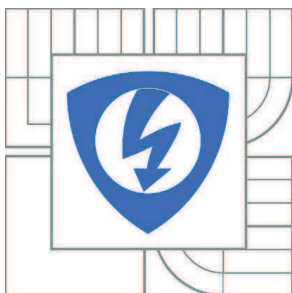


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV TELEKOMUNIKACÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATIONS

VYUŽITÍ FILTRAČNÍCH METOD V NMR MĚŘENÍCH

FILTERING METHODS FOR NMR MEASUREMENTS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

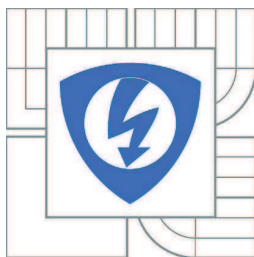
Bc. JIŘÍ NEZHYBA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. EVA GESCHEIDTOVÁ, CSc.

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav telekomunikací

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Telekomunikační a informační technika

Student: Bc. Jiří Nezhyba

ID: 77845

Ročník: 2

Akademický rok: 2009/2010

NÁZEV TÉMATU:

Využití filtračních metod v NMR měřeních

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s principem nukleární magnetické rezonance a filtračními technikami využitelnými v MR tomografii. Navrhněte kritéria hodnocení účinnosti filtrace obrazů a proveďte porovnání vybraných filtračních technik.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] VLAARDINGERBROEK, M.T. Magnetic Resonance Imaging, Springer-Verlag, 2000.
- [2] JAN, J. Medical Image Processing, Reconstruction and Restoration. CRC Press, 2008.
- [3] GRAHAM, R. The digital image. Whettles publishing, 2005.
- [4] FLIEGE, N. J. Multirate Digital Signal Processing. John Wiley & Sons, Chichester 1996.

Termín zadání: 29.1.2010

Termín odevzdání: 26.5.2010

Vedoucí práce: prof. Ing. Eva Gescheidtová, CSc.

prof. Ing. Kamil Vrba, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá vlnkovou transformací a jejím využitím při zpracování a odstraňování šumu ze snímků pořízených nukleární magnetickou rezonancí.

Definuje základní pojmy v této problematice jako jsou mateřská vlnka či prahování. Především však popisuje princip vlnkové transformace, prahovací techniky a kritéria hodnocení účinnosti filtrace. Je zde popsána spojitost mezi vlnkovou transformací a bankami číslicových filtrů.

V experimentální části je popsána navržená filtrační metoda odstranění šumu ze snímku pořízeného technikou nukleární magnetické rezonance. Byly aplikovány různé druhy mateřských vlnek. Vyhodnocení účinnosti filtrace bylo provedeno pomocí poměru signálu k šumu, relativního kontrastu a strmosti změny intenzity signálu. Dále se věnuje porovnání vlastností obrazu a výběru mateřské vlnky na základě vlastností obrazu. Obrazy byly porovnány z hlediska jejich histogramu, kumulativního histogramu, k-prostoru a difference obrazu.

Klíčová slova

Vlnková transformace, mateřská vlnka, prahování, filtrační metoda, odstranění šumu

Abstract

This master's thesis deals with the wavelet transform and its use in processing and removing noise from images acquired by nuclear magnetic resonance.

It defines fundamental terms for this work as mother wavelet or thresholding. Above all, it describes the principle of wavelet transform, thresholding techniques and criteria for evaluating the effectiveness of filtration. It describes the relation between wavelet transforms and digital filter banks.

The experimental section describes the designed filtering method for removing noise from an image captured by the technique of nuclear magnetic resonance. We applied to different kinds of mother wavelets. Evaluation of the effectiveness of filtering was performed using the signal to noise ratio, relative contrast and the steepness of the intensity changes in signal intensity. It also discusses the comparison of properties of the image and selecting the mother wavelets based on image characteristics. Images were compared in terms of a histogram, cumulative histogram, k-space and the difference image.

Keywords

Wavelet transformation, mother wavelet, thresholding, filtering method, noise reduction

NEZHYBA, J. *Využití filtračních metod v NMR měřeních*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010. 53 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Eva Gescheidtová, CSc.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma „VYUŽITÍ FILTRAČNÍCH TECHNIK V NMR MĚŘENÍCH” jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

.....
podpis autora

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucí diplomové práce prof. Ing. Evě Gescheidtové, CSc. a prof. Ing. Karlu Bartuškoví, DrSc., za velmi užitečnou metodickou pomoc a cenné rady při zpracování diplomové práce.

V Brně dne

.....
podpis autora

Obsah

1 Úvod.....	10
2 Vlnková transformace.....	11
2.1 Spojitá vlnková transformace	12
2.2 Diskrétní vlnková transformace.....	12
2.3 Mateřské vlnky	14
2.3.1 Vlnka Maxican hat.....	14
2.3.2 Morletova vlnka	15
2.3.2 Haarova vlnka	15
2.3.3 Vlnky Daubechies.....	16
2.3.4 Vlnky Symlet	16
2.3.5 Vlnky Coiflet	17
2.3.6 Vlnky Biorthogonal	17
2.3.7 Vlnky Reverse Biorthogonal	18
3 Banky filtrů	19
3.1 Podvzorkování signálu.....	19
3.2 Nadvzorkování signálu	19
3.3 Banka filtrů pro analýzu signálu	20
3.4 Banka filtrů pro syntézu signálu	21
3.5 Dvoukanálová banka filtrů.....	21
4 Dvourozměrná vlnková transformace.....	22
5 Odstraňování šumu pomocí vlnkové transformace	24
5.1 Techniky prahování	25
5.1.1 Tvrdé prahování	25
5.1.2 Měkké prahování	26
5.1.3 Poloměkké prahování	27
5.1.4 Prahování nezáporná garota.....	27
5.1.5 Hyperbolické prahování.....	28
6 Kritéria hodnocení účinnosti filtrace	29
6.1 Poměr signálu k šumu.....	29
6.2 Změna kontrastu	29
6.3 Strmost změny intenzity signálu v obraze	29
7 Experimentální část.....	31
7.1 Filtrace obrazu	31
7.1.1 Hodnocení účinnosti filtrace pomocí poměru signálu k šumu	34

7.1.2 Hodnocení účinnosti filtrace pomocí relativního kontrastu.....	35
7.1.3 Hodnocení účinnosti filtrace pomocí strmosti změny intenzity signálu.....	36
7.1.4 Porovnání kritérií hodnocení účinnosti filtrace.....	39
7.2 Vyhodnocení vlastností obrazů.....	41
7.2.1 Porovnání obrazů podle histogramu	41
7.2.2 Porovnání obrazů podle kumulativního histogramu	43
7.2.3 Porovnání obrazů podle k-prostoru.....	45
7.2.4 Porovnání obrazů podle difference obrazu.....	46
8 Závěr	49
Použitá literatura	50

Seznam obrázků

Obr. 2.1: Srovnání časově-kmitočtového rozlišení STFT (vlevo) a WT (vpravo)	11
Obr. 2.2: Dvojková mřížka v prostoru čas-měřítko	13
Obr. 2.3: Princip rozkladu signálu u DWT	14
Obr. 2.4: Mateřská vlnka Mexican hat	14
Obr. 2.5: Morletova vlnka.....	15
Obr. 2.6: Harrova vlnka	15
Obr. 2.7: Mateřská vlnka Daubechies 3. řádu (db3).....	16
Obr. 2.8: Mateřská vlnka Symlet 2. řádu (sym2).....	16
Obr. 2.9: Mateřská vlnka Coiflet 1.řádu (coif1)	17
Obr. 2.10: Mateřská vlnka Biorthogonal (bior1.5)	17
Obr. 2.11: Mateřská vlnka Reverse Biorthogonal (rbio1.5)	18
Obr. 3.1: Blokové schéma podvzorkování (decimace) číslicového signálu	19
Obr. 3.2: Blokové schéma nadvzorkování (interpolace) diskrétního signálu.....	20
Obr. 3.3: Blokové schéma analýzy signálu bankou filtrů.....	20
Obr. 3.4: Blokové schéma syntézy signálu bankou filtrů	21
Obr. 3.5: Blokové schéma kvadraturních zrcadlových filtrů.....	21
Obr. 4.1: Dvourozměrná vlnková transformace a) dekompozice, b) rekonstrukce	22
Obr. 4.2: Dekompozice obrazu pomocí 2D-DWT transformace do 3. úrovně.....	23
Obr. 5.1: Tvrdé prahování pro prah $\lambda = 3$	26
Obr. 5.2: Měkké prahování pro prah $\lambda = 3$	26
Obr. 5.3: Poloměkké prahování s prahy $\lambda_1 = 3$ a $\lambda_2 = 5$	27
Obr. 5.4: Prahování nezápornou garotou s prahem $\lambda = 3$	28
Obr. 5.5: Prahování hyperbolické s prahem $\lambda = 3$	28
Obr. 6.1: Strmost změny intenzity signálu v obraze.....	30
Obr. 7.1: Snímek obsahující šum a) snímek reprezentovaný komplexními daty, b) reálná část snímku, c) imaginární část snímku	32
Obr. 7.2: Mateřské vlnky použité pro odstranění šumu z obrazu	33
Obr. 7.3: Srovnání originálního snímku se snímky po filtraci mateřskými vlnkami a) originální snímek, b) Haarova vlnka, c) vlnka Daubechies 3. řádu, d) vlnka Symlet 2. řádu, e) vlnka Biorthogonal 1.5	34
Obr. 7.4: Snímek s vyznačenými oblastmi zájmu pro vyhodnocení poměru signálu k šumu.....	34
Obr. 7.5: Snímek s vyznačenými oblastmi zájmu pro vyhodnocení relativního kontrastu	35

Obr. 7.6: Srovnání průběhu signálu, v prvním místě vybraném pro určení hodnoty strmosti, originálního snímku a snímků po filtraci mateřskými vlnkami a) originální snímek, b) Haarova vlnka, c) vlnka Daubechies 3. řádu, d) vlnka Symlet 2. řádu, e) vlnka Biorthogonal 1.5	37
Obr. 7.7: Srovnání průběhu signálu, v druhém místě vybraném pro určení hodnoty strmosti, originálního snímku a snímků po filtraci mateřskými vlnkami	38
Obr. 7.8: Graf závislosti poměru SNR na C_{rel} použitých vlnek	40
Obr. 7.9: Graf závislosti poměru SNR na m použitých vlnek	40
Obr. 7.10: Srovnání obrazů s rozlišením 512×512 bodů a histogramů a) obraz čtvercového kontejneru, b) obraz podélného řezu trupu, c) obraz podélného řezu hlavy	42
Obr. 7.11: Srovnání obrazů s rozlišením 384×512 bodů a 512×384 bodů a histogramů a) obraz příčného řezu hlavy 1, b) obraz příčného řezu hlavy 2, c) obraz příčného řezu hlavy 3	43
Obr. 7.12: Srovnání obrazů s rozlišením 512×512 bodů a kumulativních histogramů a) obraz čtvercového kontejneru, b) obraz podélného řezu trupu, c) obraz podélného řezu hlavy osy	44
Obr. 7.13: Srovnání obrazů s rozlišením 384×512 bodů a 512×384 bodů a kumulativních histogramů a) obraz příčného řezu hlavy 1, b) obraz příčného řezu hlavy 2, c) obraz příčného řezu hlavy 3	45
Obr. 7.14: Srovnání k-prostorů obrazů a) obraz čtvercového kontejneru, b) obraz podélného řezu trupu, c) obraz podélného řezu hlavy, d) obraz příčného řezu hlavy 1, e) obraz příčného řezu hlavy 2, f) obraz příčného řezu hlavy 3	46
Obr. 7.15: Srovnání diferencovaných obrazů a histogramů a) obraz čtvercového kontejneru, b) obraz podélného řezu trupu, c) obraz podélného řezu hlavy	47
Obr. 7.16: Srovnání diferencovaných obrazů a histogramů a) obraz příčného řezu hlavy 1, b) obraz příčného řezu hlavy 2, c) obraz příčného řezu hlavy 3	48

1 Úvod

V současné době výpočetní a komunikační techniky se každý z nás denně setkává s jistou formou reprezentace obrazové informace, ať už klasickým procesem snímání nebo počítačovým zpracováním. Výhodou počítačového zpracování obrazu je jeho rychlost, možnost pozdější úpravy zpracovávaného obrazu, velký výběr technik pro zpracování obrazu a jednoduché získávání informací z obrazu. Zpracování obrazu se používá téměř ve všech oblastech lidské činnosti, a proto se velmi rychle rozvíjí. Pod zpracováním obrazu se rozumí určitý definovaný proces, při kterém dochází k úpravě vizuální informace obsažené v obraze. Mezi tyto procesy je možné zařadit i vlnkovou transformaci, která se například používá ke kompresi obrazů nebo k odstraňování šumu z obrazů.

Druhá kapitola je zaměřena na vlnkovou transformaci, její modifikace a mateřskou vlnku. Jsou zde popsány vlastnosti některých běžně používaných typů vlnek.

Třetí kapitola je věnována bankám filtrů a jejich využití pro realizaci vlnkové transformace.

Čtvrtá kapitola pojednává o dekompozici a rekonstrukci obrazu při dvourozměrné vlnkové transformaci.

Pátá kapitola je věnována filtraci šumu ze signálu pomocí vlnkové transformace. Jsou zde popsány prahovací techniky.

Šestá kapitola je zaměřena na kritéria pro hodnocení kvality filtrace MR obrazu.

V sedmé kapitole je popsána experimentální část diplomové práce. Je zde navržena metoda odstranění šumu z MR obrazu čtvercového kontejneru, v němž je umístěna kyveta s roztokem vody a síranu nikelnatého. Bylo provedeno zhodnocení účinnosti navržené metody odstranění šumu z obrazu. Dále jsou zde porovnány vlastnosti biomedicínských obrazů a možnost výběru vlnky na základě těchto vlastností.

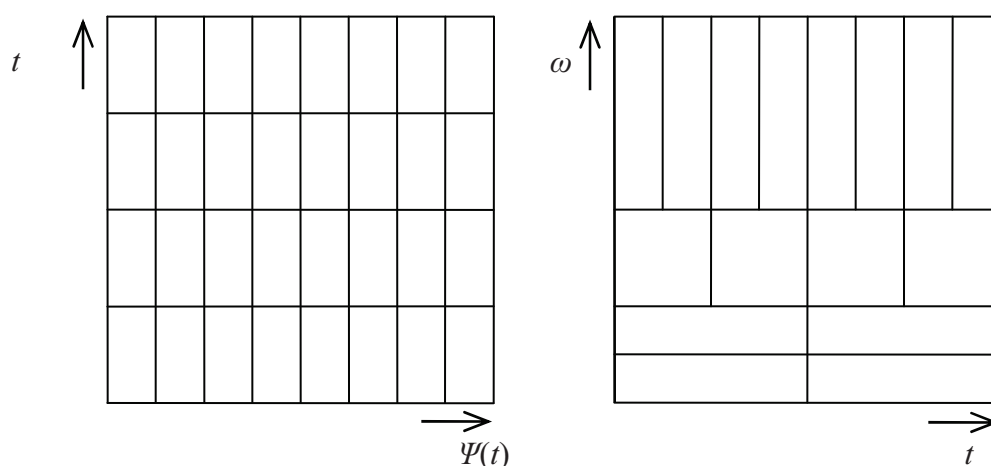
2 Vlnková transformace

Vlnková transformace, také nazývaná waveletová transformace (WT), je poměrně nová metoda ve zpracování signálu, která se objevila v 80-tých letech 20. století. Vznikla jako výsledek snahy o získání lepšího časově-kmitočtového popisu signálů, než který byl do této doby možný pomocí Fourierovy transformace.

Fourierova transformace (FT) poskytuje informaci o tom, které kmitočty se v signálu nacházejí, ale neříká nic o jejich poloze v čase. Proto se používá pro analýzu stacionárních signálů, u kterých se nemění kmitočty. Jako řešení daného problému se používá Fourierova transformace s okénkem (Short-time Fourier Transform, STFT) [1]. Princip STFT je založen na rozložení signálu na intervaly, na kterých lze signál považovat za stacionární. Signály z jednotlivých intervalů jsou násobeny časovou okénkovou funkcí w (časové okénko) a poté je provedena FT. Výsledek STFT je závislý na volbě šířky časového okénka, protože dle Heisenbergova principu neurčitosti nelze zároveň určit přesně kmitočet a jeho polohu výskytu v čase. Pro dlouhé časové okno získáme výbornou rozlišitelnost v kmitočtu a špatnou v čase. V případě krátkého časového okna získáme výbornou rozlišitelnost v čase a špatnou v kmitočtu. Proto musí být šířka okna kompromisem mezi časovou a kmitočtovou přesností. Tato šířka je konstantní po celou dobu výpočtu, čímž se liší STFT od WT. Na obr. 2.1 je naznačeno srovnání časově-kmitočtového rozlišení STFT a WT.

Vlnková transformace vychází ze stejné myšlenky jako STFT, ale snaží se o dosažení optimálního poměru rozlišitelnosti v kmitočtu i v čase změnou parametrů časového okna. Místo časového okna je jako základní stavební prvek použita mateřská vlnka (wavelet). Mateřské vlnky jsou časově omezené signály, které se náhle objeví, zakmitají a zase zmizí.

Vlnková transformace pracuje na principu porovnávání vybrané mateřské vlnky se zpracovávaným signálem, přičemž je možné měnit vlastnosti vlnky. Lze u ní měnit měřítko ve vodorovné ose (*kmitočet*) a *polohu* vlnky ve směru horizontální osy. Tyto parametry se označují jako *měřítková funkce* $\varphi(x)$ (scaling function). Tvar mateřské vlnky je dán *vlnkovou funkcí*.



Obr. 2.1: Srovnání časově-kmitočtového rozlišení STFT (vlevo) a WT (vpravo)

Dále budou popsány dva typy vlnkových transformací. Prvním typem je spojitá vlnková transformace (CWT), která se používá pro spojitý vstupní signál i vlnkovou funkci. Má také spojitou změnu měřítka a posunutí. Druhým typem je diskrétní vlnková transformace (DWT), která pracuje se spojitým vstupním signálem a vlnkovou funkcí. Změna měřítka a posunutí je prováděna diskrétně.

V současnosti je vlnkové transformaci věnována velká pozornost, protože díky jejím vlastnostem se stala velice platným nástrojem při zpracování spojitých i diskrétních signálů a lze ji využít v různých oblastech lidské činnosti (telekomunikace, biomedicína, seismika, komprese dat, apod.).

