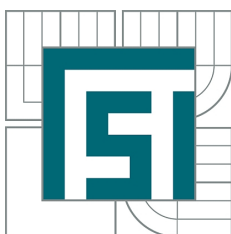


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MATEMATIKY  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF MATHEMATICS

## OPTIMALIZACE PROCESŮ

PROCESS OPTIMIZATION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

JAN VILÉM

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

RNDr. PAVEL POPELA, Ph.D.

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav matematiky

Akademický rok: 2011/2012

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): Jan Vilém

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Matematické inženýrství (3901R021)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Optimalizace procesů**

v anglickém jazyce:

### **Process Optimization**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Student se bude zabývat problematikou optimalizace inženýrských procesů. Bude aplikovat osvojené poznatky matematické analýzy, lineární algebry a diskrétní matematiky na vybraný inženýrský proces z oblasti strojírenské výroby a technologie.

Cíle bakalářské práce:

Student si prohloubí znalosti z oblasti optimalizačních modelů a metod a bude je aplikovat na vybraný problém.

Seznam odborné literatury:

Klapka a kol. Metody operačního výzkumu, Brno 2001.

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Pavel Popela, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

V Brně, dne 26.10.2010

L.S.

---

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan fakulty

## **Abstrakt**

Tato bakalářská práce se zabývá problémem využití optimalizace procesů ve strojním inženýrství. Je v ní vytvořen optimalizační model pro optimalizaci řezných podmínek při soustružení. Problém byl zpracován a naprogramován v systému GAMS jako lineární i nelineární problém. Omezující podmínky jsme definovali obecně pro několik druhů technologických procesů.

## **Summary**

This bachelor's thesis examine the problem of the process optimization in mechanical engineering. It contains optimization model to optimize cutting conditions in turning. The problem was programmed in the GAMS system as linear and nonlinear problem. Limiting conditions are generally defined for several types of technological processes.

## **Klíčová slova**

Optimalizace, optimalizace řezných podmínek, lineární programování, nelineární programování, GAMS.

## **Keywords**

Optimization, optimization of cutting conditions, linear programming, nonlinear programming, GAMS.

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením RNDr. Pavla Popely, Ph.D. s použitím literatury uvedené v seznamu literatury.

Jan Vilém

Děkuji všem, kteří se přímo i nepřímo podíleli na tom, že jsem mohl tuto práci dokončit, především RNDr. Pavlu Popelovi, Ph.D. za odborné vedení.

Jan Vilém

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Optimalizace</b>	<b>3</b>
2.1	Klasifikace . . . . .	3
2.1.1	Lineární programování . . . . .	3
2.1.2	Nelineární programování . . . . .	4
2.2	Metody řešení . . . . .	4
2.2.1	Simplexová metoda . . . . .	4
<b>3</b>	<b>GAMS</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Optimalizační úloha</b>	<b>7</b>
4.1	Formulace omezujících podmínek . . . . .	7
4.2	Stanovení kritéria optimality a sestavení modelu . . . . .	14
4.3	Zadání příkladu a jeho řešení . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Závěr</b>	<b>18</b>
<b>6</b>	<b>Seznam použitých zkratk a symbolů</b>	<b>20</b>
<b>7</b>	<b>Seznam příloh</b>	<b>22</b>
7.1	Zdrojový kód v programu GAMS pro LP . . . . .	22
7.2	Zdrojový kód v programu GAMS pro NLP . . . . .	24

# 1. Úvod

Ve strojírenské praxi se často setkáváme s problémem správného nastavení neznámých parametrů, nebo zlepšení stávajících parametrů v technologických procesech pro dosažení lepšího výsledku. Zjištění těchto parametrů může strojírenské firmě přinést užitek a může podstatně zvýšit například kvalitu výsledných produktů, rychlost výroby nebo celkový zisk firmy.

Cílem naší práce bylo seznámit se se základními principy optimalizace a vytvořit optimalizační model, který by tyto parametry pomohl určovat (a to lepším způsobem, než konvenční optimalizací, která se běžně v praxi používá). Tento model si sestavíme pro konkrétní případ optimalizace řezných podmínek při soustružení. Omezující podmínky uvedené v modelu si odvodíme pro náš konkrétní případ, zobecníme pro různé typy obrábění, a tím vytvoříme komplexnější řešení, které bychom mohli použít pro mnoho druhů praktických úloh. Jelikož je tato oblast opravdu rozsáhlá, nemůžeme popsat veškeré druhy obrábění a omezujících podmínek.

Samotná práce je rozdělena do tří hlavních částí, v první části si teoreticky rozebereme typy úloh, se kterými se v práci setkáme. V druhé, kratší části, si popíšeme systém GAMS a jeho základní příkazy. Ve třetí a stěžejní části aplikujeme veškeré teoretické poznatky a zpracujeme praktickou optimalizační úlohu od definice omezujících podmínek, přes sestavení modelu, až po výsledné řešení v programu GAMS.



## 2. Optimalizace

### 2.1. Klasifikace

#### 2.1.1. Lineární programování

Lineární programování (LP) je optimalizační úloha, ve které je účelová funkce v lineárním tvaru pro hledanou proměnnou a omezující podmínky se skládají z lineárních rovnic nebo nerovnic [7]. My se budeme zabývat především minimalizační (změnu na maximalizační úlohu můžeme provést změnou znaménka u účelové funkce) úlohou lineárního programování ve tvaru nerovností [6]:

$$\begin{aligned}
 \text{minimalizovat} \quad & z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n & (2.1) \\
 \text{za podmínky} \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
 & \vdots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\
 & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0
 \end{aligned}$$

kde  $a_{ij}$ ,  $b_i$  a  $c_i$  jsou reálné konstanty.  $a_{ij}$  obvykle nazýváme strukturální koeficienty a  $b_i$  kapacitní koeficienty. Jednotlivé úlohy se od sebe mohou lišit, ale všechny můžeme transformovat na standardní tvar [7]:

$$\begin{aligned}
 \text{minimalizovat} \quad & z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n & (2.2) \\
 \text{za podmínky} \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\
 & \vdots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \\
 & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0
 \end{aligned}$$

kde  $m \leq n$ . Úlohu můžeme zkráceně zapsat ve vektorovém tvaru:

$$\begin{aligned}
 \text{minimalizovat} \quad & z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} & (2.3) \\
 \text{za podmínky} \quad & \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b} \\
 & \mathbf{x} \geq 0
 \end{aligned}$$

kde  $\mathbf{c}^T$  je  $n$ -složkový řádkový vektor,  $\mathbf{b}$  je  $m$ -složkový sloupcový vektor a  $\mathbf{A}$  je matice typu  $m \times n$ .

Každou úlohu můžeme transformovat na standardní tvar pomocí doplňkové proměnné  $x_{n+i}$ , například pro všechny nerovnosti z úlohy (2.1) dostáváme:

$$\begin{aligned}
 \text{a} \quad & \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\
 & \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{s} = \mathbf{b}
 \end{aligned}$$

kde  $\mathbf{s} = (x_{n+i})$ ,  $\mathbf{s} \geq 0$ .

