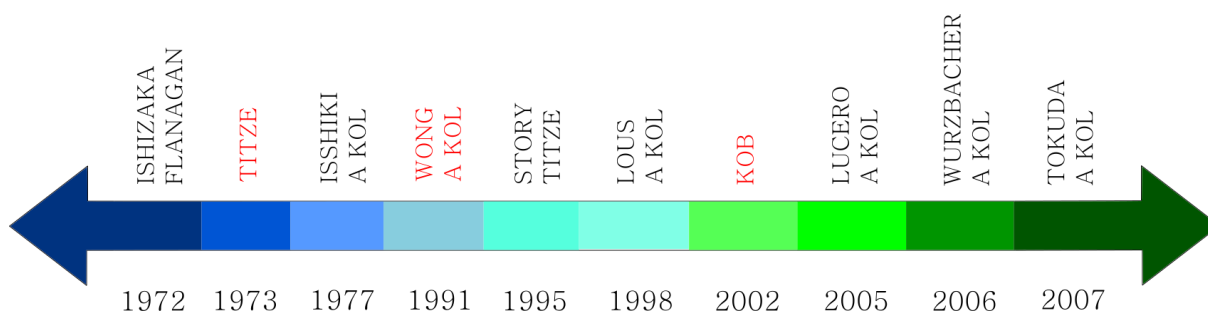
Model T73 se stal populárním a přímé modifikace se dočkal v roce 2002 zásluhou **Malte Koba** [18]. Ten upravil model do takové podoby, že byl schopen simulovat různorodé hlasové tóny, jako jsou soprán, baryton nebo bas.⁵ [13]

3.1.6 Model slizniční vlny

Pozorování slizničních vln při kmitání hlasivek vedlo **Titzeho** [28] v roce 1988 ke zrealizování dalšího matematicko-fyzikálního modelu s originálním názvem „mucosal wave model“. Titze vycházel ze svého dřívějšího body-cover modelu, kde obal (cover) je reprezentován pomocí rozložené **povrchové vrstvy**, která představuje povrchovou **slizniční vlnu**. Hlasivka je modelována pouze jedním hmotným prvkem, jehož pohyb je fázově zpožděn oproti pohybu dolního okraje. Toto zpoždění modeluje pohyb slizniční vlny zespoda nahoru [4]. Model podle [28] vykazuje téměř identické chování jako IF72 model.

Dynamické chování modelu závisí pouze na hmotném členu a rychlosti slizniční vlny $\vec{v}_{sv}$. To způsobuje redukci visko-elastických parametrů z původních sedmi, které obsahuje dvouhmotový model, na pouhé čtyři. [28]

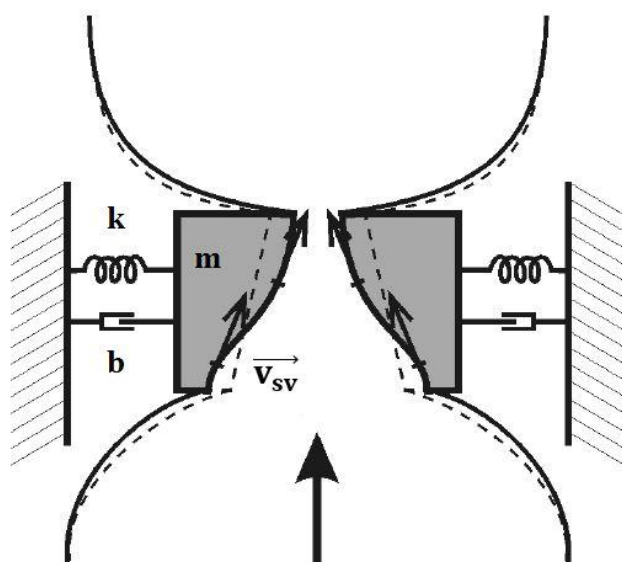
Svého zdokonalení se model dočkal o 7 let později zásluhou **Lucera**, který se taktéž podílel na dalších modifikacích modelu. [13]



⁵ **Soprán** je nejvyšší ženský a dětský hlas. Baryton a bas patří mezi mužské hlasy, kde **bas** je hluboký hlas, zatímco **baryton** leží mezi tenorem a basem. Naopak **tenor** je nejvyšším mužským hlasem. [18]

Obr. 16 ukazuje schematický model slizniční vlny s již zmíněnými čtyřmi visko-elastickými parametry:

- k – tuhost pružiny,
- b – koeficient tlumení,
- m – hmotnost hmotného členu,
- v_{sv} – rychlost slizniční vlny.



Obr. 16 Model slizniční vlny (převzato a upraveno z [2])

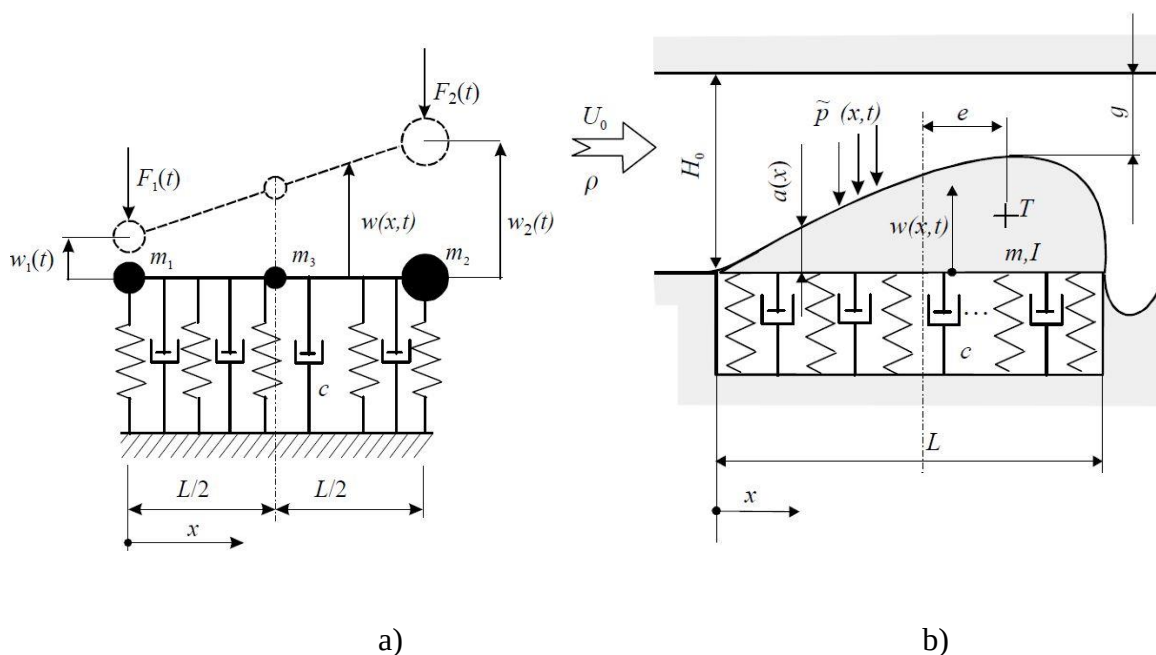
3.1.7 Aeroelastický model

Horáček a kol. [29] v roce 2002 publikovali aeroelastický model s dvěma stupni volnosti: translační pohyb v mediálně-laterálním směru a rotační ve frontální rovině. Hlasivky zde reprezentují modelovou hmotu, která kopíruje tvar reálných hlasivek. Hmota má proměnnou tloušťku $a(x)$, kde x je podélná souřadnice systému. Pružné a tlumící členy spojují hmotu k pevné stěně [30]. Hlasivka je rozkmitávána proudem vzduchu, přičemž nedochází k deformaci povrchu hlasivky, což lze považovat vzhledem k materiálové nesourolosti tkání za nevýhodu modelu. [11]

Přestože k deformaci nedochází, tak model zahrnuje řešení kontaktního problému při nárazu hlasivek o sebe pomocí Hertzových tlaků⁶. [4]

Matematicko-fyzikální popis takto navrženého modelu by byl obtížně zrealizovatelný a časově náročný, proto se čeští vědci z Ústavu termomechaniky AV ČR rozhodli rozdělit model do tří spojených diskrétních hmot, jak ukazuje Obr. 17 a). [29]

⁶ Hertzův tlak slouží k výpočtu napětí vznikajícího přenášením síly při styku dvou hladkých částí povrchů pružných elastických těles – např. koulí či válců. [40]



Obr. 17 Aeroelastický model a) komplexně, b) zjednodušeně [29]

3.2 Modely hlasivek řešené metodou MKP

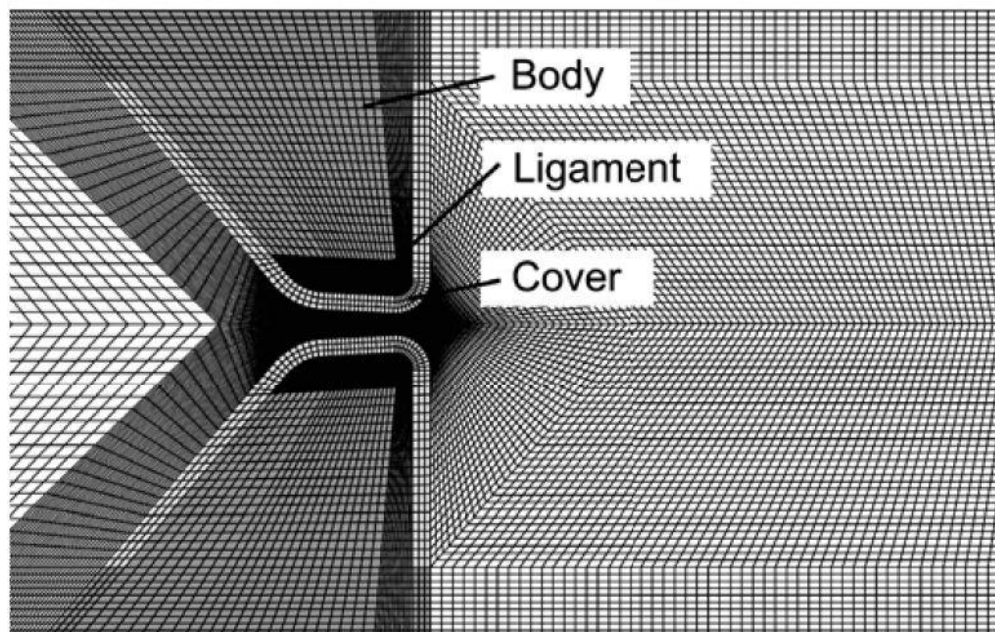
Tyto modely slouží k podrobnějšímu popisu chování skutečných hlasivek i v případech s patologickými poruchami. Zároveň dokáží modelovat interakci tekutiny – struktury – akustiky. Dále umožňují simulovat a modelovat proudění tekutin kolem hlasivek (**CFD**⁷). Oproti hmotovým modelům dovedou konečnoprvkové modely lépe reprezentovat strukturu a vlastnosti hlasivkových tkání. [4]

Tvorby MKP modelů lze uskutečnit v programu **ANSYS**, který zároveň umožňuje simulování kmitání hlasivek. Lze tedy očekávat, že zkvalitnění detailního popisu struktury hlasivek bude vyžadovat větší nároky na výkonnější počítačovou techniku, potažmo na delší časovou relaci výpočtů.

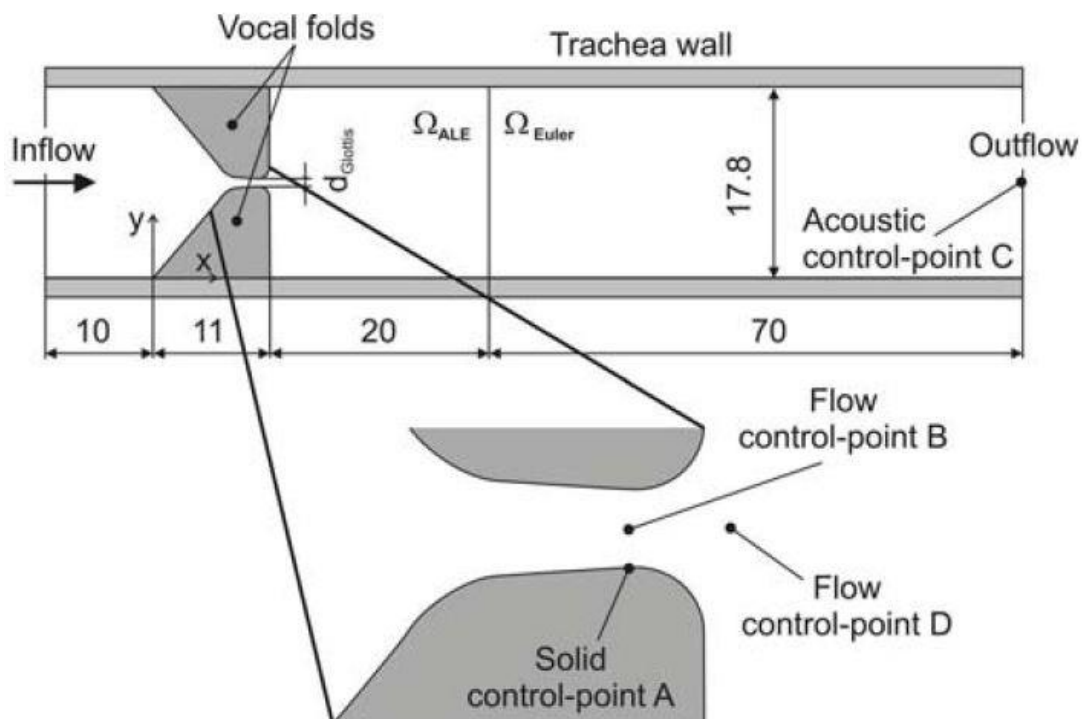
⁷ Počítačová dynamika tekutin je moderní metoda, která se zabývá prouděním tekutin, přenosem tepla a hmoty. Originální název metody je **Computational Fluid Dynamics**. [41]

3.2.1 2D Model interakce tekutina – struktura – akustika

Jednoduchá geometrie a tvar umožnily provést na modelu řadu simulací, když byl v roce 2009 aplikován nový přístup řešení modelování interakce tekutina – struktura – akustika [13]. Mezi významnou simulací patří simulace zúžení hlasivek v kanálku. Na Obr. 18 je vidět hustota sítě jednotlivých vrstev hlasivek a na Obr. 19 je kompletní geometrie modelu.