2.1 Spojitá vlnková transformace

Vlnková funkce $\psi(t)$ mateřské vlnky[2][3] je definována vztahem

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right), \quad (2.1)$$

kde $s, \tau \in \mathbb{R}$, $s \neq 0$. Vlnka je popsána dvěma spojitými proměnnými parametry. Parametr s , sloužící ke změně šířky vlnky (dilatace), se nazývá měřítko a parametr τ , sloužící k umístění na časové ose (translace), se označuje jako poloha. Oba parametry dohromady tvoří tzv. měřítkovou funkci $\varphi(x)$. Člen $1/\sqrt{s}$ zajišťuje zachování energie vlnky při změně měřítka. Spojitá vlnková transformace (Continuous Wavelet Transform, CWT) je dána vztahem

$$S_{\text{CWT}}(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt, \quad (2.2)$$

kde $\psi^*(t)$ označuje komplexně sdruženou funkci, protože obecně mohou být vlnky i komplexní.

2.2 Diskrétní vlnková transformace

V předchozí kapitole byla rozebrána spojitá vlnková transformace, při které je vlnka spojitě posouvána po analyzovaném signálu a měřítko je také měněno spojitě. Teoreticky výsledkem transformace je nekonečné množství vlnkových koeficientů. Většina takto vzniklých koeficientů je ale nepotřebná čili redundantní. Pro odstranění redundance je používána modifikace CWT se závislostí měřítka a translace.

Neredundantní rozklad signálu zajistíme vhodnou dvojkovou závislostí parametrů s a τ , při které je vytvořena z vhodné vlnky $\psi(t)$ ortogonální báze [2][3]

$$s = 2^p, \tau = 2^p \cdot k \quad \text{pro } p, k \in \mathbb{Z}. \quad (2.3)$$

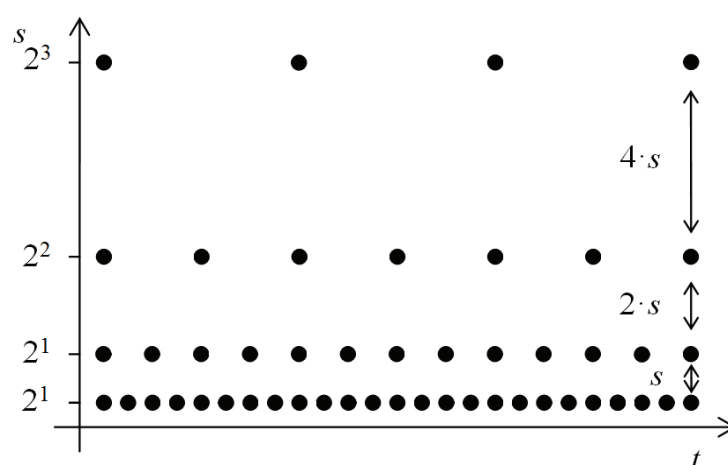
Vlnka je dána rovnicí

$$\psi_{k,p}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^p}} \cdot \psi\left(\frac{t - 2^p \cdot k}{2^p}\right), \quad (2.4)$$

kde p odpovídá měřítku a k poloze vlnky. Díky ortogonalitě vybrané vlnky je umožněna neredundantní dekompozice signálu tzv. analýza s mnoha rozlišeními (Multiresolution Analysis Decomposition), což je princip diskrétní vlnkové transformace (Discrete Wavelet Transform, DWT). Samotná diskrétní vlnková transformace je definována vztahem

$$S_{\text{DWT}}(k, p) = \frac{1}{\sqrt{2^p}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \psi^* \left(\frac{t - 2^p \cdot k}{2^p} \right) dt, \quad (2.5)$$

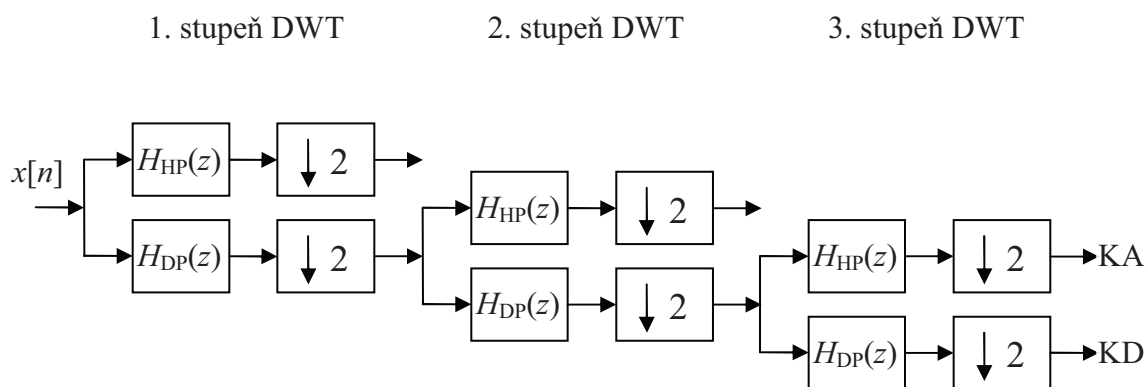
kde $\psi^*(t)$ označuje komplexně sdruženou funkci. DWT je speciálně vzorkovaná CWT, kdy vzorkování časově-měřítkového prostoru probíhá na tzv. dvojkové mřížce jak je patrné z obr. 2.2.



Obr. 2.2: Dvojková mřížka v prostoru čas-měřítko

Vstupní signál prochází filtry typu horní propust $H_{\text{HP}}(z)$ a dolní propust $H_{\text{DP}}(z)$. Vlnková funkce $\psi(t)$ definovaná vztahem 2.5 se chová jako horní propust filtrující vstupní signál od poloviny kmitočtového pásma směrem k vyšším kmitočtům. Pro zvolené měřítko však zůstává nepokryto pásmo od nižších kmitočtů do nuly. Proto je od vlnkové funkce odvozena měřítková funkce, která má charakter dolní propusti. Dvojice filtrů $H_{\text{HP}}(z)$ a $H_{\text{DP}}(z)$ tvoří pár tzv. kvadraturních zrcadlových filtrů (QMF) s komplementárními propustnými pásmy.

Signály na výstupu obou filtrů jsou podvzorkovány na polovinu vstupních vzorků. Filtrací vstupního signálu pomocí horní propusti dostaneme tzv. koeficienty detailů (KD) DWT a dolní propustí dostaneme koeficienty aproximace (KA). Díky podvzorkování je celkový počet koeficientů po jednom kroku filtrace shodný jako počet vstupních vzorků. Koeficienty aproximace lze dále analyzovat shodným rozkladem filtry a obdržet tak další soubor koeficientů aproximace a detailů. Postup se může opakovat dokud máme nějaké vzorky [4]. Půlení kmitočtových pásem je znázorněno na obr. 2.3. Pro zpětnou syntézu signálu jsou potřebné i všechny výstupy horních propustí, i když se při rozkladu nezpracovávají.



Obr. 2.3: Princip rozkladu signálu u DWT

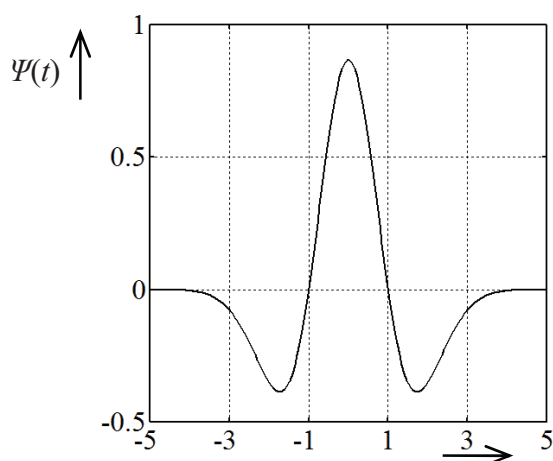
2.3 Mateřské vlnky

Pojmem mateřská vlnka se označuje základní vlnka (wavelet) $\psi_{a,b}(t)$. Změnou měřítka a posunem v čase jsou vytvářeny další vlnky stejného tvaru, jejichž průběh je roztažen nebo stlačen a posunut. Mateřská vlnka musí mít nulovou střední hodnotu. Nenulovou střední hodnotu mohou mít jen ty vlnky, které jsou definovány na konečném časovém intervalu, což splňují vlnky s kompaktním nosičem. Další důležitou vlastností vlnkových funkcí je ortogonalita jejich bází [5].

V současnosti existuje něco okolo 400 typů mateřských vlnek, které se liší svými vlastnostmi a tím i svým možným užitím v konkrétních aplikacích. Následuje přehled některých často užívaných typů mateřských vlnek se stručnou charakteristikou.

2.3.1 Vlnka Mexican hat

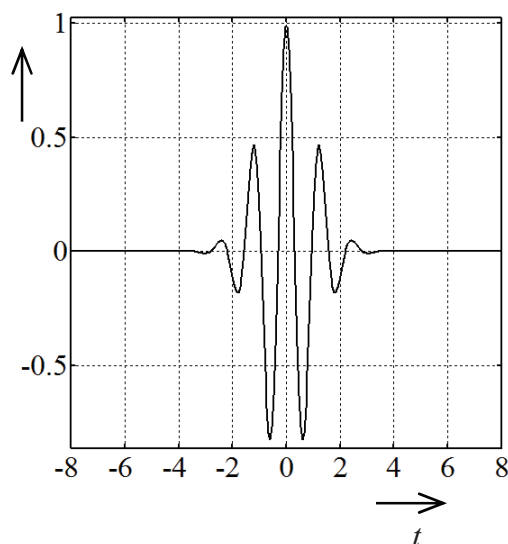
Vlnka Mexican hat (mexický klobouk), která je zobrazena na obr. 2.4, má tvar druhé derivace průběhu hustoty pravděpodobnosti Gaussova rozdělení. Je symetrická, nemá kompaktní nosič, vhodná pro CWT a není ortogonální (nelze použít pro DWT).



Obr. 2.4: Mateřská vlnka Mexican hat

2.3.2 Morletova vlnka

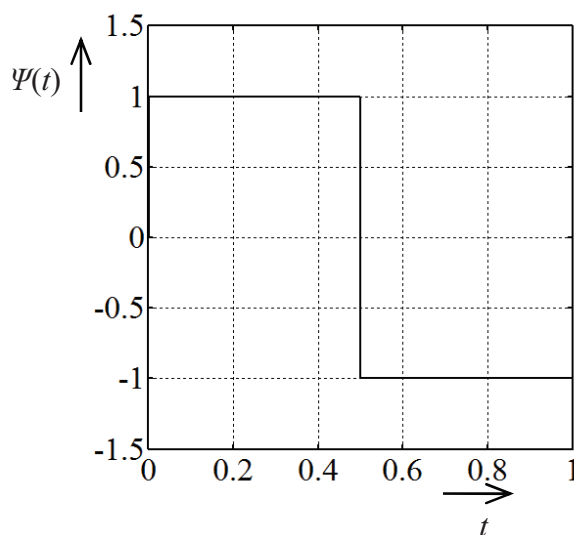
Morletova vlnka (obr. 2.5) má tvar komplexní funkce sinus modulované Gaussovským oknem. Je kompromisem mezi polohovou lokalizací jednorázových dějů a kmitočtovým rozlišením. Je symetrická, nemá kompaktní nosič, vhodná pro CWT a není ortogonální (nelze použít pro DWT).



Obr. 2.5: Morletova vlnka

2.3.2 Haarova vlnka

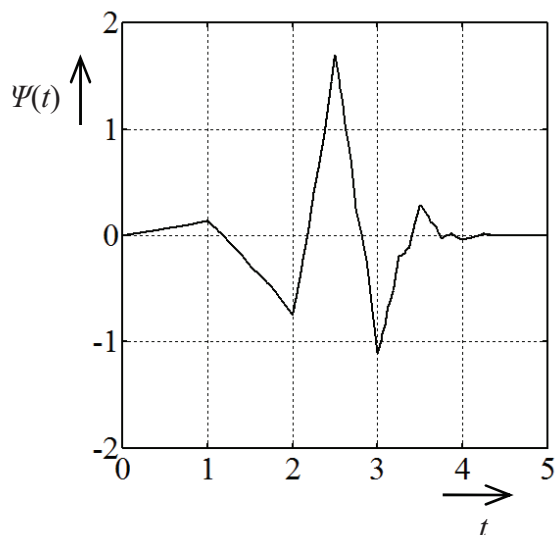
Harrova vlnka (obr. 2.6) je velmi jednoduchá, ale neumožňuje hladkou rekonstrukci. Bývá také označována jako vlnka Daubechies 1. řádu. Je symetrická, má kompaktní nosič, vhodná pro CWT i DWT, ortogonální, jednoduché a efektivní použití.



Obr. 2.6: Harrova vlnka

2.3.3 Vlnky Daubechies

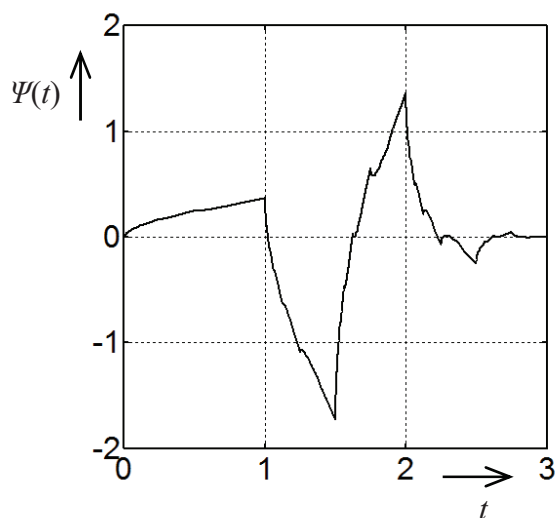
Vlnky Daubechies jsou skupinou ortogonálních vlnek vhodných pro CWT i DWT. Vlnky se liší svým řádem jak je patrné z jejich značení dbN , kde $N \geq 1$ udává řád vlnky. Jsou asymetrické (kromě vlnky prvního řádu) s kompaktním nosičem $2N - 1$. Na obr. 2.7 je zobrazena vlnka Daubechies 3. řádu ($db3$).



Obr. 2.7: Mateřská vlnka Daubechies 3. řádu ($db3$)

2.3.4 Vlnky Symlet

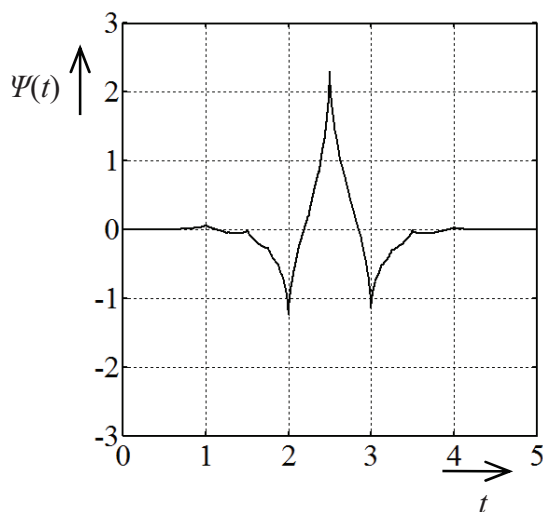
Vlnky Symlet ($symN$) jsou ortogonální vlnky řádu $N \geq 2$ vhodné pro CWT i DWT. Všechny vlnky jsou asymetrické s kompaktním nosičem délky $2N - 1$.



Obr. 2.8: Mateřská vlnka Symlet 2. řádu ($sym2$)

2.3.5 Vlnky Coiflet

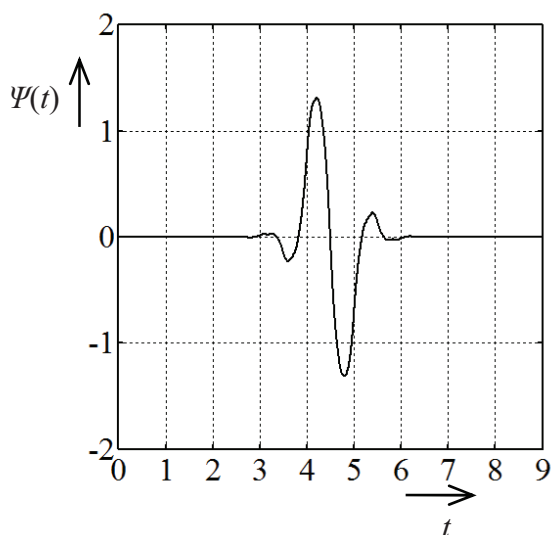
Vlnky Coiflet ($\text{coif}N$) jsou ortogonální mateřské vlnky vhodné pro CWT i DWT. Pro řád vlnky Coiflet platí $1 \leq N \leq 5$. Všechny vlnky jsou asymetrické s kompaktním nosičem $6N - 1$.



Obr. 2.9: Mateřská vlnka Coiflet 1.řádu (coif1)

2.3.6 Vlnky Biorthogonal

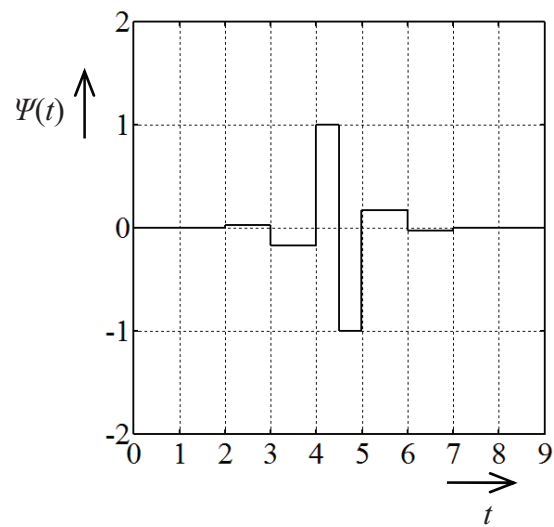
Vlnky Biorthogonal ($\text{bior}N_r.N_d$) jsou skupinou ortogonálních vlněk vhodných pro CWT i DWT. Vlnky jsou symetrické s kompaktními nosiči délky $2N_r + 1$ pro rekonstrukci a $2N_d + 1$ pro rozklad.



Obr. 2.10: Mateřská vlnka Biorthogonal (bior1.5)

2.3.7 Vlnky Reverse Biorthogonal

Vlnky Reverse Biorthogonal ($\text{rbio}N_r, N_d$) mají stejné vlastnosti jako vlnky Biorthogonal.