## 2.1.2. Nelineární programování

V předchozí kapitole jsme uvedli optimalizační úlohou LP, ve které byly omezení i účelová funkce lineární. Úlohy nelineárního programování (NLP) zahrnují nelineární výrazy v omezeních a účelové funkci. Obecná úloha má NLP má podle [6] tvar:

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (2.4)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{x} \in X$$

kde  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  jsou proměnné nabývající hodnot ze základní množiny  $X \subset \mathbf{R}^N$ , která může znamenat nezápornost proměnných,  $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$  je účelová funkce,  $\mathbf{g}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$  je vektorová funkce pro omezení a  $\mathbf{0}$  je nulový vektor dimenze  $m$ . Hledáme minimální přípustná řešení  $x_{min}$ , které minimalizuje účelovou funkci  $f(\mathbf{x})$ .

## 2.2. Metody řešení

### 2.2.1. Simplexová metoda

Simplexová metoda je iterační metoda pro řešení optimalizačních úloh LP, kterou odvodil Dazling s využitím myšlenek Jordanovy modifikace Gaussovy eliminační metody pro řešení soustav lineárních algebraických rovnic. Můžeme ji interpretovat geometricky. Předpokládejme, že známe krajní bod  $\mathbf{x}_0$  množiny přípustných řešení  $M$ . Hledáme takový sousední bod, pro který je hodnota účelové funkce menší, než pro bod  $\mathbf{c}^T \mathbf{x}_0$ . Takový bod nazveme  $\mathbf{x}_1$ . Na tento bod aplikujeme stejný postup jako na bod  $\mathbf{x}_0$ . Pokud neexistuje sousední krajní bod s vlastností  $\mathbf{c}^T \mathbf{x} \leq \mathbf{c}^T \mathbf{x}_0$ , je  $\mathbf{x}_0$  hledaným optimálním řešením. Tento algoritmus má pro nede degenerované úlohy buď konečný počet kroků a nebo končí zjištěním, že řešení neexistuje [6].

Pro úlohu LP v kanonickém tvaru zapisujeme algoritmus úlohy následovně:

$$\text{Minimalizovat} \quad z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (2.5)$$

Při splnění omezujících podmínek

$$\begin{array}{ccccccccccc} x_1 & & + & a_{1,m+1}x_{m+1} & + & \dots & + & a_{1,k}x_k & + & \dots & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ x_2 & & + & a_{2,m+1}x_{m+1} & + & \dots & + & a_{2,k}x_k & + & \dots & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ & & & & & & & \vdots & & & & & & \\ x_m & + & a_{m,m+1}x_{m+1} & + & \dots & + & a_{m,k}x_k & + & \dots & + & a_{m,n}x_n & = & b_m \end{array}$$

A podmínek nezápornosti

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0$$

kde  $a_{ij}$ ,  $b_i$  a  $c_j$  jsou pro  $i = 1 \dots m$  a  $j = 1 \dots n$  reálná čísla. Proměnné  $x_1, \dots, x_m$  nazveme bazové proměnné a ostatní  $x_{m+1}, \dots, x_n$  nebazové proměnné. Dosadíme-li za každou z proměnných  $x_{m+1}, \dots, x_n$  nulu, dostaneme výchozí řešení:

$$\mathbf{x}_0^T = (b_1, b_2, \dots, b_m, 0, 0, \dots, 0)$$

Další postup řešení probíhá tak, že sestavíme simplexovou tabulku a hledáme pivotní sloupce a pivotní řádky, a pomocí Gauss-Jordanovy eliminace transformujeme prvky a zapíšeme do nové tabulky. Tento proces opakujeme, dokud nenajdeme optimální řešení. Postup ukážeme na vzorovém příkladu:

Maximalizovat

$$z = 3x_1 + 2x_2$$

za podmínek

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Úlohu transformujeme na kanonický tvar zavedením proměnných  $x_3, x_4, x_5 \geq 0$ : Standardní tvar:

Minimalizovat

$$z = 3x_1 + 2x_2$$

za podmínek

$$x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 3$$

$$2x_1 + x_2 + x_5 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Vytvoříme simplexovou tabulku:

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$b$
$z$	1	-3	-2	0	0	0	0
$x_4$	0	1	-1	1	0	0	1
$x_5$	0	1	1	0	1	0	3
$x_6$	0	2	1	0	0	1	5

Vybereme proměnnou  $x_i$  s nejmenší hodnotou  $\frac{b_i}{a_{ik}}$ , jež nám určuje pivotní sloupec a pivotní řádek, pro který provedeme Gauss-Jordanovu eliminaci. Následně dostáváme novou simplexovou tabulku:

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$b$
$z$	1	0	-5	3	0	0	3
$x_4$	0	1	-1	1	0	0	1
$x_5$	0	0	2	-1	1	0	2
$x_6$	0	0	3	-2	0	1	3

Tento proces opakujeme, dokud nenajdeme optimální řešení. Optimální řešení je takové řešení, které má záporné koeficienty u bázových proměnných.

### 3. GAMS

System GAMS (General Algebraic Modeling System) je multiplatformní optimalizační program s vlastním jazykem vyšší úrovně, který umožňuje formulovat matematické modely použitím výstižného a srozumitelného jazyka, jak pro programátory, tak pro matematiky a tvůrce matematických modelů [5].

Samotný systém je schopný řešit rozsáhlé úlohy. Umí řešit deset druhů matematických modelů, například LP - lineární programování, NLP - nelineární programování, DNLP - nelineární programování s nespojitými derivacemi funkcí určujících rovnice modelu, RMIP neúplně celočíselné programování atd. V současné době používá dvacet osm různých řešičů, mezi kterými program vybírá automaticky, bez zásahu uživatele. Pro manuální nastavení lze používat příkaz `Option`. Například syntax `Option nlp = conopt;` by nastavila CONOPT jako řešič úloh NLP. Pro nás ovšem budou nejdůležitější pouze dva řešiče, jedním z nich je CPLEX 12.6, který využívá simplexovou metodu z kapitoly (2.2.1) a bude použit pro výpočet úlohy z kapitoly (4.3) v lineárním tvaru. Druhým důležitým řešičem je CONOPT, který je využit pro výpočet úlohy NLP z kapitoly (4.3). Je to jeden ze tří základních řešičů úloh NLP (CONOPT, MINOS, SNOPT) [8]. CONOPT může být použit pro řešení s více než 20000 (v některých případech až s 500000) rovnic a neznámých. My ovšem budeme používat studentskou verzi programu, a proto budeme omezeni 1000 nenulovými prvky v definici modelu pro řešení úloh v lineárním tvaru a 200 nenulovými prvky pro řešení v nelineárním tvaru [5]. To je ovšem pro naše účely naprosto dostačující.

#### Základní příkazy

Zde uvádíme několik základních příkazů jazyka GAMS pro lepší orientaci ve zdrojových kódech, které jsou uvedeny v příloze (7.2) a (7.1).

**Sets** - Příkaz slouží k definici množin.

**Scalar** - Příkaz slouží k definici skalárů.

**Parameters** - Příkaz slouží k zadávání hodnot polí.

**Variable** - Deklarace proměnných.

**Positive variable** - Deklarace nezáporných proměnných.

**Equations** - Příkaz pro deklaraci rovnic nebo nerovnic definujících model.

**Model** - Příkaz pro definici modelu, po slově **Model** se vypisuje název modelu a po něm následuje popis modelu. V lomítkových závorkách je uveden seznam rovnic definujících model.

**Loop** - Cyklus přes všechna  $i$ .

**Solve** - Tímto příkazem se spouští samotné řešení úlohy. Slovo **using** uvozuje typ modelu. Dále si určíme, jestli se jedná o minimalizační nebo maximalizační úlohu pomocí slov **minimizing** nebo **maximizing**.

