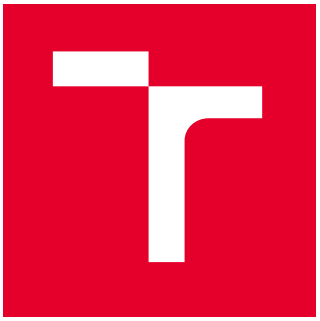


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

ANALÝZA VENTILAČNÍHO ÚČINKU RADIÁLNÍCH KANÁLŮ V ROTORU ELEKTRICKÝCH STROJŮ

ANALYSIS OF VENTILATION EFFECT OF RADIAL CHANNELS IN THE ROTOR OF ELECTRICAL MACHINES

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE — **Bc. Hana Kratochvílová**
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — **doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.**
SUPERVISOR

BRNO 2022

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Studentka:	**Bc. Hana Kratochvílová**
Studijní program:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Studijní obor:	Inženýrská mechanika
Vedoucí práce:	**doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.**
Akademický rok:	2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Analýza ventilačního účinku radiálních kanálů v rotoru elektrických strojů

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pro zvýšení chladicího účinku jsou u elektrických strojů používány v konstrukci rotorů radiální kanály. V současné době je trend navrhovat vysokootáčkové stroje, kde je dosahováno vysokých obvodových rychlostí a s tím spojeného zatížení rotorů elektrických strojů. Cílem práce je analyzovat ventilační účinek radiálních kanálů a posoudit vliv konstrukčního uspořádání na napětově–deformační poměry v rotoru elektrického stroje

Cíle diplomové práce:

1. Rešerše v dané oblasti – CFD, termální , strukturální a analytické přístupy
2. Návrh parametrického modelu radiálního kanálu s cílem stanovit ventilační účinek – CFD model
3. Posouzení napětově–deformačních poměrů konstrukčního uspořádání radiálního kanálu a stanovení hydraulických ztrát.
4. Analýza dosažených výsledků.

Seznam doporučené literatury:

ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L.: The Finite Element Method. Butterworth Heinemann, London, 2000

BATHE K.-J.: Finite Element Procedures. Prentice Hall, 1996

YUNUS, A.; TURNER, H.; CIMBALA, J.M.: Fundamental of Thermal-fluid Sciences. 3nd edition. McGraff Fill: Anstralia & New Zeland, 2008.

VLACH, R.: Tepelné procesy v mechatronických soustavách. Skripta. VUT

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu	doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt

Předkládaná diplomová práce se zabývá stanovením ventilačního účinku radiálního kanálu rotoru elektrického stroje pomocí simulačního programu Ansys CFX. Úvodní kapitoly práce jsou věnovány základní terminologii z oblasti ventilátorů, proudění, termomechaniky, mechanického zatížení radiálního kanálu rotací a CFD, dále také pojednávají o základních vztazích těchto problematik. Druhá část je věnována stanovení ventilačních, výkonových a příkonových charakteristik konkrétní geometrie radiálního kanálu. Tato část dále popisuje, jaký vliv na výsledky simulací má volba modelu turbulence a jak se ve výsledcích projeví použití nestlačitelného modelu proudícího média. Ve třetí části je zhodnoceno konstrukční uspořádání dané geometrie z napěťově-deformačního hlediska.

Klíčová slova

Ventilátor, CFD, Ansys CFX, ventilační charakteristika, proudění, turbulence

Abstract

This thesis deals with the determination of a ventilation effect of the radial channel, that is used in a rotor of an electrical motor. CFD simulations of the channel are done in Ansys CFX software. The first chapter explains the basic theory of fans, flow, thermomechanics, CFD and structural effects of rotation on the channel. The second chapter focuses on the determination of the fan curve, the power curve, and the efficiency curve. Different types of turbulence and fluid compressibility models are used for simulations and their influence on the result is evaluated. The third part evaluates the design of the radial channel from a structural point of view.

Key words

Ventilator, CFD, Ansys CFX, fan curve, flow, turbulence

Bibliografická citace

KRATOCHVÍLOVÁ, Hana. *Analýza ventilačního účinku radiálních kanálů v rotoru elektrických strojů* [online]. Brno, 2022 [cit. 2022-05-15]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/140432. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Radek Vlach.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma **Analýza ventilačního účinku radiálních kanálů v rotoru elektrických strojů** vypracovala samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

Datum

Jméno a příjmení

Poděkování

Děkuji tímto doc. Ing. Radku Vlachovi, Ph.D. za vedení mé diplomové práce, věnovaný čas a poskytnuté informace. Dále také děkuji Ing. Jakubu Elcnerovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky k mé závěrečné práci. V neposlední řadě pak děkuji mým nejbližším za podporu a motivaci, které se mi od nich dostávalo po celou dobu studia.

Bc. Hana Kratochvílová

Obsah

Úvod 17
Vymezení problémové situace 18
Formulace problému 18
Cíle práce 18
1 Teoretická východiska 19
1.1 Ventilátory 19
1.1.1 Podobnostní čísla 20
1.1.2 Radiální ventilátory 20
1.2 Proudění – Základní pojmy 22
1.2.1 Tekutina 22
1.2.2 Proudění 23
1.3 Teorie proudění 24
1.3.1 Rovnice kontinuity 24
1.3.2 Zákon o rovnováze sil při proudění 25
1.3.3 Rovnice Bernoulliova 26
1.3.4 Eulerova čerpadlová rovnice 28
1.3.5 Ventilační charakteristika 28
1.3.6 Ztráty 29
1.3.7 Účinnost 30
1.3.8 Pracovní bod 32
1.4 Přístupy řešení přenosu tepla 32
1.4.1 První termodynamický zákon 32
1.4.2 Mechanismy přenosu tepla 32
1.5 Mechanické zatížení radiálního kanálu vlivem rotace a proudění chladiva 35
1.5.1 Silové působení na rotující disk 35
1.5.2 Momentové účinky na rotující kanál 36

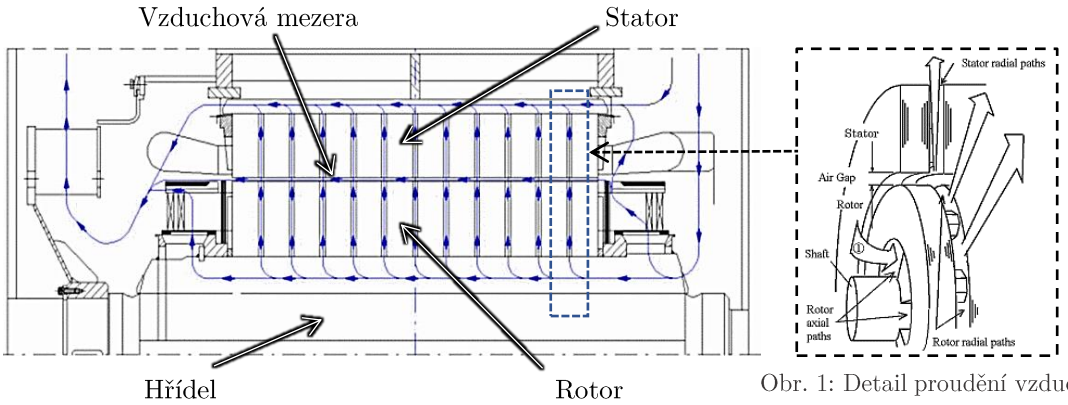
1.6 CFD 37
1.6.1 Metoda konečných objemů 37
1.6.2 Turbulence 38
1.6.3 Řešení mezní vrstvy 40
2 Analýza radiálního kanálu pomocí CFD 43
2.1 Geometrie 44
2.1.1 Tvorba fluidní geometrie pro výpočet 44
2.1.2 Výpočetní síť 45
2.2 Určení ventilačních charakteristik 48
2.2.1 Nastavení analýzy 48
2.2.2 Vlastnosti tekutiny 51
2.3 Výsledky 51
2.3.1 Ventilační charakteristika 51
2.3.2 Teoretický statický tlak ventilátoru ΔHths 55
2.3.3 Příkonová charakteristika zdroje 56
2.3.4 Výkonová charakteristika 56
2.3.5 Účinnost 57
2.3.6 Bezrozměrné charakteristiky 59
2.3.7 Konvergence 60
3 Napěťově-deformační posouzení 63
3.1 Geometrie a síť 64
3.2 Materiál 64
3.3 Okrajové podmínky 65
3.4 Výsledky 66
3.4.1 Napětí 66
3.4.2 Deformace 67
Závěr 69
Seznam použité literatury 73
Seznam obrázků 77
Seznam použitých symbolů 79

Příloha 1: Nastavení analýzy 83
Příloha 2: Charakteristiky 93
Příloha 3: Poměry otáček 99

Úvod

Každý stroj při svém provozu generuje určité množství ztrátové energie v podobě tepla, která negativně ovlivňuje chod i životnost daného zařízení. Z tohoto důvodu je nutno stroje chladit, resp. odebírat generované teplo. Jedním ze způsobů zvýšení chladicího účinku dlouhých elektrických strojů je odvod tepla pomocí radiálních ventilačních kanálů. Tyto se nachází přímo v rotoru, kde pomocí rozpěrek rozdělují svazek plechů na několik sektorů. Zmíněné kanály se svým tvarem a funkcí podobají radiálním ventilátorům s radiálními lopatkami, jejichž teorii lze pro řešení proudění v kanálech použít.

Při vývoji ventilátoru je základní informací o daném designu jeho ventilační charakteristika, která se využívá pro hydraulické sítě. Její nejpřesnější podobu je možno stanovit experimentem, nicméně tento způsob je často velmi nákladný, v některých případech i velmi obtížný. Z tohoto důvodu se přistupuje k jiným metodám, jak charakteristiku získat bez nutnosti výroby prototypu daného designu. Jednou z nich je výpočtová mechanika kontinua známá pod zkratkou CFD.



Obr. 1: Detail proudění vzduchu rotorem a statorem [29]

Obr. 2: Proudění vzduchu elektrickým strojem s radiální ventilací [28]

Vymezení problémové situace

Výpočtová mechanika kontinua je v současné době velmi využívaným nástrojem pro výpočty nejen proudění, ale také přestupů tepla. Přestože se jedná o velice silný nástroj, výstup simulací není vždy korektní. Pro úsporu výpočetního času se obvykle přistupuje k různým zjednodušením, které však mohou způsobit rozdíl výsledků (až v řádech desítek procent), a nezkušený uživatel často není schopen tyto chyby odhalit.

Následkem těchto chyb mohou pak v případě řešení proudění radiálními kanály být nesprávné ventilační charakteristiky. Jelikož se tyto dále využívají pro posouzení vhodnosti daného designu pro konkrétní hydraulickou síť, můžou chyby výpočtu vést například k nedostatečnému odvodu tepla a tím k přehřívání stroje.

Formulace problému

Analýza vlivu několika předem stanovených faktorů na výsledky simulací proudění radiálním kanálem.

Cíle práce

- Vytvoření CFD modelu radiálního kanálu pro výpočet ventilační, výkonové a příkonové charakteristiky pro různé úhlové rychlosti kanálu
- Zhodnocení vlivu stlačitelnosti proudícího média
- Zhodnocení rozdílů charakteristik při využití různých modelů turbulence
- Stanovení bezrozměrných charakteristik
- Posouzení napěťově-deformačních poměrů dané geometrie radiálního kanálu

1 Teoretická východiska

1.1 Ventilátory

Čermák ve své publikaci Ventilátory (1974) definoval tyto následovně: *"Ventilátory jsou rotační lopatkové stroje, které jsou určeny ke kontinuální dopravě vzdušin při malých kompresních poměrech."*

Tyto poměry se obvykle pohybují mezi 1,01 až 1,1, výjimečně až 1,5 [16]. V případě kompresních poměrů nad 1,5 hovoříme o dmychadlech, u poměrů vyšších než 3 pak o kompresorech, jejichž funkcí je spíše než doprava vzdušin jejich komprese.

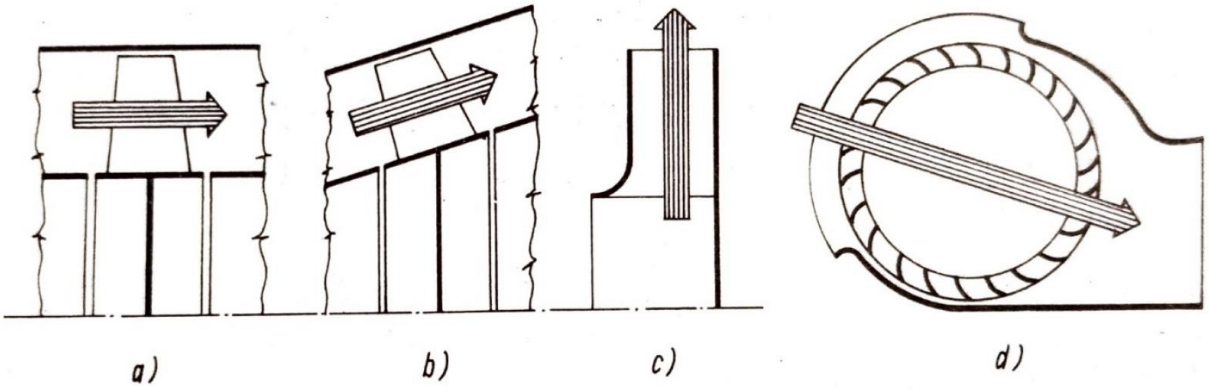
K pohybu média dochází přenosem mechanické energie rotujícího ventilátoru skrze lopatky na vzdušinu [16].

Ventilátory lze rozlišovat dle různých hledisek [17]:

a) Dle směru průtoku vzdušiny (Obr. 3)
   1. Axiální – směr toku vzdušin je rovnoběžný s osou rotace
   2. Radiální – směr toku je kolmý na osu rotace
   3. Diagonální – přechod mezi axiálním a radiálním ventilátorem
   4. Diametrální – tok prochází skrze ventilátor diagonálně ve směru kolmém na osu rotace

b) Dle dopravního tlaku
   1. Nízkotlaké ($<$ 1000 Pa)
   2. Středotlaké (1000 až 3000 Pa)
   3. Vysokotlaké ($>$ 3000 Pa)

c) Dle počtu stupňů
   1. Jednostupňový
   2. Vícestupňový



Obr. 3: Schéma ventilátoru a) axiální, b) diagonální, c) radiální, d) diametrální [16]

1.1.1 Podobnostní čísla

Silným nástrojem při návrhu ventilátorů jsou právě podobnostní čísla. Popisují mechanickou podobnost mezi jednotlivými zařízeními [17]. Je tak možno aplikovat poznatky získané na jednom stroji na stroj jiný, který je geometricky i aerodynamicky podobný.

Níže jsou uvedena podobnostní bezrozměrná čísla platná pro radiální a axiální ventilátory [16].

Průtokové číslo φ

$$\varphi = \frac{Q_V}{\frac{\pi \cdot {d_2}^2}{4} u_2} = \frac{Q_V}{\frac{\pi^2}{4} {d_2}^3 \cdot \frac{n}{60}}, \qquad (1.1)$$

kde Q_V je objemový průtok, u_2 obvodová rychlost, d_2 je vnější průměr oběžného kola a n jsou jeho otáčky za minutu.

Tlakové číslo ψ

$$\psi = \frac{\Delta p_{cv}}{\frac{1}{2} \rho \cdot {u_2}^2} = \frac{\Delta p_{cv}}{\frac{\pi^2}{2} \rho \cdot {d_2}^2 \cdot \left(\frac{n}{60}\right)^2}, \qquad (1.2)$$

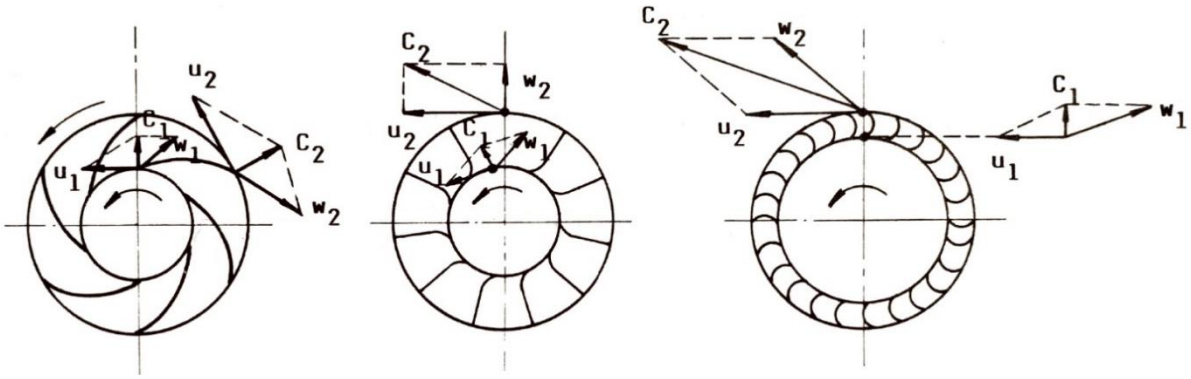
kde Δp_{cv} je celkový tlak ventilátoru a ρ hustota vzdušiny.

1.1.2 Radiální ventilátory

Vzhledem k tomu, že tato práce je věnována výhradně radiálním kanálům, bude dále pojednáváno pouze o uvedeném typu.