Obr. 2.11: Mateřská vlnka Reverse Biorthogonal (rbio1.5)

3 Banky filtrů

Pro zpracování obrazů se používá diskretní vlnková transformace, která je realizována bankou filtrů [6] [7]. Přesněji vlnková transformace využívá principu kvadraturních zrcadlových filtrů. Jak již bylo uvedeno, tak vlnková transformace je dána vlnkovou funkcí, která obsahuje informace o mateřské vlnce a o měřítkové funkci. Mateřská vlnka je definována v bance filtrů impulzní charakteristikou horní propusti a měřítková funkce impulzní charakteristikou dolní propusti.

Banka filtrů je skupina filtrů, které se používají pro rozložení (analýzu) vstupního signálu, zpracování filtrovaného signálu a opětovné složení (syntéza) v signál podobný vstupnímu signálu nebo signál s požadovanou úpravou. V bance filtrů nedochází pouze k filtraci signálu, ale také k jeho decimaci a interpolaci. Jestliže platí, že výstupní signál je totožný se signálem vstupním, potom má banka filtrů vlastnost perfektní rekonstrukce. V bankách filtrů se nejčastěji používá rovnoměrné rozdělení vstupního signálu do subpásem.

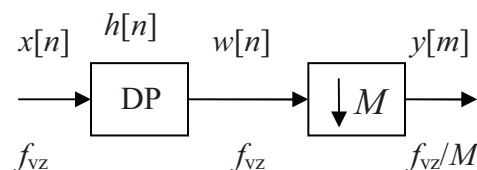
3.1 Podvzorkování signálu

Podvzorkování signálu (decimace) [6] [7] je proces, při kterém jsou ze signálu rovnoměrně vybírány některé vzorky. Výběrem každého M -tého vzorku je snížena vzorkovací frekvence f_{vz} původního signálu na f_{vz}/M . Aby nedocházelo k výskytu nežádoucích kmitočtových složek spektra (aliasingu) na výstupu, je před decimátor umístěn antialiasingový filtr tj. dolní propust s mezním kmitočtem $f_{vz}/(2 \cdot M)$. Schéma odpovídající podvzorkování signálu je zobrazeno na obr. 3.1. Závislost mezi vstupním signálem $x[n]$ a výstupním signálem $y[m]$ při decimaci je dána vztahem

$$y[m] = w[nM] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \cdot h[nM - k], \quad (3.1)$$

kde M je celé číslo udávající hodnotu decimace a pro $w[n]$ platí

$$w[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \cdot h[n - k]. \quad (3.2)$$



Obr. 3.1: Blokové schéma podvzorkování (decimace) číslicového signálu

3.2 Nadvzorkování signálu

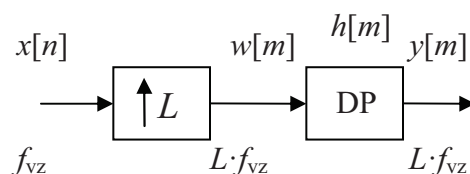
Nadvzorkování signálu (interpolace) [6] [7] je proces, při kterém dochází ke zvyšování vzorkovací frekvence f_{vz} v celočíselném poměru L . Při interpolaci vkládáme mezi stávající hodnoty signálu $L - 1$ nulových hodnot, čímž vytváříme nový signál se vzorkovacím kmitočtem $L \cdot f_{vz}$. Při interpolaci se generují nové obrazy spektra ve frekvenční oblasti. Abychom odstranili obrazy frekvenčního spektra vzniklé vložením

nul, musíme signál s vloženými nulami filtrovat pomocí dolní propusti s mezním kmitočtem $f_{vz}/(2 \cdot L)$. Na výstupu dolní propusti dostaneme interpolovaný signál $y[m]$. Na obr. 3.2 je schéma popisující proces interpolace. Závislost mezi vstupním signálem $x[n]$ a výstupním signálem $y[m]$ při interpolaci je definována vztahem

$$y[m] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k] \cdot w[m-k], \quad (3.3)$$

kde pro $w[m]$ platí

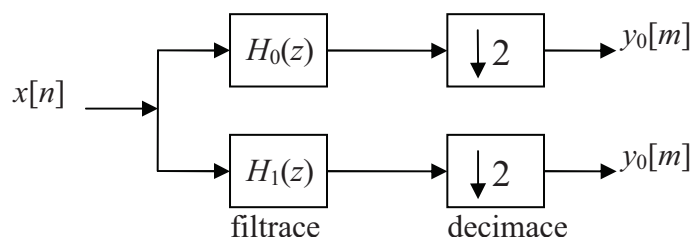
$$w[m] = \begin{cases} x[m/L] & \text{pro } m = 0, \pm L, \pm 2L, \text{ atd.} \\ 0 & \text{jinde.} \end{cases} \quad (3.4)$$



Obr. 3.2: Blokové schéma nadvzorkování (interpolace) diskrétního signálu

3.3 Banka filtrů pro analýzu signálu

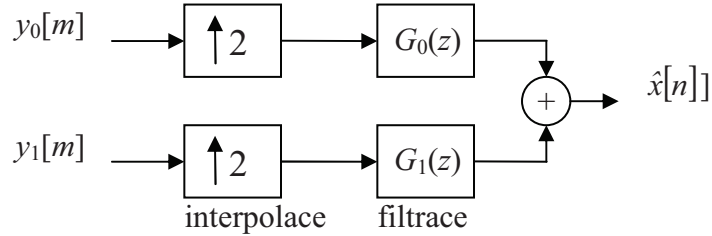
Vstupní signál je rozdělen pomocí horní a dolní propusti do dvou subpásem. Blokové schéma zapojení analyzující banky filtrů je zobrazeno na obr. 3.3. Spektrum signálu je rozděleno na vysokofrekvenční a nízkofrekvenční část. Filtrací jsou získány dva nové diskrétní signály (koeficienty) označované jako aproximační a detailní složka. Tyto názvy vycházejí z předpokladu, že každý signál má základní informace uloženy v nízkofrekvenčním pásmu, které postačí k aproximaci daného signálu. Vysokofrekvenční pásmo obsahuje informace, které zpřesňují aproximaci, tj. jde o detaily průběhu signálu. V dalším rozkladu se pokračuje opětovným dělením signálů pomocí filtrů typu horní a dolní propust. Signály v subpásmech jsou komprimovány více než původní signál. Potom jsou přeneseny nebo uloženy. Na tomto principu funguje subpásmové kódování. Není však nutné zachovávat všechny hodnoty výstupních signálů, neboť filtrací zmenšujeme velikost kmitočtového pásma. Proto může být zmenšován vzorkovací kmitočet tím, že budou vynechány sudé vzorky subsignálu a ponechány pouze liché. Tím je vlastně realizována decimace signálu s činitelem 2 [6] [7].



Obr. 3.3: Blokové schéma analýzy signálu bankou filtrů

3.4 Banka filtrů pro syntézu signálu

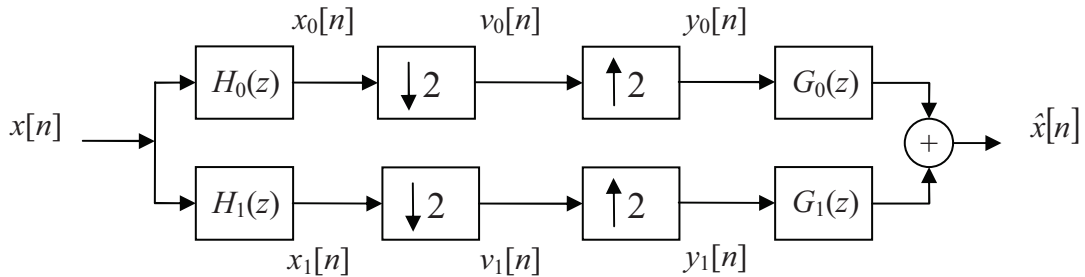
Syntéza signálu je opačný proces k analýze signálu. Při syntéze signálu se provádí složení dříve rozložených signálů v signál původní. Vstupní signály jsou nejprve interpolovány s činitelem 2. Dále jsou filtrovány dvojicí filtrů typu horní a dolní propust, které se označují jako rekonstrukční filtry. Pro syntézu řešenou pomocí banky filtrů dosahujeme vlastností, které není možné dosáhnout samostatnými filtry.



Obr. 3.4: Blokové schéma syntézy signálu bankou filtrů

3.5 Dvoukanálová banka filtrů

Dvoukanálová banka filtrů [6] [7], také označovaná jako kvadrurní zrcadlová banka filtrů (Quadrature Mirror Filter Bank, QMF), je speciální banka filtrů, která je tvořena dvoupásmovou analyzující a následně dvoupásmovou syntetizující bankou filtrů. Struktura dvoukanálové banky filtrů je zobrazena na obr. 3.5. Vstupní signál je rozdělen pomocí horní propusti s přenosovou funkcí $H_0(z)$ a dolní propusti s přenosovou funkcí $H_1(z)$ do dvou frekvenčních pásem. Vzniklé signály $x_0[n]$ a $x_1[n]$ jsou decimovány (vynechávány vzorky) s činitelem 2. Decimací jsou získány signály $v_0[n]$ a $v_1[n]$, které mají poloviční délku oproti signálům před decimací. Signály $v_0[n]$ a $v_1[n]$ jsou výstupem analyzující části dvoukanálové banky filtrů. Signály jsou dále interpolovány (vkládány nulové hodnoty) s činitelem 2. Interpolované signály $y_0[n]$ a $y_1[n]$ mají stejný počet vzorků jako signály $x_0[n]$ a $x_1[n]$. Získané signály jsou filtrovány rekonstrukčními filtry typu horní propust s přenosovou funkcí $G_1(z)$ a dolní propust s přenosovou funkcí $G_0(z)$. Signály na výstupech filtrů jsou sečteny a tím získáme rekonstruovaný signál $\hat{x}[n]$. Pokud se signály $x[n]$ a $\hat{x}[n]$ rovnají, pak se jedná o banku filtrů s perfektní rekonstrukcí.



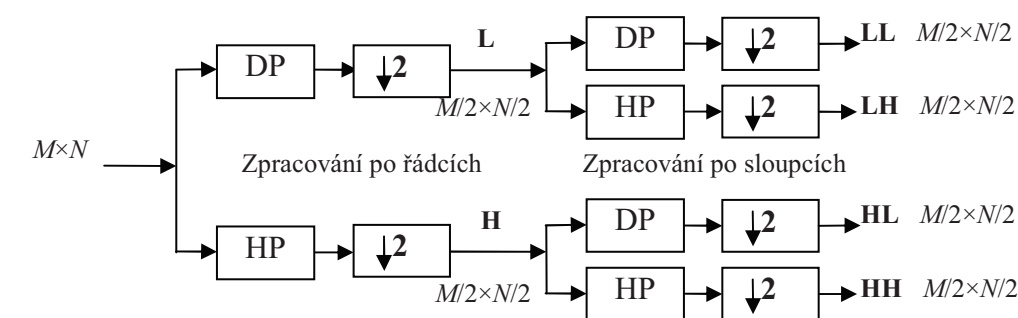
Obr. 3.5: Blokové schéma kvadrurních zrcadlových filtrů

4 Dvourozměrná vlnková transformace

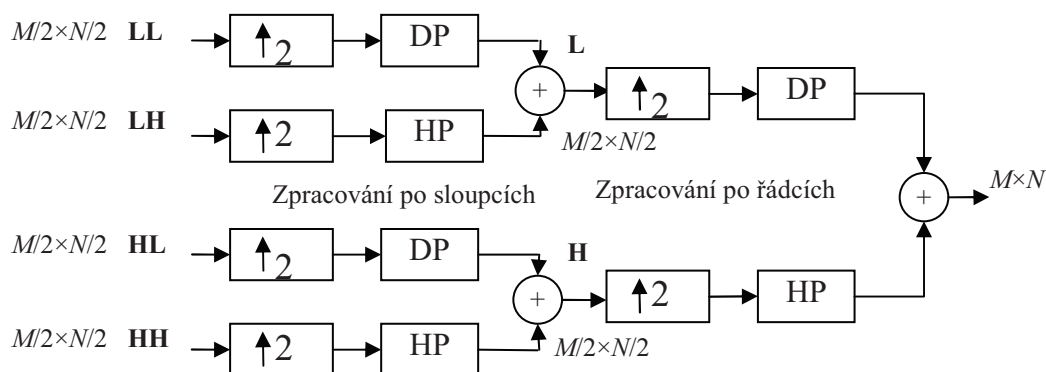
Dvourozměrná vlnková transformace (2D-DWT) se používá zejména k detekci hran a textur, vkládání vodotisků, kompresi dat, atd. Proces 2D-DWT se skládá ze dvou částí dekompozice obrazu a rekonstrukce obrazu (obr. 4.1). Obraz je reprezentován maticí $M \times N$, kde M udává počet řádků matice obrazu a N udává počet sloupců matice obrazu.

Dekompozice obrazové matice probíhá nejdříve v řádcích a potom ve sloupcích. Matice obrazu je filtrací dolní propustí DP a horní propustí HP rozdělena na aproximační složku a detailní složku. Podvzorkováním v řádcích s faktorem 2 získáme dvě matice **L** a **H**, které mají rozměr $M/2 \times N$. Tím je proveden rozklad po řádcích. Dále jsou matice **L** a **H** opět filtrovány pomocí DP a HP stejným způsobem. Nakonec jsou filtrované matice podvzorkovány ve sloupcích. Tím jsou získány čtyři matice **HH** (obsahuje detaily v diagonálním směru), **HL** (obsahuje detaily ve vertikálním směru), **LH** (obsahuje detaily v horizontálním směru) a **LL** (obsahuje aproximace obrázku) o rozměrech $M/2 \times N/2$. Tímto procesem je dosaženo rozkladu prvního stupně. Pokud bychom chtěli obraz podrobit dalšímu rozkladu, musí se proces opakovat pro vzniklou matici **LL**.

Při rekonstrukci jsou nejprve do matic **HH**, **HL**, **LH** a **LL** vloženy nulové sloupce. Poté jsou nulové hodnoty při průchodu rekonstrukčními filtry DP a HP nahrazeny interpolovanými hodnotami. Součtem matic jsou získány matice **H** a **L**. Obdobný postup se opakuje pro rekonstrukci řádků [8].



a) dekompozice



b) rekonstrukce

Obr. 4.1: Dvourozměrná vlnková transformace a) dekompozice, b) rekonstrukce

cA3	cH3	cH2	cH1
cV3	cD3		
cV2		cD2	
cV1			cD1

Obr. 4.2: Dekompozice obrazu pomocí 2D-DWT transformace do 3. úrovně

5 Odstraňování šumu pomocí vlnkové transformace

Vlnková transformace se také díky svým vlastnostem používá pro potlačení šumu ze signálu. Šum je aditivní náhodný signál, který zakrývá požadované informace v signálu. Příčiny vzniku šumu jsou různé např. vlivem použité metody měření signálu nebo může vznikat při vyhodnocování signálu. Dále jsou uvedené různé způsoby dělení šumu v obraze [9]:

- 1) Podle závislosti na obraze
 - a) Šum nezávislý na obraze – komunikační interference anebo termický šum.
 - b) Šum závislý na obraze – obvykle je těžké s ním pracovat.
- 2) Podle vztahu k obrazu
 - a) Aditivní – jednodušší přidaný k původní hodnotě pixelů, vyskytuje se nejčastěji, snadné odstranění.
 - b) Multiplikativní – intenzita každého pixelu byla násobena velikostí šumu stejného pixelu.
 - c) Ostatní – např. konvoluční šum.
- 3) Podle spektrálního obsahu
 - a) Širokopásmový – většina z již zmíněných.
 - b) Úzkopásmový – např. moiré.
- 4) Podle prostorové distribuce a velikosti
 - a) Bílý šum – Gaussovský šum, postihuje všechny obrazové body, šum je mnohem menší než hodnoty intenzity
 - b) Impulzní šum – postihuje jen izolované obrazové body nebo malé skupiny, hodnoty intenzity jsou výrazně ovlivněny

Diskrétní vlnkovou transformaci lze matematicky zapsat vztahem

$$\mathbf{d} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{y}, \quad (5.1)$$

kde $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_n)$ je vektor odpovídající filtrovanému číslicovému signálu, $\mathbf{W}$ je ortogonální matice reprezentující diskrétní vlnkovou transformaci o rozměrech $n \times n$ a $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$ je vektor délky n reprezentující číslicový signál.

Vzhledem k ortogonalitě matice $\mathbf{W}$ je inverzní diskrétní vlnková transformace dána

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{d}. \quad (5.2)$$

Nežádoucí šum v signálu má obvykle aditivní charakter, a proto je vhodné pracovat s modelem

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (5.3)$$

kde $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)^T$ je náhodný číslicový signál, $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_n)^T = f((x_1), \dots, (x_n))^T$ pro funkci f a ekvidistanční $x_1, \dots, x_n$, $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$ je náhodný vektor s normálním rozložením pravděpodobnosti $\boldsymbol{\varepsilon} \approx N_n(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$. Aplikací vztahu 5.1 dostaneme

$$\mathbf{D} = \mathbf{b} + \mathbf{v}, \quad (5.4)$$

kde s užitím linearity DWT dostaneme $\mathbf{D} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{Y}$, $\mathbf{b} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{f}$ a $\mathbf{v} = \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$. Díky ortogonalitě $\mathbf{W}$ je potom $\mathbf{v} \approx \mathbf{N}_n(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$.

Jestliže $T(\cdot)$ je prahovací funkce, pak může být filtrace k potlačení šumu založená na vlnkové transformaci zapsána vztahem

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}^{-1}(T(\mathbf{W} \cdot \mathbf{y})) = \mathbf{W}^T(T(\mathbf{W} \cdot \mathbf{y})). \quad (5.5)$$

Cílem filtrace pomocí vlnkové transformace je nalezení takové prahovací funkce, pro kterou platí

$$\hat{b} = T(d_i) \approx b_i, \quad (5.6)$$

kde $\hat{b}_i$ bude dobrým odhadem vlnkových koeficientů b_i . Vektor $\hat{\mathbf{x}}$ ze vztahu 5.5 je aproximací vstupního signálu, u kterého byl částečně potlačen šum v závislosti na kvalitě natavení prahů [10].

Z toho plyne, že odstraňování šumu pomocí DWT je založeno na analýze signálu, prahování vlnkových koeficientů signálu na jednotlivých úrovních rozkladu a zpětné syntéze z prahovaných koeficientů.