**Display** - Zobrazení hodnoty proměnné.

## 4. Optimalizační úloha

V této kapitole přejdeme k aplikaci optimalizace na reálný problém ze strojírenské praxe. Za cíl jsme si zvolili nadefinovat a sestavit matematický model pro optimalizaci hřídele na třech úsecích o různých poloměrech a vytvořit program v systému GAMS, který spočte konkrétní hodnoty pro danou hřídel. Nejdříve tedy musíme nadefinovat omezující podmínky (dále jen podmínky) pro soustružení hřídele, které následně použijeme pro sestavení samotného modelu a který převedeme do GAMSu pro zjištění konkrétních hodnot. V rámci cvičení budeme úlohu řešit jako úlohu LP i NLP. Úloha je zpracovaná podle [1]. V rámci přehlednosti jsou všechny symboly shrnuty a přehledně zapsány v tabulce v kapitole (6).

### 4.1. Formulace omezujících podmínek

Omezující podmínky jsou důležitou sadou omezení, která definují přípustné řešení pro náš problém z hlediska požadovaných vlastností a bezpečnosti s ohledem na vlastnosti obráběcího stroje, použitých nástrojů a z hlediska samotného obrobku. Tyto podmínky dobře popsal Brychta a kol. (2011): "Jedná se o technická omezení vyskytující se při optimalizaci rezných podmínek, které se formulují ve formě omezujících podmínek. Technologické prostředí charakterizuje určitý soubor omezujících podmínek, a proto je nezbytné vždy uvážit, které omezující podmínky přicházejí pro danou technologii v úvahu." [3] My se budeme zabývat především podmínkami pro soustružení, které později využijeme při sestavování modelu v kapitole (4.2). To ovšem neznamená, že některé podmínky neplatí obecně. Níže v textu zmiňujeme další technologie, pro které jsou podmínky platné ve stejném tvaru. Ukážeme si také způsob úpravy pro jiné technologie. Nakonec krátce shrneme i další podmínky, které by bylo možné zavést, ale zavádět je nebudeme, protože nejsou potřebné pro sestavení modelu v kapitole (4.2).

#### Omezení dané řezivostí břitu nástroje

Tato omezující podmínka má mezi ostatními výjimečné postavení, jelikož je funkcí trvanlivosti  $T_{opt}$ , což značně ovlivňuje řešení optimalizační úlohy. Vztah pro výpočet trvanlivosti volíme podle kritéria optimality. Obecně tato podmínka říká, že rezná rychlost  $v_c$  nesmí překročit hodnotu danou řezivostí břitu nástroje  $v_{cT}$ , tedy:

$$v_c \leq v_{cT} \quad (4.1)$$

V literatuře [3] [4] se také můžeme dočíst, že tuto podmínku autoři nazývají Omezení dané komplexním Taylorovým vztahem<sup>1</sup>. Vyjdeme tedy z tohoto vztahu. Jako příklad jsme si zvolili soustružení, pro které má podle [3] komplexní Taylorův vztah tvar:

$$v_{cT} = \frac{c_{v_c}}{T_{opt}^{\frac{1}{m}} a_p^{x_{v_c}} f^{y_{v_c}}} \quad (4.2)$$

kde  $v_{cT}$  [m.min<sup>-1</sup>] je mezní hodnota rychlosti daná řezivostí břitu nástroje,  $a_p$  [mm] je hloubka řezu,  $f$  [mm.ot<sup>-1</sup>] je posuv nástroje,  $m$  je exponent pro výpočet rezné rychlosti,

---

<sup>1</sup>Nesouvisí s Taylorovým polynomem.

$c_{vc}$ ,  $x_{vc}$ ,  $y_{vc}$  jsou empirické konstanty pro výpočet řezných parametrů a  $T_{opt}$  [min] je optimální trvanlivost definovaná dle požadovaného kritéria. Pro nás je důležitá především optimální trvanlivost pro minimální výrobní čas. Minimální výrobní čas odpovídá maximální výrobě. Pro určení této trvanlivosti vyjdeme ze vztahu pro celkový čas na obrobění jednoho kusu [9]:

$$t_c = t_{AS} + t_N + t_{A11} \quad (4.3)$$

kde  $t_c$  [min] je čas na obrobění jednoho kusu,  $t_{AS}$  [min] je automatický strojní čas,  $t_{A11}$  [min] je vedlejší čas a  $t_N$  [min] je podílový čas na výměnu nástroje. Pro členy  $t_{AS}$  a  $t_N$  rovnice (4.3) platí:

$$t_{AS} = \frac{L}{nf} \quad (4.4)$$

kde  $n$  [ $\text{min}^{-1}$ ] jsou otáčky vřetene a  $L$  [mm] je celková délka, kdy je zapnut strojní posuv.

$$t_N = \frac{t_{AX}}{Q_T} \quad (4.5)$$

kde  $t_{AX}$  [min] představuje čas na výměnu nástroje a seřízení nástroje.  $Q_T$  [ks] je počet kusů obroběných mezi výměnami nástroje a určí se jako:

$$Q_T = \frac{T}{\lambda t_{AS}} = \frac{Tnf}{\lambda L} \quad (4.6)$$

kde  $\lambda$  je koeficient řezání a  $T$  je trvanlivost nástroje.

Pro určení trvanlivosti dále potřebujeme vztah pro řeznou rychlost  $v_c$  a základní Taylorův vztah pro vyjádření závislosti mezi trvanlivostí  $T$  a otáčkami vřetene  $n$ :

$$v_c = \frac{\pi Dn}{10^3} \quad (4.7)$$

kde  $n$  [ $\text{min}^{-1}$ ] jsou otáčky vřetene a  $D$  [mm] je průměr obrábění.

Základní Taylorův vztah [9]:

$$v_c = \frac{c_v}{T^{\frac{1}{m}}} \quad (4.8)$$

Nyní máme připraveny všechny potřebné vztahy pro určení optimální trvanlivosti  $T_{opt}$  [min] pro minimální výrobní čas. Do rovnice pro celkový čas na obrobění jednoho kusu (4.3) dosadíme vztahy (4.4) až (4.8) a tím dostaneme funkci trvanlivosti  $T$ . Pro určení extrému této funkce ji zderivujeme podle  $T$  a po úpravě dostáváme výsledný vztah optimální trvanlivosti pro minimální výrobní čas:

$$T_{opt} = (m - 1) t_{AX} \lambda \quad (4.9)$$

Optimální trvanlivost pro kritérium minimálních nákladů by se dala odvodit obdobnou úpravou, výsledný vztah by poté vypadal:

$$T_{opt_2} = (m - 1) \lambda \frac{60N_B}{N_{S_m}} \quad (4.10)$$

kde  $N_B$  [Kč.břít $^{-1}$ ] jsou náklady na použití jednoho břitu a  $N_{S_m}$  [Kč.hod $^{-1}$ ] jsou náklady na jednu hodinu práce stroje.

Vraťme se nyní zpátky k podmínce (4.1), která nám určuje hledané omezení dané řezivostí břitů. V předchozím textu jsme si odvodili veškeré potřebné vztahy. Po dosazení (4.2) a (4.9) do nerovnice (4.1) a po úpravě dostáváme výslednou podmínku (4.11):

$$nf^{y_{vc}} \leq \frac{10^3 c_{vc}}{T_{opt}^{\frac{1}{m}} a_p^{x_{vc}}} = a_1 \quad (4.11)$$

kde  $a_1$  je konstanta pravé strany pro podmínku (4.11). Tyto konstanty se budou stejným způsobem vyskytovat u všech omezujících podmínek, a proto je nebudeme v dalším textu vysvětlovat.