Proudění radiálními ventilátory probíhá nejprve axiálně podél osy rotace [17]. V tomto směru je nasávána vstupující vzdušina. V meridiánové rovině pak nastává

změna směru proudění a dochází k výtlaku vzdušiny radiálně od osy, jak lze vidět na Obr. 3c). Tento typ ventilátoru je schopen dosáhnout značně vyššího tlaku než typ axiální [25]. Z tohoto důvodu nachází radiální ventilátory uplatnění zejména v aplikacích s množstvím tvarových ztrát či velkými dopravními vzdálenostmi.



Obr. 4: Typy radiálních ventilátorů dle zakončení lopatek [17]

1.1.2.1 Členění radiálních kanálů

Dle sklonu lopatek lze rozlišit tři typy radiálních ventilátorů, a to s dopředu/dozadu zahnutými a s radiálně ukončenými lopatkami [16].

- Dozadu zahnuté lopatky (Obr. 4, vlevo)
  - Nízké hodnoty teoretických tlakových čísel ($\psi_t < 2$)
  - Použití: středotlaké a vysokotlaké ventilátory
- Radiálně ukončené lopatky (Obr. 4, uprostřed)
  - Konstrukce vhodná pro mechanické namáhání
  - Použití: vzdušiny vysoké teploty, vzdušiny s vysokou koncentrací příměsí (lepivé, abrazivní)
- Dopředu zahnuté lopatky (Obr. 4, vpravo)
  - Vysoké hodnoty teoretických tlakových čísel ($\psi_t > 2$)
  - Výhody: nízká cena, malé rozměry
  - Nevýhoda: nižší hodnota maximální účinnosti oproti dozadu zahnutým lopatkám

Mezi další dělicí kritéria se řadí:

- Tvar lopatek
  - Profilové
  - S konstantní tloušťkou
- Provedení oběžného kola
  - Jednostranně sací
  - Oboustranně sací

- Způsob pohonu a umístění kola na hřídeli
  - Napřímo
  - Na hřídeli ventilátoru
- Smysl otáčení
  - Levotočivé
  - Pravotočivé

1.1.2.2 Teoretický tlak ventilátoru ΔH_{th}

Pojem teoretický tlak ventilátoru představuje tlak, kterého by ventilátor dosáhl v případě, že by ztráty při průtoku byly nulové [16]. Pomocí rychlostních trojúhelníků (Obr. 4) lze teoretický tlak radiálního ventilátoru charakterizovat následovně:

$$\Delta H_{th} = \frac{1}{2}\rho({c_2}^2 - {c_1}^2) + \frac{1}{2}\rho({u_2}^2 - {u_1}^2) + \frac{1}{2}\rho({w_1}^2 - {w_2}^2), \qquad (1.3)$$

kde c jsou absolutní rychlosti v bodě, u jsou obvodové rychlosti v bodě a w relativní rychlosti. První člen rovnice je dynamický tlak popisující zvýšení kinetické energie vzdušiny při průtoku konstrukcí oběžného kola. Druhý člen rovnice popisuje přírůstek tlaku působením odstředivých sil a jedná se o tlak statický. Třetí a poslední člen pak popisuje zvýšení statického tlaku vznikajícího zpomalením průtoku vzdušiny lopatkovou mříží.

1.2 Proudění – Základní pojmy

1.2.1 Tekutina

Základní charakteristikou tekutiny je vysoká pohyblivost jejích částic, která při působení sebemenších tečných sil způsobí nevratnou deformaci [9]. Dalším rozdílem od pevných těles je také fakt, že nemá svůj vlastní tvar a přijímá tvar nádoby, ve které se nachází. Při řešení problémů je považována za spojité prostředí, tzv. kontinuum.

Tekutiny je možno dělit na dvě skupiny, přičemž každá se dělí dále na ideální a reálné médium [7].

- Kapalina
  - Ideální: nestlačitelná, neviskózní
  - Reálná: stlačitelná, viskózní

- Plyn
    - Ideální: dokonale stlačitelný, bez vnitřního tření
    - Reálný: omezená stlačitelnost, viskózní

1.2.2 Proudění

Pohyb tekutiny je označován pojmem proudění [14]. Řešení tohoto fenoménu probíhá sledováním proudu v určitém časovém období, nebo pozorováním pohybu specifické částice tekutiny. Proudění je možno dělit z různých hledisek:

a) Kinematická hlediska
    1. Uspořádání v prostoru
        - Prostorové proudění (3D)
        - Rovinné proudění (2D)
        - Jednorozměrné proudění (1D)
    2. Časové hledisko
        - Stacionární (ustálené, nezávislé na čase)
        - Nestacionární (neustálené, časově závislé)

b) Podle fyzikálních vlastností
    1. Ideální tekutina
        - Potenciální
        - Vířivé
    2. Skutečná tekutina
        - Laminární
        - Turbulentní

Pro laminární proudění platí, že se jednotlivé proudnice neprolínají a částice tekutiny konají translační pohyb [4]. Turbulentním prouděním je popisován jev, kdy dochází k promíchávání proudnic a částice tekutiny konají obecný rovinný pohyb. Zda se jedná o laminární nebo turbulentní proudění, je dáno tzv. Reynoldsovým číslem [12]. Toto je definováno:

$$Re = D \cdot \frac{v}{\nu}, \qquad (1.4)$$

kde v je rychlost tekutiny, D charakteristický rozměr tělesa a ν kinematická viskozita.

Kritická hodnota Reynoldsova čísla udává okamžik přechodu mezi laminárním a turbulentním prouděním [12]. Tato kritická hodnota je závislá na parametrech konkrétního případu a není možné určit univerzální hodnotu pro všechny aplikace.

1.2.2.1 Proudnice

Křivka, která v každém bodě po celé své délce tvoří tečnu k okamžitému lokálnímu rychlostnímu vektoru, je nazývána proudnicí [1]. Ta v případě ustáleného proudění představuje trajektorii částice tekutiny [9]. V případě neustáleného proudění jsou tvořeny různými částicemi. V obou případech však její tečny udávají směr vektoru rychlosti. Svazek proudnic tvoří tzv. proudovou trubici.

1.3 Teorie proudění

1.3.1 Rovnice kontinuity

Rovnice kontinuity, známá také jako zákon zachování hmotnosti, je jedním ze základních vztahů při výpočtu proudění [4]. Pro obecné proudění platí:

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \frac{dm_{CV}}{dt}, \qquad (1.5)$$

kde $\dot{m}_{in}$, $\dot{m}_{out}$ představují hmotnostní toky vstupující a vystupující z kontrolního objemu a pravá strana rovnice odpovídá změně hmotnosti uvnitř kontrolního objemu. Změna hmotnosti může být dvojího typu – lokální změna, která je důsledkem stlačitelnosti tekutiny, nebo změna konvektivní, způsobená rozdílem hmotnosti tekutiny přitékající a odtékající [7]. V případě obecném, tj. při neustáleném prostorovém proudění stlačitelné tekutiny, zní předpis rovnice kontinuity následovně [9]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\rho v_y\right)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0. \qquad (1.6)$$

V souvislosti s ustáleným prouděním, kdy platí $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ (tzn. veličiny v čase se nemění), rovnice kontinuity popisuje skutečnost, kdy hmotnost média vstupujícího do kontrolního objemu je rovna hmotnosti média vystupujícího, tudíž je beze změny [2; 4]:

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}\,. \qquad (1.7)$$

Pro každé dva body dané proudové trubice musí být splněno [2]:

$$\frac{d}{ds}(\rho \cdot S \cdot v) = konst. \quad \rightarrow \quad \dot{m} = Q_m = \rho \cdot S \cdot v = konst.$$
$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot v_2 = konst., \qquad (1.8)$$

kde ρ je hustota proudícího média, S plocha, kterou médium prochází, Q_m hmotnostní průtok danou plochou a v rychlost průtoku média.

1.3.2 Zákon o rovnováze sil při proudění

Dle stlačitelnosti použité tekutiny je volena rovnice pro vyjádření rovnováhy sil, které na částice tekutiny působí [14]. Pro nestlačitelné tekutiny bývá použita Eulerova rovnice hydrodynamiky, pro tekutiny vazké a stlačitelné pak rovnice Navier-Stokesova.

1.3.2.1 Eulerova rovnice hydrodynamiky

Tato rovnice pracuje s předpokladem dokonale nestlačitelné nevazké tekutiny, obvykle ideální kapaliny [9].

Integrální tvar předpisu Eulerovy rovnice pro proudění ideální tekutiny zní následovně [9]:

$$\iiint_V \vec{a}\, dV - \frac{1}{\rho} \iiint_V grad\, p\, dV = \iiint_V \left(\vec{v} \cdot grad\, \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) dV, \qquad (1.9)$$

kde první člen levé strany rovnice vyjadřuje hmotnostní sílu, druhý člen tlakovou sílu a člen na pravé straně rovnice vyjadřuje celkovou setrvačnou sílu.

Protože tato parciální diferenciální rovnice je nelineární, je nutno ji řešit numericky [7]. Kvůli složitosti řešení se tak spíše než k praktickým aplikacím využívá k odvození Bernoulliovy rovnice. Místo Eulerovy rovnice se tak používá věta o změně hybnosti.

Věta o změně hybnosti říká, že rozdíl hybností hmotného bodu na začátku (t_1) a konci (t_2) daného děje je roven impulsu výslednice sil působící na hmotný bod v průběhu tohoto děje [23]:

$$\vec{H}_2 - \vec{H}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt, \qquad (1.10)$$

kde $\vec{H}$ jsou hybnosti na počátku a konci děje a $\vec{F}$ je výslednice sil působící na hmotný bod.

1.3.2.2 Navier-Stokesova rovnice

Kromě součtu již zmíněných sil v předchozí kapitole o Eulerově rovnici jsou v Navier-Stokesově rovnici zahrnuta tečná napětí způsobená viskozitou tekutiny, jejichž důsledkem je výskyt třecích sil [9]. Vektorový předpis Navier-Stokesovy rovnice pro nestlačitelnou tekutinu zní:

$$\vec{a} - \frac{1}{\rho} grad\ p + \nu \Delta \vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot grad\ \vec{v}, \qquad (1.11)$$

kde Δ je tzv. Laplaceův operátor ($\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$) a ν kinematická viskozita.

1.3.3 Rovnice Bernoulliova

Bernoulliho rovnice je dalším z důležitých vztahů pro proudění. Je založena na zákonu zachování energie tekutiny, kdy součet energie kinetické, tlakové a polohové je neměnný [2]. Její obecný předpis

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz = konst., \qquad (1.12)$$

kde člen $\frac{dp}{\rho}$ představuje tlakovou energii, $\frac{v^2}{2}$ energii kinetickou a gz energii polohovou, platí pouze pro ustálená proudění podél jedné proudnice [4]. Pro případ nestlačitelné tekutiny ($\rho = konst.$) lze vztah zapsat následovně [3]:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz = konst., \qquad (1.13)$$

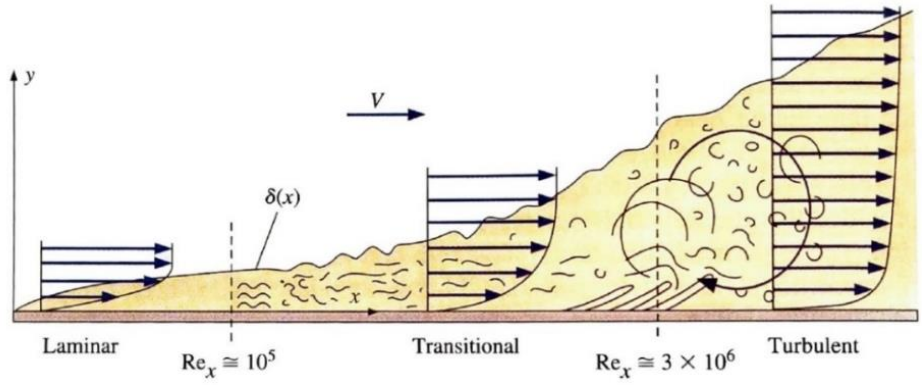
přičemž pro proudění rotujícím kanálem pak platí [9]:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} + gz - \frac{u^2}{2} = konst. \qquad (1.14)$$

Aby bylo ve výpočtech možno zmíněný vztah aplikovat, musí být viskózní síly tekutiny zanedbatelné [4]. Tento jev se objevuje v oblasti dostatečně vzdálené od obtékané stěny, na které se z důvodu tření tvoří tzv. mezní vrstva.

1.3.3.1 Mezní vrstva

Mezní vrstvou se rozumí vrstva média na povrchu obtékaného tělesa, kde se projevuje významný vliv viskózních sil [4]. Tyto síly mají za následek nulovou rychlost média v místě kontaktu s povrchem a následný gradient rychlosti v závislosti na vzdálenosti tekutiny od povrchu, jak demonstruje Obr. 5.



Obr. 5: Mezní vrstva [4]

1.3.3.2 Rovnice Bernoulliova pro plyny

V případě plynů je člen popisující polohovou energii zanedbatelně malý a je tak možné jej do výpočtu nezahrnovat [9]. Příspěvek od tlakové energie však musí být upraven tak, aby zahrnoval stlačitelnost. V takovém případě se pracuje s předpokladem adiabatického děje a předpis Bernoulliho rovnice pro proudění dokonalého plynu zní:

$$\frac{\kappa}{\kappa-1}\frac{p}{\rho}+\frac{v^2}{2}=konst., \qquad (1.15)$$

kde κ je izoentropický exponent.

1.3.3.3 Rovnice Bernoulliova pro skutečnou tekutinu

Tvar Bernoulliho rovnice pro skutečnou tekutinu je na rozdíl od tvaru pro tekutinu ideální rozšířen o další člen, a to ztrátovou energii Y_Z [7]. Jedná se o energii nevratnou, způsobenou třecími silami. Předpis této rovnice pro proudění v potrubí mezi dvěma body pak zní:

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{{v_1}^2}{2}+gz_1=\frac{p_2}{\rho}+\frac{{v_2}^2}{2}+gz_2+Y_{Z1,2}. \qquad (1.16)$$

Tato rovnice pak lze opět aplikovat na proudění rotujícími kanály následovně [9]:

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{{w_1}^2}{2}+gz_1-\frac{{u_1}^2}{2}=\frac{p_2}{\rho}+\frac{{w_2}^2}{2}+gz_2-\frac{{u_2}^2}{2}+Y_{Z1,2}. \qquad (1.17)$$

1.3.4 Eulerova čerpadlová rovnice

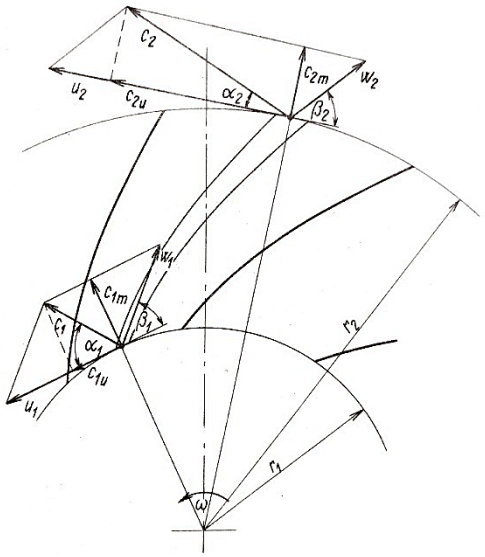
Eulerova čerpadlová rovnice, známá také jako rovnice ventilační, vychází z věty o změně hybnosti a vyjadřuje teoretický dopravní tlak daného ventilátoru (nebo čerpadla) [17]. Obecný tvar této rovnice zní:

$$\Delta p_{th} = \frac{\rho}{2}[(c_2{}^2 - c_1{}^2) + (w_1{}^2 - w_2{}^2) + (u_2{}^2 - u_1{}^2)], \qquad (1.18)$$

přičemž pro radiální ventilátor má následující tvar:

$$\Delta p_{th} = \rho(u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u}), \qquad (1.19)$$

kde ρ je hustota dopravované vzdušiny, u_i jsou obvodové rychlosti na vstupu ($i = 1$) a výstupu ($i = 2$) oběžného kola ventilátoru a c_{iu} jsou složky absolutní rychlosti do obvodového směru (Obr. 6).



Obr. 6: Rychlostní trojúhelníky [16]

1.3.5 Ventilační charakteristika

Ventilační charakteristika, nazývaná také tlaková charakteristika, představuje závislost rozdílu tlaků, které lze naměřit na vstupu a výstupu konstrukce, na objemovém průtoku média kanálem [2]. Jedná se o jednu ze základních charakteristik každého ventilátoru. Tuto závislost lze popsat polynomem druhého stupně, a to ve tvaru

$$H = H_0 + C \cdot Q - K_v \cdot Q^2, \qquad (1.20)$$

kde H_0 je tlak naprázdno (nulový průtok), $C \cdot Q$ je lineární člen charakteristiky, představující snižování tlaku vlivem vírů, K_v představuje vnitřní odpor tlakového

zdroje a Q je objemový průtok. Uvedené konstanty jsou závislé na konstrukčním uspořádání konkrétního ventilátoru. V literatuře (např. [2]) je možné narazit na případy, kdy je pro zjednodušení analytických výpočtů zanedbáván lineární koeficient tlakové charakteristiky C.