5.1 Techniky prahování

Prahaovací techniky (prahovací funkce) se používají k odstranění nežádoucích rušivých složek signálu (šumu). Princip prahování spočívá v určení prahu $\lambda > 0$ a k vynulování nebo potlačení detailních koeficientů vlnkové transformace, jejichž absolutní hodnota je menší než zvolený práh. Ostatní hodnoty jsou buď ponechány anebo jsou dále zpracovány. Jde tedy o nelineární operace s daty. Mezi prahovací techniky patří tvrdé, měkké, poloměkké, poloměkké s „příškrcením“ a hyperbolické prahování [10].

5.1.1 Tvrdé prahování

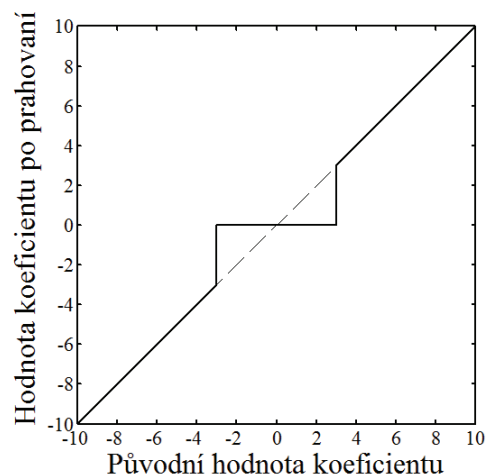
Odhad vlnkových koeficientů pro tvrdé prahování je dán rovnicí

$$\hat{b}_i = T_{\text{TVRDE}}(d_i, \lambda), \quad (5.7)$$

kde T_{TVRDE} je prahovací funkce. Tato prahovací funkce provádí vynulování všech vlnkových koeficientů signálu d_i z rovnice 5.1, které mají absolutní hodnotu menší než je zvolená hodnota prahu $\lambda > 0$. Koeficienty větší než zvolený práh jsou ponechány beze změny. Prahaovací funkce T_{TVRDE} je určena vztahem

$$T_{\text{TVRDE}}(x, \lambda) = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ x & \text{pro } |x| > \lambda. \end{cases} \quad (5.8)$$

Na obr. 5.1 je znázorněno tvrdé prahování pro hodnotu prahu $\lambda = 3$.



Obr. 5.1: Tvrdé prahování pro prah $\lambda = 3$

5.1.2 Měkké prahování

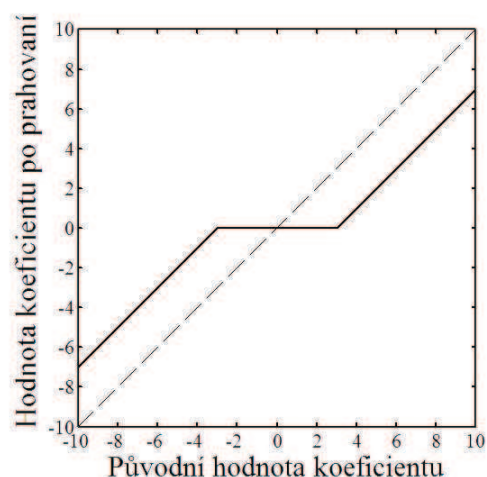
Odhad vlnkových koeficientů pro tento typ prahování je vyjádřen rovnicí

$$\hat{b}_i = T_{\text{MEKKE}}(d_i, \lambda), \quad (5.9)$$

kde prahovací funkce T_{MEKKE} vynuluje všechny vlnkové koeficienty signálu d_i z rovnice 5.1, jejichž absolutní hodnota je menší než zvolený prah $\lambda > 0$. Zbývající vlnkové koeficienty jsou změněny o hodnotu prahu λ . Prahovací funkce T_{MEKKE} je dána vztahem

$$T_{\text{MEKKE}}(x, \lambda) = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ \text{sgn}(x) \cdot (|x| - \lambda) & \text{pro } |x| > \lambda. \end{cases} \quad (5.10)$$

Na obr. 5.2 je zobrazena křivka odpovídající měkkému prahování pro $\lambda = 3$.



Obr. 5.2: Měkké prahování pro prah $\lambda = 3$

5.1.3 Poloměkké prahování

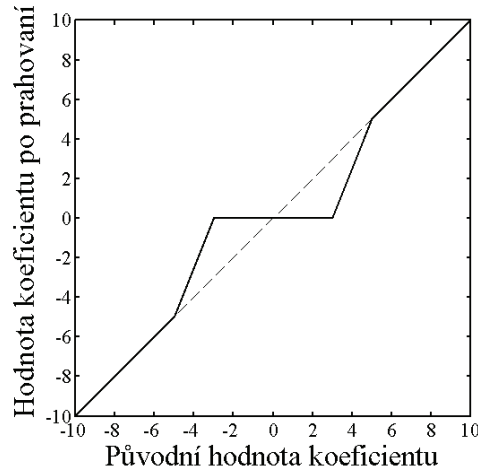
Při poloměkkém prahování je odhad vlnkových koeficientů určen rovnicí

$$\hat{b}_i = T_{\text{POLO}}(d_i, \lambda_1, \lambda_2), \quad (5.11)$$

kde prahovací funkce T_{POLO} závisí na dvou parametrech λ_1 a λ_2 , pro které platí $0 \leq \lambda_1 < \lambda_2$. Prahovací funkce poloměkkého prahování je vlastně zobecněním prahování tvrdého (rovnice 5.8) a měkkého (5.10). Koeficienty vlnkové transformace d_i menší než λ_1 jsou vynulovány. Pokud platí pro koeficienty $\lambda_1 < d_i \leq \lambda_2$, tak jsou koeficienty zpracovány dle rovnice 5.12. Koeficienty větší než λ_2 jsou zachovány beze změny. Když se hodnota prahu λ_1 blíží k hodnotě prahu λ_2 , tak poloměkké prahování přechází v prahování tvrdé. Pokud se hodnota prahu λ_2 blíží k nekonečnu, potom poloměkké prahování přechází na prahování měkké. Prahovací funkce T_{POLO} je definována vztahem

$$T_{\text{POLO}}(x, \lambda_1, \lambda_2) = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda_1 \\ \text{sgn}(x) \cdot \frac{\lambda_2 \cdot (|x| - \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} & \text{pro } \lambda_1 < |x| \leq \lambda_2 \\ x & \text{pro } |x| > \lambda_2. \end{cases} \quad (5.12)$$

Křivka prahovací funkce pro poloměkké prahování s prahy $\lambda_1 = 3$ a $\lambda_2 = 5$ je zobrazena na obr. 5.3.



Obr. 5.3: Poloměkké prahování s prahy $\lambda_1 = 3$ a $\lambda_2 = 5$

5.1.4 Prahování nezáporná garota

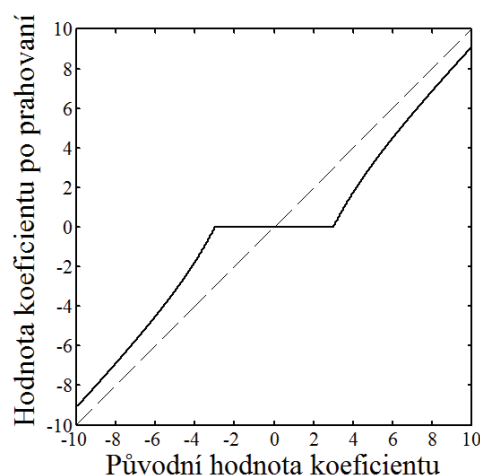
Toto prahování je také označováno jako poloměkké prahování s „přiškrcením“ a odhad koeficientů je dán rovnicí

$$\hat{b}_i = T_{\text{NG}}(d_i, \lambda), \quad (5.13)$$

kde prahovací funkce T_{NG} vynuluje všechny vlnkové koeficienty, jejichž absolutní hodnota je menší než λ . Ostatní koeficienty jsou zpracovány dle rovnice 5.14. Hodnoty koeficientů po prahování pro mírně nadprahové hodnoty jsou blízké hodnotám pro měkké prahování. S rostoucími hodnotami původních koeficientů se toto prahování blíží tvrdému prahování. Prahovací funkce je vyjádřena vztahem

$$T_{\text{NG}}(x, \lambda) = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ x - \frac{\lambda^2}{x} & \text{pro } |x| > \lambda. \end{cases} \quad (5.14)$$

Průběh prahovací funkce provádějící prahování nezápornou garotou s prahem $\lambda = 3$ je na obr. 5.4.



Obr. 5.4: Prahování nezápornou garotou s prahem $\lambda = 3$

5.1.5 Hyperbolické prahování

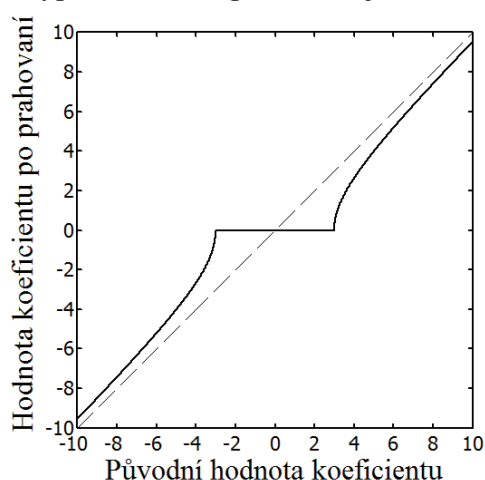
Odhad vlnkových koeficientů pro hyperbolické prahování je

$$\hat{b}_i = T_{\text{HYP}}(d_i, \lambda), \quad (5.15)$$

kde prahovací funkce T_{HYP} kombinuje vlastnosti tvrdého a měkkého prahování. Prahovací funkce je určena vztahem

$$T_{\text{HYP}}(x, \lambda) = \begin{cases} 0 & \text{pro } |x| \leq \lambda \\ \text{sgn}(x) \cdot \sqrt{x^2 - \lambda^2} & \text{pro } |x| > \lambda. \end{cases} \quad (5.16)$$

Průběh prahovací funkce hyperbolického prahování je znázorněn na obr. 5.5.



Obr. 5.5: Prahování hyperbolické s prahem $\lambda = 3$

6 Kritéria hodnocení účinnosti filtrace

V této kapitole budou popsána kritéria hodnocení účinnosti filtrace obrazů pořízených nukleární magnetickou rezonancí, které jsou popsány v literatuře [11]. Protože je hodnocení kvality filtrovaného obrazu problematické, používá se pro něj několik hodnotících kritérií, poměru signálu k šumu (SNR), změny kontrastu a strmosti změny intenzity signálu v obraze.

6.1 Poměr signálu k šumu

Při filtraci se snažíme odstranit šum v obraze, a proto je nejvíce důležitým kritériem pro hodnocení účinnosti filtrace poměr signálu k šumu (SNR), který je definován jako podíl užitečného signálu a šumu v něm obsaženého. Poměr SNR je vypočítán ze dvou oblastí zájmu (region of interest, RIO) v každém obraze, kde první oblast obsahuje zašuměné pozadí snímku a druhá oblast obsahuje navíc užitečný signál. Velikost poměru SNR je dána vztahem.

$$\text{SNR} = 10 \cdot \log \left(\frac{I_p^2}{\sigma_s^2} \right), \quad (6.1)$$

kde I_p je průměrná hodnota intenzity I v homogenní oblasti zájmu uvnitř obrazu (užitečný signál) a σ_s je směrodatná odchylka v oblasti zájmu bez signálu (pozadí se šumem). Pokud byl obraz pořízen vícenásobným pozorováním s počtem pozorování N_{akv} , potom je směrodatná odchylka rovna

$$\sigma_{\text{ef}} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{N_{\text{akv}}}}. \quad (6.2)$$

6.2 Změna kontrastu

Protože při filtraci obrazu dochází ke změně kontrastu, je dalším kritériem změna kontrastu. Pro výpočet kontrastu jsou v obraze vybrány dvě oblasti zájmu s různou intenzitou signálu. Kontrast je dán vztahem

$$C_{\text{AB}} = |I_A - I_B|, \quad (6.3)$$

kde I_A a I_B jsou oblasti v obraze s různou intenzitou I signálu. Relativní kontrast je definován jako

$$C_{\text{rel}} = \frac{C_{\text{AB}}}{I_{\text{ref}}} = 2 \cdot \frac{|I_A - I_B|}{I_A + I_B} \quad (6.4)$$

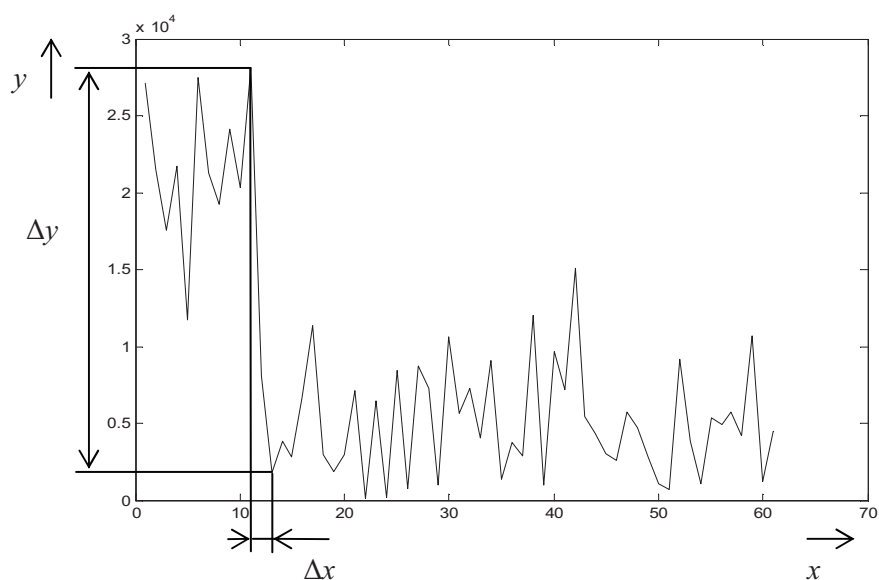
6.3 Strmost změny intenzity signálu v obraze

Dalším kritériem pro hodnocení účinnosti filtrace je strmost změny intenzity signálu. Strmost změny intenzity signálu m je vypočítána jako derivace dle vztahu 6.5 v místě skokové změny intenzity, která je reprezentována 1D signálem. Kvůli přítomnosti šumu

v MR obraze se provádí měření na několika místech a výsledná strmost je určena průměrováním. Strmost je dána

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (6.5)$$

kde Δy udává rozdíl intenzit na začátku a na konci ostré hrany a Δx udává vzdálenost mezi intenzitami.



Obr. 6.1: Strmost změny intenzity signálu v obraze

7 Experimentální část

V této kapitole je popsána experimentální část diplomové práce, která se skládá ze dvou částí. První část experimentu je zaměřena na návrh metody odstranění šumu z obrazu snímaného nukleární magnetickou rezonancí pomocí vlnkové transformace a vyhodnocení účinnosti filtrace navržené metody. Druhá část experimentu je věnována srovnání obrazů pořízených pomocí MR tomografu z pohledu jejich histogramu, kumulativního histogramu, k-prostoru a difference obrazu. K filtraci a vyhodnocování obrazu byly použity programy Matlab pro úpravu a filtraci obrazu a MAREVISI, který slouží pro práci s MR obrazy.

7.1 Filtrace obrazu

V této části experimentu byl použit jako testovaný obraz snímek čtvercového kontejneru na vodu o rozměrech $40 \times 40 \times 40$ mm, ve kterém byla umístěna kyveta s vodou a síranem nikelnatým (obr. 7.1a). Výška vrstvy vody byla 4 mm. Snímek má rozměr 512×512 obrazových bodů a je uložen ve formátu souboru *mat*. Hodnoty jednotlivých bodů mají komplexní tvar. Zpracováváný obraz byl pořízen na MR tomografu ÚPT Akademie věd v Brně s indukcí základního magnetického pole 4,7 T a rezonančním kmitočtem 200 MHz.

Obraz uložený ve formátu souboru *mat* je reprezentovaný maticí **DATA**. Prvky matice odpovídají hodnotám jednotlivých obrazových bodů a tvoří je komplexní čísla. Protože v Matlabu nelze odstranit šum pomocí vlnkové transformace z komplexních dat, je třeba před samotnou filtrací obraz rozložit na reálnou a imaginární složku snímku. Pro rozložení snímku v Matlabu je nejprve nutné získat matice reálné a imaginární části prvků matice **DATA** pomocí příkazů:

```
re = real(DATA); %získání reálné části obrazu
im = imag(DATA); %získání imaginární části obrazu
```

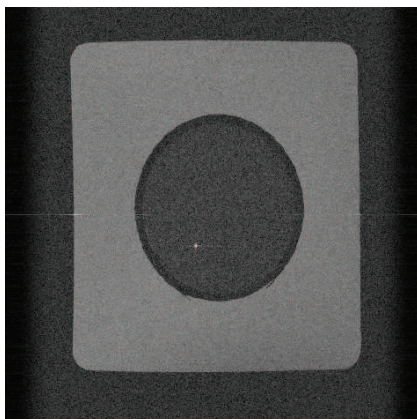
Dále byly z jednotlivých částí vytvořeny nové *mat* soubory pomocí příkazů:

```
DATA=re; %uložení reálné části do matice DATA, platí i pro
        imaginární část obrazu
save('nazev','DIM','SIZE','DIR_NAME','FOV','DOMAIN',
     'HZ_PPM','DATA','-V4'); % funkce pro uložení souboru
```

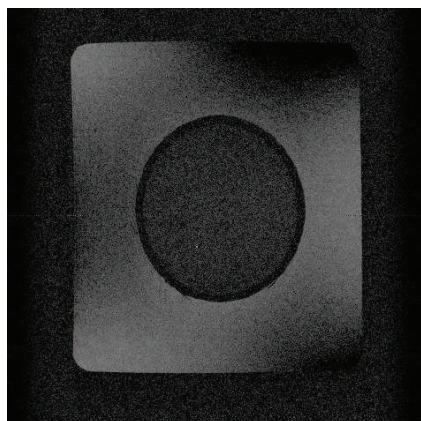
Poté byla aplikována na jednotlivé složky navržená metoda odstranění šumu. Výsledkem filtrace snímku je matice hodnot **X**. Pro získání filtrovaného obrazu, který je možné otevřít v MAREVISI, je zapotřebí matici **X** uložit jako matici **DATA**, přidat hlavičku a obraz znovu uložit. Na obr. 7.1 je zobrazen původní obraz a obrazy odpovídající reálné a imaginární části původního obrazu. Obraz je výhodné převést zpět do komplexního tvaru, protože ho nejen lze porovnávat s původním obrazem, ale může být dále zpracováván. Obraz s komplexními daty vznikne sečtením matic jednotlivých již filtrovaných složek. V Matlabu pro tuto operaci existuje funkce `complex`.