Obr. 18 Hustoty jednotlivých vrstev sítě [13]

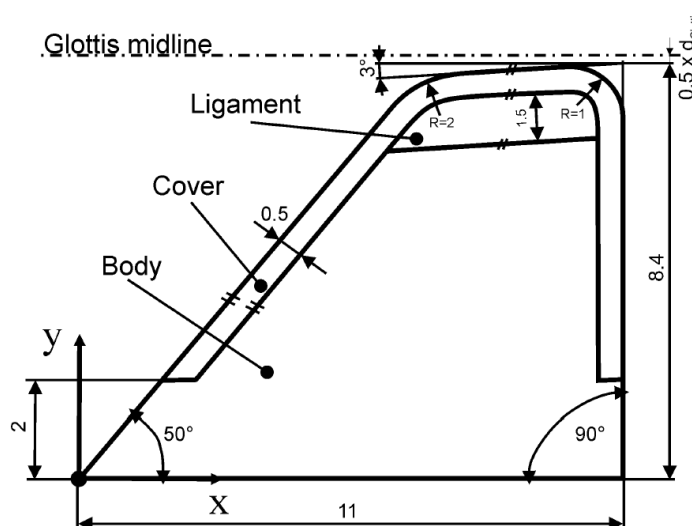


Obr. 19 Rozměry modelu hrtanu s hlasivkami [13]

Jednotlivé vrstvy v modelu byly rozděleny do **tří** vrstev (Obr. 20), kde každá vrstva má jinou hodnotu modulu pružnosti v tahu **E** [13]. Rozdílné hodnoty Youngova modulu přibližují model ke skutečné struktuře lidských hlasivek. Hodnoty se pohybují v desítkách kPa, kde nejtuhší bývá vazivo (ligament) a naopak nejpoddanější epitel (cover) viz Tab. 1.

Další simulace (Obr. 21) se zabývá vlastním kmitáním hlasivek během fonace a je rozdělena na dvě fáze. První fáze má **divergentní** charakter a je realizována při uzavírání. Naopak **konvergentní** charakter nastává při otevírání hlasivek.

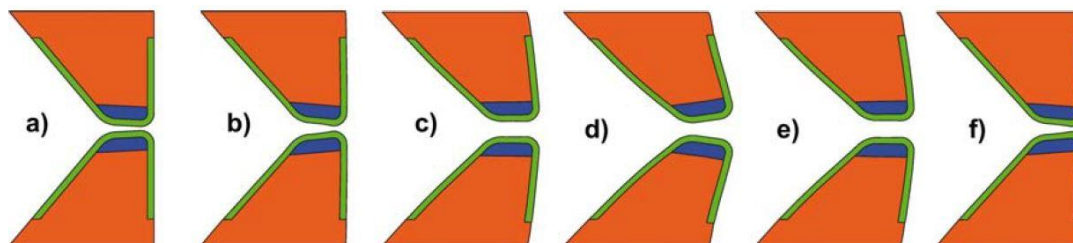
Poslední simulace se zaměřuje na **Coanda**⁸ efekt. Na Obr. 22 můžeme pozorovat, jak se proud vycházející z hlasivek přiklání k jedné stěně průdušnice. [13]



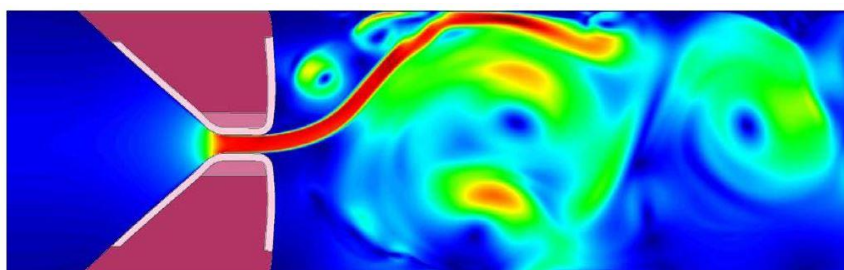
Obr. 20 Schererova M5 geometrie [44]

Tab. 1 Hodnoty Youngova modulu pružnosti

Vrstvy	E [kPa]
Sval (Body)	21
Vazivo (Ligament)	33
Epitel (Cover)	12



Obr. 21 Jednotlivé cykly během vlastního kmitání hlasivek [13]



Obr. 22 Zachycení proudění v jednom časovém kroku [13]

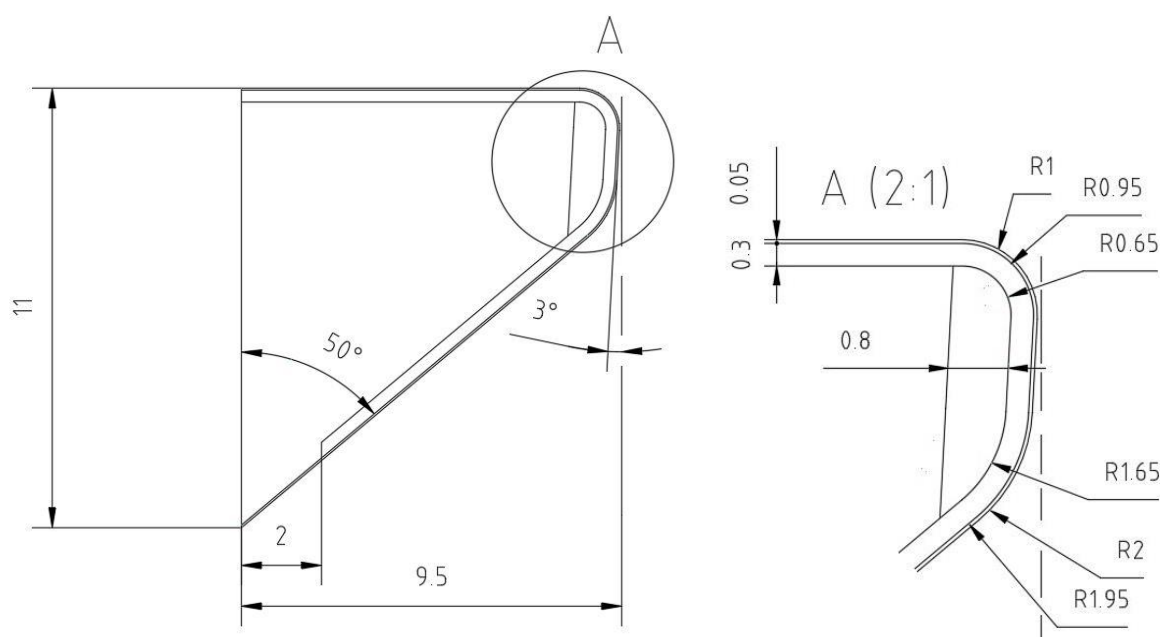
⁸ **Coanda efekt** se týká převážně kapalin, ale můžeme se s ním setkat také u plynů. Princip spočívá v tom, že kapalina nebo plyn má při obtékání silně zakřiveného povrchu tendenci tento povrch obepínat. V praxi se s tímto efektem můžeme setkat například při konstrukci zařízení pro **zvýšení vztlaku** u letadel. [42]

4 VYTVOŘENÍ MODELU HLASIVKY

V kapitole 2.3.2 byla zmíněna schémata výpočtových modelů hlasivek. V naší práci se budeme zabývat čtyřvrstevným modelem, který obsahuje epitel, laminu propriu, vaz a sval. Tento model vychází z třívrstvého Schererova modelu M5, který je na Obr. 20 (viz kapitola 3.2.1) a bude kompletně vytvořen v programu ANSYS Workbench 18.2, ve kterém se provede i následná modální analýza modelu.

4.1 Geometrie modelu

Geometrie modelu (Obr. 23) čerpá z prací [11], [3] a [10], kde je i detailně popsána. Za zmínku stojí, že čtyřvrstevný model je tam parametrický. Parametrizace spočívá v zavedení tloušťky T_{SLP} (Obr. 24 v kapitole 4.2) povrchové vrstvy laminy proprii s latinským názvem *lamina propria superficialis* (SLP). V této práci byly použity tloušťky vazy (0,8 mm) a SLP (0,3 mm), které byly stanoveny jako aritmetický průměr z deseti naměřených hodnot na vyoperovaných lidských hlasivkách. [31]



Obr. 23 Geometrie čtyřvrstvého modelu

4.2 Model materiálu

Ještě, než začneme modelovat jednotlivé vrstvy hlasivek, je nutné mít na paměti, že se jedná o živou tkáň [32]. Tudíž stanovení přesných materiálových charakteristik bývá často obtížné, a proto se v mnohých pracích značně liší. [33]

V odborné literatuře se modely materiálu jednotlivých vrstev často uvažují jako homogenní a lineárně izotropní, protože jdou popsat pouze dvěma konstantami. Jedná se o Poissonův poměr μ a Youngův modul E . Citlivostní analýzou lze stanovit jednotlivé hodnoty těchto parametrů. [10]

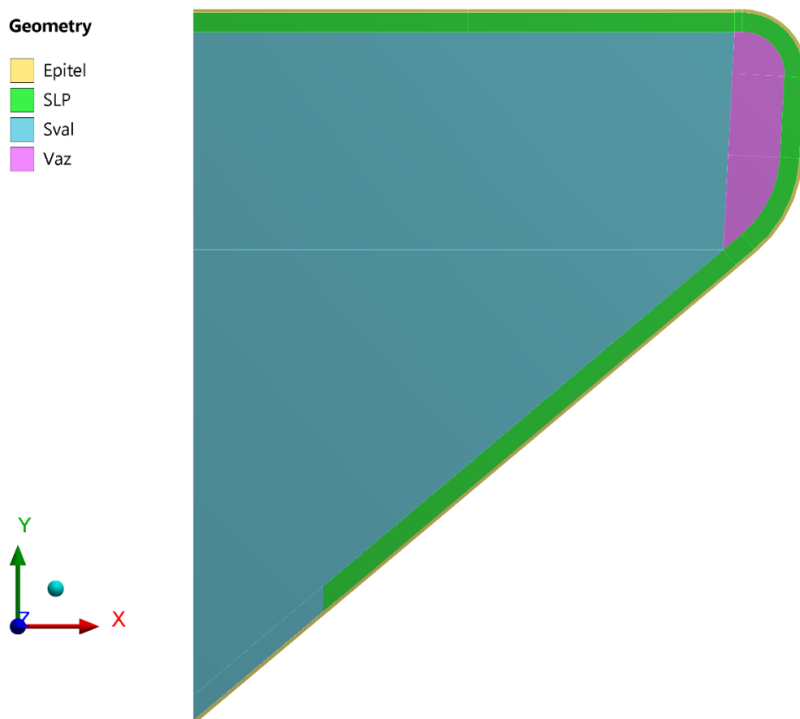
V této práci budeme vycházet z dizertační práce Matuga [10], kde byly materiálové charakteristiky (Tab. 2) zvoleny a následně laděny na frekvenci 100 Hz – tedy hodnotu frekvence, která přibližně odpovídá kmitání mužských hlasivek. [32]

Tab. 2 Hodnoty materiálových konstant čtyřvrstvého modelu

	Modul pružnosti [kPa]	Poissonův poměr [–]	Hustota [$kg \cdot m^3$]
Epitel	25	0,49	1040
Lamina propria	2	0,49	1040
Vaz	8	0,49	1040
Sval	65	0,40	1040

Geometry

- Epitel
- SLP
- Sval
- Vaz



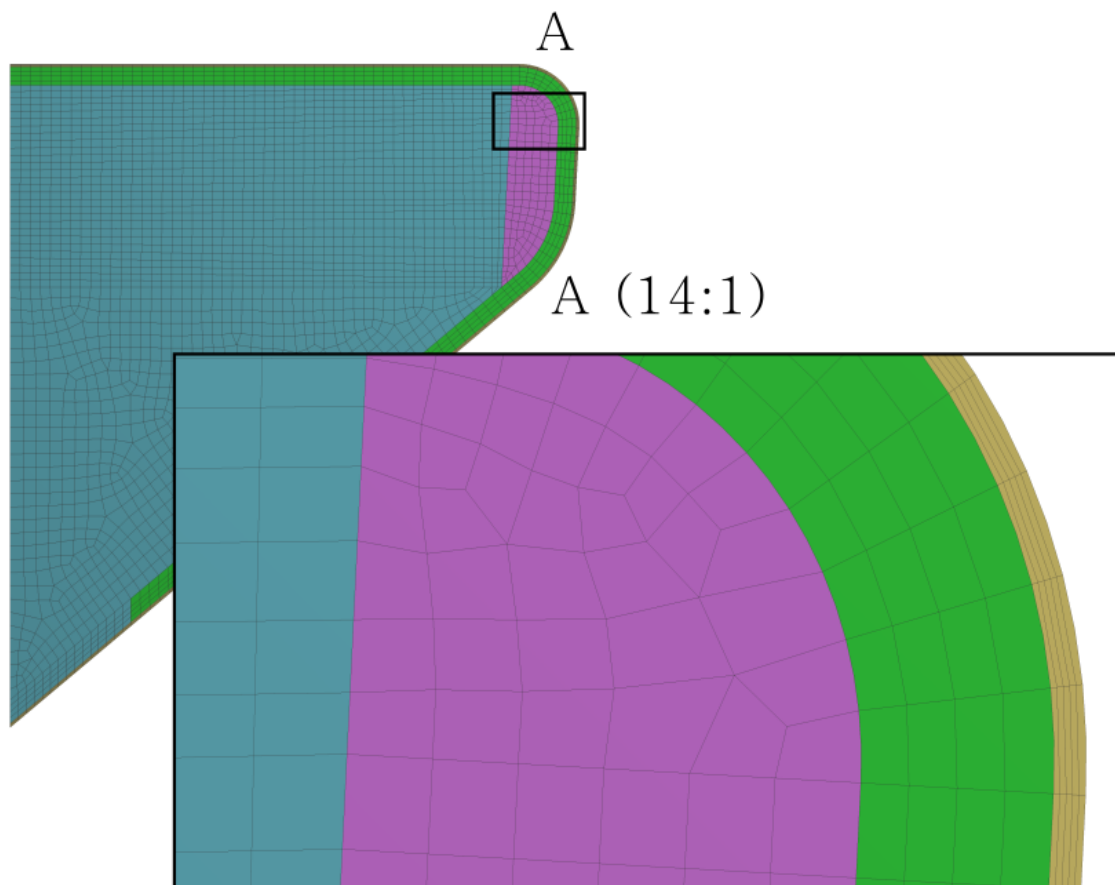
Obr. 24 Jednotlivé vrstvy čtyřvrstvého modelu

4.3 Tvorba sítě konečnoprvkového modelu

Před tvorbou sítě se geometrie modelu rozdělila na jednoduché geometrické útvary, a to převážně na obdélníkové. Takové zjednodušení geometrie umožnilo mapovat jednotlivé úseky a přiřazovat jim rozdílnou hustotu sítě.