V případě modifikace úlohy bychom mohli tuto podmínku použít ve stejném tvaru i pro vyvrtávání, hoblování nebo obrážení. Pro frézování podle [4] platí jiný komplexní Taylorův vztah:

$$v_{cT} = \frac{c_{vc} D_n^{w_y}}{T_{opt}^{\frac{1}{m}} a_p^{x_{vc}} f^{y_{vc}} B^{u_v} z^{q_v}}$$

kde  $B$  [mm] je šířka frézované plochy,  $z$  je počet zubů nástroje a  $u_v$ ,  $q_v$  a  $w_v$  jsou empirické konstanty.

Pro vrtání:

$$v_{cT} = \frac{c_{vc} D_n^{w_y}}{T_{opt}^{\frac{1}{m}} a_p^{x_{vc}} f^{y_{vc}}}$$

Z těchto vztahů bychom mohli analogickým způsobem, jako u soustružení, vytvořit omezující podmínku danou řezivostí břitů nástroje.

### Omezení dané výkonem obráběcího stroje

Omezení dané výkonem obráběcího stroje je jednou z nejdůležitějších podmínek při hrubování. [4] Pro různé technologie obecně platí:

$$P_c \leq P_e \eta_m = P_{ef} \quad (4.12)$$

kde  $P_c$  [W] je řezný výkon  $P_e$  [W] je výkon elektromotoru stroje,  $P_{ef}$  [W] je efektivní výkon stroje a  $\eta_m$  je mechanická účinnost stroje. Řezný výkon je roven [1]:

$$P_c = \frac{F_c v_c}{6 \cdot 10^4} \quad (4.13)$$

kde  $F_c$  [N] je řezná síla, kterou pro soustružení, vyvrtávání, hoblování a obrážení určíme z empirického vztahu:

$$F_c = c_{F_c} a_p^{x_{F_c}} f^{y_{F_c}} v_c^{z_{F_c}} \quad (4.14)$$

kde  $c_{F_c}$ ,  $x_{F_c}$ ,  $y_{F_c}$  a  $z_{F_c}$  jsou konstanty pro výpočet řezných podmínek. Závislost řezné síly a řezné rychlosti je relativně malá, a tak se  $z_{F_c}$  blíží nule. Proto můžeme tento člen zanedbat. Postupně dosazujeme rovnice (4.13), (4.14) a (4.7) do nerovnice (4.12) a dostáváme výslednou podmínku pro soustružení (4.15):

$$nf^{y_{F_c}} \leq \frac{6 \cdot 10^7 P_{ef}}{c_{F_c} a_p^{x_{F_c}} D \pi} = a_2 \quad (4.15)$$

Konstanta  $c_{F_c}$  pro ocel se stanoví z empirického vzorce  $c_{F_c} = 176 (R_m)^{0,359}$ , kde  $R_m$  [MPa] je mez pevnosti v tahu.

Pro ostatní technologie lze podmínku odvodit analogicky. Například pro frézování můžeme vyjádřit řeznou sílu  $F_c$  vztahem:

$$F_c = c_{F_c} a_p^{x_{F_c}} f_z^{y_{F_c}} v_c^{z_{F_c}} B^{u_{F_c}} z D_n^{w_{F_c}}$$

kde  $u_{F_c}$  a  $w_{F_c}$  jsou empirické konstanty,  $f_z$  [mm] je posuv na zub,  $D_n$  [mm] je průměr nástroje a  $z$  je počet zubů nástroje. Tuto sílu dosadíme do (4.12) a analogickým způsobem vyjádříme výslednou omezující podmínku.

### Omezení z hlediska minimální přípustné výrobnosti stroje

Skutečný strojní čas  $t_{AS2}$  musí být menší než strojní čas daný požadovanou výrobností  $t_{AS1}$ , tedy:

$$t_{AS2} \leq t_{AS1} \quad (4.16)$$

Strojní čas  $t_{AS1}$  vyjádříme ze vztahu pro výrobnost obráběcího stroje:

$$Nm = \frac{60\eta}{t_{AS1} + \sum t_{A11}} \Rightarrow t_{AS1} = \frac{60\eta}{Nm} - \sum t_{A11}$$

kde  $Nm$  [ks.hod<sup>-1</sup>] je minimální přípustná výrobnost,  $\eta$  je využití stroje za směnu a  $t_{A11}$  [min.ks<sup>-1</sup>] je vedlejší strojní čas (např. pro měření a upínání).  $t_{AS2}$  odpovídá strojnímu času pro obrábění válcových ploch :

$$t_{AS2} = \frac{Lp}{nf a_p} \quad (4.17)$$

po dosazení do (4.16) a úpravě dostáváme podmínku (4.18):

$$nf \geq \frac{Lp}{a_p \left( \frac{60\eta}{Nm} - \sum t_{A11} \right)} = a_3 \quad (4.18)$$

### Omezení daná řeznými parametry stroje

Otáčky vřetene musejí spadat do intervalu, který je určen minimální řeznou rychlostí  $v_{cMIN}$  a maximální řeznou rychlostí  $v_{cMAX}$ . Dostáváme tedy další dvě podmínky (4.19) a (4.20):

$$n \geq \frac{10^3 v_{cMIN}}{\pi D} = a_4 \quad (4.19)$$

$$n \leq \frac{10^3 v_{cMAX}}{\pi D} = a_5 \quad (4.20)$$



### Omezení dané maximálním posuvem

Maximální posuv je určený empirickým vztahem. Dostáváme podmínku (4.21):

$$f_1 \leq c_f r_\varepsilon^{X_\varepsilon} a_p^{X_a} = a_6 \quad (4.21)$$

kde  $X_\varepsilon$ ,  $X_a$  a  $c_f$  jsou empirické konstanty, jejichž hodnoty jsou určeny následující tabulkou [1]:

Podmínky obrábění	$c_f$	$X_\varepsilon$	$X_a$
Ocel Třída obrobiteľnosti: 14b Nástroj: SK P20	0,225	0,83	0,338

### Omezení dané tuhostí soustavy

Vyjdeme ze vztahu pro tuhost soustavy:

$$j_s = \frac{F'}{\Delta y}$$

Určíme vztah pro sílu  $F'$  (skládá se ze dvou na sebe kolmých složek  $F_c$  a  $F_y$ ):

$$F' = \sqrt{F_c^2 + F_y^2}$$

Vytkneme  $F_c^2$  před odmocninu a zavedeme substituci.

$$F' = F_c \sqrt{1 + \frac{F_y^2}{F_c^2}} = F_c \sqrt{1 + \beta} = F_c \lambda_s$$

Pro  $\beta = \frac{F_y}{F_c} = 0,4$  je koeficient  $\lambda_s = 1,08$ . Dosazením  $F'$  a následně  $F_c$  do rovnice tuhosti dostáváme:

$$j_s = \frac{\lambda_s F_c}{\Delta y} = \frac{\lambda_s c_{F_c} \Delta a_p^{x_{F_c}} f_{y_{F_c}}}{\Delta y}$$