Ventilační charakteristiku je možno také uvádět v bezrozměrném tvaru pomocí bezrozměrných charakteristik uvedených v kapitole 1.1.1 [27]. V takovém případě předpis tlakové charakteristiky zní:

$$\psi = \psi_0 - \sigma\varphi - \kappa\varphi^2, \qquad (1.21)$$

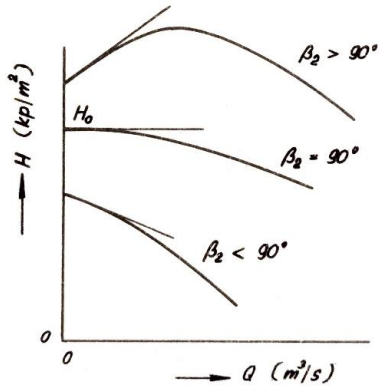
přičemž

$$\sigma = \frac{C}{\frac{4 \cdot \rho \cdot u_2}{2 \cdot \pi \cdot {d_2}^2}}, \qquad (1.22)$$

$$\kappa = \frac{K_v}{\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{\rho}{2 \cdot {d_2}^4}}, \qquad (1.23)$$

kde ψ a ψ_0 jsou tlaková čísla, φ průtokové číslo, σ je vírové číslo a κ odporové číslo.

V případě radiálních ventilátorů lze odhadnout tvar ventilační charakteristiky v závislosti na výstupním úhlu β_2 [27]. Závislost směrnice tečny charakteristiky v hodě naprázdno na výstupním úhlu demonstruje následující obrázek (Obr. 7).



Obr. 7: Typy tlakových charakteristik dle výstupního úhlu β_2 [27]

1.3.6 Ztráty

Při řešení ventilátorů dochází k několika typům ztrát – hydraulické, kotoučové, objemové a mechanické [16]. Protože tato práce je zaměřena na proudění radiálními kanály, bude dále pojednáváno pouze o ztrátách, které se s touto problematikou pojí.

1.3.6.1 Hydraulické ztráty

Rozlišují se dva typy hydraulických ztrát – ztráty změnou proudění a ztráty třením v kanálech [2]. Ztráty změnou proudění jsou typově ztrátami místními. Jsou následkem změn v proudění, jako je např. změna rychlosti a směru toku (zúžení, ohyby) anebo větvením toku či obtékání těles. Obecně je lze zapsat vztahem:

$$\Delta p_{zi} = \zeta_i \frac{\rho}{2} {v_i}^2 , \qquad (1.24)$$

kde Δp_{zi} představuje místní tlakovou ztrátu, ζ_i místní součinitel odporu a v_i odpovídá rychlosti toku v daném úseku. Hodnoty místního součinitele odporu se pro jednoduché případy volí z již známých hodnot, u složitějších případů je nutno jej zjistit empiricky pomocí měření.

Ztráty třením v kanálech jsou pak ztrátami délkovými [2]. Tyto jsou následkem tření v kapalině závislém na viskozitě dané tekutiny. Pro výpočet délkových ztrát je používán vztah

$$\Delta p_{zL} = \lambda \cdot \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \frac{L}{D_H} , \qquad (1.25)$$

kde λ je součinitel tření, L délka úseku a D_H hydraulický průměr.

1.3.6.2 Kotoučové ztráty

Tyto ztráty se pojí s třením tekutiny o kotouče [16]. Aby bylo možné tyto ztráty překonat, je nutno systému přivést energii, která bude schopna ztráty pokrýt. Odpovídající příkon lze stanovit ze vztahu:

$$P_k = \zeta_K P_v, \qquad (1.26)$$

kde hodnotu ζ_k lze určit následovně:

$$\zeta_K = \frac{1}{262 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3}. \qquad (1.27)$$

Tyto ztráty hrají významnější roli u ventilátorů, kde $\frac{d_1}{d_2} < 0{,}5$, než u ventilátorů s poměrem větším. V takových případech lze kotoučové ztráty zanedbat.

1.3.7 Účinnost

Pro stanovení účinnosti konkrétního tlakového zdroje je nutno definovat výkon a příkon takového zařízení.

Výkonová charakteristika popisuje výkon, jaký přijme proud chladiva od daného tlakového zdroje (např. ventilátor) [2]. Tato veličina vychází z třetí mocniny průtoku konstrukcí a je dána vztahem:

$$P_Q = H \cdot Q = (H_0 + C \cdot Q - K_v \cdot Q^2) \cdot Q. \qquad (1.28)$$

Z Obr. 8 lze vyčíst, že v oblasti maximálního a minimálního průtoku je výkon zdroje nulový a existuje bod, kdy je hodnota výkonu maximální [2].

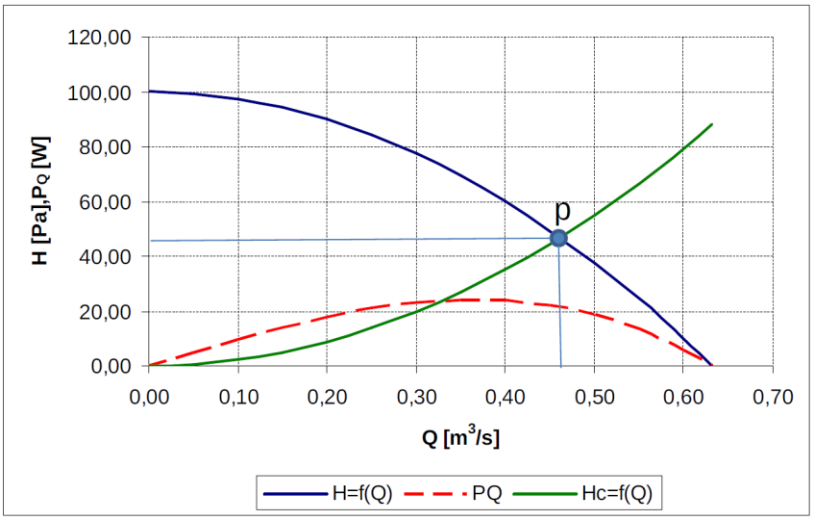
Příkonová charakteristika udává, jaký příkon je tlakovému zdroji nutno dodat v závislosti na průtoku a je popsána polynomem druhého stupně následovně:

$$P_v = P_0 + M_1 \cdot Q - M_2 \cdot Q^2, \qquad (1.29)$$

kde P_0 je příkon při běhu naprázdno, M_i koeficienty závislé na rozměru tělesa a Q objemový průtok [27].

Výsledná účinnost ventilátoru je definována jako poměr jeho výkonu a příkonu [2]:

$$\eta_v = \frac{P_Q}{P_v}. \qquad (1.30)$$



Obr. 8: Ventilační a výkonová charakteristika, pracovní bod [24]

Stejně jako charakteristika ventilační, existují příkonová i výkonová charakteristika v bezrozměrném tvaru [27]. Výkonové číslo je dáno:

$$\lambda_{P_Q} = \frac{\varphi \cdot \psi}{\eta_v}, \qquad (1.31)$$

kde $\varphi \cdot \psi$ je součin průtokového a tlakového čísla. Příkonové číslo je definováno:

$$\lambda_{P_v} = \frac{P_v}{\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\rho \cdot {u_2}^3 \cdot {d_2}^2}{2}}, \qquad (1.32)$$

kde u_2 je obvodová rychlost na výstupu a d_2 vnější průměr oběžného kola.

1.3.8 Pracovní bod

Při výběru ventilátoru pro konkrétní aplikaci je jedním z důležitých parametrů tzv. pracovní bod (na Obr. 8 označen jako „p“). Tento bod je průsečíkem ventilační charakteristiky a charakteristiky celkového odporu stroje [24]. Pro výpočet je možné použít vztah:

$$Q_p = \sqrt{\frac{H_0}{K_v + K_c}}, \qquad (1.33)$$

kde H_0 je tlak naprázdno, K_v vnitřní odpor zdroje a K_c je celkový hydraulický odpor. Platí, že v zájmu nejlepšího výsledného účinku je vhodné volit do soustavy ventilátor, jehož hodnota průtoku Q_p se blíží takové hodnotě, pro kterou je hydraulický výkon maximální.

1.4 Přístupy řešení přenosu tepla

Pojmem teplo je označována zvláštní forma energie, která se přenáší mezi tělesy (nebo tělesem a okolím) [1]. Tento přenos je způsoben rozdílnými teplotami entit. Jedná se o dynamickou formu energie, která se vyznačuje energetickými toky procházejícími skrze plochu ohraničující tzv. kontrolní objem uzavřeného systému.

1.4.1 První termodynamický zákon

První zákon termodynamiky vychází ze zákona zachování energie [2]. V kontrolním objemu jej lze definovat jako součet toku energie vstupující a generované při odečtení toku energie vystupující. Tento je roven akumulovanému teplu. V případě ustáleného stavu je $\dot{E}_{ak} = 0$.

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{ak} = \frac{dE}{dt}. \qquad (1.34)$$

1.4.2 Mechanismy přenosu tepla

Řídicí veličinou přenosu tepla je, jak již bylo zmíněno, rozdíl teplot. Tento proces probíhá vždy předáváním energie teplejšího objektu chladnějšímu, a to až do chvíle, kdy obě entity dosáhnou stejné teploty [1].

Existují tři základní mechanismy přenosu tepla: vedení tepla, konvekce a záření.

1.4.2.1 Vedení tepla

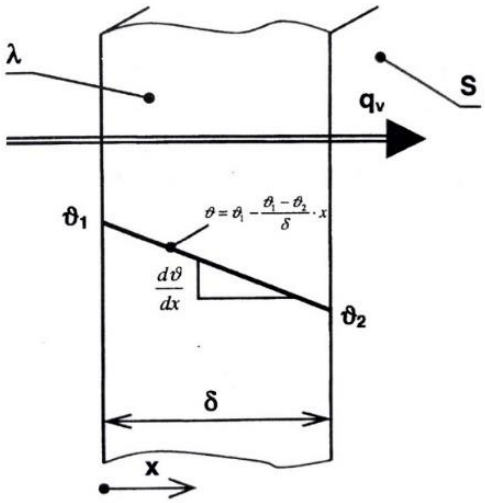
Tento pojem představuje přenos energie mezi atomy dané látky [1]. Tento přenos probíhá od teplejší částice látky ke chladnější, jelikož teplejší částice je zároveň více energetická [19]. Může se objevovat jak u pevných těles, tak u kapalin a plynů. V případě tekutin lze kromě přenosu energie pozorovat také proces tepelné difúze. Jedná se o pohyb částic dané látky probíhající opět směrem k méně energetické oblasti. Pro trojrozměrné stacionární vedení tepla platí Fourierův zákon v následujícím tvaru:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot grad\, T, \qquad (1.35)$$

kde λ je měrná tepelná vodivost látky, $\vec{q}$ měrný tepelný tok a $grad\, T$ teplotní gradient po tloušťce tělesa ve směru x, y a z.

Obr. 9 zobrazuje jednorozměrný přenos tepla, kde člen q_v představuje tepelný tok vztažený na plochu S, $\frac{d\vartheta}{dx}$ gradient teplot ve směru x a jehož předpis zní [2]:

$$q_v = -\lambda \cdot S \cdot \frac{d\vartheta}{dx}. \qquad (1.36)$$



Obr. 9: Jednorozměrný přestup tepla vedením [2]

1.4.2.2 Konvekce přirozená a nucená

Konvekcí se rozumí přestup tepla z povrchu těles do jeho okolí [1]. Ke svému procesu potřebuje pohyb kapaliny či plynu prostředí. Z tohoto důvodu je děj závislý nejen na tvaru a drsnosti povrchu těles, ale také na vlastnostech kapaliny (plynu), která daný objekt obklopuje (dynamická viskozita, hustota atd.). Dalším důležitým parametrem ovlivňujícím množství přenesené tepelné energie je rychlost proudění daného média.

Pohyb obklopujícího média může vznikat samovolně (přirozená konvekce) nebo může být způsoben vnějšími vlivy v podobě rozdílných tlaků v okolí (nucená konvekce) [2]. Tepelný tok způsobený konvekcí popisuje Newtonův ochlazovací zákon:

$$\dot{q} = \alpha \cdot (T_w - T_a), \qquad (1.37)$$

kde α je součinitel přenosu tepla, $\dot{q}$ měrný tepelný tok a $(T_w - T_a)$ je rozdíl teplot plochy (T_w) a okolí v dostatečné vzdálenosti od povrchu (T_a) [2; 19].

1.4.2.2.1 Teplo v toku chladiva

S konvekcí se pojí také stanovení tepla v toku chladiva, které lze popsat vztahem:

$$\dot{q}_Q = C \cdot \rho \cdot \frac{dV}{dt} \cdot T_Q = C \cdot \rho \cdot Q \cdot T_Q, \qquad (1.38)$$

kde C je měrné teplo, ρ hustota proudící tekutiny, Q průtok a T_Q teplota tekutiny [2].

1.4.2.3 Záření

Na rozdíl od předchozích způsobů přenosu tepelné energie může jev zvaný tepelné záření probíhat i ve vakuu a bez přítomnosti pevného tělesa [2]. Pro určení maximálního tepelného toku, který může být z povrchu emitován (vyzářen), je využíván Stefan-Boltzmannův zákon pro reálný povrch:

$$\dot{q} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot {T_w}^4, \qquad (1.39)$$

kde ε je emisivita, σ Stefan-Boltzmannova konstanta ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ $\left[\frac{W}{m^2K^4}\right]$) a T_w je teplota daného povrchu [19]. Emisivita neboli poměrná zářivost nabývá hodnot $0 \leq \varepsilon \leq 1$ a definuje efektivitu záření z daného povrchu v porovnání s dokonalým zářičem (pro dokonalý zářič $\varepsilon = 1$) [2]. Tato hodnota závisí na mnoha faktorech, jako je např. kvalita povrchu (drsnost), barva apod.

Opakem emisivity je pak tzv. absorptance (poměrná pohltivost) a, která udává množství pohlceného záření dopadající na danou plochu [19]. Množství pohlcené energie lze definovat jako $\dot{q}_a = a \cdot \dot{q}_{dopadající}$. Stejně jako zářivost nabývá i absorptance hodnot $0 \leq a \leq 1$.

1.5 Mechanické zatížení radiálního kanálu vlivem rotace a proudění chladiva

1.5.1 Silové působení na rotující disk

Nosné plechy radiálního kanálu lze při rotaci označit za rotující mezikruhové stěny. Tento typ úlohy je charakteristický osovou symetrií [30]. Jako typické zatížení zde vystupují primárně objemové síly. Napjatost a deformace v bodě tělesa jsou definovány níže uvedenými tenzory deformace (1.39) a napjatosti (1.42).

$$T_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_z & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_t \end{bmatrix}, \qquad \Pi_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_r(r) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t(r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (1.40), (1.41)$$

Pro jednoduché geometrie lze tento typ úlohy řešit analyticky pomocí soustavy několika rovnic – rovnice rovnováhy

$$\sigma_r - \sigma_t + r\frac{d\sigma_r}{dr} + \rho\omega^2 r^2 = 0, \qquad (1.42)$$

kde σ_r je napětí v radiálním směru a σ_t napětí v tečném směru, dále pak geometrických rovnic:

$$\varepsilon_t = \frac{u}{r}, \qquad \varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \qquad (1.43), (1.44)$$

kde u je radiální posuv, a konstitutivních vztahů:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_r - \mu\varepsilon_t), \qquad (1.45)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_t - \mu\varepsilon_r), \qquad (1.46)$$

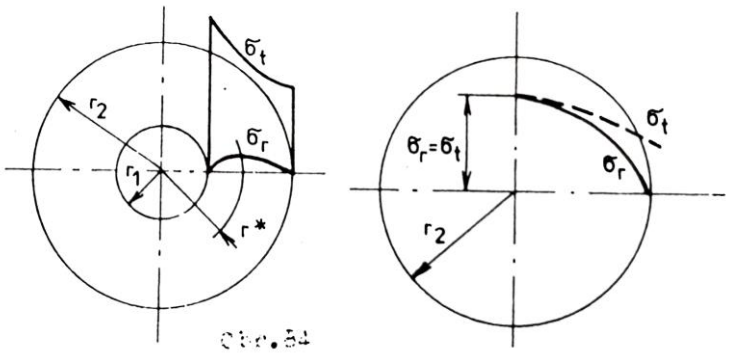
$$\sigma_z = 0 \qquad (1.47)$$

kde E je Youngův modul pružnosti a μ je Poissonův poměr [30]. Tato soustava tvoří úplný systém pro řešení rotujících kruhových a mezikruhových stěn.

Obr. 9 zobrazuje průběhy radiálních a tečných napětí pro rotující kruhovou i mezikruhovou stěnu [30]. Lze pozorovat, že pro případ stěny kruhové se maximum

obou napětí nachází na ose rotace. Pro mezikruhovou stěnu je pak zřejmý extrém radiálních napětí na poloměru r^*, který je definován následovně:

$$r^* = \sqrt[4]{\frac{8 \cdot B}{(3+\mu)\rho \cdot \omega^3}}. \qquad (1.48)$$



Obr. 10: Průběhy napětí rotující stěny: vlevo - mezikruhové, vpravo - kruhové [30]

1.5.2 Momentové účinky na rotující kanál

Při rotaci na rotující kanál působí různé síly a s nimi spojené momenty k ose rotace. Výsledný moment, který na kanál působí, je složen ze tří částí – M_o, M_h a M_C (Obr. 11) [7].