Jelikož se jedná o 2D model, v nabídce *Details of Mesh* programu ANSYS lze volit mezi rovinným strukturním prvkem PLANE182, který je lineární a tvořen čtyřmi uzly nebo kvadratickým prvkem PLANE183 s osmi uzly. Oba prvky se vyznačují shodně s dvěma stupni volnosti (translace v ose x a y) v každém svém uzlu [10]. Prostředí Workbench 18.2 automaticky využívá kvadratické prvky, ale z prvotního hlediska to není patrné a uživateli nemusí být zcela zřejmé, co si má představit pod možností výběru *Program Controlled*. V této práci použijeme defaultní prvek PLANE 183.

Hustota sítě jednotlivých vrstev hlasivek je obdobně volena jako v pracích [10] a [34]. Ve vrstvě epitelu a v povrchové vrstvě (SLP) se nastavilo pět prvků (Obr. 25) podle prací [10] a [3]. Prvky byly rozloženy rovnoměrně s ohledem na jejich velikost, aby nedošlo ke zhroucení sítě v důsledku posuvů a deformací [10]. K vytvoření sítě bylo zapotřebí 3 498 elementů a 10 697 uzlů.



Obr. 25 Detailní síť konečnoprvkového modelu

4.4 Modální analýza modelu

Modální analýza slouží k určení vlastních frekvencí a také k zjištění vlastních tvarů struktury hlasivek. [15]

Jako jedinou okrajovou podmínku celého modelu bylo vetknutí všech bodů ležících na levé horizontální čáře. Taková okrajová podmínka reprezentuje uchycení hlasivek v hrtanu. [4]

Citlivostní analýzou, která vycházela z pevné hodnoty Youngova modulu pro epitel, se docílilo změny první vlastní frekvence na požadovaných 110 Hz. Výchozí hodnota $E_{epitel} = 25\,000\text{ Pa}$ byla zvolena konstantní z toho důvodu, že jí lze nejspolehlivěji měřit na pacientech, konkrétně na vnější straně hlasivek [4]. Při analýze se pouze zvětšovaly hodnoty modulu pružnosti v tahu (Tab. 3) u jednotlivých vrstev. Ostatní materiálové charakteristiky zůstaly neměnné. Z obdržených výsledků je tedy patrné, že se zvyšující tuhostí rostou hodnoty vlastních frekvencí.

Tab. 3 Nové hodnoty materiálových charakteristik

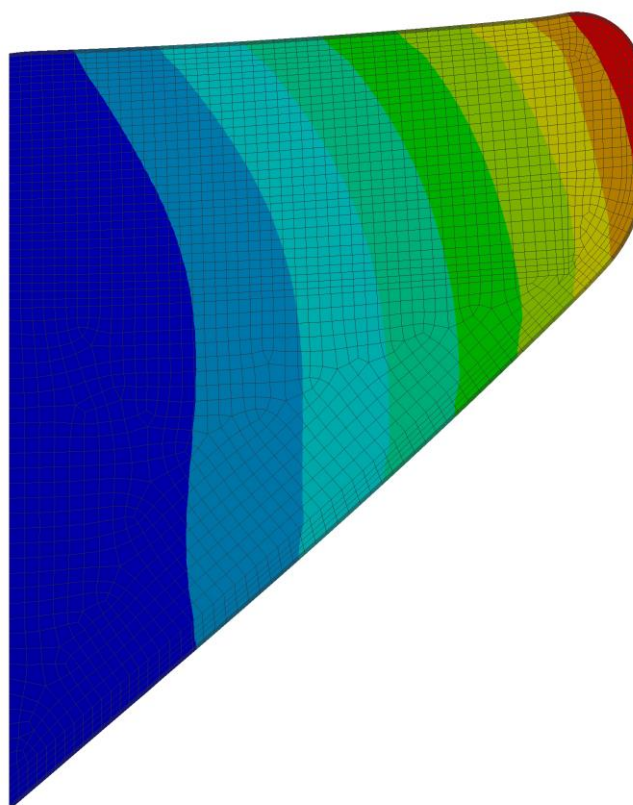
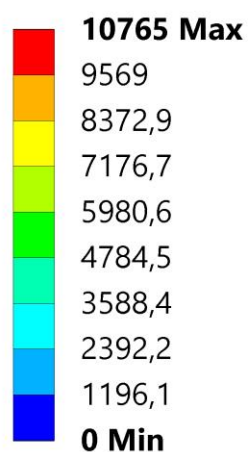
	Modul pružnosti [kPa]	Poissonův poměr [–]	Hustota [$kg \cdot m^3$]
Epitel	25	0,49	1040
Lamina propria	2,3	0,49	1040
Vaz	8,9	0,49	1040
Sval	78	0,4	1040

Dále budou zobrazeny (Obr. 26–28) vypočítané první čtyři vlastní tvary hlasivky. Zbylé tvary nejsou podstatné pro problematiku této práce, ale všechny hodnoty vlastních frekvencí jsou vypsané v následující tabulce (Tab. 4).

Tab. 4 Přehled vlastních frekvencí

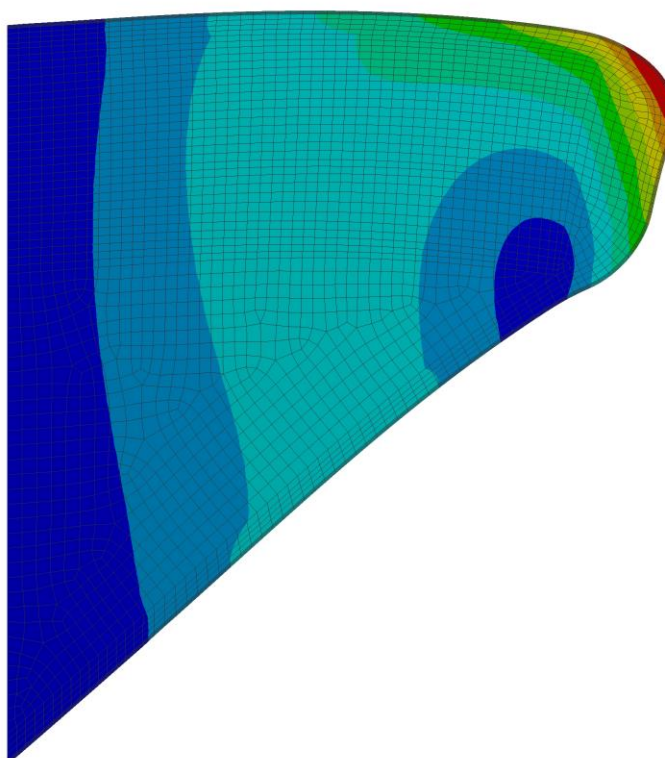
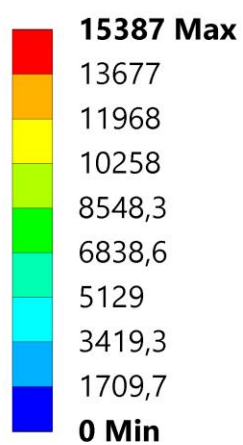
Tvary vlastních kmitů	Frekvence [Hz]
1	110,01
2	239,21
3	261,66
4	381,18
5	464,42
6	495,94
7	538,69
8	563,24
9	575,40
10	599,45

Type: Total Deformation
Frequency: 110,01 Hz
Unit: mm



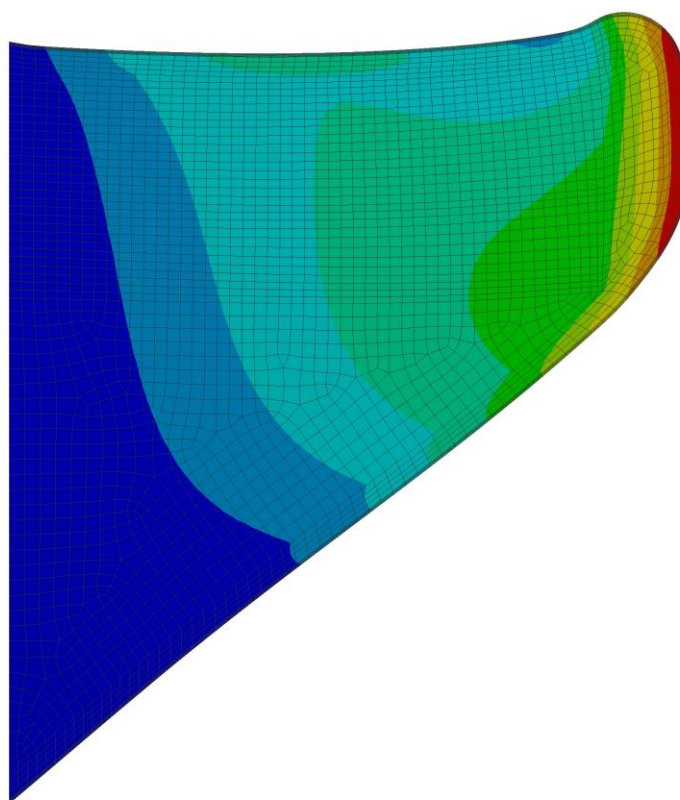
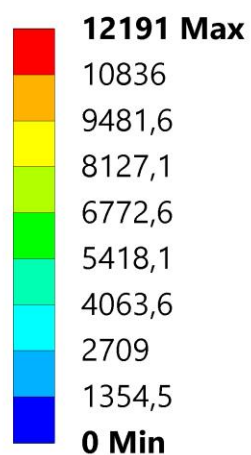
Obr. 26 První vlastní tvar hlasivky

Type: Total Deformation
Frequency: 239,21 Hz
Unit: mm



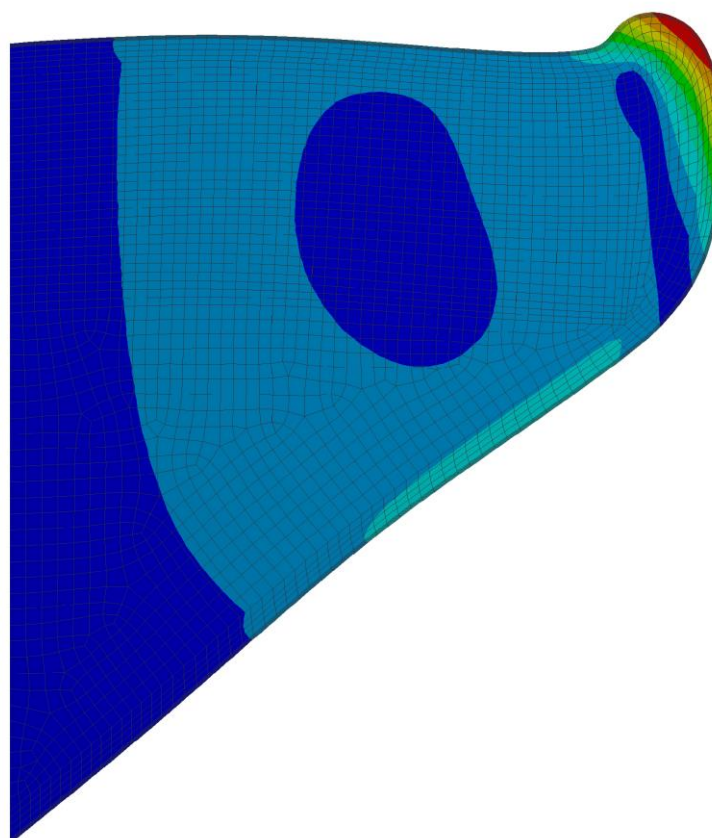
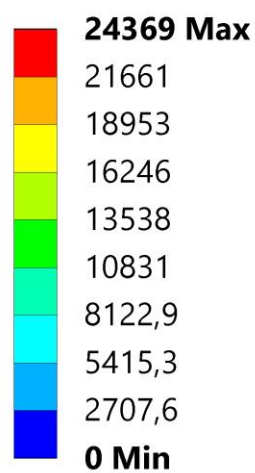
Obr. 27 Druhý vlastní tvar hlasivky

Type: Total Deformation
Frequency: 261,66 Hz
Unit: mm



Obr. 28 Třetí vlastní tvar hlasivky

Type: Total Deformation
Frequency: 381,18 Hz
Unit: mm



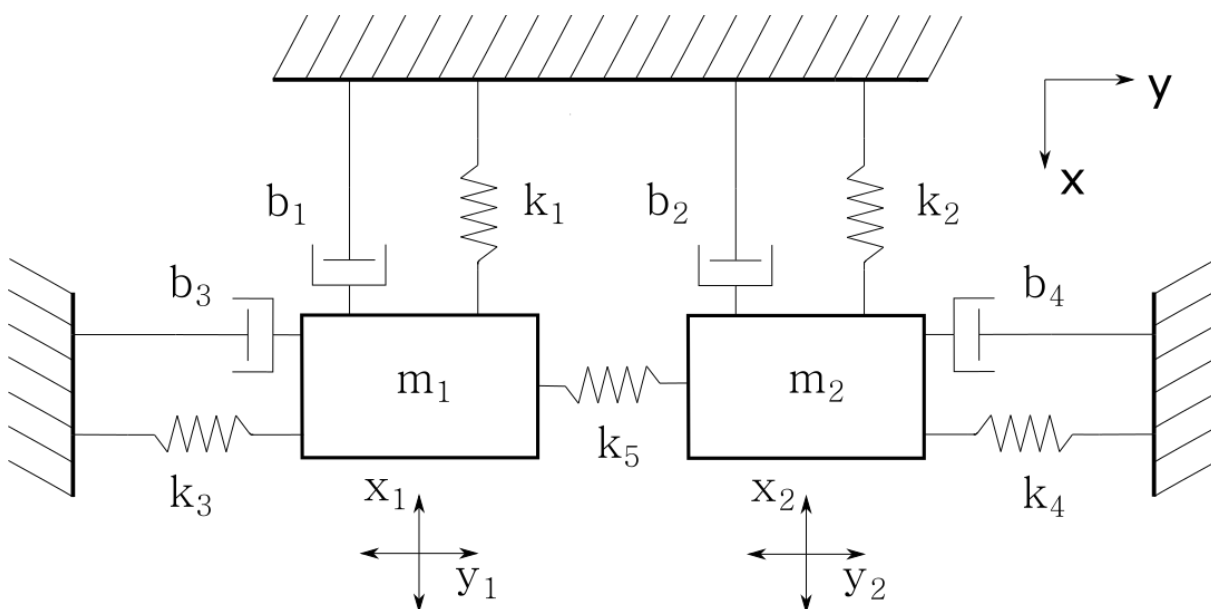
Obr. 29 Čtvrtý vlastní tvar hlasivek

5 ANALYTICKÝ MODEL HLASIVEK

V této kapitole se zaměříme na námi vytvořený dvouhmotový model se soustředěnými parametry, který budeme následnou citlivostní analýzou (viz kapitola 5.4.2) ladit na získané hodnoty vlastních frekvencí z konečnoprvkového modelu.