Pro filtraci obrazu byla navržena metoda odstranění šumu z obrazu pomocí vlnkové transformace s dekompozicí do třetí úrovně, která v kombinaci se zvoleným typem prahování dostatečně odstranila šum z obrazu. Vzhledem k typu zobrazované informace v obraze jsem zvolil pro prahování vlnkových koeficientů tvrdé prahování, kterým lze dosáhnout lepšího kontrastu než je tomu u měkkého prahování. Tvrdé prahování, které bylo popsáno v části 5.1.1, vynuluje všechny vlnkové koeficienty obrazu (horizontální, vertikální a diagonální), jejichž absolutní hodnota je menší než zvolená hodnota prahu. Zbývající koeficienty jsou nezměněny. Velikost prahu jsem

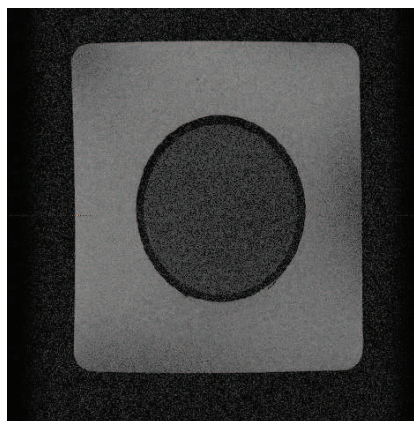
zvolil $\lambda = 7000$. Pro filtrování byly vybrány mateřské vlnky Haarova vlnka (Haar), Daubechies 3. řádu (Db3), Symlet 2. řádu (Sym2) a Biorthogonal 1.5 (Bior1.5). Zvolené mateřské vlnky jsou zobrazeny na obr. 7.2.



a) snímek reprezentovaný komplexními daty

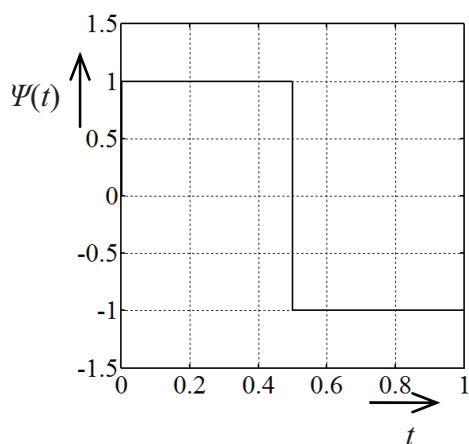


b) reálná část snímku

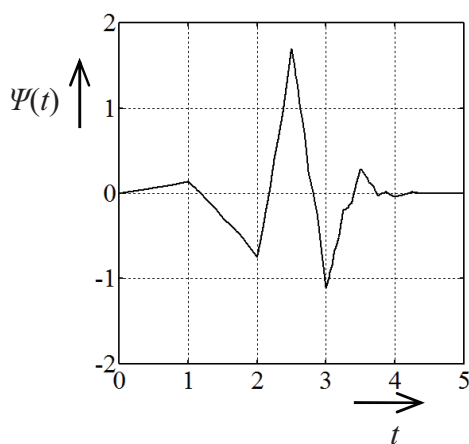


c) imaginární část snímku

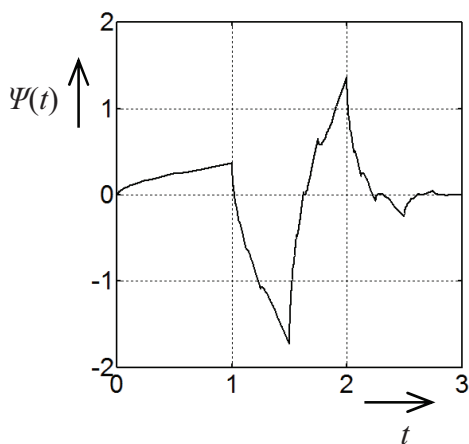
Obr. 7.1: Snímek obsahující šum a) snímek reprezentovaný komplexními daty, b) reálná část snímku, c) imaginární část snímku



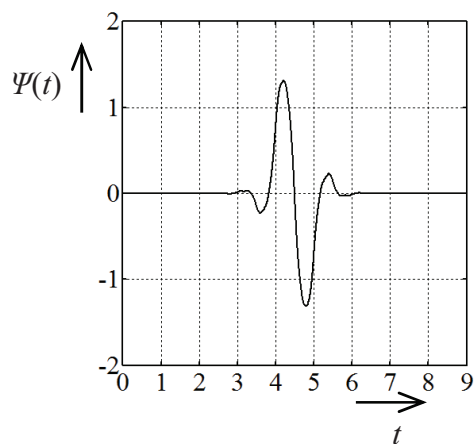
a) vlnka Haar



b) vlnka Daubechies 3. řádu



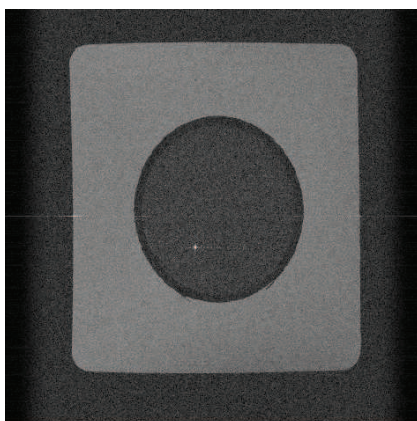
c) vlnka Symlet 2



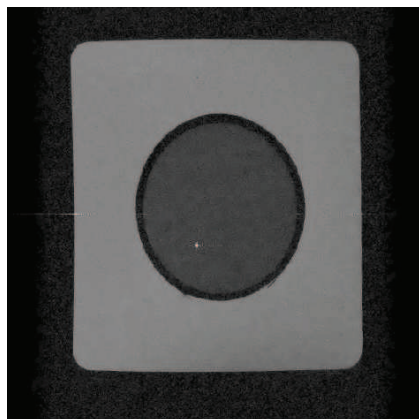
d) vlnka Biorthogonal 1.5

Obr. 7.2: Mateřské vlnky použité pro odstranění šumu z obrazu

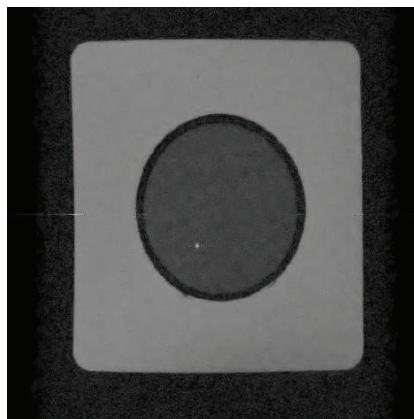
Na obr. 7.3 je vidět původní zašuměný obraz a obrazy, ze kterých byl odstraněn šum pomocí vybraných mateřských vlnek. Pro srovnání účinnosti filtrace šumu v obraze jednotlivými mateřskými vlnkami bylo užito hodnocení pomocí hodnoty poměru signálu k šumu (SNR), relativního kontrastu v obraze (C_{rel}), strmosti změny intenzity signálu v obraze (m) a jejich vzájemných závislostí v podobě grafů.



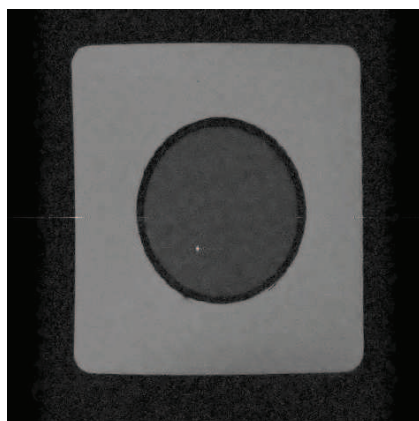
a) originální snímek



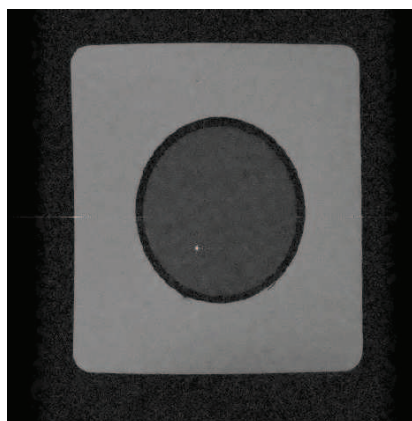
b) Haarova vlnka



c) vlnka Daubechies 3. řádu



d) vlnka Symlet 2. řádu

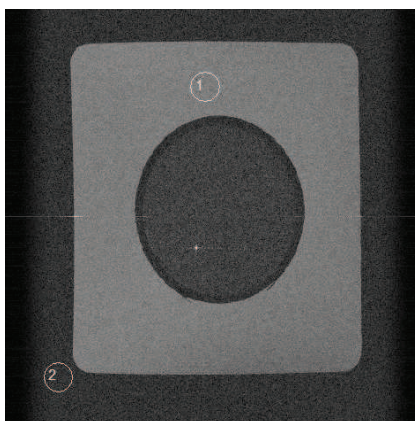


e) vlnka Biorthogonal 1.5

Obr. 7.3: Srovnání originálního snímku se snímky po filtraci mateřskými vlnkami a) originální snímek, b) Haarova vlnka, c) vlnka Daubechies 3. řádu, d) vlnka Symlet 2. řádu, e) vlnka Biorthogonal 1.5

7.1.1 Hodnocení účinnosti filtrace pomocí poměru signálu k šumu

Poměr signálu k šumu je nejpoužívanějším kritériem hodnocení účinnosti odstranění šumu z obrazu. Hodnota SNR je vypočítána dle vztahu 6.1 ze dvou oblastí zájmu v obraze vyznačenými na obr. 7.4. Hodnoty potřebné pro výpočet SNR byly zjištěny ze stejně velkých oblastí zájmu pomocí programu MAREVISI. Z oblasti 1, která odpovídá užitečnému signálu v obraze, je zjištěna průměrná hodnota intenzity signálu I_{mean} . Standardní odchylka σ_n je získána z oblasti 2, která odpovídá pozadí obsahující šum. Čím větší hodnoty poměru signálu k šumu je dosaženo, tím je filtrace obrazu účinnější.



Obr. 7.4: Snímek s vyznačenými oblastmi zájmu pro vyhodnocení poměru signálu k šumu

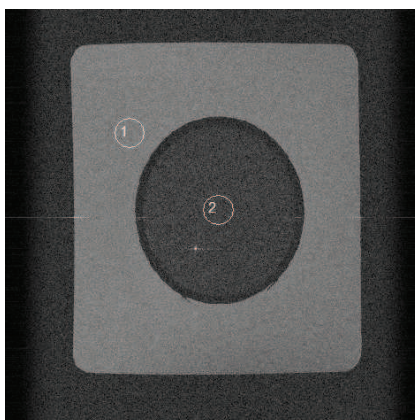
Z původního snímku znehodnoceného šumem byla vypočítána hodnota $\text{SNR} = 20,31 \text{ dB}$. Hodnoty získané filtrací vlnkovou transformací pro vybrané mateřské vlnky jsou srovnány v tab. 1. Z tabulky vyplývá, že nejvhodnější vlnka pro odstranění šumu z předloženého obrazu z hlediska poměru signálu k šumu se jeví vlnka Daubechies 3.řádu s hodnotou $\text{SNR} = 30,03$. Téměř stejných výsledků bylo dosaženo pomocí vlnky Haar s poměrem $\text{SNR} = 30,02 \text{ dB}$. Nejhoršího poměr signálu k šumu s hodnotou $\text{SNR} = 29,17 \text{ dB}$ vykazovala vlnka Biorthogonal 1.5.

Tab. 1: Vypočítané hodnoty poměru signálu k šumu

Mateřská vlnka	Žádná	Haar	Db3	Sym2	Bior1.5
Střední hodnota signálu (I_{mean})	36723,9	36690,3	36662,6	36532,5	36430,5
Standardní odchylka (σ_n)	3544,28	1157,26	1155,24	1167,94	1267,3
SNR [dB]	20,31	30,02	30,03	29,91	29,17

7.1.2 Hodnocení účinnosti filtrace pomocí relativního kontrastu

Dalším kritériem, které bylo použito pro hodnocení účinnosti filtrace, je hodnota relativního kontrastu v obraze. Hodnota kontrastu byla vypočítána z průměrných hodnot intenzit dvou oblastí zájmu užitečného signálu jak je znázorněno na obr. 7.5. Pro samotný výpočet byl užít vztah 6.4.

**Obr. 7.5:** Snímek s vyznačenými oblastmi zájmu pro vyhodnocení relativního kontrastu

Z původního snímku byla zjištěna hodnota relativního kontrastu $C_{\text{rel}} = 1,039$. Hodnoty relativního kontrastu dosažené pomocí filtrace vlnkovou transformací jsou uvedeny v tab. 2. Jak je patrné z tab. 2, tak jako nejvhodnější pro filtraci daného obrazu dle kritéria relativního kontrastu je vlnka Daubechies 3.řádu hodnotou $C_{\text{rel}} = 1,150$. Jako druhá nejlépe dopadla Haarova vlnka s hodnotou $C_{\text{rel}} = 1,149$. Nejhorší a zároveň shodné hodnoty $C_{\text{rel}} = 1.144$ mají vlnky Symlet 2.řádu a Biorthogonal 1.5.

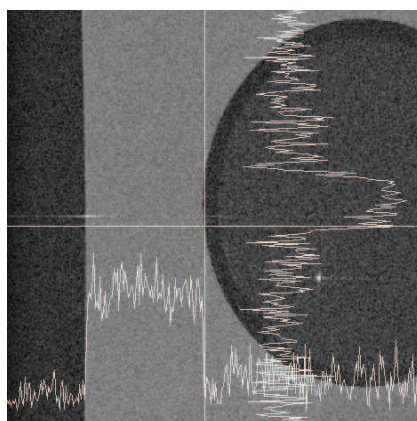
Tab. 2: Vypočítané hodnoty relativního kontrastu C_{rel} v obraze

Mateřská vlnka	Žádná	Haar	Db3	Sym2	Bior1.5
Intenzita v oblasti 1 (I_A)	36328,5	35966,6	35927,1	35945,1	335947,0
Intenzita v oblasti 2 (I_B)	11492,80	9718,27	9688,35	9780,22	9791,43
C_{rel}	1,039	1,149	1,150	1,144	1,144

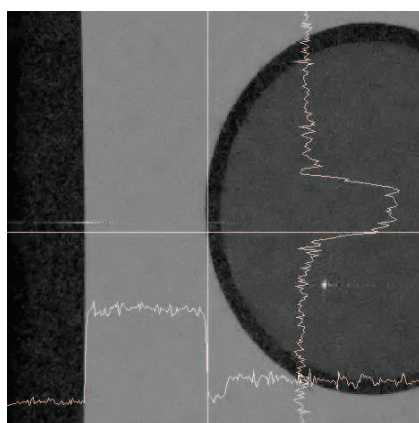
7.1.3 Hodnocení účinnosti filtrace pomocí strmosti změny intenzity signálu

Strmost změny intenzity signálu m odpovídá skokové změně intenzity signálu v obraze. Hodnota strmosti změny intenzity signálu je dána jako derivace dle vztahu 6.5. Z důvodu přítomnosti šumu v obraze je v různých místech obrazu zjištěna jiná hodnota strmosti změny intenzity signálu, proto byla hodnota strmosti vyhodnocena ve dvou místech obrazu a zprůměrováním hodnot získána výsledná hodnota strmosti. Hodnoty potřebné pro výpočet strmosti byly zjištěny v programu MAREVISI.

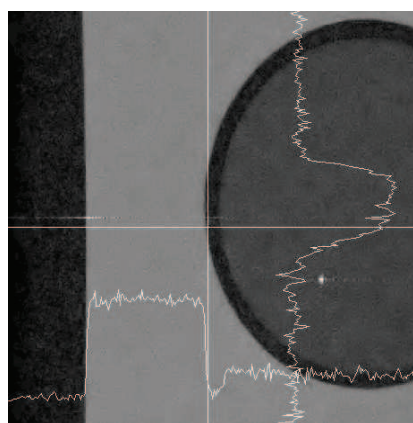
Prvním místem pro určení hodnoty strmosti intenzity signálu byla vybrána hrana kyvety, která je označena vertikální čarou v horizontálním průběhu signálu na obr. 7.6a. Na obr. 7.6 jsou také vidět obrazy po filtraci vybranými vlnkami. Z průběhu signálu byly odečteny hodnoty maximální a minimální intenzity na hraně kyvety.



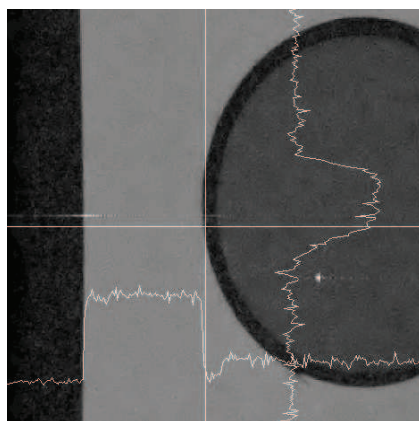
a) originální snímek



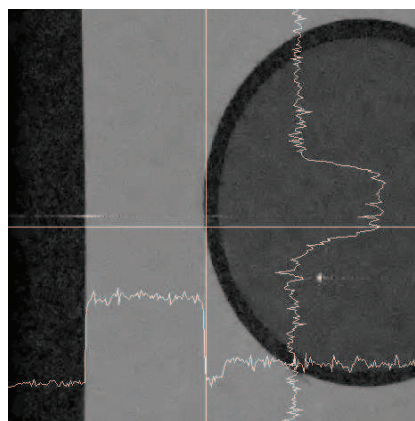
b) Haarova vlnka



c) vlnka Daubeschies 3. řádu



d) vlnka Symlet 2. řádu



e) vlnka Biorthogonal 1.5

Obr. 7.6: Srovnání průběhu signálu, v prvním místě vybraném pro určení hodnoty strmosti, originálního snímku a snímků po filtraci mateřskými vlnkami a) originální snímek, b) Haarova vlnka, c) vlnka Daubechies 3. řádu, d) vlnka Symlet 2. řádu, e) vlnka Biorthogonal 1.5

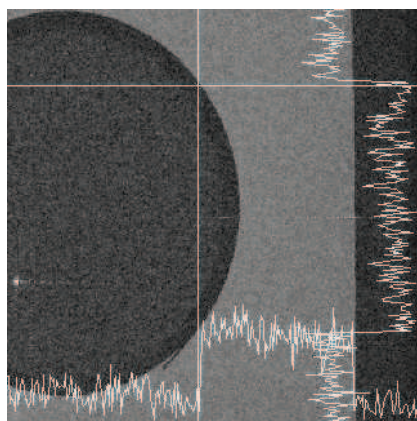
V tab. 3 jsou zaznamenány hodnoty maximální a minimální intenzity odpovídající skokové změně signálu. Pro výpočet strmosti byly tyto hodnoty od sebe odečteny a poděleny počtem obrazových bodů, na kterých dochází k této skokové změně signálu.