M_o představuje moment způsobený odstředivými silami [7]. V ideálním případě leží těžiště rotujícího kanálu na ose rotace, což způsobuje, že odstředivé síly prochází touto osou, a M_o je tak roven nule.

M_h je moment od hybnostních sil působící ve směru otáčení oběžného kola [7]. Tyto síly vychází z obvodových složek rychlostí v daném bodě. M_h tak lze popsat rovnicí

$$M_h = \rho \cdot Q \cdot (r_2 \cdot w_{u2} - r_1 \cdot w_{u1}), \qquad (1.49)$$

kde Q je objemový průtok média konstrukcí, r_i jsou poloměry a w_{ui} pak obvodové složky relativní rychlosti na daném poloměru.

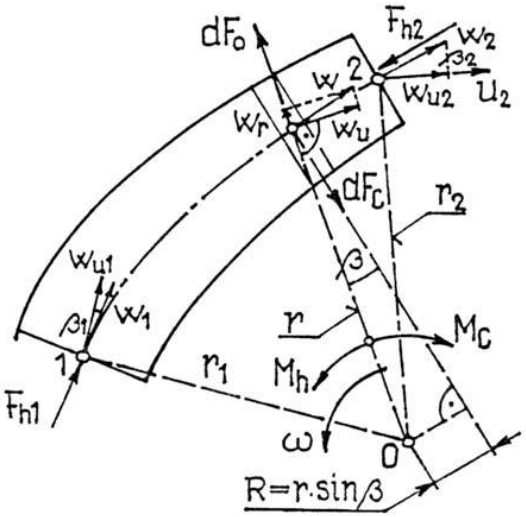
Poslední člen M_C pochází od Coriolisovy síly [7]. Působí proti směru otáčení a pro nestlačitelné médium ($\rho \cdot Q = konst.$) je definován následovně:

$$M_C = \rho \cdot Q \cdot (u_2 \cdot r_2 - u_1 \cdot r_1), \qquad (1.50)$$

kde u_i je obvodová rychlost při konkrétním poloměru r_i.

Výsledný moment působící na rotující oběžné kolo tak lze zapsat jako [7]:

$$M = M_h - M_C = \rho \cdot Q \cdot [r_1(u_1 - w_{u1}) - r_2(u_2 - w_{u2})]. \qquad (1.51)$$



Obr. 11: Vizualizace momentů působících při rotaci [7]

1.6 CFD

CFD je zkratkou pro *Computational Fluid Dynamics* neboli výpočtovou mechaniku kontinua [6]. Jedná se o numerický přístup k řešení problematiky v oblasti proudění a přenosu tepla, který se v posledních letech těší čím dál tím větší oblibě.

Jelikož se ve většině případů jedná o složité, nelineární jevy, je možné je popsat pouze parciálními diferenciálními rovnicemi [6]. Nicméně k jejich řešení je nutný převod do algebraické formy některým z vhodných diskretizačních přístupů.

Základními diskretizačními metodami používanými v oblasti CFD jsou [6]:

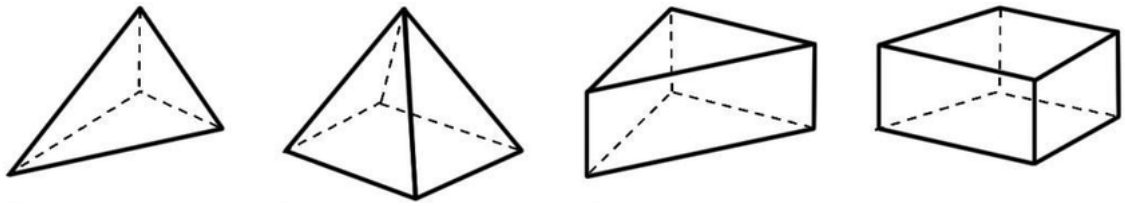
- Spectral Methods,
- metoda konečných diferencí,
- metoda konečných objemů,
- metoda konečných prvků.

Z výše uvedených metod je nejpoužívanější metoda konečných objemů (MKO) [6]. Ostatní se v praxi využívají jen zřídka. Následující část bude tak zaměřena pouze na MKO. Více informací o dalších metodách může čtenář nalézt v [6].

1.6.1 Metoda konečných objemů

Většina současných komerčních CFD řešičů je založena na tzv. metodě konečných objemů (angl. *Finite Volume Method*) [6]. Za hlavní důvody lze považovat zejména schopnost metody pracovat i s nestrukturovanou sítí, složitější geometrií, ale také z průmyslového hlediska její rychlost, což činí výpočty levnějšími [8].

Princip metody je založen na diskretizaci řešené oblasti rozdělením výpočetního objemu na síť malých elementů konečných rozměrů (tzv. kontrolních objemů), které se v případě MKO označují jako buňky (angl. *cells*, Obr. 12) [6]. V každé z těchto buněk (nejčastěji v těžišti elementu) se nachází bod zvaný *grid point*, ve kterém jsou pak numericky řešeny diferenciální rovnice [12]. Jejich výpočet probíhá integrací přes celý kontrolní objem [18]. Zavedením po částech spojitého profilu (lineární, exponenciální apod.), který popisuje změnu zkoumané proměnné veličiny mezi dvěma sousedícími body, je umožněno vytvoření diskretizační algebraické rovnice.



Obr. 12: Typy prvků, zleva: a) čtyřstěn, b) pětistěn – jehlan, pyramid, c) pětistěn – klín, prisma, d) šestistěn [5]

1.6.2 Turbulence

1.6.2.1 Výpočetní přístupy

1.6.2.1.1 Direct Numerical Simulation (DNS)

Metoda přímé numerické simulace nepracuje s modely turbulence, ale přímo řeší Navier-Stokesovy rovnice, a to bez jakékoli modifikace [6]. Tento přístup vede k vysoké přesnosti výsledků (Obr. 13a)), nicméně za cenu vysoké výpočetní a časové náročnosti [11]. Jsou zde kladeny požadavky na velmi jemnou síť tak, aby velikost buněk pokryla i ty nejmenší víry. Počet buněk by měl odpovídat zhruba třetí mocnině hodnoty Reynoldsova čísla pro dané proudění.

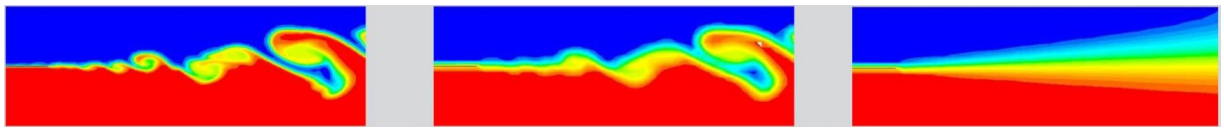
1.6.2.1.2 Large Eddy Simulation (LES)

Metoda velkých vírů, jak již název napovídá, simuluje velké víry, přičemž malé jsou předpokládány izotropní a nahrazeny univerzálními modely (Obr. 13b)) [11]. Zmíněné velké víry jsou pak řešeny metodou DNS. Nároky na jemnost sítě a časový krok nejsou tedy tak velké, jako tomu bylo u čisté DNS metody, každopádně stále je velikost prvku nutno přizpůsobit velikosti významných vírů.

1.6.2.1.3 Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

Metoda tzv. Reynoldsova časového středování Navier-Stokesových rovnic je nejčastěji využívána při řešení úloh v inženýrské praxi [11]. Kromě malých vírů (jako je tomu u LES metody) modeluje i víry velké. Jedná se o nejekonomičtější z uvedených

přístupů, kdy metoda pracuje s časově zprůměrovanými hodnotami proudění a zároveň dosahuje požadované přesnosti. Její využití je určeno primárně pro ustálené stavy proudění.



Obr. 13: Vizualizace přístupů modelování turbulence, zleva: a) DNS, b) LES, c) RANS [13]

1.6.2.2 Modely turbulence

Nejpoužívanějšími modely turbulence jsou tzv. dvourovnicové modely, které díky řešení dvou samostatných diferenciálních rovnic mohou určit délkové i časové měřítko[1] [11]. Níže jsou uvedeny základní typy těchto dvourovnicových modelů a jejich stručný popis. Detailnějšího popisu a dělení se může čtenář dočíst v [11].

1.6.2.2.1 Model *k-ε*

Jedná se o velmi robustní, ekonomický a zároveň pro širokou škálu aplikací dostatečně přesný model, který modeluje Reynoldsova napětí užitím turbulentní viskozity μ_t [11]. Tento model je jedním z nejznámějších a nejpoužívanějších modelů v inženýrské praxi.

Model *k-ε* pracuje s předpokladem, že proudění je plně turbulentní a jeho molekulární viskozita zanedbatelná [11]. Je tudíž použitelný jen při vysokých Reynoldsových číslech. Z tohoto faktu vyplývá, že nejefektivnější využití tohoto modelu turbulence bude v případě volného proudění v prostoru [21]. Naopak za nevhodný způsob aplikace jsou považovány např. rotující objemy či zakřivené povrchy.

1.6.2.2.2 Model *k-ω*

Základní výhodou modelu *k-ω* je jeho jednoduchost a numerická stabilita, zatímco jeho přesnost odhadu střední rychlosti proudění nezaostává za ostatními modely turbulence [10].

Model *k-ω* je velice citlivý na podmínky ve volném proudění a zároveň je vhodný pro proudění o nízkých Reynoldsových číslech [12]. Je tak vhodný pro proudění podél stěny, tedy modelování mezní vrstvy.

1.6.2.2.3 SST

Výše uvedené modely je možno považovat za protiklady. U modelu *k-ω* se setkáváme s vysokou přesností v blízkosti obtékané stěny, která klesá se zvětšující se vzdáleností od této okrajové podmínky [11]. U modelu *k-ε* je naopak přesnost predikce turbulence v tomto volném prostoru vysoká.

[1] Délkové měřítko = geometrie oblasti/charakteristický rozměr [15]
Časové měřítko = doba existence daného víru

Protože ani jeden z těchto modelů nedokáže přesně popsat obě oblasti, byla vytvořena modifikace modelu k-ω zvaná Shear Stress Transport (SST) [12]. Síla tohoto modelu spočívá ve schopnosti přechodu z modelu k-ω na k-ε tak, aby byl maximálně využit jejich potenciál [11]. U stěn tak aplikuje model k-ω, ve vzdálenějších oblastech pak k-ε.

SST model je často doporučován pro aplikaci u lopatkových strojů, kde se objevuje velký vliv smykových napětí v tekutině a je nutno co nejpřesněji simulovat bod odtržení a oblast zavíření [12].

1.6.3 Řešení mezní vrstvy

Jak již bylo zmíněno v kapitole 1.3.3.1, při obtékání tuhého tělesa na jeho povrchu vzniká mezní vrstva. Ta se dělí na tři části – viskózní podvrstvu (laminární proudění bezprostředně u stěny), plně turbulentní vrstvu (vnější část mezní vrstvy) a přechodovou vrstvu, která, jak název napovídá, se vyskytuje mezi dvěma předchozími [15].

K řešení proudění v této oblasti se využívají různé přístupy [11]. Prvním je podrobné modelování proudění u stěny, druhým pak využití semi-empirických vztahů známých jako stěnové funkce.

Tyto funkce využívají dvou veličin, a to bezrozměrné vzdálenosti od stěny y^+ definovanou následovně [4]:

$$y^+ = \frac{y u_*}{\nu}, \qquad (1.52)$$

kde u_* je třecí rychlost v přístěnné oblasti, y vzdálenost od stěny a ν kinematická viskozita, přičemž třecí rychlost je dána vztahem

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \qquad (1.53)$$

kde τ_w je smykové napětí na stěně a bezrozměrnou rychlost u^+, popsanou vztahem

$$u^+ = \frac{u}{u_*}, \qquad (1.54)$$

kde u je rychlost tekutiny ve směru tečném k obtékané stěně ve vzdálenosti y od stěny.

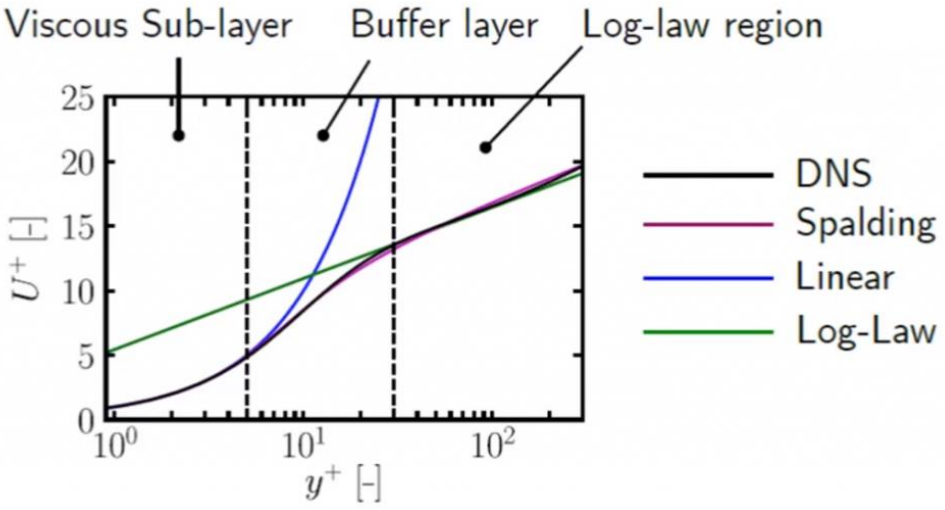
Níže na Obr. 14 je zobrazeno použití stěnových funkcí v závislosti na parametru y^+. Z této demonstrace lze vyvodit, že v oblastech viskózní podvrstvy ($0 < y^+ < 5$) je možno u^+ aproximovat lineárně funkcí $y^+ = u^+$ a v oblastech turbulentní vrstvy ($30 < y^+$) pomocí tzv. logaritmického zákona:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B, \qquad (1.55)$$

kde κ je von Kármánova konstanta (nabývá hodnot 0,40 až 0,41) a B je empirická konstanta nabývající hodnot 5,0 až 5,5 [4].

Přechodová část bude v obou případech aproximací obsahovat velké chyby [4]. Z toho důvodu se doporučuje vyhýbat hodnotám v rozmezí $5 < y^+ < 30$. Dobrou aproximací celého průběhu proudění v mezní vrstvě, a to i v přechodové oblasti, je Spaldingova funkce

$$\frac{yu_*}{\nu} = \frac{u}{u_*} + e^{-\kappa B}\left[e^{-\kappa\left(\frac{u}{u_*}\right)} - 1 - \kappa\left(\frac{u}{u_*}\right) - \frac{\left[\kappa\left(\frac{u}{u_*}\right)\right]^2}{2} - \frac{\left[\kappa\left(\frac{u}{u_*}\right)\right]^3}{6}\right]. \qquad (1.56)$$



Obr. 14: Aproximace mezní vrstvy [20]

1.6.3.1 Řešení mezní vrstvy v Ansys CFX

Program Ansys CFX, který bude dále využit v praktické části této práce, využívá různé přístupy k řešení mezní vrstvy v závislosti na zvoleném modelu turbulence [21]. Pro modely typu k-ε aplikuje škálovatelné stěnové funkce (*Scalable Wall Functions*), pro modely založené na *k-ω* pak automatické přístupy (*Automatic Near-Wall Treatment*).

Scalable Wall Functions je přístup, který nevyžaduje řešení mezní vrstvy v oblasti viskózní podvrstvy. Je tak schopen pracovat s téměř libovolně hustou sítí [21]. Jeho funkce spočívá v omezení řešení logaritmického zákona minimální hodnotou $y^+ = 11{,}06$. Tato hodnota odpovídá průsečíku lineární a logaritmické aproximace mezní vrstvy.

Automatic Near-Wall Treatment pracuje stejně jako předchozí funkce s logaritmickým zákonem, avšak pro oblasti, kde se vyskytuje proudění s nižším Reynoldsovým číslem, používá podrobné modelování proudění u stěny [11; 21]. Úkolem této funkce je tak zajistit hladký přechod mezi těmito přístupy.

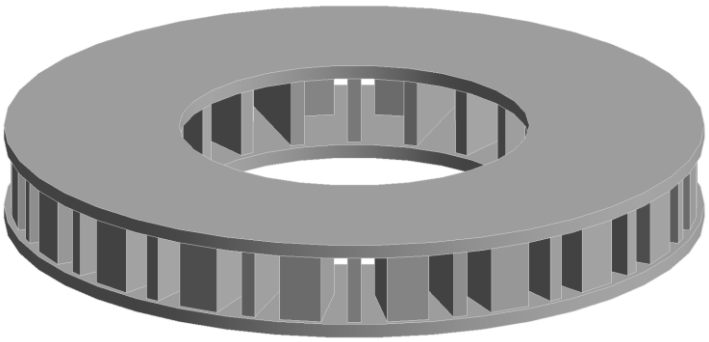
2 Analýza radiálního kanálu pomocí CFD

Následující část práce je věnována analýze ventilačního účinku konkrétního radiálního kanálu pomocí simulačního programu Ansys CFX.