Dále platí vztah pro koeficient zpřesnění  $\varepsilon$  [1]:

$$\varepsilon = \frac{\Delta a_p}{\Delta y}$$

kde  $\Delta y$  je nepřesnost po obrábění a  $\Delta a_p$  je nepřesnost polotovaru. Vyjádříme si limitní posuv  $f$  pro  $x_{F_c} = 1$ :

$$f = \left[ \frac{j_s}{\lambda_s c_{F_c} \left( \frac{\Delta a_p}{\Delta y} \right)} \right]^{\frac{1}{y_{F_c}}} = \left[ \frac{j_s}{\lambda_s c_{F_c} \varepsilon} \right]^{\frac{1}{y_{F_c}}}$$

Skutečný posuv musí být menší než limitní. Dostáváme podmínku (4.22):

$$f \leq \left( \frac{j_s}{f c_{F_c} \varepsilon} \right)^{\frac{1}{y_{F_c}}} = a_7 \quad (4.22)$$

## Omezení dané maximální přípustnou drsností

Jedná se o velice důležitou podmínku při obrábění na čisto. Zatím se nepodařilo stanovit vztah s univerzální platností. V současnosti mají vztahy pouze omezenou platnost pro konkrétní případ obrábění [3]. Obecně se jedná o funkci:

$$g(f, v_c, e_\varepsilon, \kappa_r, \kappa'_r) = R_a$$

kde  $\kappa_r$  [°] je úhel nastavení a  $\kappa'_r$  [°] je vedlejší úhel nastavení.

V našem případě lze pro profil soustružené plochy při soustružení na čisto upravit vztah:

$$R_a = 0,26 \frac{f^2}{8r_\varepsilon} 10^3$$

Z něj můžeme vyjádřit limitní posuv  $f$  pro danou drsnost  $R_a$  a tím pádem i podmínku (4.23):

$$f \leq \left( \frac{R_a r_\varepsilon}{32,5} \right)^{\frac{1}{2}} = a_8 \quad (4.23)$$

## Omezení pro minimální přípustnou hodnotu posuvu

Posuv musí být větší než minimální posuv daný technickými parametry obráběcího stroje:

$$f \geq f_{MIN} = a_9 \quad (4.24)$$

Toto omezení společně s (4.21) můžeme také interpretovat jako podmínku pro správné utváření třísky, jelikož určují horní a dolní hranici posuvu. Správné utváření třísky má značný význam pro takzvané "třískové hospodářství", pro ekonomický provoz, bezpečnost a plynulost výroby na číslicově řízených automatizovaných strojích, zejména na pracovištích, které nejsou pod přímým dohledem obsluhujícího pracovníka [10]. Podle [4] jsou nebezpečné především dvě situace, které by mohly nastat. Tříska se nesmí nevhodným utvářením dostat zpět pod břit, jelikož by to mohlo vést k havárii obráběcí soustavy. Druhý nebezpečný případ by mohl nastat ve chvíli, kdy by třísky zaplnily obráběcí prostor a znemožnily další obrábění, výměnu nástroje a pod.

## Další omezení

### Omezení dané maximálním kroutícím momentem

Toto omezení uvažujeme z hlediska maximálního kroutícího momentu, který působí na upnutý nástroj např. při vrtání nebo frézování. Obecně lze zapsat jako [3]:

$$M_k \leq M_{k_{max}}$$

kde  $M_k$  je kroutící moment a  $M_{k_{max}}$  udává maximální kroutící moment.

### **Omezení dané dovoleným namáháním vrtáku na krut a vzpěr.**

Vrták je při práci namáhán axiální silou na vzpěr a kroutícím momentem na krut. U vrtáků menšího průměru a menšího poloměru  $\frac{L}{D}$  definujeme omezující podmínku jako namáhání na krut, v opačném případě při velkém průměru a velkém poloměru  $\frac{L}{D}$  jako namáhání na vzpěr [1].

### **Omezení dané minimálně přípustným počtem děr za hodinu.**

Další podmínka pro vrtání určuje minimální počet vyvrtaných děr za hodinu (popřípadě jinou časovou jednotku) tak, aby byla splněna norma [1].

### **Omezení dané minimálními a maximálními otáčkami stroje.**

Za předpokladu, že na daném stroji můžeme nastavit jen určitý rozsah otáček, zavádíme toto omezení. [3]. Toto omezení je platné pro širokou škálu technologií.

### **Organizační omezení.**

Speciální druh omezení, který určuje omezení takzvaného "organizačního typu". Je to omezení z hlediska omezeného množství určitého druhu nástrojů, nebo například časového rozmezí, ve kterém může seřizovač provést výměnu nástroje při výrobě. Jednotlivá omezení se od sebe liší v matematické formulaci [3]. Toto omezení je použitelné pro širokou škálu technologií.

## 4.2. Stanovení kritéria optimality a sestavení modelu

Nyní si můžeme stanovit kritérium optimality dle vlastních požadavků. Podle [2][3][4] může být zaměřené na:

- maximální výrobnost
- maximálního úběru materiálu
- minimální příkon při obrábění
- minimální teplota při obrábění
- maximální zisk
- minimální náklady na obrobení jednoho kusu výrobku

Například kritérium minimálních nákladů na obrobení jednoho kusu stanovíme ze vzorce pro přímé náklady na obrobení jednoho výrobku:

$$A = t_{AS_1} \frac{N_{S_m}}{60} + \frac{N_B}{Q}$$

kde  $N_B$  [Kč.břít<sup>-1</sup>] jsou náklady na použití jednoho břitu,  $N_{S_m}$  [Kč.hod<sup>-1</sup>] jsou náklady na jednu hodinu práce stroje. Do rovnice dosadíme automatický strojní čas pro obrábění válcových ploch (4.17) a upravíme:

$$A = \frac{1}{nf} \left[ \frac{Lp}{a_p} \frac{N_{S_m}}{60} + \frac{Lp}{a_p} \frac{\alpha N_B}{T} \right] = \frac{K_1}{nf} \rightarrow \min$$

kde  $K_1$  je konstanta. Proměnnou  $A$  chceme minimalizovat, toho zřejmě dosáhneme právě tehdy, když součin otáček vřetene  $n$  a posuvu nástroje  $f$  bude maximální. Dostali jsme tedy kritériální funkci:

$$z = nf \rightarrow \max \quad (4.25)$$

My se ovšem budeme zabývat kritériem maximální výrobnosti. Toho dosáhneme tehdy, když jednotkový čas (nebo-li čas na výrobu jednoho kusu výrobku) bude minimální. Ten je určen vztahem (4.3), ve kterém je na řezných podmínkách závislý pouze automatický strojní čas  $t_{AS}$  a zbytek jsou konstanty. Proto můžeme zapsat kritérium optimality jako:

$$t_c = \frac{K_2}{nf} \rightarrow \min$$

$$z = nf \rightarrow \max \quad (4.26)$$

kde  $K_2$  je konstanta.