Hlavní rozdíl mezi klasickým IF72 modelem a naším spočívá v translaci v osách x a y , namísto osy x . Obdržíme tedy více viskoelastických parametrů. Konkrétně se jedná o přidání dvou tlumičů a dvou pružných členů do soustavy. Zvýšení jednoduchých prvků v modelu spolu s translací ve dvou osách způsobuje rovněž narůst pohybových rovnic. Jejich celkový počet se zdvojnásobí oproti původnímu modelu.

Realizaci modelu rozdělíme na dvě varianty A a B. Jako první budeme předpokládat pohyb vazební spojovací tuhosti k_5 pouze v ose x . V druhé variantě už uvažujeme i tuhost v ose y . Obě možnosti provedení popisuje následující schéma (Obr. 30), kde jsou znázorněny možné posuvy jednotlivých hmot v příslušných osách.



Obr. 30 Vytvořený analytický model hlasivek

5.1 Matematický popis

Snahou matematického popisu libovolného modelu je získat adekvátní počet diferenciálních rovnic, které lze buďto numericky, nebo analyticky řešit. Cílem této kapitoly bude sestavit algebraické rovnice v maticovém tvaru, které se dále budou zpracovávat pro numerické řešení (viz kapitola 5.4). To se provede v programovacím jazyku Python, konkrétně se jedná o balíky numpy ve vývojovém prostředí *Spyder*.

V dnešní době existuje mnoho metod pro sestavení pohybových rovnic soustavy těles. Mezi nejpoužívanější a nejefektivnější metodu analytické mechaniky patří Lagrangeovy rovnice II. druhu. [35]

Sestavení pohybových rovnic není nikterak závislé na volbě souřadného systému a vychází pouze z parciálních derivací kinetické (E_k), disipativní (E_D) a potenciální energie (E_p) spolu s prací (A) nebo výkonem (W) vnějších sil. [35]

V parciálních derivacích Lagrangeových rovnic II. druhu (5.1) se objevuje zobecněný parametr q s příslušnými derivacemi, který v této práci reprezentuje výchylky v osách x a y . Výpočet je omezen skutečností, že lze určit jen tolik nezávislých kinematických parametrů, kolik má soustava stupňů volnosti [35]. V našem případě budeme mít tedy 4 kinematické parametry x_1, x_2, y_1 a y_2 , pomocí nichž si odvodíme pohybové rovnice pro obě varianty modelu.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = \frac{\partial W}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial A}{\partial q_i} \quad (5.1)$$

5.1.1 Odvození pohybových rovnic pro variantu A

Následující rovnice (5.2) až (5.5) popisují dílčí energie v modelu.

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 \quad (5.2)$$

$$E_D = \frac{1}{2} b_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} b_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} b_3 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} b_4 \dot{y}_2^2 \quad (5.3)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_2 x_2^2 + \frac{1}{2} k_5 (x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 y_1^2 + \frac{1}{2} k_4 y_2^2 \quad (5.4)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_2 x_2^2 + \frac{1}{2} k_5 x_1^2 - k_5 x_1 x_2 + \frac{1}{2} k_5 x_2^2 + \frac{1}{2} k_3 y_1^2 + \frac{1}{2} k_4 y_2^2 \quad (5.5)$$

Parciálními derivacemi jednotlivých energií podle x_1 až y_2 obdržíme všechny potřebné hodnoty pro sestavení pohybových rovnic (5.6) až (5.9). Na danou soustavu nepůsobí žádné vnější síly, navíc neuvažujeme tíhové pole Země, tudíž celková práce, respektive výkon budou mít parciální derivace nulové.

$$m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 + (k_1 + k_5) x_1 - k_5 x_2 = 0 \quad (5.6)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 + (k_2 + k_5) x_2 - k_5 x_1 = 0 \quad (5.7)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + b_3 \dot{y}_1 + k_3 y_1 = 0 \quad (5.8)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + b_4 \dot{y}_2 + k_4 y_2 = 0 \quad (5.9)$$

Předchozí rovnice (5.6) až (5.9) přepíšeme do maticové formy (5.10). Ta se dá dále přepsat v maticovém vyjádření ve tvaru (5.11), kde základní prvky, jako jsou hmoty, pružiny či tlumiče, jsou obsaženy v konkrétních čtvercových maticích. Jedná se o matici hmotnosti ($\mathbf{M}$), tuhosti ($\mathbf{K}$) a matici tlumení ($\mathbf{B}$).

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} k_1 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 \\ -k_5 & k_2 + k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.10}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \tag{5.11}$$

5.1.2 Odvození pohybových rovnic pro variantu B

Rovnice (5.2) a (5.3) zůstanou spolu s rovnicemi (5.6) a (5.7) zachovány. Pouze potenciální energie bude modifikována (5.12–5.13) tak, že přibude u vazební spojovací tuhosti k_5 vychýlení v ose y od obou hmotných prvků.

$$\begin{aligned}
E_p = & \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2x_2^2 + \frac{1}{2}k_5(x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2}k_3y_1^2 + \\
& + \frac{1}{2}k_4y_2^2 + \frac{1}{2}k_5(y_1 - y_2)^2
\end{aligned} \tag{5.12}$$

$$\begin{aligned}
E_p = & \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2x_2^2 + \frac{1}{2}k_5x_1^2 - k_5x_1x_2 + \frac{1}{2}k_5x_2^2 + \\
& + \frac{1}{2}k_3y_1^2 + \frac{1}{2}k_4y_2^2 + \frac{1}{2}k_5y_1^2 - k_5y_1y_2 + \frac{1}{2}k_5y_2^2
\end{aligned} \tag{5.13}$$

Dále se bude pokračovat podobně jako ve variantě A, když se pomocí parciálních derivací všech energií sestaví pohybové rovnice (5.14) až (5.17), které se opět přepíší do maticového tvaru (5.18). Rovnice (5.14) a (5.15) jsou identické jako (5.6) a (5.7), ale pro lepší názornost v následné maticové formě budou vypsané mezi ostatními pohybovými rovnicemi.

$$m_1\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + (k_1 + k_5)x_1 - k_5x_2 = 0 \tag{5.14}$$

$$m_2\ddot{x}_2 + b_2\dot{x}_2 + (k_2 + k_5)x_2 - k_5x_1 = 0 \tag{5.15}$$

$$m_1\ddot{y}_1 + b_3\dot{y}_1 + (k_3 + k_5)y_1 - k_5y_2 = 0 \tag{5.16}$$

$$m_2\ddot{y}_2 + b_4\dot{y}_2 + (k_4 + k_5)y_2 - k_5y_1 = 0 \tag{5.17}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} k_1 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 \\ -k_5 & k_2 + k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 + k_5 & -k_5 \\ 0 & 0 & -k_5 & k_4 + k_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.18)
\end{aligned}$$

5.2 Frekvenční determinant

Při řešení volného tlumeného kmitání hledáme vlastní hodnoty frekvenčního parametru λ_i a vlastní vektory $\mathbf{u}_i$. V takovém případě jak uvádí odborná literatura [36], hovoříme o tzv. zobecněných vlastních hodnotách, které vychází z pohybové rovnice pro volné netlumené kmitání (5.19). Řešení této rovnice očekáváme ve tvaru (5.20) s příslušnou druhou derivací (5.21) za jediného předpokladu, že pohyb bude harmonický. [35]

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (5.19)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{v}e^{i\Omega t} \quad (5.20)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = -\Omega^2 \mathbf{v}e^{i\Omega t} \quad (5.21)$$

V rovnicích pro předpokládané řešení (5.20) a (5.21) se vyskytnou dva nové členy. Jde o vektor amplitud kmitání $\mathbf{v}$ a úhlovou frekvenci Ω , z které lze vypočítat vlastní frekvenci f ze vztahu $f = \frac{\Omega}{2\pi}$ [15]. Dosazením těchto rovnic do pohybové (5.19) získáme nový tvar (5.22), který po zkrácení nenulovým faktorem $e^{i\Omega t}$ převedeme na standardní (5.24) tím, že celou rovnici (5.23) vynásobíme maticí $\mathbf{M}^{-1}$ zleva. V rovnici (5.24) může být druhá mocnina úhlové frekvence Ω^2 nahrazena vlastní hodnotou λ , protože platí mezi nimi přepočít $\lambda = \Omega^2$. [15]

$$-\Omega^2 \mathbf{M}\mathbf{v}e^{i\Omega t} + \mathbf{K}\mathbf{v}e^{i\Omega t} = \mathbf{0} \quad (5.22)$$

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M})\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (5.23)$$

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{E})\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (5.24)$$

Determinant matice soustavy (5.24) se nazývá frekvenční determinant. Ten lze rozvinout na polynom n -tého řádu, jehož řešením obdržíme n vlastních úhlových frekvencí neboli n vlastních hodnot matice $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$. Obecně platí, že soustava s n stupni volnosti má n vlastních úhlových frekvencí [35]. Nesmíme zapomínat na skutečnost, že soustava má netriviální řešení ($\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$) pouze tehdy, pokud je frekvenční determinant nulový. To platí v případě, když matice soustavy $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{E}$ je singulární neboli hodnota matice je menší než její řád. [15]

Vlastnosti frekvenčního determinantu dále využijeme při aplikaci stavového prostoru, který převádí pohybové rovnice modelu (5.10) a (5.18) na soustavu (5.19).

5.3 Aplikace stavového prostoru

Z kapitol 5.1.1 a 5.1.2 je evidentní, že matice $\mathbf{M}$, $\mathbf{B}$ a $\mathbf{K}$ jsou řádu $n = 4$ a obsahují pouze reálné prvky. K nalezení vlastních hodnot frekvenčního parametru λ_i a vlastních vektorů $\bar{\mathbf{u}}_i$ je velice výhodné přepsat pohybovou rovnici pro tlumené kmitání (5.25) do stavového prostoru neboli, dle literatury [15], převést soustavu do dvojnásobného řádu $2n$. Aplikací tohoto převodu pomocí tzv. vhodné nuly (5.26) snížíme řád původní pohybové rovnice a obdržíme výslednou soustavu lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu, kterou lze vyjádřit buďto v maticovém (5.27), nebo ve zkráceném tvaru (5.28). [36]

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (5.25)$$

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (5.26)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{q}}' + \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (5.28)$$

Ve zkráceném zápisu (5.28) se u matic ($\mathbf{M}$ a $\mathbf{K}$) a zobecněného parametru ($\mathbf{q}$) objevují horní podtržítka, které značí tzv. rozšířené veličiny [36]. Ty se budou také vyskytovat v předpokládaném řešení (5.29) i v jeho první derivaci (5.30). Vlastní hodnoty bývají zpravidla komplexně sdružené ve tvaru $\lambda_i = -\beta_i \pm i\Omega_{ti}$, kde reálná část β_i představuje útlum a imaginární část Ω_{ti} vlastní úhlovou frekvenci tlumeného kmitání. [15]

$$\bar{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{u}}e^{\lambda t} \quad (5.29)$$

$$\bar{\mathbf{q}}' = \lambda\bar{\mathbf{u}}e^{\lambda t} \quad (5.30)$$

Dále se bude postupovat analogicky jako v předchozí kapitole, když se nejprve do pohybové rovnice (5.28) dosadí předpokládané řešení (5.29) spolu s jeho první derivací (5.30). Následnými matematickými úpravami (5.31–5.32) vznikne konečná soustava lineárních rovnic (5.33), která vede podobně jako rovnice (5.24) na zobecněný problém vlastních hodnot.

$$\lambda\bar{\mathbf{M}}\bar{\mathbf{u}}e^{\lambda t} + \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{u}}e^{\lambda t} = \mathbf{0} \quad (5.31)$$

$$(\bar{\mathbf{K}} + \lambda\bar{\mathbf{M}})\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (5.32)$$

$$(\bar{\mathbf{M}}^{-1}\bar{\mathbf{K}} + \lambda\mathbf{E})\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (5.33)$$

Maticový zápis (5.33) je výhodnější přepsat na tvar (5.34), s kterým budeme přímo pracovat v programovacím jazyku Python při zjišťování vlastních čísel λ_i a pravých vlastních vektorů $\bar{\mathbf{u}}_i$ matice $\mathbf{A}$, kterou si nadefinujeme jako součin matic $\bar{\mathbf{M}}^{-1}\bar{\mathbf{K}}$.

$$(\mathbf{A} + \lambda\mathbf{E})\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (5.34)$$

5.4 Numerické řešení

Předchozí tři kapitoly popisovaly pohybové rovnice analytického modelu, které se převedly do stavového prostoru a upravily na výsledný tvar (5.34), z kterého nyní můžeme spočítat vybrané dynamické charakteristiky v programu Python. Nejprve se zaměříme na výpočet vlastních frekvencí (kapitola 5.4.1) a poté si necháme vykreslit průběhy výchylek (kapitola 5.4.3) od jednotlivých hmot modelu, když nalezneme řešení soustavy rovnic (5.25).