V této kapitole bude podrobně popsán postup přípravy výpočetní sítě, nastavení analýzy, způsob stanovení ventilačních charakteristik a s tím spojených výkonových závislostí. Dále bude obsahovat porovnání tří konfigurací, a to:

1. Nestlačitelný model vzduchu při zvoleném modelu turbulence SST
2. Nestlačitelný model vzduchu při zvoleném modelu turbulence k-ε
3. Stlačitelný model vzduchu při zvoleném modelu turbulence SST

Níže, na Obr. 15, je zobrazen model geometrie radiálního kanálu, která bude pro tuto práci použita.

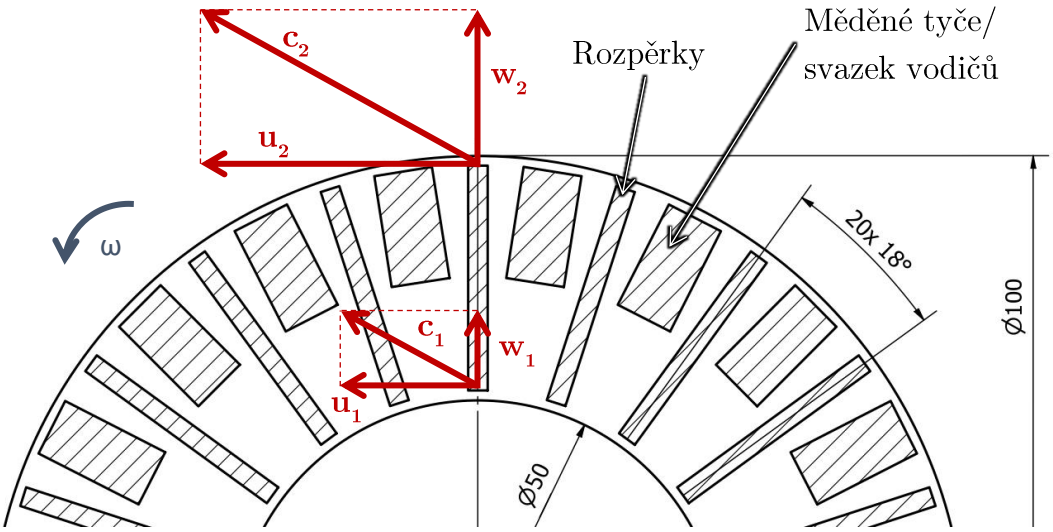


Obr. 15: Radiální kanál

2.1 Geometrie

Konstrukce se řadí mezi radiální kanály s radiálně zakončenými lopatkami. Její periodicky se opakující uspořádání umožňuje pro výpočet použít pouze jednu sekci, což významně zredukuje výpočetní náročnost simulací.

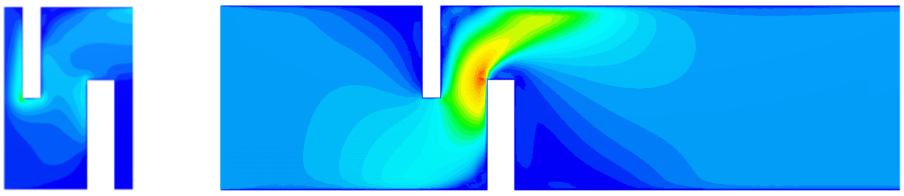
Obr. 16 zobrazuje příčný průřez konstrukcí kanálu a jeho rychlostní trojúhelníky. Podlouhlé tenké bloky představují rozpěrky, široký blok mezi lopatkami pak představuje měděné tyče či svazek vodičů procházející konstrukcí.



Obr. 16: Rychlostní trojúhelníky

2.1.1 Tvorba fluidní geometrie pro výpočet

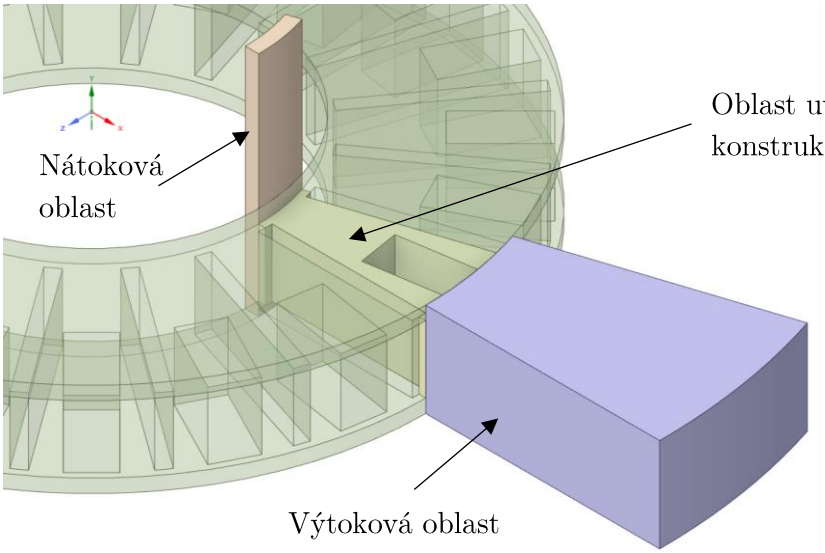
Při modelování proudění je nutno vytvořit tzv. fluidní doménu neboli oblast (v tomto případě objem), kterou bude proudit zvolené médium. Kromě prostoru uvnitř samotné konstrukce kanálu je také potřeba vytvořit prodloužení v místě vstupu a výstupu média. Tyto oblasti umožňují tekutině se při vstupu do oběžného kola vyvinout a lépe přizpůsobit tvarům, které uvnitř konstrukce obtéká a ustálit se na jejím výstupu. Zpřesňují se tak výsledky simulace. Níže, na Obr. 17, je zmíněný vliv demonstrován na 2D simulaci proudění.



Obr. 17: Vliv délky nátokové a výtokové zóny na vývoj proudění [3]

Prodloužení je nutno volit tak, aby prostor pro vývin proudění tekutiny byl dostatečný, což závisí na mnoha faktorech. Není tak možno definovat konkrétní poměry rozměrů, které by byly univerzální pro všechny případy. Protože s větší oblastí se pojí více prvků a tím i výpočetní a časová náročnost simulace, je potřeba volit přiměřené rozměry, a to se mnohdy neobejde bez realizace série simulací s různými velikostmi nátokových a výtokových oblastí.

Dále používaná geometrie se skládá ze dvou objemů, rotující oblasti uvnitř konstrukce kanálu spojené s nátokovou oblastí a stacionární výtokové oblasti.



Obr. 18: Fluidní doména

2.1.2 Výpočetní síť

Základem numerických výpočtů pomocí metod konečných prvků či objemů je výpočetní síť. Pro tyto simulace byla vytvořena nestrukturovaná kombinovaná síť. Skládá se převážně z čtyřstěnných a prismatických prvků tvořených pomocí funkce *Inflation*. Tato funkce vytváří síť zmíněných prismatických prvků na zvolených plochách, kde je očekáván výskyt mezní vrstvy.

Protože je výpočet prováděn pouze na části celkové geometrie, bylo nutno zajistit návaznost sítě na plochách, na kterých byla dále předepisována periodická opakovanost. Funkcí vhodnou pro zmíněný účel je *Match Controls*.

2.1.2.1 Tvorba sítě

Tvorba výpočetní sítě je zdlouhavou iterační záležitostí. Při tomto procesu je potřeba dbát nejen na kvalitu prvků, ale také na parametr y^+, o kterém bylo pojednáno v kapitole 1.6.3. Protože tento parametr se pojí s rychlostí proudění média, je velmi obtížné bez simulace odhadnout velikost prvku tak, aby se hodnota y^+ pohybovala v požadovaných hodnotách. Při hledání optimálního nastavení sítě tak bylo nutno provést sérii simulací pro nalezení takové sítě, která obsahuje přiměřené množství prvků, jejíž y^+ se nenachází v špatně aproximovatelné oblasti (viz Obr. 14 v kapitole 1.6.3) a pro niž by zároveň simulace dobře konvergovala.

Primárním modelem turbulence, který byl ve výpočtech použit, je model SST. Jako první tedy byla snaha o vytvoření sítě, která odpovídá doporučením pro stěnovou funkci *Automatic Near-Wall Treatment* podle zdrojů [21] a [22], kterou model využívá. Vytvořená síť by tak měla splňovat $y^+ \cong 1$ a obsahovat alespoň 10 buněk v oblasti mezní vrstvy. Po několika iteracích byla pro model turbulence SST vytvořena dobře konvergující síť splňující výše uvedené požadavky. Dle předpokladů by měla stejná síť být použitelná i pro výpočty s použitím modelu k-ε. Nicméně pro tento model docházelo při simulaci k divergenci. Aby bylo možné výsledky mezi sebou porovnávat, bylo nezbytné vytvořit síť konvergující pro oba modely turbulence.

Jak bylo zmíněno v kapitole 1.6.2.2, SST, model je založen na schopnosti přechodu mezi modely k-ε a k-ω. Bylo tak upuštěno od snahy vytvořit síť, jejíž $y^+ \cong 1$. Tento cíl nahradila podmínka, kdy y^+ by neměl nabývat hodnot v rozmezí 5 až 30, avšak může dosahovat i hodnot vyšších. S touto podmínkou již bylo možné vytvořit pro oba modely turbulence konvergující síť, jejíž parametry jsou uvedeny níže v Tab. 1.

Tab. 1: Složení výpočetní sítě

Počet elementů		**Počet uzlů**
954 427		201 560
Čtyřstěny	Prismatické prvky	
870 887	83 540	

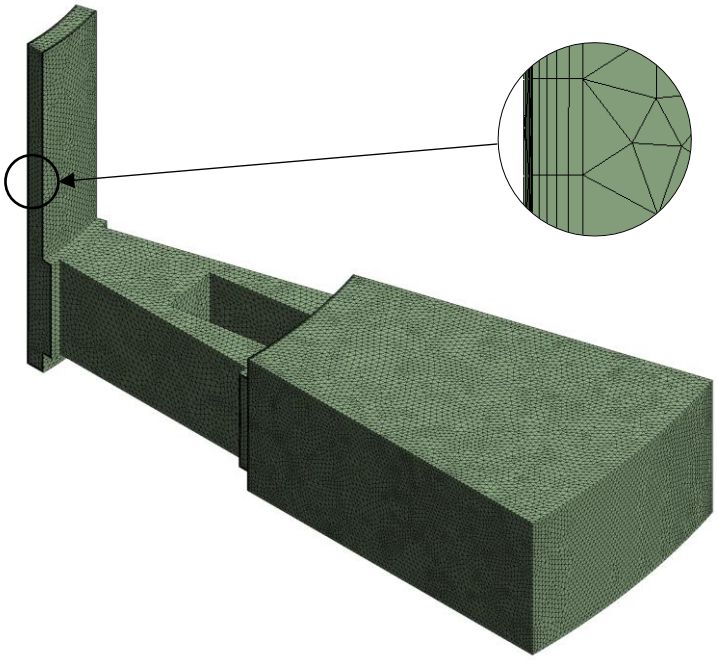
Finální síť použitá pro simulace v této práci byla dimenzována pro otáčky 5 000 rot/min tak, aby pro všechny tři dále používané konfigurace modelu turbulence a stlačitelnosti média vyhovovaly hodnoty y^+. Tato síť byla dále použita pro všechny další simulace. Jak již bylo několikrát zmíněno, hodnota parametru y^+ je závislá na

rychlosti proudění média v přístěnné oblasti. O této skutečnosti je možno přesvědčit se z následující tabulky.

Tab. 2: Hodnoty parametru $y+$

Úhlová rychlost [rot/min]	y^+ [-]		
	$\rho = konst.$		$\rho \neq konst.$
	SST	**k-ε**	**SST**
5 000	4,8	5,5	4,5
10 000	9,4	11,3	8,8
15 000	14,2	17,3	12,0
20 000	18,3	23,4	14,6
30 000	29,3	37,5	18,0

Zde jsou uvedeny průměrné hodnoty y^+ pro různé otáčky oběžného kola, na kterých je závislá rychlost proudění. Dále je z tabulky patrný vliv použitého modelu turbulence (a s tím související stěnové funkce) a vliv stlačitelnosti média na výslednou hodnotu tohoto parametru. Jelikož dle y^+ je síť vhodná pouze pro úhlové rychlosti 5 000 rot/min, lze konstatovat, že pro přesné výsledky simulací různých obvodových rychlostí by bylo potřeba pro každý jednotlivý případ přizpůsobit výpočetní síť.



Obr. 19: Síť konečných objemů

2.1.2.2 Příprava okrajových podmínek

Součástí přípravy sítě je i tvorba skupin, tzv. *Named Selections*, obsahující výběr geometrie, který slouží pro pozdější definování okrajových podmínek v prostředí CFX Pre.

Byly vytvořeny následující skupiny:

„Inlet“	Oblast vstupu tekutiny do objemu
„Outlet“	Oblast výstupu tekutiny z objemu
„Wall_rotating“	Plochy konstrukce ohraničující oblast pro proudění
„Periodicity“	Plochy pro předepsání periodické opakovanosti (nutno vytvořit pro každou stranu objemu zvlášť)
„Interf“	Kontaktní plocha mezi oblastí objemu uvnitř konstrukce a výtokovým objemem (nutno vytvořit pro oba objemy)

Samotné definici okrajových podmínek je věnována kapitola 2.2.1.2. V příloze č. 1 je podrobně zdokumentován způsob aplikace podmínek na vytvořené *Named Selections*.

2.2 Určení ventilačních charakteristik

Stanovení ventilační charakteristiky probíhalo ve dvou krocích. Prvním bylo určení maximálního průtoku kanálem ve stavu nakrátko ($\Delta H = 0$), v druhém kroku pak bylo zvoleno 20 rovnoměrně rozložených hodnot průtoků mezi stavem běhu naprázdno ($Q = 0$) a nakrátko, pro které byl následně pomocí parametrického modelu spočten odpovídající rozdíl tlaků.

2.2.1 Nastavení analýzy

Ventilační charakteristiky radiálního kanálu pro dané konstantní otáčky se stanovují pro ustálený stav proudění. V sekci *Analysis Type* tak byla zvolena možnost *Steady State*.

Následně je definováno chování jednotlivých domén vystupujících v konkrétní simulaci. Pro tuto práci ve výpočtech figurovala pouze jedna doména označovaná *Default Domain*. V základní části této sekce (*Basic Settings*) je volen typ domény, typ proudícího média, způsob pohybu domény, její souřadný systém a další vlastnosti. V části pro definici typu modelu tekutiny (*Fluid Models*) je pak prostor pro specifikování způsobů přestupu tepla a modelování turbulence. V posledním kroku bylo

třeba zvolit okrajové podmínky. Příloha č. 1 obsahuje podrobnou dokumentaci těchto nastavení.

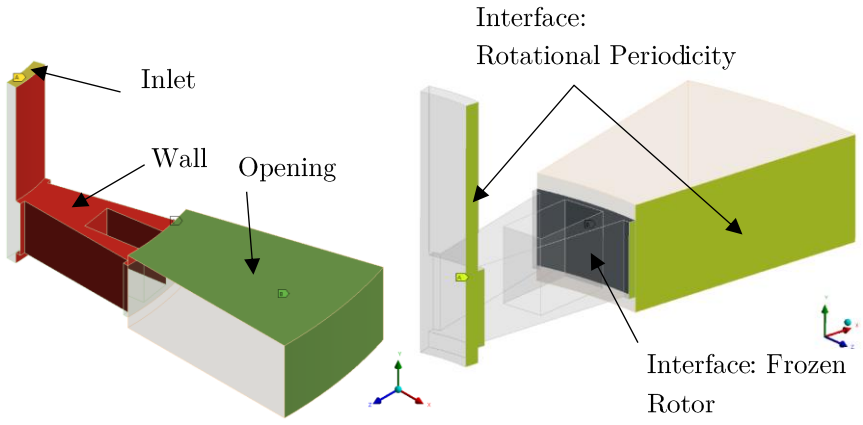
2.2.1.1 Základní nastavení

Ke své funkci využívají ventilátory rotačního pohybu, tudíž se jedná o doménu rotující. Její osou rotace byla zvolena y-ová osa globálního souřadného systému, který leží v těžišti dané geometrie, a jehož y-ová osa je normálou k ploše nosných plechů. Úhlová rychlost pak byla jedním z měněných parametrů.

Předmětem zkoumání bylo proudění tekutiny oběžným kolem, což vedlo k volbě fluidního typu domény. Materiálem proudícího média byl volen vzduch nestlačitelný (*Air at 25 °C*) a stlačitelný (*Air Ideal Gas*). Jelikož se jedná o proudění kanálem v otevřeném prostranství, byla hodnota referenčního tlaku zvolena 1 atm.

2.2.1.2 Volba okrajových podmínek

Byly definovány následující základní okrajové podmínky: oblast vstupu tekutiny (*Inlet*), oblast výstupu tekutiny (*Opening*[2]) a plochy stěny konstrukce ohraničující prostor pro proudění (*Wall*). Dalšími důležitými okrajovými podmínkami jsou podmínky typu Interface: periodická opakovanost (*Rotational Periodicity*), která umožnila simulaci provádět pouze na části oběžného kola, a rozhraní mezi výtokovou oblastí a oblastí uvnitř kanálu (*Frozen Rotor*), což zajišťuje přenos informací mezi objemy.