Z podmínek (4.11), (4.15), (4.18), (4.19), (4.20), (4.21), (4.22), (4.23), (4.24) si sestavíme soustavu nelineárních nerovnic s kritériální funkcí (4.26), kterou budeme řešit v následující kapitole.

$$\begin{array}{rcl}
 n & f^{yv_c} & \leq a_1 \\
 n & f^{yF_c} & \leq a_2 \\
 n & f & \geq a_3 \\
 n & & \geq a_4 \\
 n & & \leq a_5 \\
 & f & \leq a_6 \\
 & f & \leq a_7 \\
 & f & \leq a_8 \\
 & f & \geq a_9
 \end{array}$$


---


$$nf \rightarrow \max$$

Další možností, jak sestavit model, je převést jej pomocí logaritmu na lineární tvar, který je ekvivalentní nelineární úloze, díky tomu, že po transformacích jsou obě množiny přípustných řešení na sebe jednoznačně (bijekcí) zobrazeny a transformace zachovávají uspořádání podle hodnot účelových funkcí. Proto je výpočetně výhodnější řešit lineární úlohu, nelineární úloha je vhodnější pro případné zobecnění, které znemožní provedení linearizující transformace (viz např. speciální omezení):

$$\begin{array}{rcl}
 \log(n) + yv_c \log(f) & \leq & \log(10^{2yv_c} a_1) \\
 \log(n) + yF_c \log(f) & \leq & \log(10^{2yF_c} a_2) \\
 \log(n) + \log(f) & \geq & \log(10^2 a_3) \\
 \log(n) & \geq & \log(a_4) \\
 \log(n) & \leq & \log(a_5) \\
 & \log(f) & \leq \log(10^2 a_6) \\
 & \log(f) & \leq \log(10^2 a_7) \\
 & \log(f) & \leq \log(10^2 a_8) \\
 & \log(f) & \geq \log(10^2 a_9)
 \end{array}$$


---


$$\log(A) = \log(10^2 K_1) - \log(n) - \log(f) \rightarrow \min$$

Zavedeme substituci  $f = \frac{g}{10^2}$  a  $x_1 = \log(n)$  a  $x_2 = \log(g)$ . Kritériální funkce bude minimální v případě, že  $x_1$  a  $x_2$  budou maximální.

$$\begin{array}{rcl}
 x_1 + yv_c x_2 & \leq & B_1 \\
 x_1 + yF_c x_2 & \leq & B_2 \\
 x_1 + x_2 & \geq & B_3 \\
 x_1 & \geq & B_4 \\
 x_1 & \leq & B_5 \\
 & x_2 & \leq B_6 \\
 & x_2 & \leq B_7 \\
 & x_2 & \leq B_8 \\
 & x_2 & \geq B_9
 \end{array}$$


---


$$z - x_1 - x_2 = 0$$

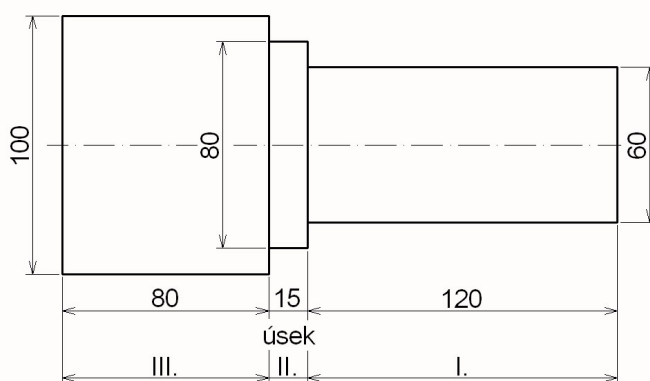
Konečný tvar soustavy, do které dosazujeme hodnoty z příkladu (4.3).

### 4.3. Zadání příkladu a jeho řešení

Nyní použijeme matematický model, který jsme si odvodili v kapitole (4.2) a aplikujeme jej na konkrétní příklad s číselně zadanými hodnotami. Jedná se o soustružení hřídele, kde budeme optimalizovat řezné podmínky na třech úsecích o různých poloměrech tak, abychom maximalizovali výrobnost. Zadání příkladu je převzato z [1].

#### Příklad 1

Určete optimální řezné podmínky pro soustružení jednotlivých úseků dílce na obrázku (4.1) na číslicově řízeném soustruhu SPN12 s řídicím systémem DAPOS S-3G:



Obrázek 4.1: Optimalizovaná hřídel.

#### Hodnoty:

Materiál: 12 050.1

Třída obrobiteľnosti: 14b

Nástroj: břitová destička SK P20

Poloměr zaoblení břitu:

Čas na výměnu a seřízení stroje:

Výkon stroje na vřetení:

Minimálně přípustný posuv:

Maximální řezná rychlost:

Minimální přípustná výrobnost:

Minimální řezná rychlost:

Využití stroje za směnu:

Vedlejší čas (měření, upínání):

Přídavek na obrábění:

Hloubka řezu:

Koeficient zpřesnění:

Drsnost obroběné plochy:

Tuhost soustavy:

Koeficienty řezání:

$$r_{\varepsilon} = 0,8 \text{ mm}$$

$$T_{AX} = 12,7 \text{ min}$$

$$P_{ef} = 11 \text{ kW}$$

$$f_{MIN} = 0,05 \text{ mm.ot}^{-1}$$

$$v_{cMAX} = 280 \text{ m.min}^{-1}$$

$$N_m = 10 \text{ ks.hod}^{-1}$$

$$v_{cMIN} = 80 \text{ m.min}^{-1}$$

$$\eta = 0,85$$

$$t_{A11} = 0,6 \text{ min.ks}^{-1}$$

$$p = 4$$

$$a_p = 4 \text{ mm}$$

$$\varepsilon = 4$$

$$R_a = 6,3 \text{ } \mu\text{m}$$

$$j_s = 4250 \text{ N.mm}^{-1}$$

$$\lambda \simeq 1$$

$$\lambda_s = 1,08$$

**Hodnoty exponentů a konstant:**

$$\begin{array}{llll}
y_{v_c} = 0,25 & x_{v_c} = 0,11 & \frac{1}{m} = 0,22 & y_{F_c} = 0,78 \\
x_{F_c} = 1 & c_{v_c} = 385 & c_{F_c} = 1638 & 
\end{array}$$

**Výsledné řešení získané programem GAMS.**

Pro lineární případ jsme použili kód z přílohy (7.1). Získali jsme tyto výsledky:

I. úsek:	II. úsek:	III. úsek:
$n_{opt} = 1026,522 \text{ min}^{-1}$	$n_{opt} = 769,891 \text{ min}^{-1}$	$n_{opt} = 615,913 \text{ min}^{-1}$
$f_{opt} = 0.229 \text{ mm.ot}^{-1}$	$f_{opt} = 0.229 \text{ mm.ot}^{-1}$	$f_{opt} = 0.229 \text{ mm.ot}^{-1}$

Pro nelineární případ jsme použili kód z přílohy (7.2). Získali jsme tyto výsledky:

I. úsek:	II. úsek:	III. úsek:
$n_{opt} = 1026,552 \text{ min}^{-1}$	$n_{opt} = 769,891 \text{ min}^{-1}$	$n_{opt} = 615,913 \text{ min}^{-1}$
$f_{opt} = 0.229 \text{ mm.ot}^{-1}$	$f_{opt} = 0.229 \text{ mm.ot}^{-1}$	$f_{opt} = 0.229 \text{ mm.ot}^{-1}$

kde  $n_{opt} [\text{min}^{-1}]$  jsou optimální otáčky vřetene a  $f_{opt} [\text{mm.ot}^{-1}]$  je optimální posuv nástroje. Dostali jsme tedy optimální výsledky našeho příkladu vypočtené pomocí LP a NLP. Tyto výsledky se od sebe navzájem neliší.