Tab. 3: Vypočítané hodnoty strmosti změny intenzity signálu m_1

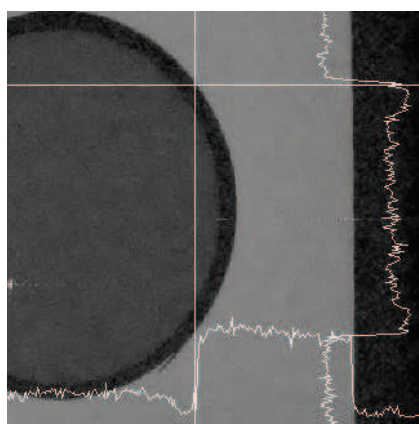
Mateřská vlnka	Žádná	Haar	Db3	Sym2	Bior1.5
Maximální hodnota intenzity	34718	34161	33983	34123	34289
Minimální hodnota intenzity	2732,8	3739,2	4004,8	2487,6	3173,7
m_1	10661,7	7605,5	5995,6	6327,1	7778,8

V původním snímku se šumem byla hodnota strmosti $m_1 = 10661,7$. Nejlepší hodnoty strmosti změny intenzity signálu $m_1 = 7778,8$ je dosaženo vlnkou Biorthogonal 1.5, protože u strmosti se snažíme dosáhnout hodnoty, která bude nejvíce odpovídat strmosti v původním obraze. Pro filtraci Haarovou vlnkou byla zjištěna hodnota strmosti $m_1 = 7605,5$. Nejmenší strmosti bylo docíleno filtrací vlnkou Daubechies 3.řádu s hodnotou $m_1 = 5995,6$.

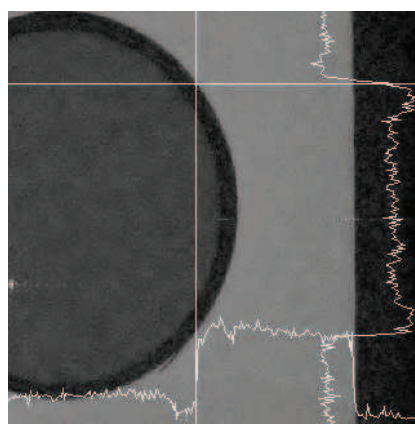
Na obr. 7.7 je možné vidět původní snímek a obrazy po filtraci vybranými mateřskými vlnkami s průběhem signálu v místě skokové změny intenzity. Pro výpočet strmosti m_2 byl vybrán horizontální průběh.



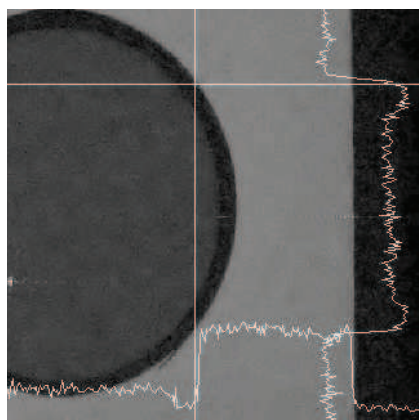
a) originální snímek



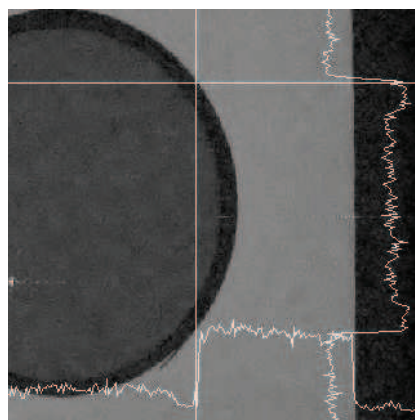
b) Haarova vlnka



c) vlnka Daubeschies 3. řádu



d) vlnka Symlet 2. řádu



e) vlnka Biorthogonal 1.5

Obr. 7.7: Srovnání průběhu signálu, v druhém místě vybraném pro určení hodnoty strmosti, originálního snímku a snímků po filtraci mateřskými vlnkami a) originální snímek, b) Haarova vlnka, c) vlnka Daubechies 3. řádu, d) vlnka Symlet 2. řádu, e) vlnka Biorthogonal 1.5

V tab. 4 jsou zapsány maximální a minimální hodnoty intenzity signálu v místě druhé skokové změny. Hodnota strmosti m_2 je vypočítána stejně jako u strmosti m_1 . Hodnota strmosti v původním snímku se šumem byla rovna $m_2 = 18265,5$. Nejlepší hodnoty strmosti změny intenzity signálu $m_2 = 16317,9$ je dosaženo vlnkou Biorthogonal 1.5. Dále následuje Haarova vlnka s hodnotou strmosti $m_2 = 14992,5$ a vlnka Symlet 2. řádu s hodnotou $m_2 = 14465,4$. Nejmenší strmosti bylo dosaženo filtrací vlnkou Daubechies 3.řádu s hodnotou $m_2 = 13468,0$.

Tab. 4: Vypočítané hodnoty strmosti změny intenzity signálu m_2

Mateřská vlnka	Žádná	Haar	Db3	Sym2	Bior1.5
Maximální hodnota intenzity	40516,0	33370,0	33228,0	33701,0	35178,0
Minimální hodnota intenzity	3985,1	3385,1	6292,0	4770,2	2542,2
m_2	18265,5	14992,5	13468,0	14465,4	16317,9

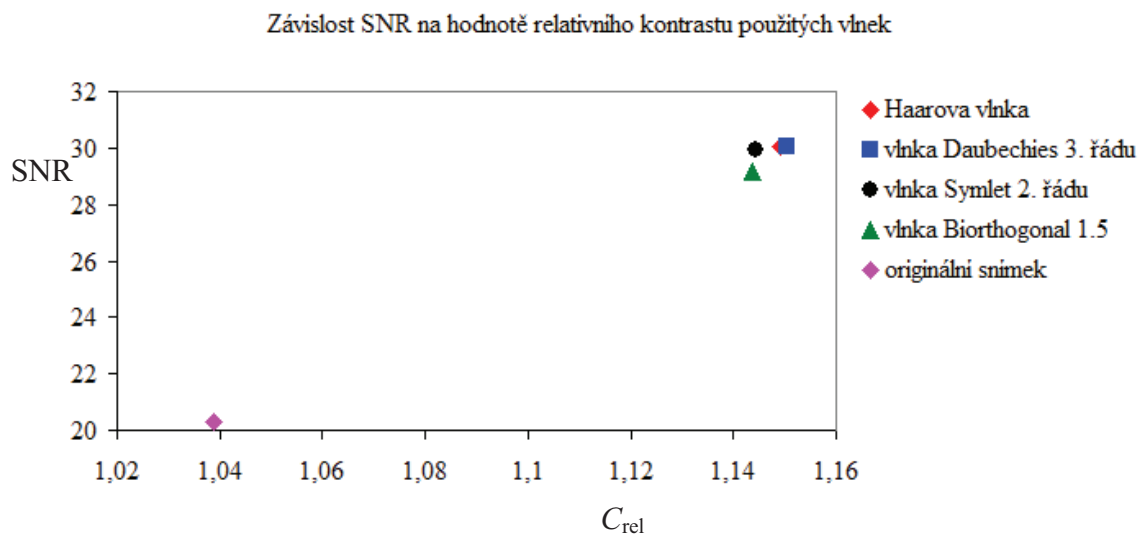
V tab. 5 jsou zaznamenány hodnoty strmostí v prvním místě m_1 , v druhém místě m_2 a průměrná hodnota strmosti m . Z hodnot průměrných strmostí je patrné, že vlnka Biorthogonal 1.5 se jeví pro filtraci původního snímku jako nejvhodnější. Naopak nejhůře dopadla filtrace pomocí vlnky Daubechies 3. řádu.

Tab. 5: Vypočítané hodnoty průměrné strmosti změny intenzity signálu m

Mateřská vlnka	Žádná	Haar	Db3	Sym2	Bior1.5
m_1	10661,7	7605,5	5995,6	6327,1	7778,8
m_2	18265,5	14992,5	13468,0	14465,4	16317,9
m	14463,6	11299,0	9731,8	10396,3	12048,4

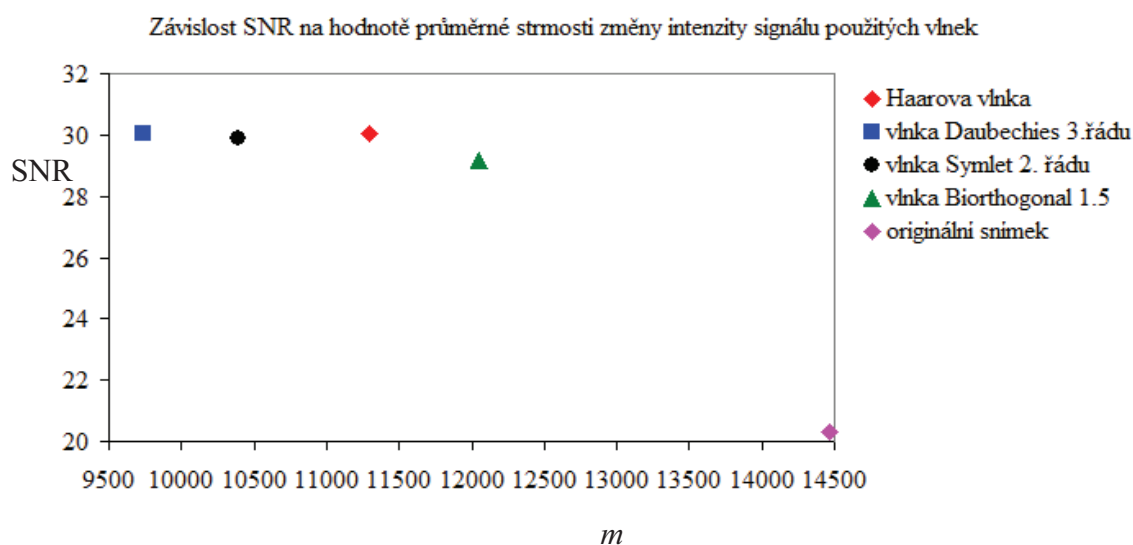
7.1.4 Porovnání kritérií hodnocení účinnosti filtrace

Pro srovnání výsledků kritérií hodnocení účinnosti filtrace dosažených jednotlivými mateřskými vlnkami jsem použil dva grafy, ve kterých jsou zaznačeny výsledky dvou hodnotících kritérií. Na obr. 7.8 je vidět graf závislosti poměru signálu na šumu (SNR) na hodnotě relativního kontrastu C_{rel} původního snímku a snímků, z kterých byl odstraněn šum. Z grafu je patrné, že nejlepšího výsledku pro kritéria SNR a C_{rel} bylo dosaženo filtrací pomocí vlnky Daubechies 3.řádu. Vyhovujícího výsledku bylo dosaženo také Haarovou vlnkou. Nejméně účinná byla filtrace pomocí vlnky Biorthogonal 1.5.



Obr. 7.8: Graf závislosti poměru SNR na C_{rel} použitých vlnek

Na obr. 7.9 je zobrazen graf závislosti poměru SNR a strmosti změny intenzity signálu m pro původní snímek a snímků podrobených filtraci. Z grafu je patrné, že pro kombinaci kritérií SNR a m je dosaženo nejlepších výsledků mateřskou vlnkou Biorthogonal 1.5. Uspokojivé výsledky má i Haarova vlnka. Nejhuře v tomto porovnání dopadla vlnka Daubeschies 3. řádu.



Obr. 7.9: Graf závislosti poměru SNR na m použitých vlnek

7.2 Vyhodnocení vlastností obrazů

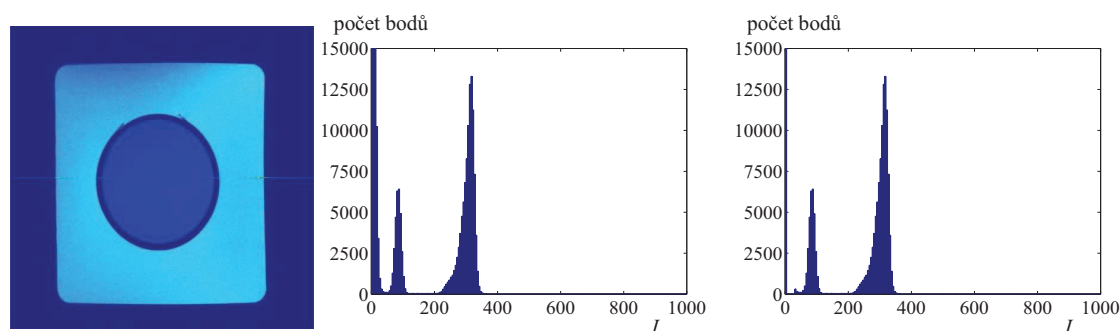
V této kapitole budou popsány vlastnosti několika obrazů pořízených pomocí MR tomografu a možnost využití těchto vlastností při výběru vhodné mateřské vlnky pro filtraci. Pro porovnání obrazů bylo vybráno srovnání pomocí histogramu, kumulativního histogramu, k-prostoru a difference obrazu.

Pro vyhodnocení parametrů byly použity snímek čtvercového kontejneru jako v kap. 7.1 s tloušťkou roztoku 8mm, s počtem pozorování $N_{akv} = 12$ a rozlišením 512×512 obr. bodů, snímek podélného řezu trupu s rozlišením 512×512 obr. bodů, snímek podélného řezu hlavy s rozlišením 512×512 obr. bodů, snímek příčného řezu hlavy 1 s rozlišením 384×512 obr. bodů, snímek příčného řezu hlavy 2 s rozlišením 512×384 obr. bodů a snímek příčného řezu hlavy 3 s rozlišením 512×384 obr. bodů (první sloupec na obr. 7.10 a 7.11). Obraz čtvercového kontejneru byl pořízen na MR tomografu ÚPT Akademie věd v Brně s indukcí základního pole 4,7 T a s rezonančním kmitočtem 200 MHz a biomedicínské obrazy byly zhotoveny na MR tomografu Siemens s indukcí základního pole 1,5 T ve Fakultní nemocnici u Sv. Anny v Brně.

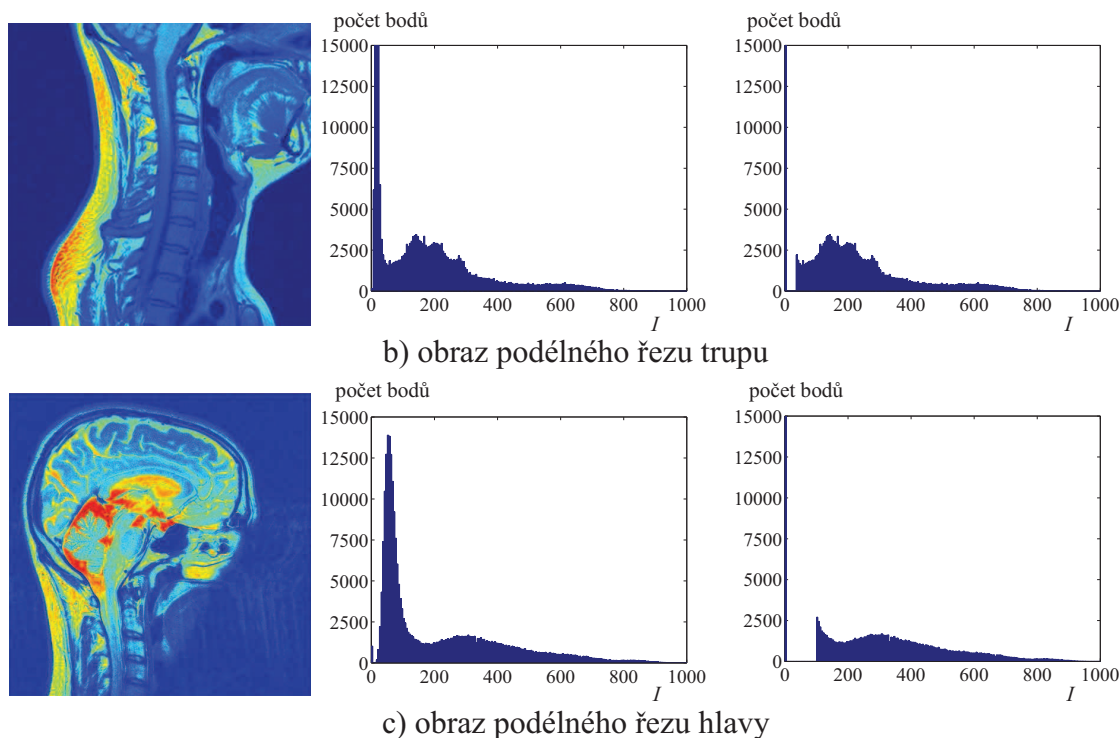
7.2.1 Porovnání obrazů podle histogramu

Protože původní snímky měly různé rozmezí hodnot intenzity a nebylo možné porovnat jejich histogramy, bylo nutné hodnoty intenzit přepočítat do rozsahu hodnot $\langle 0; 1000 \rangle$. Pro testované obrazy byly vypočítány jejich histogramy, které udávají počet obrazových bodů v obraze s danou intenzitou. Histogramy jsou zobrazeny ve druhém sloupci na obr. 3.10 a 3.11. Dále byly z obrazů odstraněny hodnoty intenzit odpovídající pozadí obrazu se šumem. Hodnoty intenzity pozadí byly vynulovány. Z takto upravených snímků byly opět vypočítány histogramy (třetí sloupec na obr. 3.10 a 3.11). Z důvodu rozdílného rozlišení obrazů byly pro hodnocení rozděleny do dvou skupin.