Obr. 20: Okrajové podmínky

[2] Často je možné se setkat místo s podmínkou *Opening* s podmínkou *Outlet*. Rozdíl spočívá v tom, že *Opening* umožňuje tekutině procházet danou plochou oběma směry, zatímco *Outlet* umožňuje pouze pohyb skrze plochu směrem ven z objemu [22].

2.2.1.2.1 Inlet a Opening

Při simulaci volného proudění kanálem pro získání odhadu hodnoty maximálního možného průtoku konstrukcí byl jako okrajová podmínka v oblasti *Inlet* i *Opening* zvolen nulový relativní tlak. Toto nastavení vedlo k výsledkům, kdy pohyb média byl způsoben čistě rotací konstrukce, přičemž jej nic neurychlovalo či nezpomalovalo.

Pro další simulace, jejichž cílem bylo bližší popsání tlakové charakteristiky pomocí série bodů, se okrajová podmínka *Inlet* lišila. V tomto případě bylo potřeba simulovat zaškrcení, což obnášelo ponechání hodnoty úhlové rychlosti a zároveň definovat konkrétní hmotnostní průtok procházející konstrukcí, přičemž výsledkem výpočtu byl odpovídající tlak.

Jelikož se jedná o simulaci proudění oběžným kolem ve volném prostoru, byla zvolena podmínka *Inlet* jako rotující a *Opening* jako statická.

2.2.1.2.2 Wall

Plochy konstrukce kanálu ohraničující oblast proudění jsou definovány jako podmínka *Wall*, která neumožňuje tekutině průchod skrze tyto plochy [22]. Stejně jako u *Inlet* se jedná v případě této práce o podmínku rotující.

V rámci uvedené okrajové podmínky je také třeba nastavit chování tekutiny v místě kontaktu se stěnou. Varianta *No Slip Wall* definuje rychlost tekutiny na stěně rovnu nule, což odpovídá teorii mezní vrstvy.

2.2.1.2.3 Interface

Přenos informací mezi dvěma dotýkajícími se objemy či tělesy zajišťuje funkce *Interface*. Funkce není omezena na kontakty mezi geometriemi stejného typu (např. dva fluidní objemy), ale umožňuje přenos informací, např. i mezi fluidní oblastí a pevným tělesem. Je možné zvolit jeden ze tří modelů – model pro periodické opakování, translační opakování, či obecný kontakt.

V této práci byla funkce *Interface* využita pro zmenšení výpočetní oblasti pomocí definování periodické opakovanosti a také pro přenos informací mezi objemy uvnitř konstrukce kanálu a výtokovou částí. Pro kontakt mezi rotujícím objemem v konstrukci kanálu a stacionární výtokovou oblastí byl využit typ *Frozen Rotor*, který je vhodným spojením pro oblasti, jejichž vzájemná relativní poloha je neměnná [21].

V příloze č. 1 je uvedena podrobná fotodokumentace nastavení jednotlivých okrajových podmínek použitých pro výpočty této práce.

2.2.2 Vlastnosti tekutiny

Pro simulace byl použit model vzduchu z Ansys knihovny materiálů. Pro nestlačitelný vzduch byl zvolen materiál s názvem *Air at 25 C*, pro stlačitelný model pak *Air Ideal Gas*. Charakteristiky těchto materiálů jsou uvedeny níže v Tab. 3.

Tab. 3: Charakteristiky použitých modelů materiálů

Charakteristika	**Hodnota**		**Jednotka**
	Air Ideal Gas (Stlačitelný)	**Air at 25 °C (Nestlačitelný)**	
Hustota	ρ ≠ konst.	1,185	kg/m^3
Molární hmotnost	28,960	28,960	kg/mol
Dynamická viskozita	1,831E-5	1,831E-5	kg/m·s
Teplota	27	25	°C

2.3 Výsledky

2.3.1 Ventilační charakteristika

Jak již bylo zmíněno, tvorba charakteristik probíhala nejprve stanovením maximálního průtoku při stavu nakrátko a následnou sériovou simulací využívající parametrického zadávání hmotnostního průtoku na oblasti *Inlet*. Jejím výsledkem byly rozdíly statických tlaků (se kterými je dle [26] doporučeno pracovat u ventilátorů ústících přímo do atmosféry, jelikož dynamická tlaková složka je v takovém případě brána jako ztrátová), odpovídající dvaceti rovnoměrně voleným hodnotám průtoku mezi stavy chodu naprázdno a nakrátko. Takto vytvořené série bodů pak tvoří jednotlivé ventilační charakteristiky.

V příloze č. 2 jsou uvedeny všechny získané charakteristiky. Další podkapitoly budou věnovány jejich rozboru.

2.3.1.1 Výsledné koeficienty charakteristiky

Série bodů vzniklé pomocí modelu, který byl popsán v předchozí kapitole 2.2, byly dále v programu Matlab proloženy polynomem druhého stupně, který, jak již bylo zmíněno v kapitole 1.3.5, lze pro popis ventilační charakteristiky použít. Koeficienty polynomů pak odpovídaly konstantám H_0, C a K_v (Tab. 4). Jelikož lineární člen C není pro další vyhodnocování podstatný, nebudou uvedeny hodnoty tohoto členu.

Z definice bezrozměrných čísel z kapitol 1.1.1 a 1.3.5 je zřetelné, že jediným na otáčkách nezávislým koeficientem ventilační charakteristiky je odporové číslo κ. Pro případy simulací s nestlačitelným modelem tekutiny tak byla očekávána hodnota vnitřního odporu tlakového zdroje K_v totožná pro všechny varianty úhlových rychlostí.

Tab. 4: Hodnoty vnitřního odporu tlakového zdroje K_v a tlaku naprázdno H_0

Úhlová rychlost [rot/min]	$K_v \left[\frac{N}{s \cdot m^8}\right]$			$H_0\ [Pa]$		
	$\rho = konst.$		$\rho \neq konst.$	$\rho = konst.$		$\rho \neq konst.$
	SST	**k-ε**	**SST**	**SST**	**k-ε**	**SST**
5 000	1 366 787	1 184 542	1 181 969	298	283	297
10 000	814 760	1 080 290	1 408 892	1 201	1 157	1 157
15 000	795 697	999 653	1 390 744	2 675	2 631	2 562
20 000	952 906	934 782	1 936 191	4 590	4 701	4 384
30 000	858 902	828 760	3 147 800	10 698	10 494	9 301

Tabulka však jasně ukazuje odlišnosti, které mohou být způsobeny použitím nevhodného modelu turbulence, nevhodnou sítí či vlivem chyby způsobené použitím nestlačitelného modelu tekutiny.

Pomocí těchto již známých koeficientů polynomu pak bylo dále možno jednoduše vypočíst odpovídající průtoky při stavu nakrátko pro jednotlivé ventilační charakteristiky. Hodnoty těchto průtoků jsou uvedeny níže.

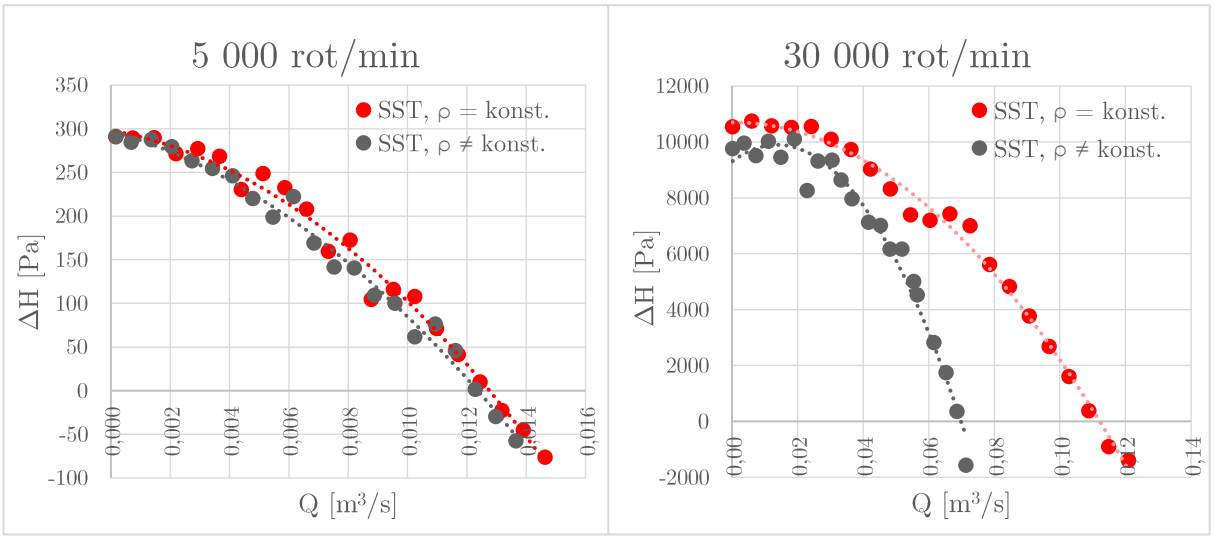
Tab. 5: Hodnoty průtoků nakrátko

Úhlová rychlost [rot/min]	$Q_{max_c}\ [m^3/s]$		
	$\rho = konst.$		$\rho \neq konst.$
	SST	**k-ε**	**SST**
5 000	0,01276	0,01957	0,01236
10 000	0,03115	0,04027	0,02788
15 000	0,05095	0,06215	0,04264
20 000	0,07104	0,08493	0,05374
30 000	0,11213	0,13336	0,06986

2.3.1.2 Vliv stlačitelnosti média

Dalším pozorovaným fenoménem byl vliv stlačitelnosti proudícího média na výsledný průtok. Níže zobrazené grafy (Obr. 21) tento jev ilustrují při použití modelu turbulence

SST. V příloze č. 1 na obrázcích Obr. 58 – Obr. 66 lze pozorovat skutečnost, kdy vlivem zvyšujících se otáček a tím i tlaků uvnitř konstrukce radiálního kanálu roste vliv této vlastnosti. Zatímco pro případ při 5 000 rot/min a tlacích dosahujících sotva 300 Pa je vliv stlačitelnosti téměř nulový, v případě otáček 30 000 rot/min a tlacích okolo 10 kPa je však již od pohledu její vliv značný.



Obr. 21: Vliv stlačitelnosti média

Tabulka níže uvádí procentuální pokles maximálního objemového průtoku při použití stlačitelného média oproti výsledkům získaných při použití média nestlačitelného. Trend se zde vyvíjí dle očekávání, a to tak, že s rostoucí úhlovou rychlostí se zvyšuje vliv stlačitelnosti.

Tab. 6: Porovnání Q_{max_c} dle stlačitelnosti proudícího média

Úhlová rychlost [rot/min]	Q_{max_c} **[m³/s]**		
	$\rho = konst.$	$\rho \neq konst.$	**Poměrný pokles [%]**
	SST	**k-ε**	
5 000	0,01276	0,01957	-3,13
10 000	0,03115	0,04027	-10,50
15 000	0,05095	0,06215	-16,31
20 000	0,07104	0,08493	-24,35
30 000	0,11213	0,13336	-37,70

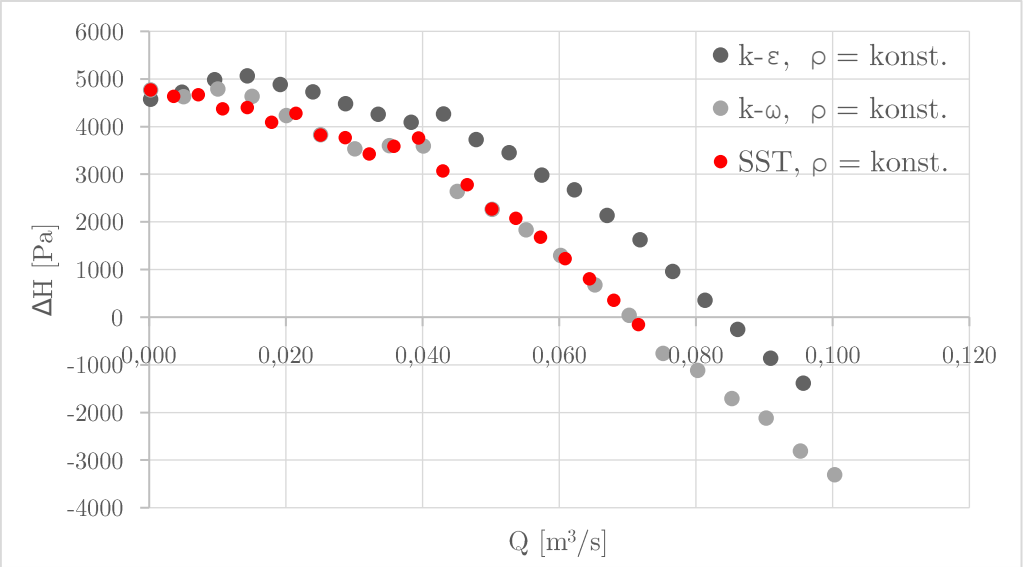
Obvyklá hranice zanedbatelnosti vlivu stlačitelnosti se pohybuje okolo 10 %. Obecně lze konstatovat, že pro vysokootáčková zařízení již není možné použít zjednodušený model nestlačitelného média.

Dokumentaci nastavení analýzy pro případ stlačitelného i nestlačitelného média je možno nalézt v příloze č. 1.

2.3.1.3 Vliv zvoleného modelu turbulence

V kapitole 1.6.2.2 jsou charakterizovány nejpoužívanější modely turbulence v oblasti CFD, a to *k-ε*, *k-ω* a SST. Pro simulaci, jejíž vstupní hodnotou úhlové rychlosti bylo 20 000 [rot/min], byly otestovány všechny tři uvedené modely. Výpočtům bylo ponecháno stejné nastavení, jedinou změnou byl model turbulence a s tím se pojící stěnové funkce.

Zmíněná kapitola uvádí, že model SST je schopen přechodu mezi dalšími dvěma jmenovanými. Níže, na Obr. 22, je možno pozorovat téměř totožný průběh charakteristiky pro modely SST a *k-ω*. Z tohoto úkazu lze vyvodit, že pro tento konkrétní případ výpočtu SST model setrvává u řešení pomocí *k-ω* i přes to, že parametr y^+ se dle zdrojů [21] a [22] nachází daleko za hranicí vhodnosti tohoto modelu (viz Tab. 2 v kapitole 2.1.2.1).



Obr. 22: Ventilační charakteristika (n = 20 000 [rot/min], ρ = konst.)

Rozdíly výsledných hodnot průtoku mezi modely mohou způsobovat nevhodně modelované turbulence uvnitř konstrukce radiálního kanálu. Model *k-ε* je znám jako vhodná volba pro použití při volném proudění v dostatečné vzdálenosti od obtékaných stěn. V případě konstrukce použité v této práci však nelze hovořit o oblasti volného proudění, o čemž vypovídá i graf výše (Obr. 22). Jelikož SST model je podle [12] doporučován pro použití při řešení lopatkových strojů, bude pro další vyhodnocování považován za stěžejní.

Následující tabulka uvádí procentuální nárůst maximálního objemového průtoku při použití modelu *k-ε* oproti výsledkům získaných při použití modelu SST. Je zde zřejmý trend poklesu rozdílu s rostoucí úhlovou rychlostí.

Tab. 7: Porovnání Q_{max_c} dle použitého modelu turbulence

Úhlová rychlost [rot/min]	$\boldsymbol{Q_{max_c}}$ **[m^3/s]**		
	$\boldsymbol{\rho = konst.}$		**Poměrný nárůst [%]**
	SST	**k-ε**	
5 000	0,01276	0,01957	+53,37
10 000	0,03115	0,04027	+29,28
15 000	0,05095	0,06215	+21,98
20 000	0,07104	0,08493	+19,55
30 000	0,11213	0,13336	+18,93

2.3.2 Teoretický statický tlak ventilátoru ΔH_{th_s}

V kapitole 1.1.2.2 je uveden obecný vztah pro výpočet teoretického tlaku radiálního ventilátoru. Jeho statická složka je definována:

$$\Delta H_{th_s} = \frac{\rho}{2} \cdot [(\omega r_2)^2 - (\omega r_1)^2]. \qquad (2.1)$$

Pro tuto práci byl proveden výpočet veličiny ΔH_{th_s} pro otáčky kanálu, které vystupovaly v rámci simulací pomocí Ansys CFX. Jelikož teoretická hodnota je platná v případě, kdy jsou tlakové ztráty zanedbány, výsledné hodnoty získané simulacemi byly očekávány nižší.

V Tab. 8 jsou uvedeny hodnoty tlaku naprázdno získané analytickým výpočtem teoretického statického ventilátoru ΔH_{th_s} a hodnoty získané simulacemi ΔH_{CFX}, kde byl taktéž vyhodnocován tlak statický.