Na začátku provedeme výpočet vlastních frekvencí varianty A, když zvolíme výchozí parametry (Tab. 5) podobně jako z literatury [19] pro původní dvouhmotový model. Hmotné prvky m_1 a m_2 jsou přímo převzaty od dvojice Ishizaka a Flanagan, zatímco hodnoty tlumících členů b_1 až b_4 se už nepatrně liší. Jelikož jednotlivé tuhosti k_1 až k_5 nemají velkou fyziologickou spojitost se skutečnými hlasivkami, jejich velikosti volíme libovolně nezávisle vůči sobě. Následnou citlivostní analýzou naladíme první čtyři vlastní frekvence s přesností na setiny na frekvence, které vyšly z konečnoprvkového modelu. Dále použijeme získané hodnoty parametrů soustavy ve variantě B, které porovnáme s předchozími výsledky a opětovnou citlivostní analýzou naladíme na požadované hodnoty vlastních frekvencí. Na závěr citlivostní analýzy si necháme vykreslit závislosti tuhostí k_1 , k_2 na frekvencích f_1 , f_2 .

V druhé části této kapitoly se budeme nejprve zabývat posuvy x_1 a x_2 , jejichž závislosti na čase vyneseme do grafů. Poté srovnáme výchylky v ose y v jednotlivých přístupech A a B, které taktéž vykreslíme v programu Python. Všechny průběhy budou zkoumány ve zvoleném časovém intervalu s maximální hodnotou 0,05 s.

Tab. 5 Výchozí parametry analytického modelu

HMOTNOSTI	HODNOTY [g]
m_1	0,125
m_2	0,025
PRUŽNINY	HODNOTY [$N \cdot m^{-1}$]
k_1	20,000
k_2	30,000
k_3	40,000
k_4	50,000
k_5	60,000
TLUMIČE	HODNOTY [$Ns \cdot m^{-1}$]
b_1	0,010
b_2	0,050
b_3	0,005
b_4	0,005

5.4.1 Výpočet vlastních frekvencí

Ještě před samotným výpočtem si vypíšeme jednotlivé čtvercové matice $\mathbf{M}$ a $\mathbf{B}$ (5.35), které budou totožné pro oba způsoby řešení. Dále matice tuhosti $\mathbf{K}_A$ (5.36) a $\mathbf{K}_B$ (5.37), kde dolní indexy reprezentují jednotlivé možnosti provedení.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 \end{bmatrix}. \quad (5.35)$$

$$\mathbf{K}_A = \begin{bmatrix} k_1 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 \\ -k_5 & k_2 + k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

$$\mathbf{K}_B = \begin{bmatrix} k_1 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 \\ -k_5 & k_2 + k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 + k_5 & -k_5 \\ 0 & 0 & -k_5 & k_4 + k_5 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Dosazením matic ($\mathbf{M}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{K}_{A(B)}$) do rozšířených ($\bar{\mathbf{M}}$ a $\bar{\mathbf{K}}$) a vhodnou úpravou na matici $\mathbf{A}$ vyřešíme problém vlastních hodnot v jazyce Python. Použijeme k tomu příkaz z balíku `numpy.linalg.eig` ($\mathbf{A}$). Z obdržných 8 vlastních čísel λ budou relevantní pouze 4 hodnoty, protože se jedná o komplexně sdružené kořeny, z jejichž imaginárních částí přepočítáme vlastní úhlové frekvence tlumeného kmitání Ω_{t1-t4} na vlastní frekvence hlasivky f_{1-4} ze známého vztahu $f = \frac{\Omega_t}{2\pi}$.

Vlastní vektory $\bar{\mathbf{u}}_i$ budou mít rozměry jednoho sloupce a osmi řádků a budou rovněž jako vlastní hodnoty komplexně sdružené. Vlastní vektory obecně popisují vlastní tvary kmitání, kterým daná soustava kmitá s příslušnými úhlovými frekvencemi [15]. Útlumy β_i nabývají pouze kladných hodnot. Ve zvláštních případech může dojít k tomu, že pro některé vlastní hodnoty λ obdržíme aperiodický nebo kmitavý pohyb s rostoucí amplitudou [15]. Následující vypočítané hodnoty vlastních frekvencí pro variantu A ukazuje Tab. 6, která slouží jako základ pro citlivostní analýzu v následující kapitole.

Tab. 6 Původní hodnoty vlastních frekvencí

Vlastní úhlové frekvence [$rad \cdot s^{-1}$]		Vlastní frekvence [Hz]	
Veličiny	Hodnoty	Veličiny	Hodnoty
Ω_{t1}	550,19	f_1	87,57
Ω_{t2}	1663,40	f_2	264,74
Ω_{t3}	563,33	f_3	89,98
Ω_{t4}	1410,67	f_4	224,52

5.4.2 Citlivostní analýza

Cílem citlivostní analýzy je naladit první čtyři vlastní frekvence modelu hlasivky na hodnoty z Tab. 4. K dosažení požadovaných vlastních frekvencí využijeme změny jednotlivých tuhostí k_1 až k_5 při zachování konstantních hodnot hmotných a tlumících prvků v soustavě.

Naladění první vlastní frekvence f_1 na požadovanou hodnotu 110 Hz se docílilo zvýšením tuhosti k_1 . Ukázalo se, že s rostoucí tuhostí k_1 (Obr. 31) výrazně roste hodnota frekvence f_1 , zatímco vlastní frekvence f_2 pomalu klesá. Snižováním vedlejší tuhosti k_2 (Obr. 32) v modelu vedlo k získání druhé vlastní frekvenci 239,21 Hz, přičemž obě tuhosti měly podobný průběh. Hlavní rozdíl spočívá v mírném nárůstu frekvence f_1 při měnící se tuhosti k_2 . V grafech (Obr. 31 a Obr. 32) jsou vyznačeny černé puntíky, které ukazují požadované hodnoty frekvencí f_1 a f_2 . Z ladění bylo zjištěno, že tuhosti k_1 a k_2 ovlivňují pouze první dvě vlastní frekvence a jejich změny nemají vliv na zbylé frekvence v soustavě. To znamená, že jak ve variantě A, tak i v B budou jejich hodnoty konstantní. Původní hodnoty pružných členů a nově získané jsou uvedeny v Tab. 7 a hned pod nimi Tab. 8 porovnává jednotlivé vlastní frekvence.

Tab. 7 Porovnání původních a nových pružných parametrů

PARAMETRY PRUŽNÝCH ČLENŮ [$N \cdot m^{-1}$]

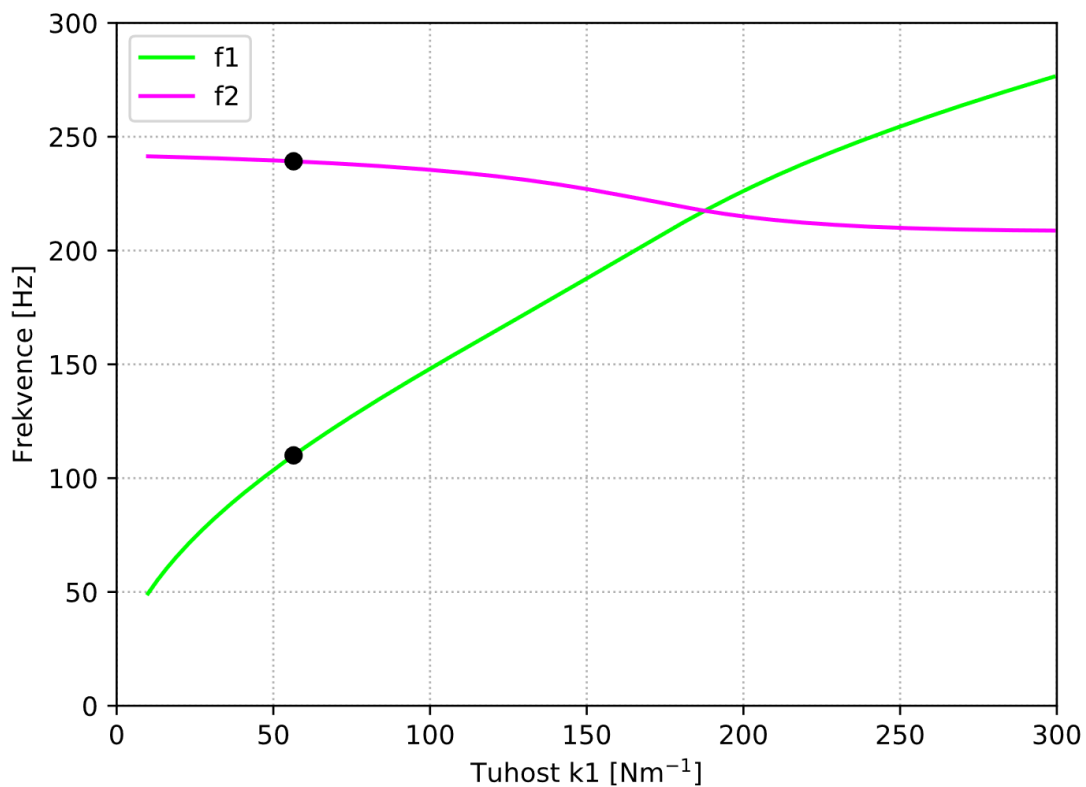
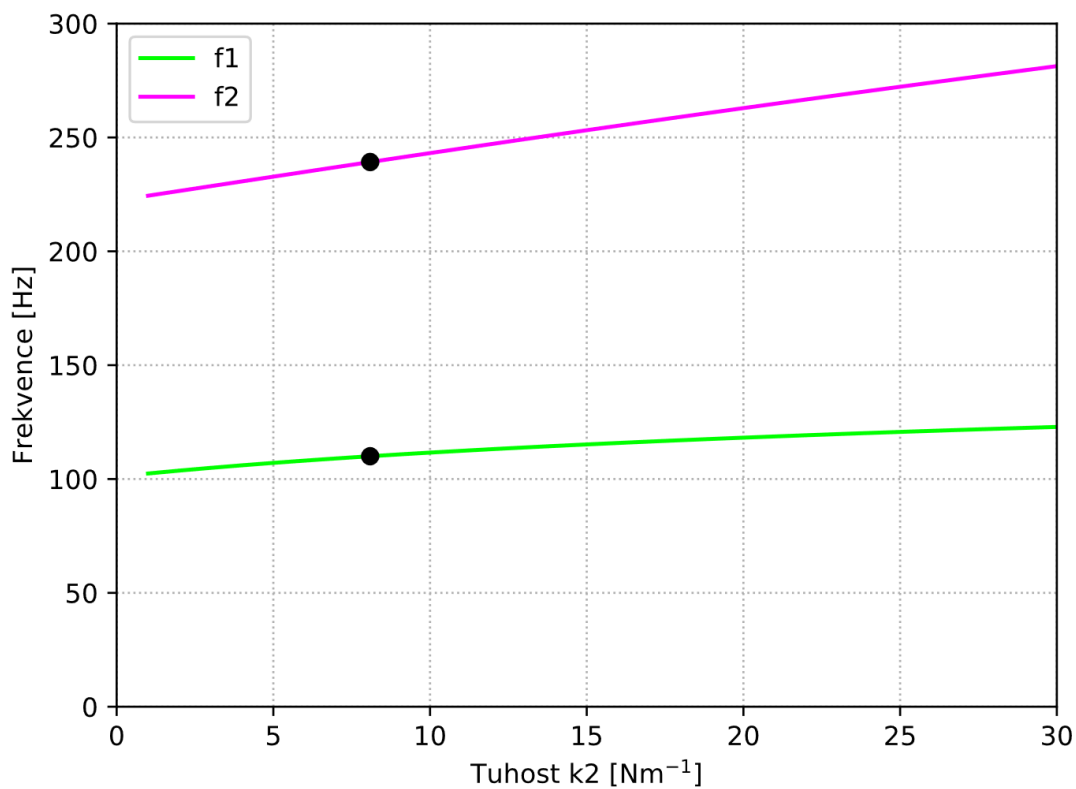
VELIČINY	PŮVODNÍ	VARIANTA A	VARIANTA B
k_1	20,000	56,452	56,452
k_2	30,000	8,089	8,089
k_3	40,000	337,916	345,218
k_4	50,000	143,653	60,643
k_5	60,000	68,000	68,000

Tab. 8 Srovnání původních a nových vlastních frekvencí

VLASTNÍ FREKVENCE ANALYTICKÉHO MODELU [Hz]

VELIČINY	PŮVODNÍ	VARIANTA A	VARIANTA B
f_1	87,57	110,01	110,01
f_2	264,74	239,21	239,21
f_3	89,98	261,66	261,66
f_4	224,52	381,18	381,18

Abychom mohli oba přístupy srovnat (A a B), zvolila se konstantní hodnota pro vazební spojovací tuhost k_5 . Ke stanovení třetí vlastní frekvenci f_3 na 261,66 Hz, která se jen nepatrně liší od druhé frekvence f_2 , bylo zapotřebí nejvyšších hodnot pružných členů k_3 . V obou případech jsou si jednotlivé hodnoty velmi blízké, když nepatrně převyšuje pružný člen k_3 ve variantě B. To už neplatí pro protilehlý člen k_4 v modelu, který bude přibližně 2,4× větší v možnosti A oproti přístupu v B. K naleznutí poslední vlastní frekvence f_4 , jejíž hodnota nabývá 381,18 Hz, postačí v druhé možnosti řešení přibližně stejná hodnota tuhosti k_4 jako pro k_1 , kdežto pro variantu A musí být znatelně vyšší.