Histogram čtvercového kontejneru je úzký a jeho složky jsou zastoupeny v oblasti nízkých hodnot intenzity. Pro odstranění pozadí se šumem byly vynulovány hodnoty intenzity menší než 30. Z toho vyplývá, že se jedná o tmavý obraz s malým kontrastem a malým šumem. Histogram podélného řezu trupu je široký a má rovnoměrněji zastoupeny hodnoty intenzity. Pro odstranění pozadí se šumem byly vynulovány hodnoty intenzity menší než 35. Jedná se o kontrastní obraz s malým šumem. Histogram podélného řezu hlavy je široký, ale obsahuje oblast s velkým počtem nízkých intenzit. K odstranění pozadí došlo při vynulování hodnot intenzity menší než 100. Obraz je kontrastní s velkým šumem.

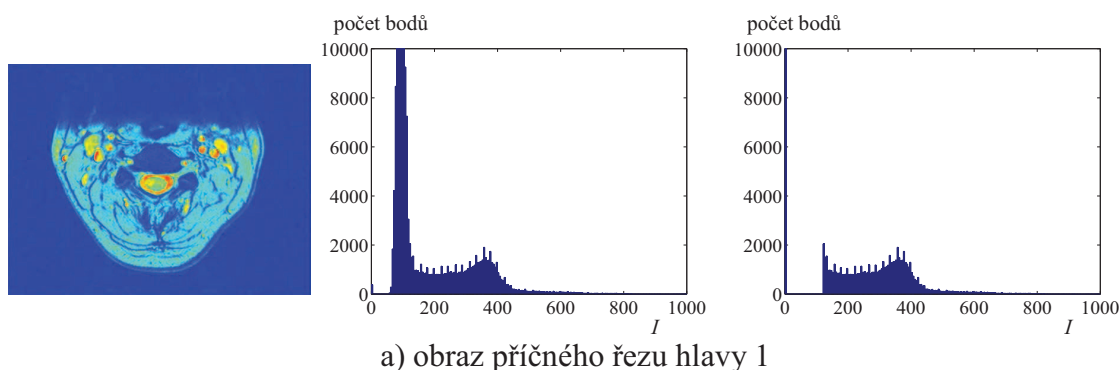


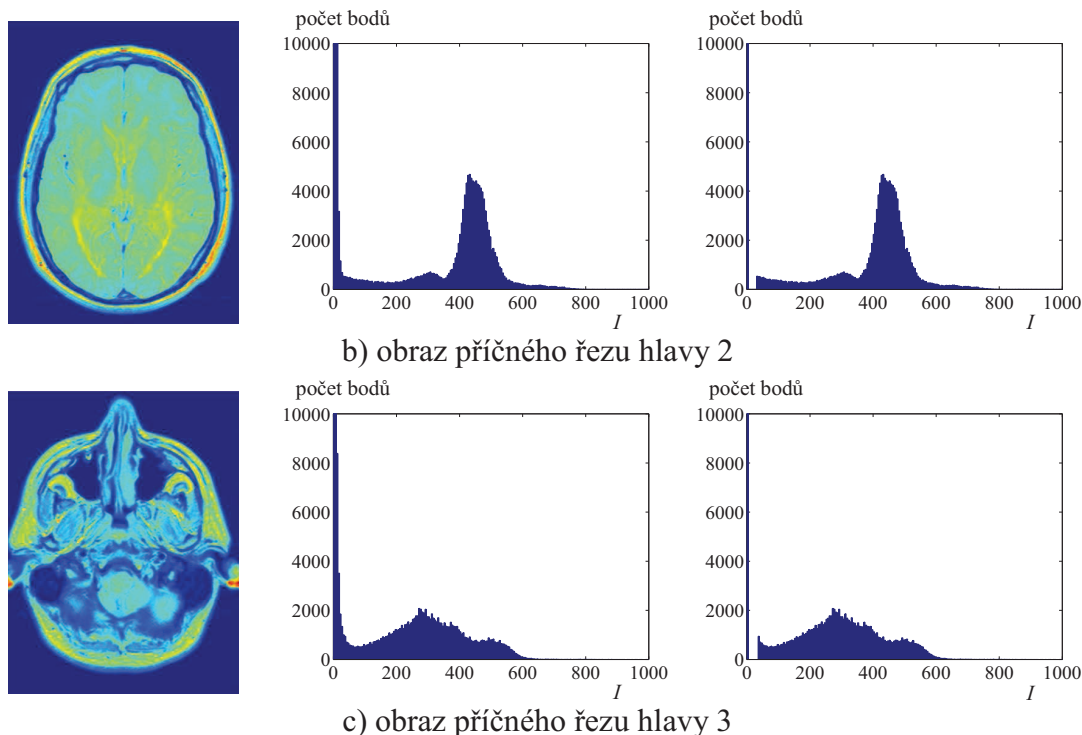
a) obraz čtvercového kontejneru



Obr. 7.10: Srovnání obrazů s rozlišením 512×512 bodů a histogramů a) obraz čtvercového kontejneru, b) obraz podélného řezu trupu, c) obraz podélného řezu hlavy

Histogram podélného řezu hlavy 1 je široký s velkou nerovnoměrností rozložení v oblastech nízkých a vysokých hodnot intenzity. Pro odstranění pozadí se šumem byly vynulovány hodnoty intenzity menší než 120. Z toho vyplývá, že se jedná o málo kontrastní obraz s velkým šumem. Histogram příčného řezu hlavy 2 je široký, ale obsahuje oblast ve středu histogramu, kde se jsou hodnoty intenzit s velkou četností. Pro odstranění pozadí se šumem byly vynulovány hodnoty intenzity menší než 30. Jedná se o málo kontrastní obraz s malým šumem. Histogram příčného řezu hlavy je široký s rovnoměrným zastoupením hodnot intenzity. K odstranění pozadí došlo při vynulování hodnot intenzity menší než 35. Obraz je kontrastní s malým šumem.





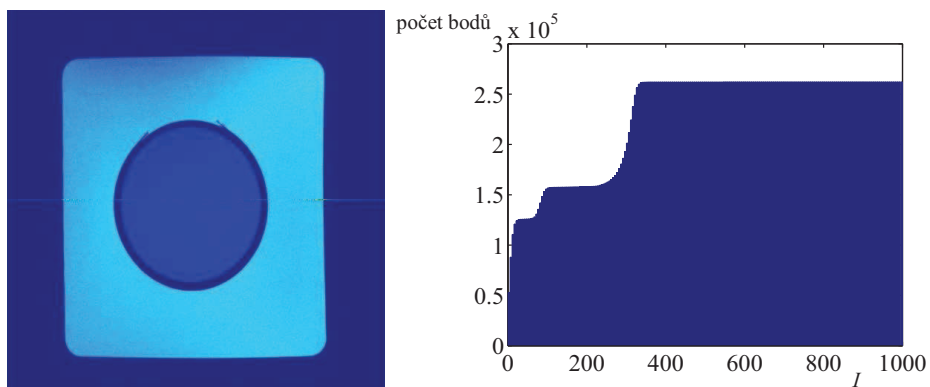
Obr. 7.11: Srovnání obrazů s rozlišením 384×512 bodů a 512×384 bodů a histogramů a) obraz příčného řezu hlavy 1, b) obraz příčného řezu hlavy 2, c) obraz příčného řezu hlavy 3

7.2.2 Porovnání obrazů podle kumulativního histogramu

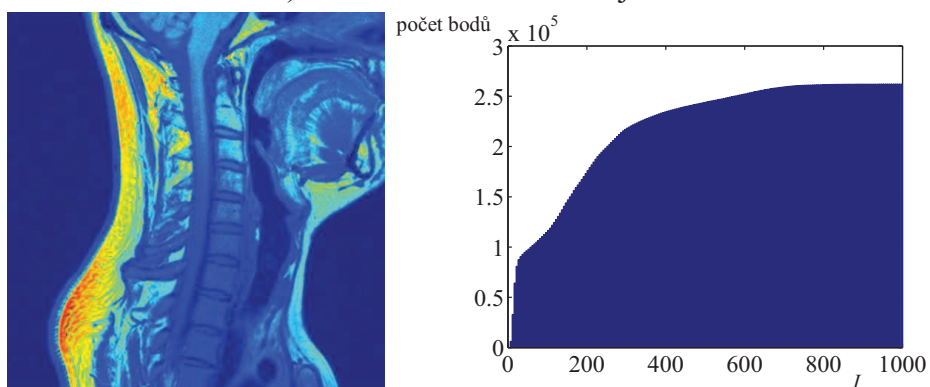
Kumulativní histogram vychází z histogramu, udává informaci o počtu obrazových bodů, které jsou obsaženy v obraze do vybrané hodnoty intenzity. Na obr. 7.12 a 7.13 jsou porovnány kumulativní histogramy obrazů. V kumulativním histogramu čtvercového kontejneru jsou patrné prudké nárůsty počtu obrazových bodů v malém rozsahu hodnot intenzity. Z toho plyne, že obraz je málo kontrastní. Kumulativní histogramy podélného řezu trupu a podélného řezu hlavy mají pozvolnější navyšování počtu obrazových bodů. Z toho je zřejmé, že se jedná o kontrastní obrazy.

V kumulativních histogramech příčného řezu hlavy 1 a příčného řezu hlavy 2 jsou skokové změny nárůstu počtu obrazových bodů a proto se jedná o obrazy s malým kontrastem. Obraz příčného řezu hlavy 3 má kumulativní histogram s rovnoměrněji rostoucím průběhem. Jde tedy o více kontrastní obraz.

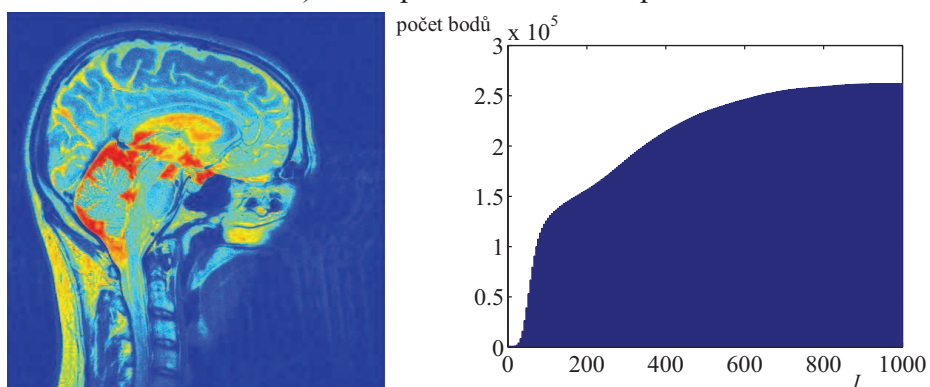
Z kumulativního histogramu podélného řezu hlavy a příčného řezu hlavy 1 lze usoudit, že malý počet obrazových bodů s nejnižšími hodnotami intenzity by mohl mít souvislost s velikostí šumu v obraze.



a) obraz čtvercového kontejneru

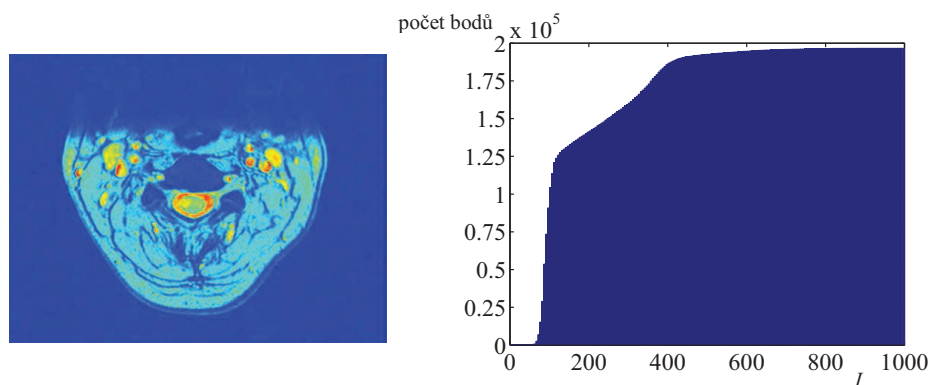


b) obraz podélného řezu trupu

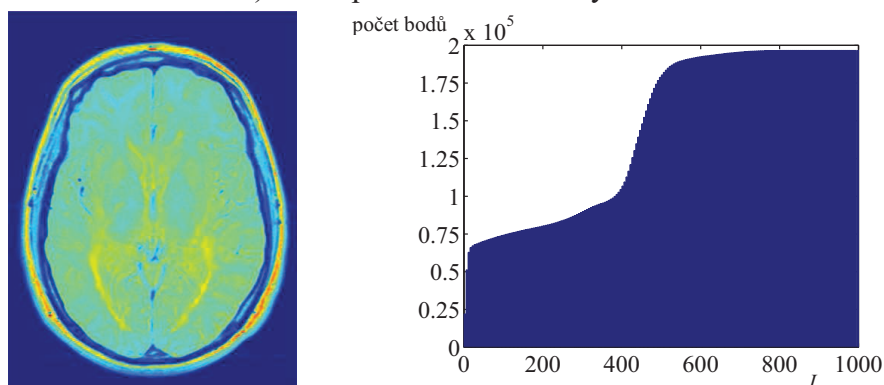


c) obraz podélného řezu hlavy

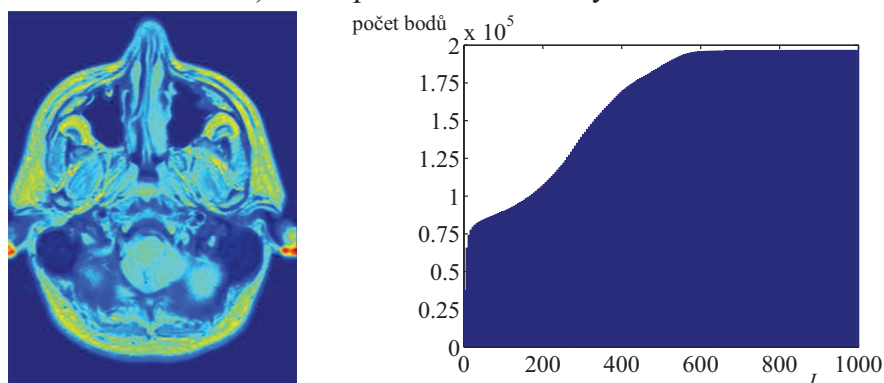
Obr. 7.12: Srovnání obrazů s rozlišením 512×512 bodů a kumulativních histogramů
a) obraz čtvercového kontejneru, b) obraz podélného řezu trupu, c) obraz podélného řezu hlavy osy



a) obraz příčného řezu hlavy 1



b) obraz příčného řezu hlavy 2

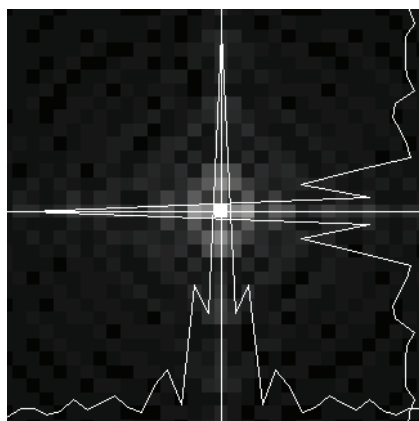


c) obraz příčného řezu hlavy 3

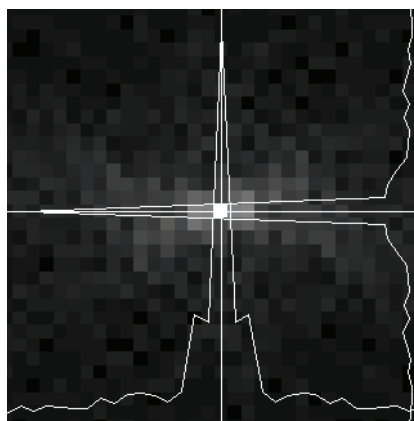
Obr. 7.13: Srovnání obrazů s rozlišením 384×512 bodů a 512×384 bodů a kumulativních histogramů a) obraz příčného řezu hlavy 1, b) obraz příčného řezu hlavy 2, c) obraz příčného řezu hlavy 3

7.2.3 Porovnání obrazů podle k-prostoru

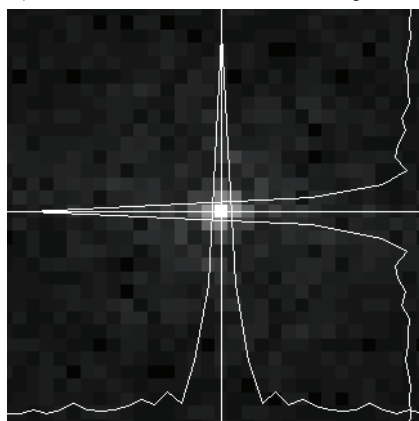
Testované obrazy byly převedeny z prostorové domény do frekvenční domény pomocí FT obrazu. K-prostor je pole, které slouží pro zobrazení obrazu ve frekvenční doméně. Na obr. 7.14 jsou zobrazeny k-prostory porovnávaných obrazů. Jednotlivé body v k-prostoru odpovídají frekvencím obsaženým v obraze. Malé frekvence, které odpovídají základním obrysům v obraze, jsou umístěny ve středu k-prostoru a vysoké frekvence, které jsou v obraze reprezentují detaily, se nachází na okrajích k-prostoru. Z pohledu na obr. 7.14 lze usoudit, že k-prostory jednotlivých obrazů se od sebe liší a je těžké v nich najít souvislost se zobrazenou informací v prostorové doméně obrazu.