Nyní nám vznikl prostor pro modifikaci stávající úlohy. Změnou omezujících podmínek z kapitoly (4.1) a hledaného kritéria z kapitoly (4.2) můžeme vytvořit velké množství modelů pro řešení aplikačních úloh, což bylo naším cílem.

## 5. Závěr

V této práci jsme se seznámili se několika základními optimalizačními modely a zabývali se možnostmi využití optimalizace v technologických procesech.

Na příkladu optimalizace řezných podmínek při soustružení jsme vytvořili nelineární a v rámci ukázky i lineární model pro stejné zadání. Modely jsme naprogramovali a vyřešili v programu GAMS, se kterým jsme se seznámili v úvodu této práce. Tímto jsme ukázali, jakým způsobem se dají hledat optimální řešení praktických úloh lineárního i nelineárního programování.

Omezující podmínky jsme při odvozování záměrně zobecňovali a definovali pro různé technologie obrábění, aby tato práce mohla mít obecnější platnost a mohl být použita pro vytvoření nového modelu pro odlišnou optimalizační úlohu.

Výsledky této práce mohou být dobrým základem pro jejich aplikaci ve strojírenství, kde se firmy pravidelně setkávají s problematikou určení optimálních řezných podmínek a určením dalších důležitých parametrů obráběcího procesu.



# Literatura

- [1] KOCMAN, K.: *Technologické procesy obrábění*. Brno: CERM, 2011. ISBN 978-80-7204-722-2.
- [2] PÍŠKA, M., a kol.: *Lineární programování. Speciální technologie obrábění* Brno: CERM, 2009, ISBN 978-80-214-4025-8.
- [3] BRYCHTA, J., ČEP, R., SADÍLEK, M., PETŘKOVSKÁ L. & NOVÁKOVÁ, J.: *Nové směry v progresivním obrábění*. Ostrava: Ediční středisko VŠB – TUO, 2007. ISBN 978-80-248-1505-3.
- [4] MÁDL, J. & KVASNIČKA, I.: *Optimalizace obráběcího procesu*. Praha: Nakladatelství ČVUT, 1998. ISBN 80-01-01864-6.
- [5] CHARAMZA, P., a kol.: *Modelovací systém GAMS*. MFF UK, 1993.
- [6] KLAPKA, J., POPELA, P. & DVOŘÁK, J.: *Metody operačního výzkumu*. Brno: VUT, 2001. ISBN 978-80-214-1839-4.
- [7] LUENBERGER, D. & YE, Y.: *Linear and nonlinear programming*. USA: Stanford university, 2008, ISBN 978-0-387-74502-2.
- [8] *GAMS - A User's guide*. [online]. [cit. 2012-05-13]. Dostupné z: <http://www.gams.com/docs/document.htm>
- [9] FOREJT, M., PÍŠKA, M.: *Teorie obrábění, tváření a nástroje*. Brno: CERM, 2006. ISBN 80-214-2374-9.
- [10] ČEP, M., PETRU, J.: *Experimentální metody v obrábění*. Ostrava: VŠB, 2011. ISBN 978-80-248-2533-5.

## 6. Seznam použitých zkratek a symbolů

$a_p$	Hloubka řezu	[mm]
$a_1$ až $a_9$	Hodnoty pravých stran u omezujících podmínek	[-]
$B$	Šířka frézované plochy	[mm]
$c_f$	Empirická konstanta	[-]
$c_{F_c}$	Konstanta pro výpočet řezných parametrů	[-]
$c_{v_c}$	Konstanta pro výpočet řezných parametrů	[-]
$D$	Průměr obrábění	[mm]
$D_n$	Průměr nástroje	[mm]
$f$	Posuv nástroje	[mm.ot <sup>-1</sup> ]
$F_c$	Řezná síla	[N]
$f_{MIN}$	Minimálně přípustný posuv	[mm.ot <sup>-1</sup> ]
$j_s$	Tuhost soustavy	[N.mm <sup>-1</sup> ]
$L$	Celková délka, kdy je zapnut strojní posuv	[mm]
$m$	Exponent pro výpočet řezné rychlosti	[-]
$n$	Otáčky vřetene	[min <sup>-1</sup> ]
$N_B$	Náklady na použití jednoho břitu	[Kč . břit-1]
$N_m$	Minimální přípustná výrobnost	[ks.hod <sup>-1</sup> ]
$N_{S_m}$	Náklady na hodinu práce stroje	[Kč . hod-1]
$p$	Přídavek na obrábění	[-]
$q_v$	Empirická konstanta	[-]
$P_c$	Řezný výkon stroje	[kW]
$P_e$	Výkon motoru stroje	[kW]
$P_{ef}$	Efektivní výkon stroje	[kW]
$Q_T$	Počet kusů obrobených mezi výměnami nástroje	[ks]
$R_a$	Drsnost obrobené plochy	[μm]
$R_m$	Mez pevnosti v tahu	[MPa]
$r_\varepsilon$	Poloměr zaoblení břitu	[mm]
$t_{AS}$	Automatický strojní čas	[min]

$T_{AX}$	Čas na výměnu a seřízení stroje	[min]
$t_{A11}$	Vedlejší čas (měření, výměna, upnutí, odepnutí součástí)	[min.ks <sup>-1</sup> ]
$t_c$	Čas na obrobení jednoho kusu	[min]
$T_{opt}$	Optimální trvanlivost	[min]
$t_N$	Podílový čas na výměnu nástroje	[min]
$u_{F_c}$	Empirická konstanta	[-]
$u_v$	Empirická konstanta	[-]
$v_{cT}$	mezní hodnota rychlosti daná řezivostí břitu nástroje	[m.min <sup>-1</sup> ]
$v_c$	Řezná rychlost	[m.min <sup>-1</sup> ]
$v_{cMAX}$	Maximální řezná rychlost	[m.min <sup>-1</sup> ]
$v_{cMIN}$	Minimální řezná rychlost	[m.min <sup>-1</sup> ]
$w_v$	Empirická konstanta	[-]
$w_{F_c}$	Empirická konstanta	[-]
$X_\varepsilon$	Empirická konstanta	[-]
$X_a$	Empirická konstanta	[-]
$x_{vc}$	Konstanta pro výpočet řezných parametrů	[-]
$x_{F_c}$	Konstanta pro výpočet řezných parametrů	[-]
$y_{F_c}$	Konstanta pro výpočet řezných parametrů	[-]
$y_{v_c}$	Konstanta pro výpočet řezných parametrů	[-]
$z$	Počet zubů nástroje	[-]
$z_{F_c}$	Empirická konstanta	[-]
$\eta$	Využití stroje za směnu	[-]
$\eta_m$	Mechanická účinnost stroje	[-]
$\varepsilon$	Koeficient zpřesnění	[-]
$\kappa_r$	Úhel nastavení břitu	[°]
$\kappa'_r$	Vedlejší úhel nastavení břitu	[°]
$\lambda$	Koeficient řezání	[-]
$\lambda_s$	Koeficient řezání	[-]
$v_{cT}$	mezní hodnota rychlosti daná řezivostí břitu nástroje	[m.min <sup>-1</sup> ]