Obr. 31 Závislost tuhosti k_1 na frekvencích f_1 a f_2 Obr. 32 Závislost tuhosti k_2 na frekvencích f_1 a f_2

5.4.3 Průběhy výchylek

Ke stanovení jednotlivých výchylek modelu x_1 až y_2 bude zapotřebí vyřešit soustavu diferenciálních rovnic druhého řádu (5.10), respektive (5.18). K tomu použijeme jeden z ODE řešičů z nabídky v jazyku Python, konkrétně se jedná o příkaz *odeint* (). Ten lze aplikovat pouze na soustavu diferenciálních rovnic prvního řádu. Obecně platí, že každá diferenciální rovnice n -tého řádu se dá převést na n diferenciálních rovnic prvního řádu. Za pomoci drobných matematických úprav přepíšeme původní soustavy rovnic (5.10) a (5.18) na požadované (5.38) a (5.39) diferenciální rovnice prvního řádu.

Varianta A

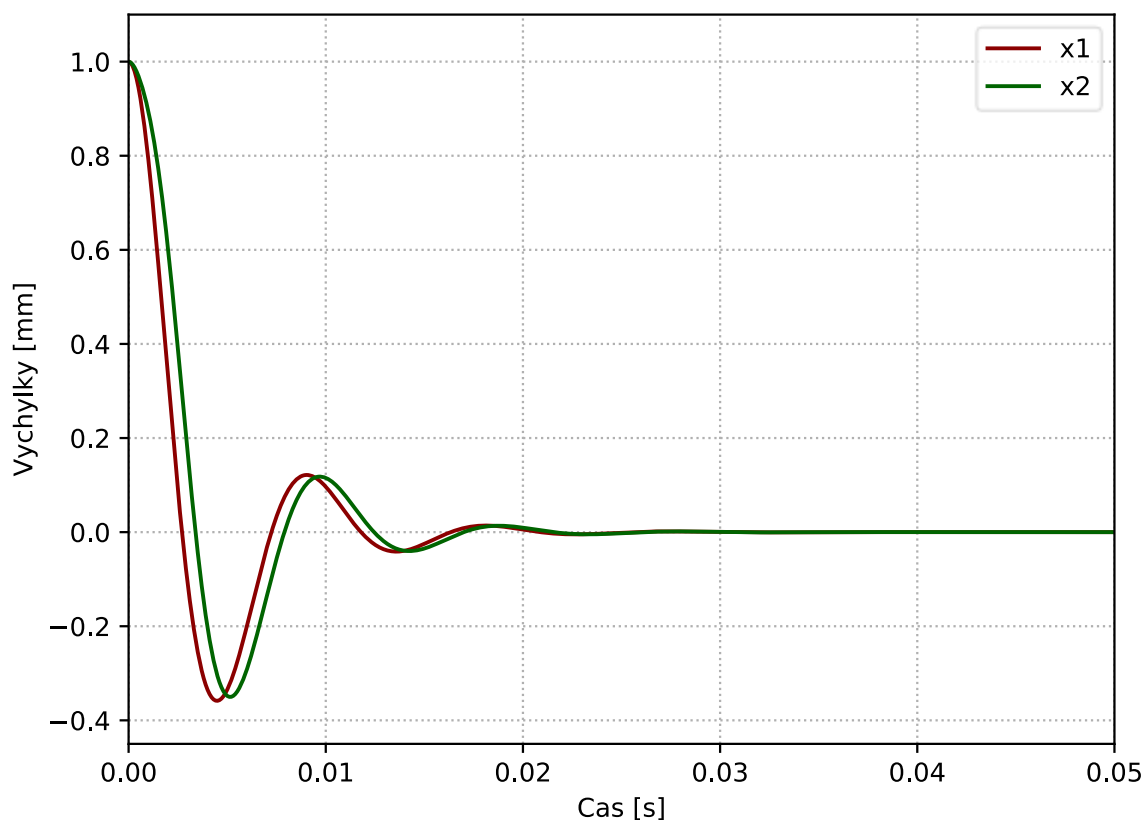
$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_3 \\
 \dot{x}_3 &= -\frac{b_1}{m_1}x_3 - \frac{k_1 + k_5}{m_1}x_1 + \frac{k_5}{m_1}x_2 \\
 \dot{x}_2 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= -\frac{b_2}{m_2}x_4 - \frac{k_2 + k_5}{m_2}x_1 + \frac{k_5}{m_2}x_1 \\
 \dot{y}_1 &= y_3 \\
 \dot{y}_3 &= -\frac{b_3}{m_1}y_3 - \frac{k_3}{m_1}y_1 \\
 \dot{y}_2 &= y_4 \\
 \dot{y}_4 &= -\frac{b_4}{m_2}y_3 - \frac{k_4}{m_2}y_1
 \end{aligned} \tag{5.38}$$

Varianta B

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_3 \\
 \dot{x}_3 &= -\frac{b_1}{m_1}x_3 - \frac{k_1 + k_5}{m_1}x_1 + \frac{k_5}{m_1}x_2 \\
 \dot{x}_2 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= -\frac{b_2}{m_2}x_4 - \frac{k_2 + k_5}{m_2}x_1 + \frac{k_5}{m_2}x_1 \\
 \dot{y}_1 &= y_3 \\
 \dot{y}_3 &= -\frac{b_3}{m_1}y_3 - \frac{k_3 + k_5}{m_1}y_1 + \frac{k_5}{m_1}y_2 \\
 \dot{y}_2 &= y_4 \\
 \dot{y}_4 &= -\frac{b_4}{m_2}y_3 - \frac{k_4 + k_5}{m_2}y_2 + \frac{k_5}{m_2}y_1
 \end{aligned} \tag{5.39}$$

První čtyři rovnice v soustavách (5.38) a (5.39) jsou podle očekávání stejné, zatímco rovnice pro zrychlení $\dot{y}_3$ a $\dot{y}_4$ se už liší. Abychom mohli použít řešič *odeint*(), tak si nejprve musíme nadefinovat vstupní parametry, mezi něž patří vektorové pole, počáteční podmínky a čas. Ty budou podobné jako ve vzorovém příkladu [37] ze SciPy knihovny⁹. Vektorové pole bude funkcí tří veličin. Jedná se o vektor stavových proměnných $\mathbf{w}$, který bude obsahovat všechny derivované členy $\dot{x}_1$ až $\dot{y}_4$. Dále to pak bude čas t spolu s vektorem parametrů $\mathbf{p}$, jenž je složen pouze z prvků v modelu. Volba počátečních podmínek není nikterak omezená, protože charakterizuje počáteční výchylku hlasivky. Pro lepší grafickou názornost byly stanoveny počáteční podmínky na jednotkové.

Následující Obr. 33 ukazuje průběh výchylek v ose x , což by mohlo charakterizovat pohyb slizniční vlny (viz kapitola 3.1.6). Fázové posunutí výchylky x_1 vůči x_2 zapříčiňuje vyšší hodnota tuhosti k_1 oproti tuhosti k_2 .

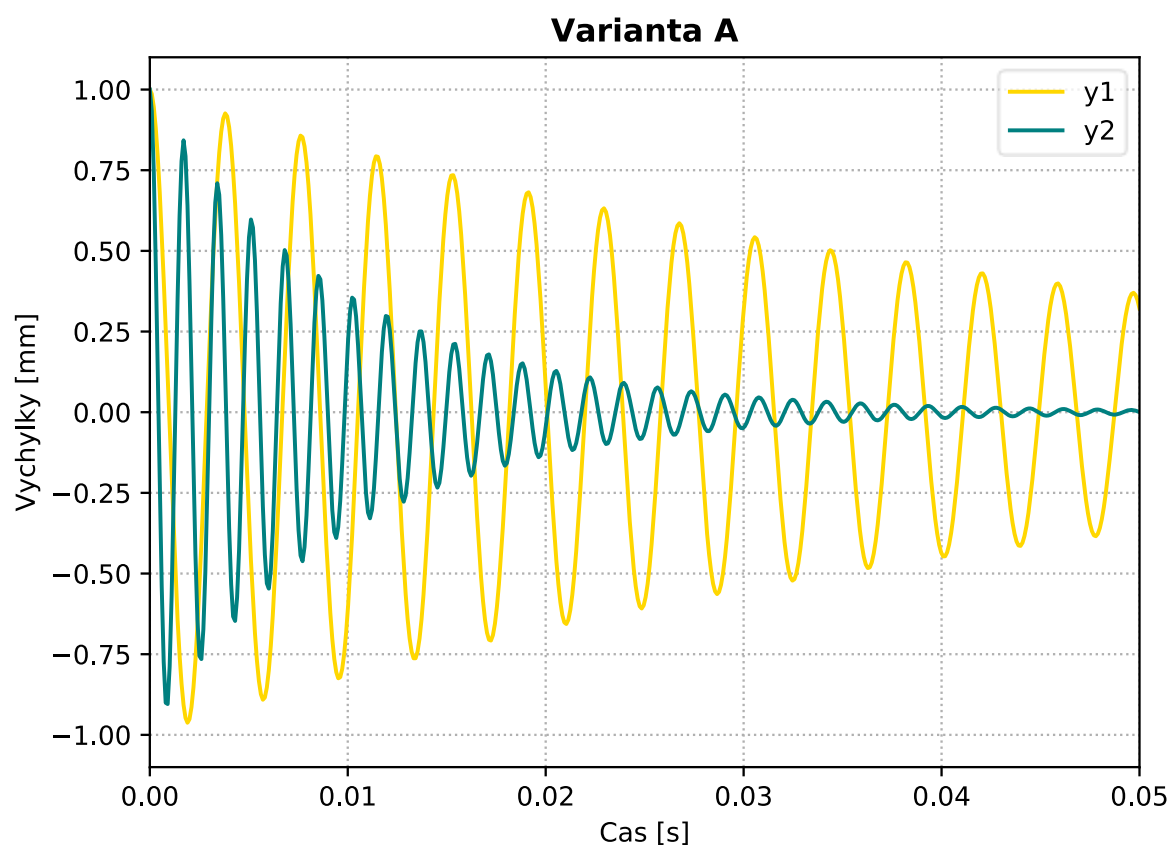
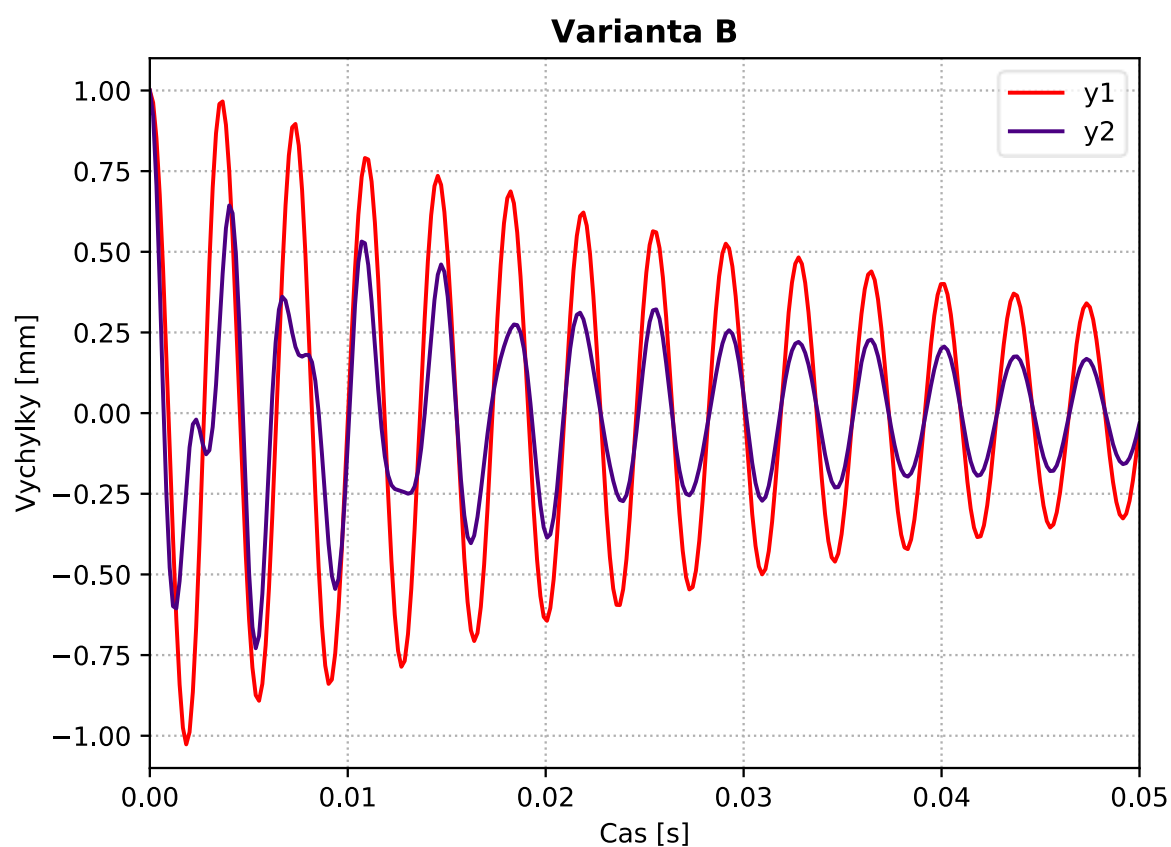


Obr. 33 Průběh výchylek těles v ose x

Výchylky v ose y jsou vykresleny na Obr. 34 a Obr. 35. Z obou průběhů je patrné, že se jedná o podkritické tlumení. Volné netlumené kmitání se dělí na podkritické, kritické a nadkritické [35]. O jaký druh kmitání se jedná, rozhoduje bezrozměrná veličina poměrný útlum b_p . Ten je definován vztahem $b_p = \frac{b}{2\sqrt{km}}$ [15]. V našem případě vycházejí hodnoty poměrného útlumu téměř nulové, tudíž je splněna podmínka pro podkritické tlumení $b_p < 1$.