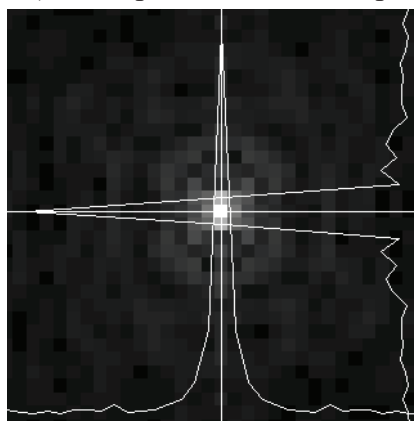
a) obraz čtvercového kontejneru



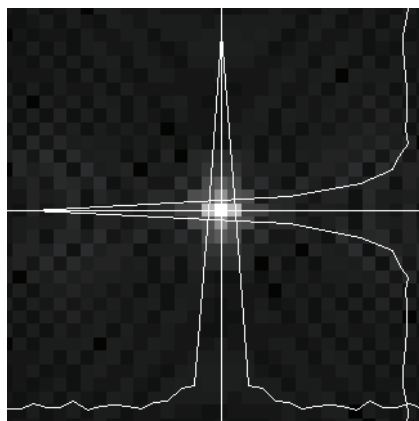
b) obraz podélného řezu trupu



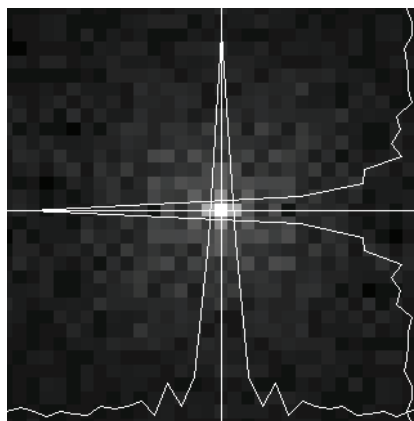
c) obraz podélného řezu hlavy



d) obraz příčného řezu hlavy 1



e) obraz příčného řezu hlavy 2



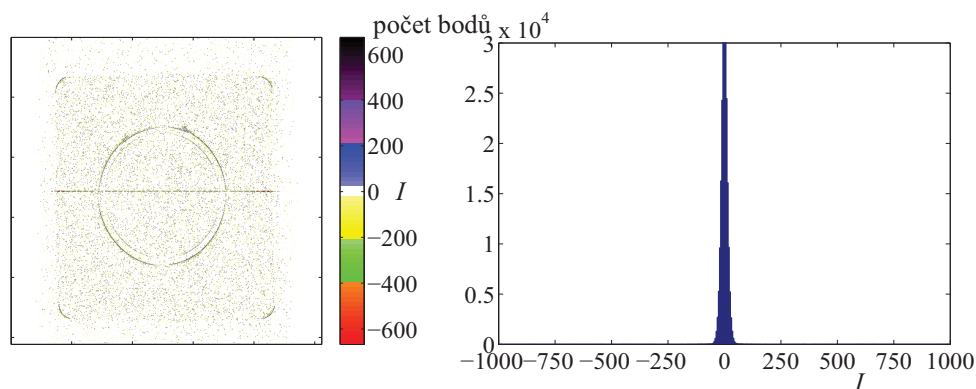
f) obraz příčného řezu hlavy 3

Obr. 7.14: Srovnání k-prostorů obrazů a) obraz čtvercového kontejneru, b) obraz podélného řezu trupu, c) obraz podélného řezu hlavy, d) obraz příčného řezu hlavy 1, e) obraz příčného řezu hlavy 2, f) obraz příčného řezu hlavy 3

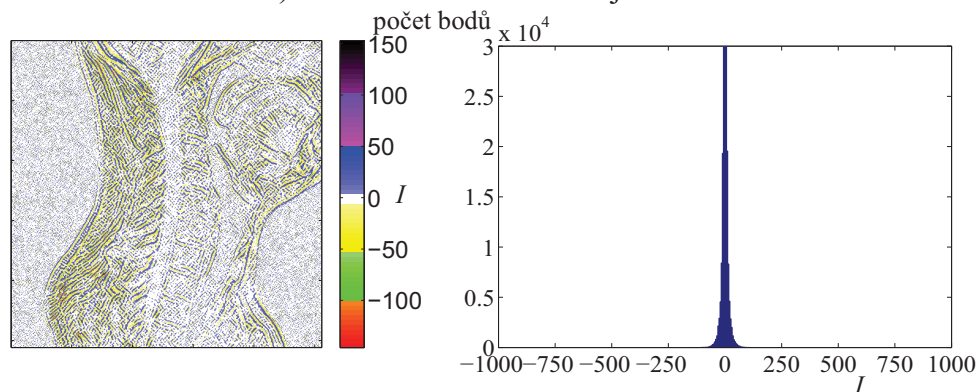
7.2.4 Porovnání obrazů podle difference obrazu

Porovnávané obrazy byly podrobeny diferenci (rozdíl sousedních bodů) v horizontálním a vertikální směru. Z diferencovaných obrazů byly vypočítány histogramy. Na obr. 7.15 a 7.16 jsou zobrazeny diferencované obrazy a jejich histogramy. Z diferencovaných obrazů je vidět, které obrazy mají velké hodnoty strmosti změny intenzity. Sem patří

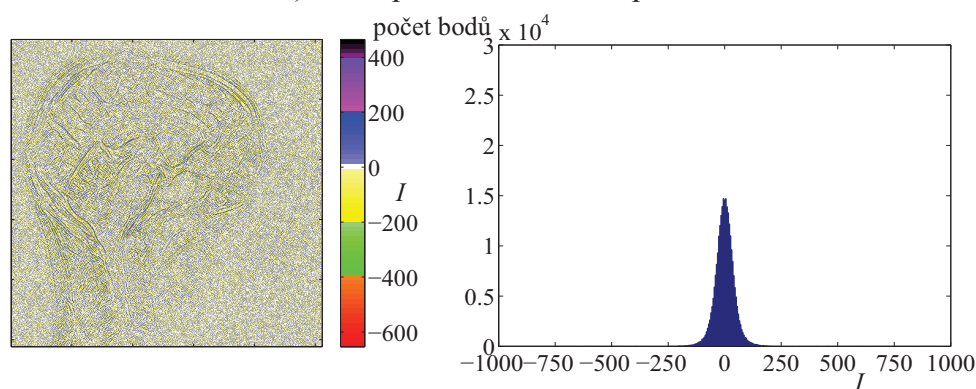
obraz podélného řezu trupu, obraz příčného řezu hlavy 2 a obraz příčného řezu hlavy 3. Po diferencii obrazů s velkým šumem nejsou informace v obraze viditelné, což je zřejmé ze snímků podélného řezu hlavy a příčného řezu hlavy 1. Histogramy obrazů s velkou strmostí změny intenzity mají úzký histogram s velkým počtem obrazových bodů v okolí 0. Naopak obrazy s malou strmostí změny intenzity a velkým šumem mají široký histogram.



a) obraz čtvercového kontejneru

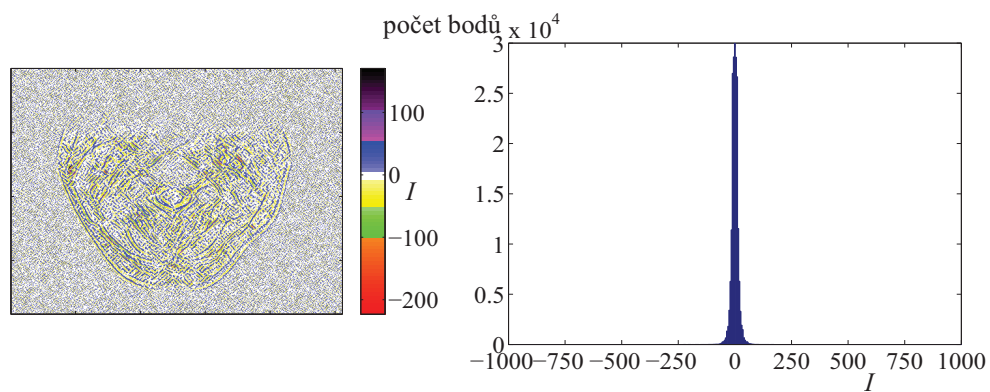


b) obraz podélného řezu trupu

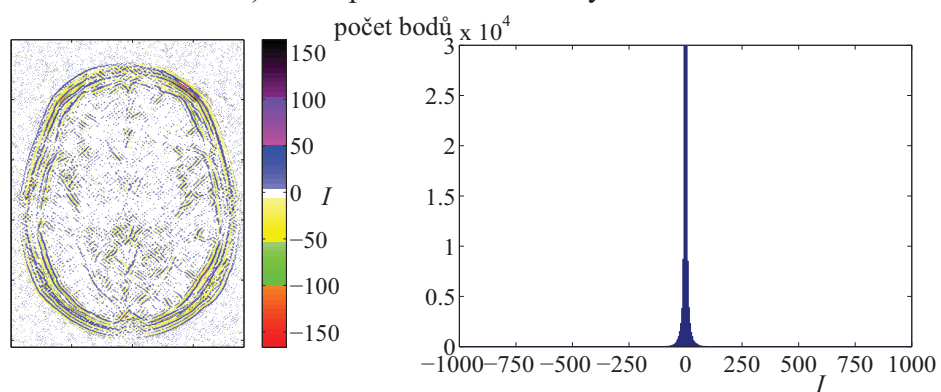


c) obraz podélného řezu hlavy

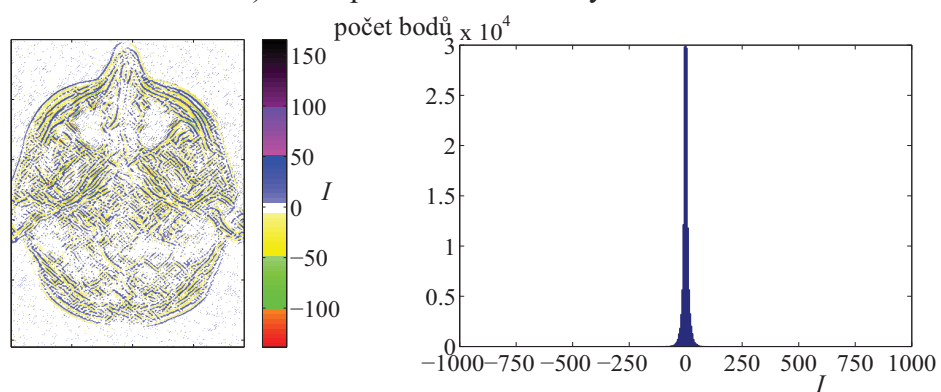
Obr. 7.15: Srovnání diferencovaných obrazů a histogramů a) obraz čtvercového kontejneru, b) obraz podélného řezu trupu, c) obraz podélného řezu hlavy



a) obraz příčného řezu hlavy 1



b) obraz příčného řezu hlavy 2



c) obraz příčného řezu hlavy 3

Obr. 7.16: Srovnání diferencovaných obrazů a histogramů a) obraz příčného řezu hlavy 1, b) obraz příčného řezu hlavy 2, c) obraz příčného řezu hlavy 3

8 Závěr

Diplomová práce je věnována zpracování obrazů pořízených magnetickou rezonancí. V teoretické části práce byl popsán princip vlnkové transformace, její využití při odstraňování šumu z obrazu a kritéria pro vyhodnocení účinnosti filtrace vlnkovou transformací. V experimentální části jsem se zaměřil na návrh filtrační metody a porovnání vlastností obrazů zhotovených pomocí MR tomografu. V průběhu diplomové práce jsem se seznámil s programem MAREVISI, který slouží pro práci s MR obrazy a naučil se používat program Matlab pro filtrace pomocí vlnkové transformace.

Na základě teoretického rozboru byla v první části experimentu navržena metoda odstranění šumu z obrazu čtvercového kontejneru s kyvetou naplněnou vodou se síranem nikelnatým s výškou vody 4 mm. Dle popsaných kritérií byly vybrány vhodné typy mateřských vlnek, stupně rozkladu a prahovací techniky. Účinnost aplikované filtrační metody byla vyhodnocena pomocí poměru signálu k šumu, relativního kontrastu v obraze a strmosti změny intenzity signálu. Porovnáním hodnot poměru signálu k šumu dosažených zvolenou metodou jsem došel k závěru, že nejlepšího výsledku dosáhla mateřská vlnka Daubeschies 3.řádu s hodnotou $SRN = 30,03$ dB. Z hlediska relativního kontrastu v obraze bylo nejlepšího výsledku dosaženo aplikací vlnky Daubeschies 3. řádu s hodnotou $C_{rel} = 1,150$ (průměrná hodnota strmosti změny intenzity signálu $m = 9731,8$). Z pohledu strmosti změny intenzity signálu nejvyšší hodnota $m = 12048,4$ byla docílena filtrace pomocí vlnky Biorthogonal 1.5. Sloučením všech hodnotících kritérií lze konstatovat, že nejlepší výsledky bylo dosaženo filtrace s použitím vlnky Haar s hodnotami $SNR = 30,02$ dB, $C_{rel} = 1,149$ a $m = 11299,0$.

Druhá část experimentu byla zaměřena na porovnání obrazů pořízených MR tomografem. Pro srovnání obrazů byl použit histogram, kumulativní histogram, k-prostor a difference obrazu. Také jsem se zabýval možnostmi využití těchto vlastností obrazu pro určení vhodné mateřské vlnky pro filtrace. Histogram obrazu jsou uloženy informace o velikosti kontrastu v obraze. Z toho lze usoudit, že například na obrazy s úzkým histogramem je vhodné aplikovat mateřské vlnky, které dosahují většího zvýšení kontrastu. Při odstranění pozadí se šumem v obraze je v histogramu patrná i velikost šumu. Stejného závěru je dosaženo pomocí kumulativního histogramu, kde kontrast obrazu je dána nárůstem průběhu. Zobrazením obrazů v k-prostoru bylo zjištěno, že k-prostory jsou různé a je složité v nich hledat souvislost s prostorovou doménou obrazu. Dospěl jsem tedy k závěru, že z k-prostoru obrazu nelze určit mateřskou vlnku, která by byla vhodná pro filtrace obrazu. Na diferencovaných obrazech je vidět jakých hodnot nabývá strmost změny intenzity signálu v obraze. U obrazů s velkým šumem při diferenci dochází ke ztrátě obrazové informace. Histogram diferencovaných obrazů s velkým šumem je širší a nabývá nižších četností. Z toho vyplývá, že na obrazy, které jsou po diferenci špatně rozpoznatelné, je vhodné použít mateřské vlnky, které mají schopnost dosahovat velké strmosti.

Cíle diplomové práce byly splněny. Byla navržena metoda odstranění šumu ze snímku a bylo provedeno hodnocení účinnosti filtrace snímku navrženou metodou. Dále byly porovnány biomedicínské obrazy.

Použitá literatura

- [1] GALVASOVÁ, A. *Wavelet transformace v analýze číslicovém zpracování biomedicínských signálů a obrazů* [online]. Diplomová práce, Praha, 2007, [cit. 2009-11-10]. Dostupný z WWW:
http://dsp.vscht.cz/DP/DP2004_Gavlasova_Andrea.pdf
- [2] ŠVIHLÍK, J. *DWT pro potlačení šumu v obraze* [online]. [cit. 2009-11-20] Dostupný z WWW:
http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/MATLAB05/prispevky/svihlik/svihlik.pdf
- [3] JAN, J. *Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů*. VUTIUM, Brno, 2002
- [4] HAVRAN, A. *Vlnková transformace zvukových signálů*. Bakalářská práce, Praha, 2007
- [5] ŠMÍD, R. *Úvod do vlnkové transformace* [online]. Praha, 2001, [cit. 2009-12-10]. Dostupný z WWW:
<http://measure.feld.cvut.cz/usr/staff/smid/wavelets/wavelet-intro-html.html>
- [6] VÍCH, R., SMÉKAL, Z. *Číslicové filtry*. Skriptum, Academia, Praha, 2004
- [7] SMÉKAL, Z., SYSEL, P. *Číslicové filtry*. Skriptum, Brno, 2004.
- [8] MALÝ, J. *Metoda pro kompresi obrazových signálů pomocí waveletové transformace*. Diplomová práce, Brno, 2006.
- [9] JAN, J. *Medical image processing, reconstruction and restoration*. První vydání, London : CRC Press Taylor&Francis Group, 2006, ISBN 0-8247-5849-8
- [10] GESCHEIDTOVÁ, E. *Speciální měření indukce magnetického pole s využitím nukleární magnetické rezonance*. Habilitační práce, Brno, 2004
- [11] GESCHEIDTOVÁ, E., BARTUŠEK, K., LIBERDA, O. *Kritéria pro výběr vlněk při zpracování MR obrazů* [online]. Elektronický článek, Elektrověue, Brno, s.1-5, 2009, ISSN 1213-1539. Dostupný z WWW:
<http://www.elektrověue.cz/cz/clanky/zpracovani-signalu/0/kriteria-pro-vyber-vlnek-pri-zpracovani-mr-obrazu>

Seznam symbolů a zkratek

$\hat{b}_i$	odhad vlnkových koeficientů
f_{vz}	vzorkovací frekvence
k	umístění v čase
m	strmost změny intenzity signálu
p	měřítko
s	dilatace
t	časová proměnná
$v[n]$	číslicový signál mezi analyzující a syntetizující částí banky filtrů
$x(t)$	vstupní spojitý signál
$x[n]$	vstupní číslicový signál
$\hat{x} \ n$	výstupní číslicový signál dvoukanálové banky filtrů
$y[m]$	výstupní číslicový signál
w	časové okno
$w[n]$	vstupní číslicový signál decimátoru, interpolátoru
C_{AB}	kontrast
C_{rel}	relativní kontrast
$G_0(z)$	přenosová funkce dolní propusti pro syntézu
$G_1(z)$	přenosová funkce horní propusti pro syntézu
$H_0(z)$	přenosová funkce dolní propusti pro analýzu
$H_1(z)$	přenosová funkce horní propusti pro analýzu
$H_{DP}(z)$	přenosová funkce dolní propusti
$H_{HP}(z)$	přenosová funkce horní propusti
HH	detaily v diagonálním směru
HL	detaily ve vertikálním směru
I	intenzita signálu
I_p	průměrná hodnota intenzity signálu
L	faktor interpolace
LH	detaily v horizontálním směru
LL	aproximace obrázku
M	faktor decimace
N	řád filtru
N_{akv}	počet pozorování
$T(\cdot)$	prahovací funkce

$\varphi(x)$	měřítková funkce
$\psi_{s,\tau}(t)$	mateřská vlka
τ	translace
σ_s	směrodatná odchylka
CWT	spojitá vlnková transformace (Continuous Wavelet Transform)
DP	dolní propust
DWT	diskrétní vlnková transformace (Discontinuous Wavelet Transform)
FT	Fourierova transformace (Fourier Transform)
HP	horní propust
KA	koeficienty aproximace
KD	koeficienty detailů
MR	magnetická rezonance
QMF	kvadrurní zrcadlová banka filtrů (Quadrature Mirror Filter Bank)
SNR	poměr signálu k šumu
STFT	Fourierova transformace s časovým oknem (Short Time Fourier Transform)
WT	vlnková transformace (Wavelet Transform)
2D-DWT	dvourozměrná vlnková transformace

Přílohy

- A. CD obsahující diplomovou práci v elektronické verzi, testované snímky a snímky po filtraci