## 7. Seznam příloh

### 7.1. Zdrojový kód v programu GAMS pro LP

```
Sets
i mnozina prumeru /A1, A2, A3/
j mnozina delek /B1, B2, B3/;
```

```
Scalar
A /1/
Ap /4/
B /1/;
Cvc /385/
Cfc /1638/
Cf /0.225/
eta /0.85/
epsilon /4/
Fmin /0.05/
Js /4250/
lambdas /1.08/
p /4/
pi /3.1415/
Pef /11/
m /4.5455/
Nm /10/
Ra /6.3/
Repsilon /0.8/
Ta11 /0.6/
Topt /45.03/
Vcmin /80/
Vcmax /280/
Xepsilon /0.83/
Xa /0.338/
Xvc /0.11/
Xfc /1/
Yvc /0.25/
Yfc /0.78/
K1 /1/
K2 /1/
```

```
Parameters
D(i) /A1 60
A2 80
A3 100/
L(i) /B1 120
B2 15
```

B3 80/;

Variable

Z kritérium minimalních nákladů;

Positive variable

X1 otáčky vřetene po substituci, X2 posuv po substituci;

Equations

ucelfce ucelova funkce, omezeni1, omezeni2, omezeni3, omezeni4,  
omezeni5, omezeni6, omezeni7, omezeni8, omezeni9;

ucelfce.. Z =e= X1 \* X2;

*\*omezeni dane rezivosti britu nastroje*

omezeni1..  $X1 + X2 \cdot Y_{vc} = \log_{10} \left( \frac{1E3 \cdot C_{vc} \cdot 10^{(2 \cdot Y_{vc})}}{(T_{opt} \cdot (1/m)) \cdot (A_p \cdot X_{vc}) \cdot \pi \cdot A} \right)$  ;

*\*omezeni dane vykonem obrabecího stroje*

omezeni2..  $X1 + X2 \cdot Y_{fc} = \log_{10} \left( \frac{60000000 \cdot P_{ef} \cdot 10^{(2 \cdot Y_{fc})}}{(C_{fc} \cdot (A_p \cdot X_{fc}) \cdot A \cdot \pi)} \right)$ ;

*\*omezeni z hlediska minimalní přípustné výrobnosti stroje*

omezeni3..  $X1 + X2 = \log_{10} \left( \frac{10^{(2 \cdot X2)} \cdot (B \cdot p)}{(A_p \cdot ((60 \cdot \eta) / N_m) - A_p \cdot T_{a11}} \right)$ ;

*\*omezeni dane reznými parametry obrabecího stroje*

omezeni4..  $X1 = \log_{10} \left( \frac{1E3 \cdot V_{cmin}}{\pi \cdot A} \right)$ ;

*\*omezeni dane reznými parametry obrabecího stroje*

omezeni5..  $X1 = \log_{10} \left( \frac{1E3 \cdot V_{cmax}}{\pi \cdot A} \right)$ ;

*\*maximální posuv dany empirickým vztahem*

omezeni6..  $X2 = \log_{10} \left( \frac{10^{(2 \cdot X2)} \cdot C_f \cdot (R_{\epsilon} \cdot X_{\epsilon}) \cdot (A_p \cdot X_a)}{1} \right)$ ;

*\*omezení dané tuhostí soustavy*

omezeni7..  $X2 = \log_{10} \left( \frac{10^{(2 \cdot X2)} \cdot (J_s / (\lambda_{das} \cdot C_{fc} \cdot \epsilon)) \cdot (1/Y_{fc})}{1} \right)$ ;

*\*omezení dané maximální přípustnou drsností povrchu*

omezeni8..  $X2 = \log_{10} \left( \frac{10^{(2 \cdot X2)} \cdot (R_a \cdot R_{\epsilon})}{32.5} \right)^{0.5}$ ;

*\*omezení dané minimální hodnotou posuvu*

omezeni9..  $X2 = \log_{10} (F_{min} \cdot 10^{(2 \cdot X2)})$ ;

model optimalizace zjisti parametr pro minimalizaci nákladu /all/;

loop(i,

A = D(i);

B = L(i);

solve optimalizace using lp maximizing Z;

*\*zpetna substituce a odlogaritmovani*

K1 =  $10^{(X1.1)}$ ; K2 =  $10^{(X2.1)/100}$ ; display K1,K2,Z.1;

);

## 7.2. Zdrojový kód v programu GAMS pro NLP

### Sets

```
i mnozina prumeru /A1, A2, A3/  
j mnozina delek /B1, B2, B3/;
```

### Scalar

```
A /1/  
Ap /4/  
B /1/;  
Cvc /385/  
Cfc /1638/  
Cf /0.225/  
eta /0.85/  
epsilon /4/  
Fmin /0.05/  
Js /4250/  
lambdas /1.08/  
p /4/  
pi /3.1415/  
Pef /11/  
m /4.5455/  
Nm /10/  
Ra /6.3/  
Repsilon /0.8/  
Ta11 /0.6/  
Topt /45.03/  
Vcmin /80/  
Vcmax /280/  
Xepsilon /0.83/  
Xa /0.338/  
Xvc /0.11/  
Xfc /1/  
Yvc /0.25/  
Yfc /0.78/
```

### Parameters

```
D(i) /A1 60  
A2 80  
A3 100/  
  
L(i) /B1 120  
B2 15  
B3 80/;
```

### Variable

```
Z kriterium minimalnich nakladu;
```

Positive variable

X1 otacky vretene po substituci, X2 posuv po substituci;

Equations

ucelfce ucelova funkce, omezeni1, omezeni2, omezeni3, omezeni4,  
omezeni5, omezeni6, omezeni7, omezeni8, omezeni9;

ucelfce.. Z =e= X1 \* X2;

*\*omezeni dane rezivosti britu nastroje*

omezeni1..  $X1 * (X2 ** Y_{vc}) = l = (1E3 * C_{vc}) / ((T_{opt} ** (1/m)) * (A_p ** X_{vc}) * \pi * A)$  ;

*\*omezeni dane vykonem obrabeciho stroje*

omezeni2..  $X1 * (X2 ** Y_{fc}) = l = (60000000 * P_{ef}) / (C_{fc} * (A_p ** X_{fc}) * A * \pi)$ ;

*\*omezeni z hlediska minimalni pripustne vyrobnosti stroje*

omezeni3..  $X1 * X2 = g = (B * p) / (A_p * ((60 * \eta) / N_m) - A_p * T_{a11})$ ;

*\*omezeni dane reznymi parametry obrabeciho stroje*

omezeni4..  $X1 = g = (1E3 * V_{cmin}) / (\pi * A)$ ;

*\*omezeni dane reznymi parametry obrabeciho stroje*

omezeni5..  $X1 = l = (1E3 * V_{cmax}) / (\pi * A)$ ;

*\*maximalni posuv dany empirickym vztahem*

omezeni6..  $X2 = l = C_f * (R_{\epsilon} ** X_{\epsilon}) * (A_p ** X_a)$ ;

*\*omezení dané tuhostí soustavy*

omezeni7..  $X2 = l = (J_s / (\lambda_{das} * C_{fc} * \epsilon)) ** (1 / Y_{fc})$ ;

*\*omezení dané maximální přípustnou drsností povrchu*

omezeni8..  $X2 = l = ((R_a * R_{\epsilon}) / 32.5) ** 0.5$ ;

*\*omezení dané minimální hodnotou posuvu*

omezeni9..  $X2 = g = F_{min}$ ;

model optimalizace zjisti parametr pro minimalizaci nakladu /all/;

loop(i,

A = D(i);

B = L(i);

solve optimalizace using nlp maximizing Z;

display X1.l,X2.l,Z.l;

);