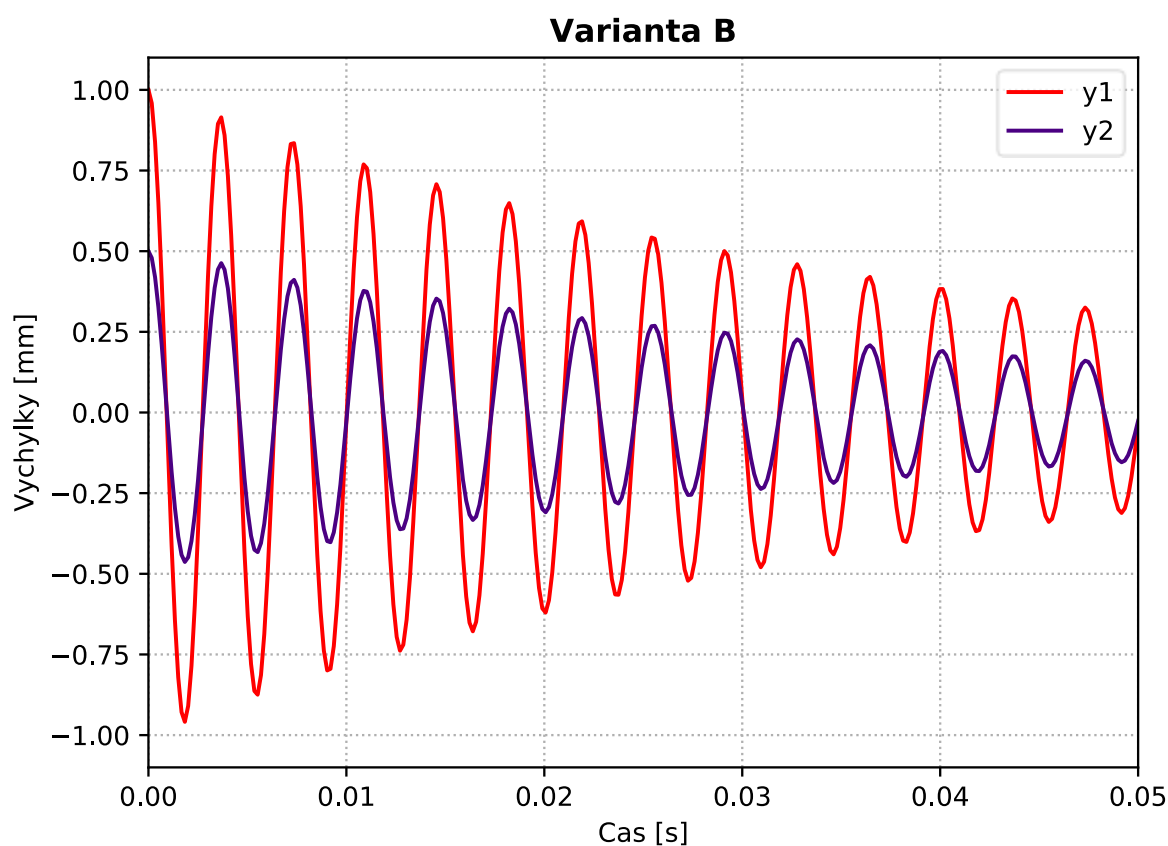
Jelikož ve variantě A neuvažujeme pohyb v ose x , tak jednotlivé posuvy ovlivňují pouze tuhosti k_3 a k_4 ve směru osy y . Lze tedy očekávat průběhy, které se budou v čase exponenciálně zmenšovat. Protože má hmotný člen m_1 větší tuhost než druhý m_2 , bude jeho periodický pohyb ustálenější a jeho útlum nastane v delším časovém intervalu – viz Obr. 34.

⁹ SciPy je volně dostupná knihovna Pythonu, která slouží k vědeckým a technickým výpočtům. [43]

Obr. 34 Průběhy výchylek těles v ose y pro variantu AObr. 35 Průběhy výchylek těles v ose y pro variantu B

Výsledky v druhém přístupu jsou už ovlivněny od vazební spojovací tuhosti k_5 . To se projeví změnou chování hmotného prvku m_2 . Jeho průběh není exponenciální. Z Obr. 35 je patrné, že na začátku kmitá aperiodicky. Výskyt aperiodického pohybu značně ovlivňuje kladná reálná část β_4 vlastní hodnoty λ_4 (viz kapitola 5.4.1). Přibližně za polovinou časového intervalu dojde k ustálení pohybu.

K dosažení periodického pohybu (Obr. 36) bylo zapotřebí změnit počáteční podmínky. Provedla se řada experimentů z intervalu $< -1,1 >$, kdy nejdříve byly použity kladné hodnoty a následně se pracovalo se zápornými. Nakonec se ukázalo, že při poloviční hodnotě původní počáteční podmínky, tedy $y_2(0) = 0,5 \text{ mm}$, bylo dosaženo exponenciálního průběhu hmotnosti m_2 . Důvodem nižší hodnoty nové počáteční podmínky jsou vyšší hodnoty pružného členu k_1 a hmotného členu m_1 . Z Obr. 36 je zřejmé, že pohyby hmotných členů nejsou vůči sobě fázově posunuty.



Obr. 36 Nový průběh výchylky y_2 pro variantu B

6 SROVNÁNÍ PŘÍSTUPŮ

Jedním z cílů bakalářské práce bylo vytvoření konečnoprvkového a analytického modelu a zjištění některých jejích dynamických charakteristik. V obou případech bylo hlavním úkolem naladit první vlastní frekvenci f_1 na hodnotu 110 Hz za použití numerického, respektive analytického řešení. V následující Tab. 9 jsou srovnány přístupy u zmiňovaných modelů formou symbolů. Červený křížek v tabulce značí, že model nevyhovuje dané charakteristice. Celkové vlastnosti jsou tedy kombinací výhod a nevýhod obou přístupů.

Tab. 9 Srovnání numerických a analytických modelů hlasivek

VLASTNOSTI VÝPOČTOVÝCH MODELŮ	KONEČNOPRVKOVÝ	ANALYTICKÝ
• Velký počet stupňů volnosti	✓	✗
• Snadná formulace úlohy	✗	✓
• Nutnost komerčního softwaru	✓	✗
• Vyšší nároky na výpočetní techniku	✓	✗
• Jednoduché ladění vlastních frekvencí	✗	✓
• Zobrazení vlastních tvarů hlasivky	✓	✗
• Velký počet vlastních frekvencí	✓	✗
• Znalost analytické mechaniky	✗	✓
• Ovládání programovacího jazyku	✗	✓
• Možnost vytvoření modelu vyšší úrovně	✓	✗
• Delší výpočetní čas	✓	✗
• Nutnost formulace diferenciálního počtu	✗	✓

7 ZÁVĚR

V první části bakalářské práce byla stručně popsána podstata tvorby lidského hlasu na úrovni současného poznání, anatomie hrtanu a hlasivek. Znalost jednotlivých vlastností lidských hlasivek najde své uplatnění při výpočtovém modelování. Určení materiálových charakteristik patří mezi největší problém u většiny modelů v biomechanice. Proto se hodnoty v odborné literatuře značně liší.

V další části je uveden přehled publikovaných výpočtových modelů. Vývoj dvouhmotových a vícehmotových modelů v období od roku 1972 do současnosti zachycuje časová osa. Konec rešeršní studie se věnuje MKP modelu s M5 geometrií, která reprezentuje vnější tvar hlasivky.

Geometrie konečnoprvkového modelu byla vytvořena na základě rešeršních poznatků a z naměřených hodnot na vyoperovaných lidských hlasívkách. Model geometrie obsahuje čtyři vrstvy tkáně hlasivek. Jedná se o epitel, povrchovou laminu proprii, vaz a sval. Po vytvoření celého modelu následovala modální analýza, ze které se obdržely vlastní frekvence a vlastní tvary hlasivky. Z výsledků analýzy bylo zjištěno, že se zvyšující tuhostí rostou hodnoty vlastních frekvencí.

V další kapitole se zkoumal navržený model s diskrétními parametry. Hlavním kritériem analytického modelu bylo, aby první čtyři vlastní frekvence odpovídaly stejným hodnotám jako v konečnoprvkovém modelu (viz Tab. 4). Varianty modelu se vzájemně lišily pouze ve třetí a čtvrté vlastní frekvenci, což bylo ovlivněno velikostmi tuhostí k_3 a k_4 (viz Tab. 7). Chování modelu se zjišťovalo pomocí výchylek v příslušných osách. Z průběhů posuvů v ose x můžeme vysledovat pohyb slizniční vlny. Charakter kmitání v ose y výrazně ovlivňuje vazební spojovací tuhost k_5 , která zapříčiňuje změnu chování hmotného prvku m_2 . V první variantě kmitá periodicky s exponenciálním útlumem, zatímco ve druhém případě už aperiodicky. K dosažení periodického pohybu postačilo pouze změnit hodnotu počáteční podmínky na poloviční.

Po vytvoření konečnoprvkového a analytického modelu následovalo vzájemné srovnání použitých přístupů a modelů. Výčet vlastností výpočtových modelů ukazuje Tab. 9, která je zpracována formou symbolů pro lepší názornost.

Konečnoprvkové modely mohou mít mnohem vyšší počet stupňů volnosti oproti analytickým modelům. Náš 2D model obsahoval například přes 20 000 stupňů volnosti. V takovém případě hovoříme o modelu vyšší úrovně. Analytický model se svými pěti stupni volnosti může jen stěží konkurovat konečnoprvkovému modelu. Lze tedy očekávat, že s vyšším počtem stupňů volnosti bude potřeba delšího výpočetního času a budou zapotřebí vyšší nároky na výpočetní techniku než u analytických modelů.

Ladění vlastních frekvencí hlasivek se v obou přístupech značně liší. Analytické modely umožňují měnit hodnoty konkrétních vlastních frekvencí nezávisle na sobě. Takové možnosti postrádají konečnoprvkové modely, které ovšem dokáží lépe popisovat chování skutečných hlasivek. Jejich ladění spočívá v citlivostní analýze, která ovlivňuje všechny hodnoty vlastních frekvencí. Mezi velkou výhodou těchto modelů patří možnost znázornění vlastních tvarů kmitů hlasivek.

V dnešní době existuje mnoho programů zabývajících se metodou konečných prvků, ať už se jedná o komerční (Abaqus, ANSYS...) nebo volně dostupné (FreeFem++, Impact...). Uživatelé tyto programy výrazně zjednodušují formulaci úlohy, která bývá matematicky těžce realizovatelná. Prakticky úlohu zpracovávají místo něj. U analytických modelů platí přesný opak, kdy uživatel formuluje a řeší úlohu svépomocí. Jelikož pohybové rovnice těchto modelů reprezentují diferenciální rovnice druhého řádu, analytické řešení se nahrazuje numerickým za pomoci programovacího jazyku (Python, Matlab...).

Můžeme tedy konstatovat, že konečnoprvkové modely lépe popisují chování lidských hlasivek než analytické modely. Výhody těchto modelů převažují nad nevýhodami, které v dnešní době dokážeme snadně eliminovat. Nicméně analytické modely najdou své uplatnění jako studijní pomůcka pro jednoduchost a názornost. Jejich nelineární varianty mohou posloužit při studiu aperiodických kmitů hlasivek, například při přechodu z normálního hlasu do falsetta.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] HRADECKÁ, Zuzana. *Fyziologie lidského hlasového ústrojí*. B.m., 2007. Masarykova univerzita v Brně.
- [2] ŠVEC, Jan. *Studium mechanicko-akustických vlastností zdroje lidského hlasu*. B.m., 1996. Univerzita Palackého v Olomouci.
- [3] MARTÍNEK, Tomáš. *Využití metody konečných prvků pro modelování patologických změn v tkáni lidských hlasivek a jejich projev ve videokymogramu*. B.m., 2013. Vysoké učení technické v Brně.
- [4] PAVLICA, Ondřej. *Výpočtové modelování interakce kmitajících hlasivek s proudem vzduchu*. B.m., 2011. Vysoké učení technické v Brně.
- [5] ČIHÁK, Radomír. *Anatomie 2*. 2. vyd. Praha: Grada Publishing, 2002. ISBN 80-247-0143-X.
- [6] *Multimediální тренажер планирования оšetřователескэ пэче* [online]. [vid. 2017-08-13]. Dostupné z: <http://ose.zshk.cz/media.aspx?id=S8047>
- [7] FENESIS, Heinz a Wolfgang DAUBNER. *Pocket atlas of human anatomy: based on the international nomenclature*. 4. vyd. Stuttgart: Thieme, 2000. ISBN 0-86577-928-7.
- [8] ROSEN, Clark A. a C. Blake SIMPSON. *Operative techniques in laryngology*. Berlin: Springer, 2008. ISBN 978-3-540-25806-3.
- [9] *Prevent the adache guide* [online]. [vid. 2017-08-14]. Dostupné z: <http://preventheadacheguide.info/maqvlar-ventricular-folds.htm>
- [10] MATUG, Michal. *Náhradní hlasivky pro generování zdrojového hlasu*. B.m., 2015. Vysoké učení technické v Brně.
- [11] KLÍMA, Jaromír. *Výpočtové modelování funkce lidských hlasivek*. B.m., 2009. Vysoké učení technické v Brně.
- [12] ŠÍBL, Michal. *Využití metody konečných prvků pro modelování pohybu a napjatosti hlasivek při nastavování do fonačního postavení*. B.m., 2014. Vysoké učení technické v Brně.
- [13] ALIPOUR, Fariborz, C. BRUCKER, D. D. COOK, E. NAUMAN, R. SCHWARZE, I. TOKUDA a Et AL. Mathematical Models and Numerical Schemes for the Simulation of Human Phonation. *Current Bioinformatics* [online]. 2011, 43(0), 323–343. ISSN 15748936. Dostupné z: doi:10.2174/157489311796904655
- [14] *Wikipedia: The Free Encyclopedia: Navier-Stokes equations* [online]. [vid. 2017-10-05]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Navier–Stokes_equations
- [15] JULIŠ, Karel a Rudolf BREPTA. *Mechanika II. díl Dynamika*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1987.
- [16] EWALD, R. Zur Konstruktion der Polsterpfeifen. *Pflügers*. 1898, 152, 171–186.
- [17] FLANAGAN, James L. a Lorinda L. LANDGRAF. Self-Oscillating Source for Vocal-Tract Synthesizers. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* [online]. 1968, AU-16(1), 57–64. ISSN 00189278. Dostupné z: doi:10.1109/TAU.1968.1161949
- [18] KOB, M. *Physical modeling of the singing voice*. B.m., 2002. Aachen Technische Hochschule.