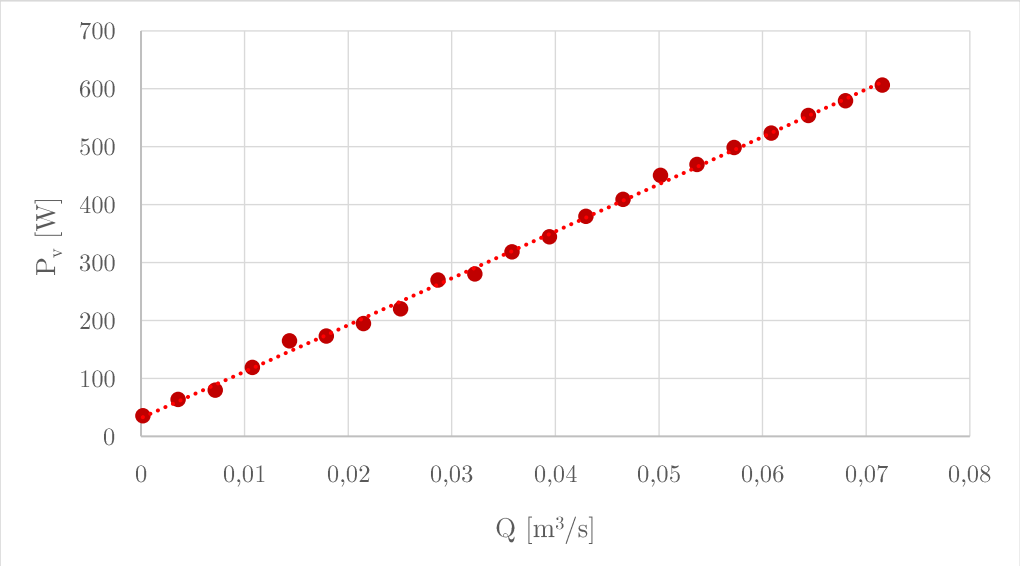
Tab. 8: Porovnání statických tlaků

Úhlová rychlost [rot/min]	$\boldsymbol{\Delta H_{th_s}}$ **[Pa]**	$\boldsymbol{\Delta H_{CFX}}$ **[Pa]**		
		$\boldsymbol{\rho = konst.}$		$\boldsymbol{\rho \neq konst.}$
		SST	**k-ε**	**SST**
5 000	305	291	285	291
10 000	1 218	1 179	1 150	1 149
15 000	2 741	2 697	2 648	2 574
20 000	4 873	4 769	4 577	4 462
30 000	10 965	10 539	10 628	9 763

Lze konstatovat, že očekávaný tlakový pokles je přítomen ve všech variantách simulací, přičemž průměrný poměrný pokles tvoří 5 % a nejvyšší přibližně 15 %.

2.3.3 Příkonová charakteristika zdroje

V kapitole 1.3.7 byl uveden vztah pro příkonovou charakteristiku ventilátoru. Přestože je zde uváděna tato závislost jako polynom druhého stupně, vliv kvadratického členu bývá často zanedbatelný. O tomto faktu vypovídá níže uvedený graf, kde, přestože bylo použito proložení polynomem 2. stupně, se charakteristika jeví jako lineární.



Obr. 23: Příkonová charakteristika

Výše uvedená příkonová charakteristika je platná pro konfiguraci:

Úhlová rychlost:	20 000	[rot/min]
Model turbulence:	SST	
Stlačitelnost média:	Nestlačitelné	

Tato charakteristika vznikla pomocí hodnot třecího momentu $M_k(Q)$, který byl součástí výsledků simulací. Pro získání příkonu (resp. potřebného výkonu motoru) pro daný průtok tak stačilo pouze vynásobit získanou hodnotu momentu úhlovou rychlostí, pro kterou byla simulace provedena [16]:

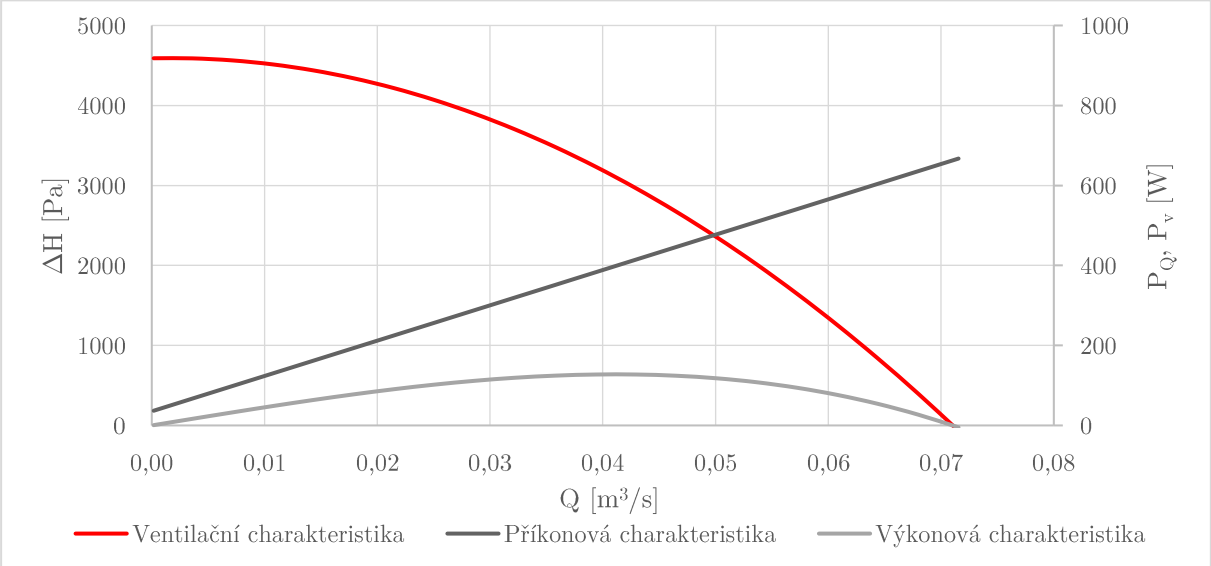
$$P_v(Q) = M_k(Q) \cdot \omega \,. \qquad (2.2)$$

Charakteristiku lze považovat za lineární a pro další výpočty byl tedy kalkulován pouze příkon pro stav naprázdno a nakrátko.

2.3.4 Výkonová charakteristika

Pro stanovení výkonové charakteristiky již bylo využito koeficientů H_0, K_v a C získaných dle kapitoly 2.3.1.1. Užitím vzorce (1.28) tak byla vytvořena závislost

výkonu na průtoku. Výkonová charakteristika odpovídá předpokladům, kdy v krajních bodech ventilační charakteristiky je její hodnota rovna nule (Obr. 24).



Obr. 24: Ventilační, výkonová a příkonová charakteristika

Výše uvedené charakteristiky jsou platné pro konfiguraci:

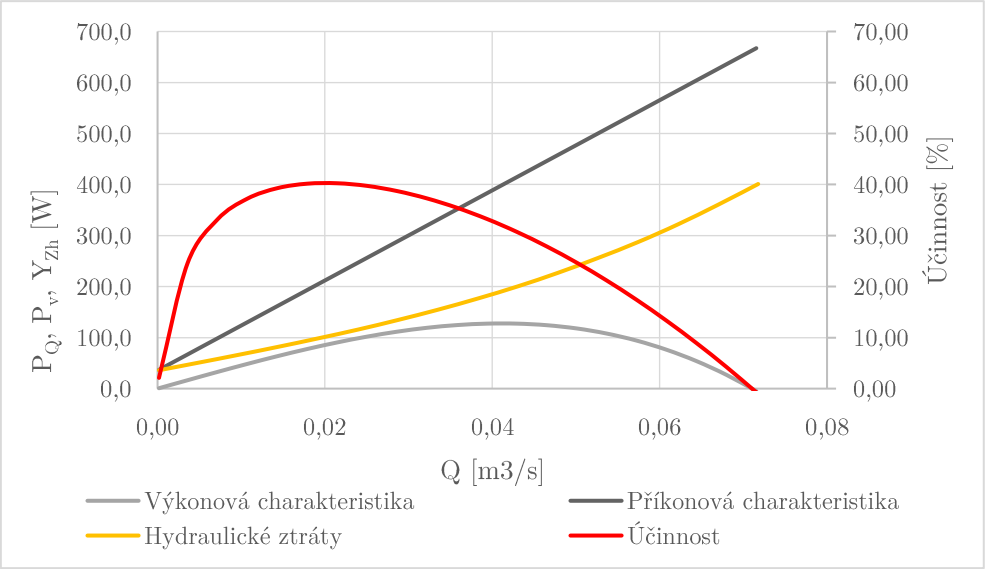
Úhlová rychlost:	20 000	rot/min
Model turbulence:	SST	
Stlačitelnost média:	Nestlačitelné	

2.3.5 Účinnost

Poměrem hodnot výkonové a příkonové charakteristiky dle vzorce (1.30) je možno stanovit průběh účinnosti daného ventilátoru v závislosti na průtoku. Tato závislost je níže na Obr. 25 vyobrazena společně s odpovídající charakteristikou příkonovou a výkonovou. Součástí grafu jsou také hydraulické ztráty Y_{Zh}, které jsou rovny rozdílu příkonu a výkonu.

Níže uvedené charakteristiky jsou platné pro konfiguraci:

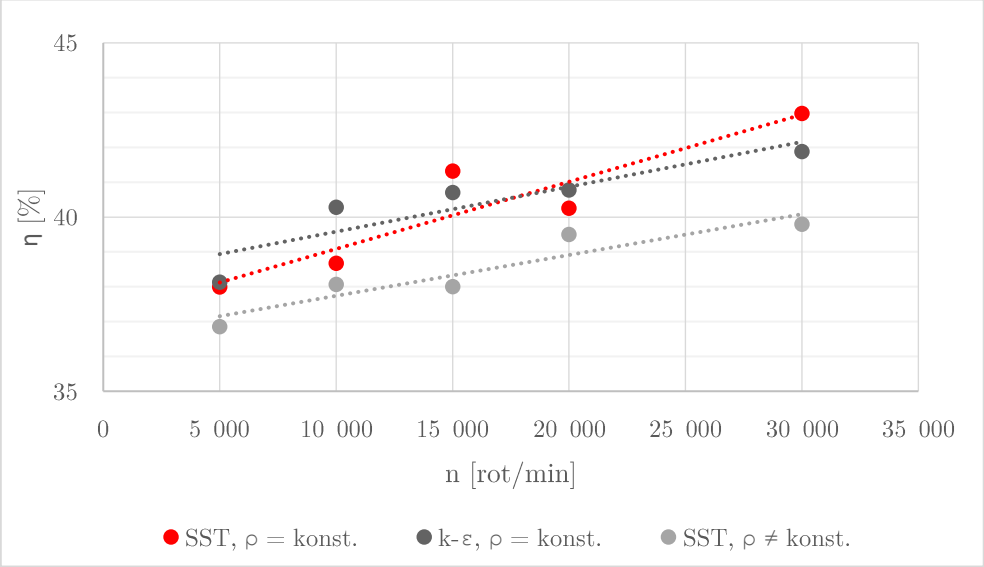
Úhlová rychlost:	20 000	rot/min
Model turbulence:	SST	
Stlačitelnost média:	Nestlačitelné	



Obr. 25: Účinnost, výkonová a příkonová charakteristika

Dle definice bezrozměrných čísel výkonu a příkonu (vztahy (1.31) a (1.32)) jsou tyto veličiny závislé na úhlové rychlosti, přičemž P_v i $P_Q \sim n^3$ [27]. Protože účinnost je definována jako poměr těchto dvou hodnot, je očekáváno, že její hodnota bude na otáčkách nezávislá.

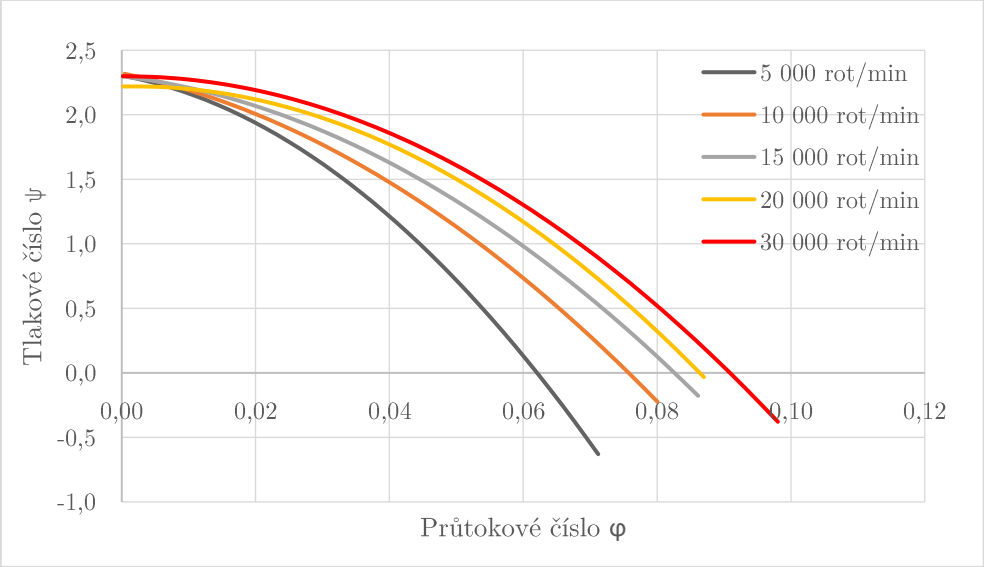
Přesto však lze na Obr. 26, který zobrazuje závislost maximální účinnosti na otáčkách, pozorovat jisté rozdíly. Ty se však pohybují maximálně do 6 %, což při uvážení chyby, která při simulacích mohla vzniknout příčinou nevyhovující sítě a dalších vlivů, je stále přijatelná hodnota.



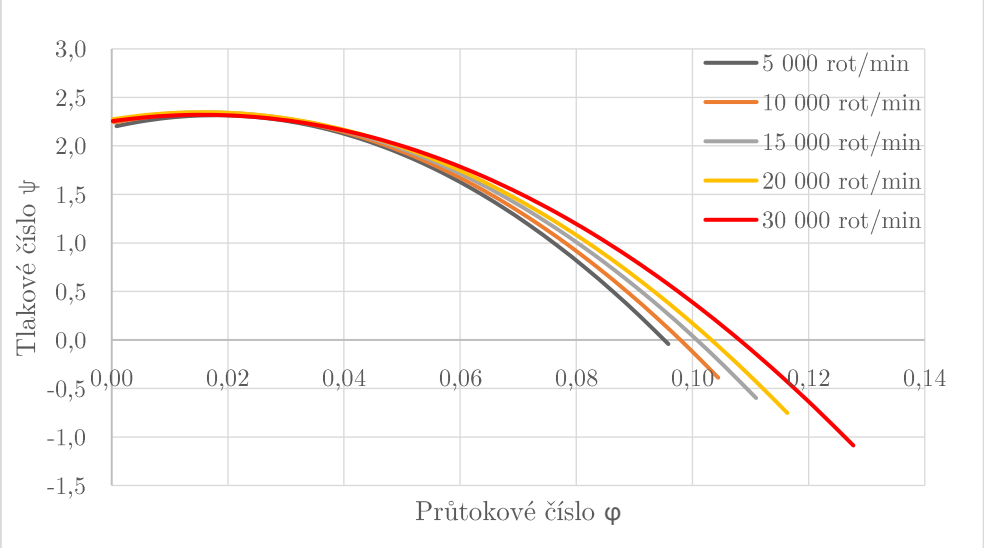
Obr. 26: Závislost maximální účinnosti na úhlové rychlosti

2.3.6 Bezrozměrné charakteristiky

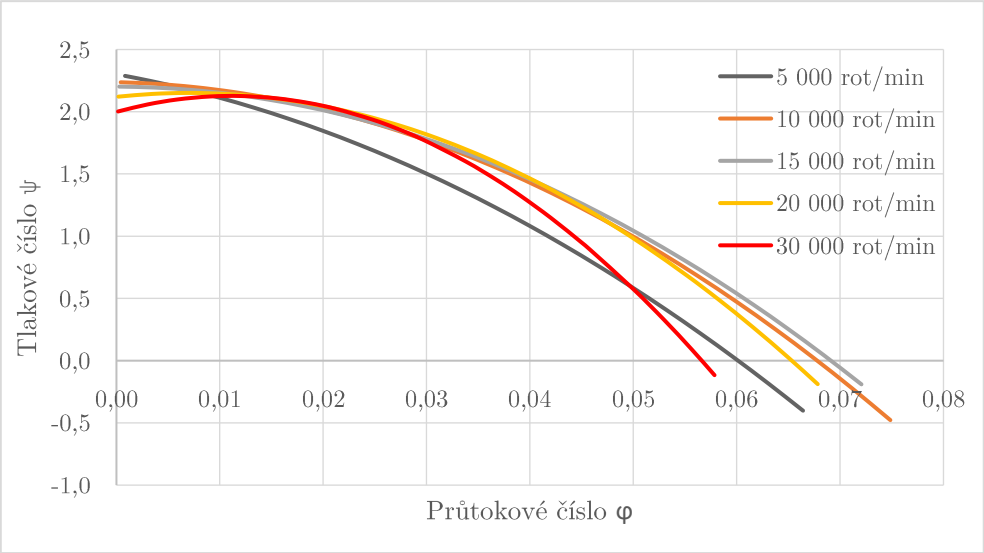
Dle teorie z kapitoly 1.1.1 jsou pro případ jedné a téže konstrukce očekávány totožné bezrozměrné charakteristiky ventilátoru při různých úhlových rychlostech. Pro každou získanou ventilační charakteristiku byla stanovena i charakteristika bezrozměrná. Výsledné závislosti tlakového a průtokového čísla všech vypočtených variant jsou uvedeny níže (Obr. 27 – Obr. 29).