- [19] ISHIZAKA, K. a J. L. FLANAGAN. Synthesis of Voiced Sounds From a Two Mass Model of the Vocal Cords. *Bell System Technical Journal* [online]. 1972, 51(6), 1233–1268. ISSN 15387305. Dostupné z: doi:10.1002/j.1538-7305.1972.tb02651.x
- [20] ISSHIKI, Nobuhiko, Masahiro TANABE, Kenzo ISHIZAKA a David BROAD. Clinical significance of asymmetrical vocal cord tension. *Annals of Otology, Rhinology and Laryngology* [online]. 1977, 86(1), 58–66. ISSN 00034894. Dostupné z: doi:10.1177/000348947708600109
- [21] CVETICANIN, L. Review on mathematical and mechanical models of the vocal cord. *Journal of Applied Mathematics* [online]. 2012, 1–18. ISSN 1110757X. Dostupné z: doi:10.1155/2012/928591
- [22] LOUS, N.J.C, G.C.J HOFMANS, R.N.J VELDHUIS a A HIRSCHBERG. A symmetrical two-mass vocal-fold model coupled to vocal tract and trachea, with application to prosthesis design. B.m., 1998. Eindhoven University of Technology.
- [23] LUCERO, Jorge C a Laura L KOENIG. Simulations of temporal patterns of oral airflow in men and women using a two-mass model of the vocal folds under dynamic control. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2005, 117(3), 1362–1372. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.1853235
- [24] WURZBACHER, Tobias, Raphael SCHWARZ, Michael DÖLLINGER, Ulrich HOPPE, Ulrich EYSHOLDT a Jörg LOHSCHELLER. Model-based classification of nonstationary vocal fold vibrations. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2006, 120(2), 1012–1027. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.2211550
- [25] STORY, Brad H. a Ingo R. TITZE. Voice simulation with a body-cover model of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 1995, 97(2), 1249–1260. ISSN 00014966. Dostupné z: doi:10.1121/1.412234
- [26] TOKUDA, Isao, Jaromír HORÁČEK, Jan G. ŠVEC a Hanspeter HERZEL. Comparison of biomechanical modeling of register transitions and voice instabilities with excised larynx experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2007, 122(1), 519–531. ISSN 1520-8524. Dostupné z: doi:10.1121/1.2741210
- [27] WONG, Darrell, Mabo R. ITO, Neil B. COX a Ingo R. TITZE. Observation of perturbations in a lumped-element model of the vocal folds with application to some pathological cases. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 1991, 89(1), 383–394. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.400472
- [28] TITZE, Ingo R. The physics of small-amplitude oscillation of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 1988, 83(4), 1536–1552. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.395910
- [29] HORACEK, J. a J. G. ŠVEC. Aeroelastic model of vocal-fold-shaped vibrating element for studying the phonation threshold. *Journal of Fluids and Structures* [online]. 2002, 16(7), 931–955. ISSN 0889-9746. Dostupné z: doi:10.1006/jlfs.454
- [30] HORÁČEK, J., P. ŠIDLOF a J.G. ŠVEC. Numerical simulation of self-oscillations of human vocal folds with Hertz model of impact forces. *Journal of Fluids and Structures* [online]. 2005, 20(6), 853–869. ISSN 08899746. Dostupné z: doi:10.1016/j.jfluidstructs.2005.05.003
- [31] HIRANO, Minoru. Official report: phonosurgery, basic and clinical investigations. *The 76th Annual Convention of the Oto-Rhino-Laryngological Society of Japan*. 1975.

- [32] TITZE, Ingo R. *Principles of Voice Production*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1994. ISBN 0-13-717893-x.
- [33] ALIPOUR, Fariborz, David A. BERRY a Ingo R. TITZE. A finite-element model of vocal-fold vibration. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. 2000, 108(6), 3003–3012. ISSN 0001-4966. Dostupné z: doi:10.1121/1.1324678
- [34] ŠVARC, Martin. *Tvorba konečněprvkového modelu lidského vokálního traktu a prostoru okolo hlavy na základě dat z počítačové tomografie*. B.m., 2012. Vysoké učení technické v Brně.
- [35] HOUFÉK, Lubomír. *Dynamika - Přednášky*. B.m., 2011. Vysoké učení technické v Brně.
- [36] MALENOVSKÝ, Eduard. *Studijní opora z předmětu Počítačové metody mechaniky v dynamice*. nedatováno.
- [37] *Cookbook/ CoupledSpring MassSystem - SciPy wiki dump* [online]. [vid. 2018-04-06]. Dostupné z: 1url.cz/vt6Ja
- [38] *The National Center for Voice and Speech - Tutorials* [online]. [vid. 2018-03-31]. Dostupné z: <http://www.ncvs.org/ncvs/tutorials/voiceprod/tutorial/model.html>
- [39] ČERMÁK, Libor. *Výpočtová aeorakustika*. B.m., 2012. Vysoké učení technické v Brně.
- [40] *Encyklopedie CoJeCo - Hertzovy tlaky* [online]. 2006 [vid. 2017-10-20]. Dostupné z: http://www.cojeco.cz/index.php?detail=1&s_lang=2&id_desc=33213
- [41] JAHODA, M. *Počítačová dynamika tekutin - užitečný nástroj pro inženýry* [online]. [vid. 2017-10-05]. Dostupné z: 1url.cz/ht6J3
- [42] *Studijní podklady - Coandův jev* [online]. [vid. 2017-10-05]. Dostupné z: http://ottp.fme.vutbr.cz/vyzkum/coanda/podklady/Coanda_studijni_podklady.pdf
- [43] *Scipy.org - Scipy library* [online]. 2018 [vid. 2018-04-08]. Dostupné z: <https://scipy.org/index.html>
- [44] LINK, Gerhard. *A Finite Element Scheme for Fluid – Solid – Acoustics Interactions and its Application to Human Phonation*. B.m., 2008. Universität Erlangen-Nürnberg.

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

Zkratka	Význam
2D	dvoudimenzionální, dvourozměrný
AV ČR	Akademie věd České republiky
CFD	Computational fluid dynamics
FEM	Finite element method
IF 72 model	originální dvouhmotový model
MKP	Metoda konečných prvků
ODR	obyčejné diferenciální rovnice
PDR	parciální diferenciální rovnice
SLP	superficial lamina propria
SciPy	Scientific Library for Python

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

Symbol	Rozměr	Význam
A	[J]	práce vnějších sil
$\mathbf{A}$	[kg, Ns·m ⁻¹ , N·m ⁻¹]	pomocná matice součinu $\bar{\mathbf{M}}^{-1}\bar{\mathbf{K}}$
$a(x)$	[mm]	proměnná tloušťka aeroelastického modelu
b	[Ns·m ⁻¹]	koeficient tlumení, tlumící člen
b_p	[–]	poměrný útlum
$B(b, \dot{x}, x)$	[N]	nelineární síla tlumícího členu
$\mathbf{B}$	[Ns·m ⁻¹]	matice tlumení
E	[MPa, kPa]	Youngův modul pružnosti, modul v tahu
$\mathbf{E}$	[–]	jednotková matice
E_D	[J]	disipativní energie
E_p	[J]	potenciální energie
E_k	[J]	kinetická energie
F	[N]	budící síla
f	[Hz]	vlastní frekvence
k	[N·m ⁻¹]	tuhost pružiny, pružný člen
$K(k, x)$	[N]	nelineární síla pružného členu
$\mathbf{K}$	[N·m ⁻¹]	matice tuhosti
$\bar{\mathbf{K}}$	[kg, N·m ⁻¹]	rozšířená matice tuhosti
$\mathbf{K}_A$	[N·m ⁻¹]	matice tuhosti pro variantu A
$\mathbf{K}_B$	[N·m ⁻¹]	matice tuhosti pro variantu B
m	[kg]	hmotnost hmotného členu, hmotný člen
$\mathbf{M}$	[kg]	matice hmotnosti
$\bar{\mathbf{M}}$	[kg, Ns·m ⁻¹]	rozšířená matice hmotnosti
$\bar{\mathbf{M}}^{-1}$	[kg, Ns·m ⁻¹]	inverzní matice k rozšířené matice hmotnosti
$\mathbf{p}$	[kg, Ns·m ⁻¹ , N·m ⁻¹]	vektor parametrů
$\ddot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}$	[m·s ⁻² , m·s ⁻¹ , mm]	vektor zobecněných parametrů a jeho časové derivace
$\bar{\mathbf{q}}$	[m·s ⁻¹ , mm]	rozšířený vektor zobecněného parametru
$\bar{\mathbf{q}}^*$	[m·s ⁻² , m·s ⁻¹]	derivace rozšířeného vektoru zobecněného parametru
$\mathbf{u}$	[mm]	vlastní vektor volného netlumeného kmitání
$\bar{\mathbf{u}}$	[mm]	rozšířený vlastní vektor volného tlumeného kmitání
v_{sv}	[m·s ⁻¹]	rychlost slizniční vlny
$\mathbf{v}$	[mm]	vektor amplitud kmitání
W	[W]	výkon vnějších sil
$\mathbf{w}$	[m·s ⁻² , mm]	stavový vektor proměnných
x, y	[mm]	výchylka hmotných prvků v příslušných osách
$\dot{x}, \dot{y}$	[m·s ⁻¹]	rychlost hmotných prvků v příslušných osách
$\ddot{x}, \ddot{y}$	[m·s ⁻²]	zrychlení hmotných prvků v příslušných osách
β	[rad·s ⁻¹]	útlum, reálná část vlastních čísel
λ	[–]	vlastní čísla
μ	[–]	Poissonův poměr
ρ	[kg·m ⁻³]	hustota
Ω	[rad·s ⁻¹]	vlastní úhlová frekvence netlumeného kmitání
Ω_t	[rad·s ⁻¹]	vlastní úhlová frekvence tlumeného kmitání

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Schéma dýchacího ústrojí [3]	17
Obr. 2 Teorie zdroje a filtru [2].....	17
Obr. 3 Nepřímá laryngoskopie (převzato a upraveno z [6])	18
Obr. 4 Kostra hrtanu – přední pohled (převzato a upraveno z [7]).....	19
Obr. 5 Kostra hrtanu – zadní pohled (převzato a upraveno z [7])	19
Obr. 6 Zobrazení a popis hlasivek v řezu (převzato a upraveno z [4])	20
Obr. 7 Struktura a jednotlivé vrstvy hlasivek (převzato a upraveno z [9]).....	21
Obr. 8 Rozdělení schémat podle vrstev (převzato a upraveno z [2]).....	22
Obr. 9 Elastické vlastnosti jednotlivých vrstev hlasivek [2].....	23
Obr. 10 Rozdělení interakcí u PDR modelů (převzato a upraveno z [13]).....	25
Obr. 11 Ewaldova píšťala [2].....	26
Obr. 12 Jednohmotový model.....	27
Obr. 13 Dvouhmotový model	28
Obr. 14 Tříhmotový model body-cover	30
Obr. 15 Tříhmotový model	31
Obr. 16 Model slizniční vlny (převzato a upraveno z [2]).....	33
Obr. 17 Aeroelastický model a) komplexně, b) zjednodušeně [29].....	34
Obr. 18 Hustoty jednotlivých vrstev sítě [13].....	35
Obr. 19 Rozměry modelu hrtanu s hlasivkami [13].....	35
Obr. 20 Schererova M5 geometrie [44]	36
Obr. 21 Jednotlivé cykly během vlastního kmitání hlasivek [13].....	36
Obr. 22 Zachycení proudění v jednom časovém kroku [13].....	36
Obr. 23 Geometrie čtyřvrstvého modelu.....	37
Obr. 24 Jednotlivé vrstvy čtyřvrstvého modelu	38
Obr. 25 Detailní síť konečnoprvkového modelu	39
Obr. 26 První vlastní tvar hlasivky	41
Obr. 27 Druhý vlastní tvar hlasivky.....	41
Obr. 28 Třetí vlastní tvar hlasivky	42
Obr. 29 Čtvrtý vlastní tvar hlasivek	42
Obr. 30 Vytvořený analytický model hlasivek	43
Obr. 31 Závislost tuhosti k_1 na frekvencích f_1 a f_2	51
Obr. 32 Závislost tuhosti k_2 na frekvencích f_1 a f_2	51
Obr. 33 Průběh výchylek těles v ose x	53
Obr. 34 Průběhy výchylek těles v ose y pro variantu A	54
Obr. 35 Průběhy výchylek těles v ose y pro variantu B	54
Obr. 36 Nový průběh výchylky y_2 pro variantu B.....	55

SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Hodnoty Youngova modulu pružnosti	36
Tab. 2 Hodnoty materiálových konstant čtyřvrstvého modelu.....	38
Tab. 3 Nové hodnoty materiálových charakteristik.....	40
Tab. 4 Přehled vlastních frekvencí	40
Tab. 5 Výchozí parametry analytického modelu.....	48
Tab. 6 Původní hodnoty vlastních frekvencí	49
Tab. 7 Porovnání původních a nových pružných parametrů	50
Tab. 8 Srovnání původních a nových vlastních frekvencí.....	50
Tab. 9 Srovnání numerických a analytických modelů hlasivek	56