Obr. 27: Bezrozměrná charakteristika (SST, ρ = konst.)



Obr. 28: Bezrozměrná charakteristika (k-ε, ρ = konst.)



Obr. 29: Bezrozměrná charakteristika (SST, ρ ≠ konst.)

Jak lze na uvedených grafech pozorovat, tlakové číslo při stavu naprázdno v případě nestlačitelné tekutiny odpovídá teorii. Rozdíly jsou zde pro různé úhlové rychlosti a modely turbulence minimální. V případě stlačitelné tekutiny se již hodnoty liší výrazněji, a to až o 16 %.

Pro stav nakrátko se však takto blízká shoda již neobjevuje. Rozdíly průtokového čísla při tlakovém čísle $\psi = 0$ mezi případy, kdy úhlová rychlost je rovna 5 000 a 30 000 rot/min, dosahují pro první konfiguraci (Obr. 27) téměř 50 %. Pro případ druhý (Obr. 28) se jedná o maximální rozdíl přibližně 13 %. U varianty stlačitelné tekutiny (Obr. 29) lze kromě rozdílu cca 23 % pozorovat také odlišné průběhy těchto charakteristik.

Rozdíly mohou být následkem nevyhovující sítě, která zapříčíní chyby způsobu modelování proudění v přístěnné oblasti. V úvahu je také nutno vzít i vliv numerických chyb. V případě výsledků pro stlačitelnou tekutinu je dalším možným důvodem uvedených rozdílů právě stlačitelnost média, resp. jeho proměnná hustota, jelikož v bezrozměrných číslech vystupuje hustota pouze jako konstantní veličina.

2.3.7 Konvergence

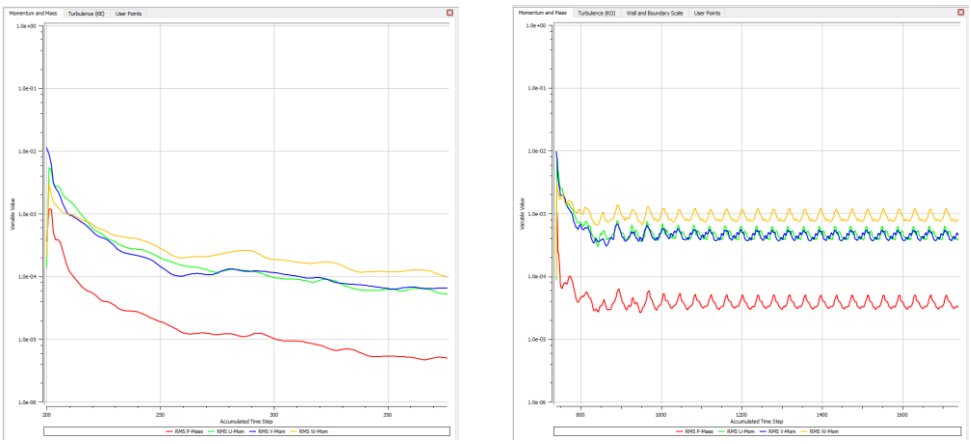
Součástí nastavení analýzy jsou také kritéria zastavení simulace. Pro tuto práci byly nastaveny konkrétně následující:

Tab. 9: Stop kritéria

Minimální počet iterací:	1
Maximální počet iterací:	1 000
Maximální RMS hodnota residuí:	1E-4

V průběhu simulací byla věnována pozornost konvergenci při výpočtu volného proudění pro zjištění prvotní hodnoty Q_{max}, dále pak při výpočtu stavu naprázdno a při $Q = Q_{max}/2$.

Bylo vypozorováno, že všechny konfigurace vystupující v této práci dosáhly předepsaného limitu residuí v případě výpočtu Q_{max}. Výpočet dalších dvou bodů však poukazoval na nestability. Tyto se objevovaly u případů, kde v simulaci figuroval model turbulencí SST, zatímco k-ε vykazoval stále podobné průběhy residuí jako při výpočtu Q_{max}. Simulace s SST modelem často požadovaného limitu residuí nedosáhly a provedly tak maximální povolený počet iterací. Tento problém se pak kromě numerických chyb ve výpočtu pojí i s dlouhými časy, které si dané simulace žádaly.

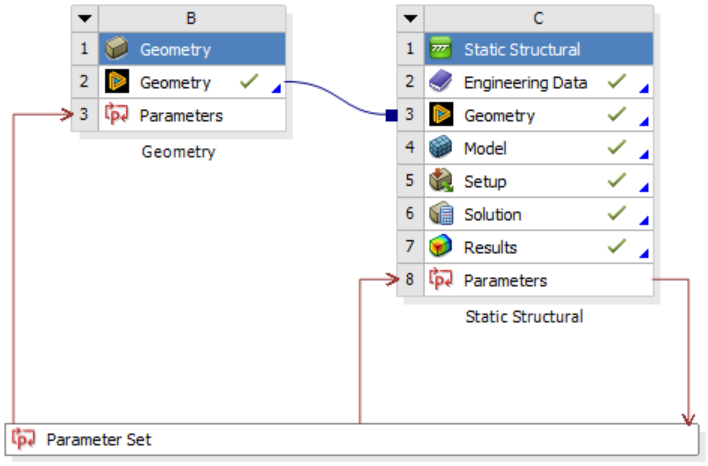


Obr. 30: Konvergence simulací při Q = Q_{max}/2 pro 15 000 rot/min, vlevo – k-ε, vpravo SST (ρ = konst.)

3 Napěťově-deformační posouzení

Nezanedbatelnou součástí výpočtu proudění v radiálním kanále je také ověření, zda je daná konstrukce schopna při rotaci odolat napětím způsobeným odstředivými silami. Přestože nosné plechy radiálního kanálu lze považovat za rotující mezikruhové stěny, nelze kvůli rozpěrkám řešit úlohu analyticky. Bylo tak nutné využít metodu konečných prvků, konkrétně simulační program Ansys.

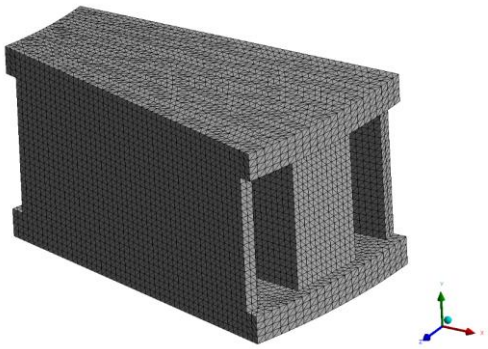
Pomocí parametrického modelu v programu Ansys zde bude vyhodnoceno napětí a přetvoření pro různé tloušťky nosných plechů.



Obr. 31: Parametrický model v prostředí Ansys Workbench

3.1 Geometrie a síť

Stejně jako u výpočtů v minulých kapitolách není nutno provádět simulaci na celé geometrii, ale pouze na jedné její sekci.



Obr. 32: Síť konečných prvků

Byla vytvořena mapovaná síť kvadratických čtyřstěnných prvků. Na Obr. 32 je zobrazena výpočetní síť pro případ maximální tloušťky nosných plechů (tj. $b = 2$ mm). Tab. 10 pak popisuje vlastnosti této sítě a jejích prvků.

Tab. 10: Elementy výpočetní sítě

Typ elementu	SOLID 187
Globální velikost prvků	0,5 mm
Počet elementů	37 615 – 48 336
Počet uzlů	68 888 – 85 113

3.2 Materiál

Vhodným materiálem je díky svým nemagnetickým vlastnostem a nízké hustotě hliníková slitina známá jako dural. Pro výpočty v této práci byl použit bilineární model tohoto materiálu s následujícími vlastnostmi:

Tab. 11: Vlastnosti materiálu

Hustota	ρ	2 700	kg/m^3
Youngův modul pružnosti	E	70 000	MPa
Poissonovo číslo	μ	0,34	[-]
Mez kluzu	R_e	200	MPa
Tečný modul	t_m	1524,7	MPa
Mez pevnosti v tahu	R_m	500	MPa

3.3 Okrajové podmínky

Byly stanoveny následující okrajové podmínky:

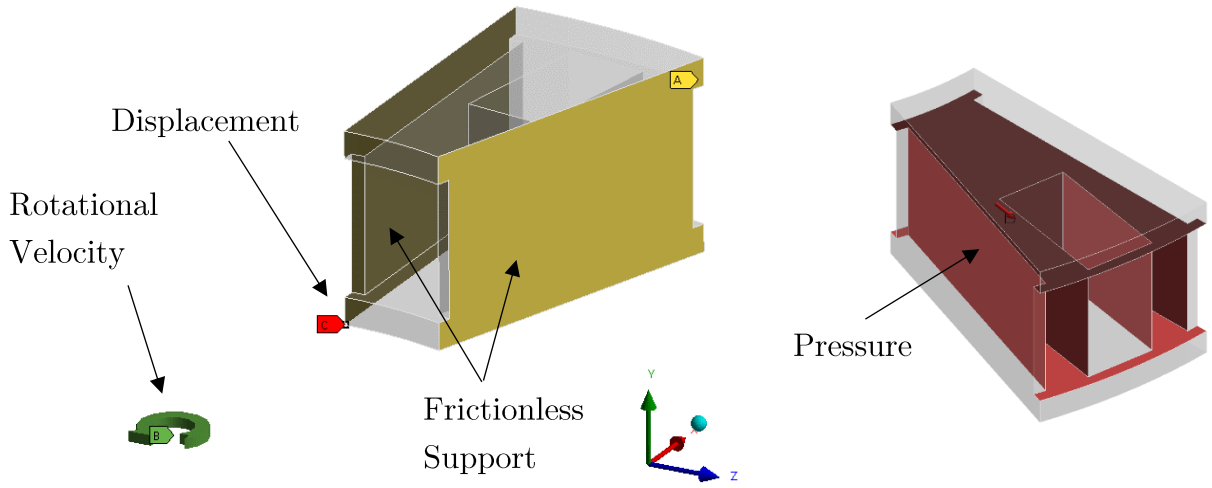
Frictionless support — Umožňuje volný pohyb tělesa podél určených ploch a zamezení pohybu ve směru normály těchto ploch. Je tak simulována periodická opakovanost.

Displacement — Definován pro zamezení pohybu ve směru osy „y“.

Rotational Velocity — Podmínka úhlové rychlosti okolo osy „y“ s hodnotou odpovídající maximální úhlové rychlosti použité pro CFD simulace, a to 30 000 rot/min.

Pressure — Tlaková podmínka aplikovaná na vnitřní plochy konstrukce, hodnota rovna maximálnímu tlaku získaného CFD simulacemi, tj. 11 kPa.

Všechny aplikované okrajové podmínky jsou zobrazeny níže na Obr. 33.



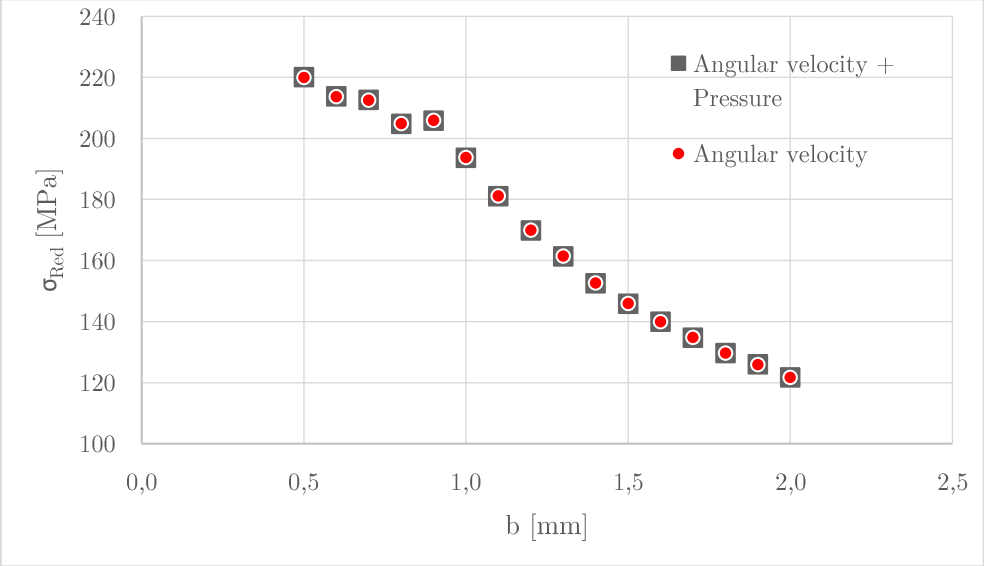
Obr. 33: Okrajové podmínky

3.4 Výsledky

Pro řešení byl vytvořen parametrický model, jehož vstupem byla proměnná tloušťka nosných plechů b. Výstupem jsou pak hodnoty maximálního redukovaného napětí σ_{Red} a maximální prodloužení v radiálním směru Δl.

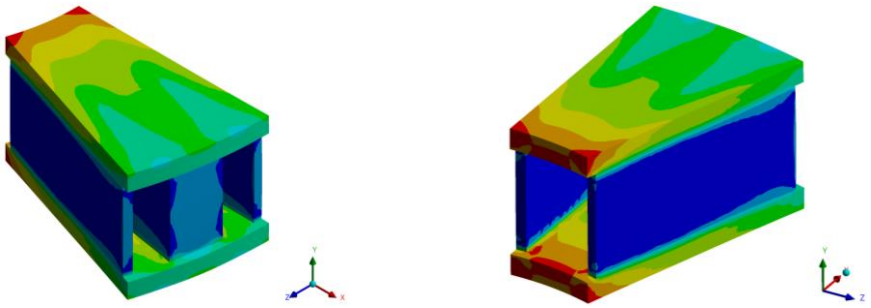
3.4.1 Napětí

Graf níže potvrzuje předpoklad, že tlak od proudící tekutiny má na napětí v konstrukci takřka nulový vliv.



Obr. 34: Maximální redukované napětí v závislosti na tloušťce nosných plechů

Z uvedené závislosti maximálního redukovaného napětí na tloušťce nosných plechů lze také vyčíst, že plechy použité v současném designu ($b = 2$ mm) mají v případě posuzování mezního stavu pružnosti při nejvyšší úhlové rychlosti 30 000 rot/min stále značnou rezervu a bylo by tak možné použít i plechy menších tlouštěk. Zde však vyvstává otázka praktické vyrobitelnosti.

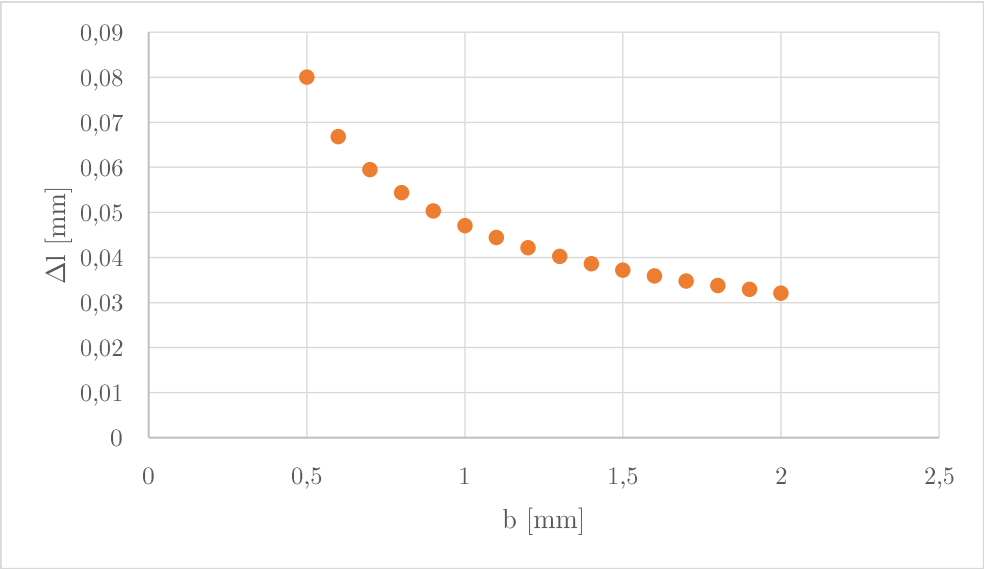


Obr. 35: Redukované napětí

3.4.2 Deformace

Analýza deformace oběžného kola má velký význam při návrhu rozměrů statoru. Zde je nutno zajistit, aby při vykonávání funkce a s nimi spojené deformace nevymezily vůli, která se při stavu v klidu nachází mezi vnějším průměrem oběžného kola a vnitřním vrtáním statoru.

Níže uvedený graf (Obr. 36) popisuje prodloužení v radiálním směru v závislosti na tloušťce nosných plechů.



Obr. 36: Prodloužení v radiálním směru v závislosti na tloušťce nosných plechů

Závěr

Úvodní kapitoly práce seznamují čtenáře se základními pojmy z oblasti ventilátorů a proudění, pojednávají také o vztazích a závislostech spojených s prouděním, přestupy tepla a mechanickým zatížením radiálního kanálu. Dále představují CFD a vymezují pojmy, které jsou dále užívány v praktické části práce.

Praktická část práce byla zaměřena na analýzu ventilačních charakteristik konkrétního radiálního kanálu pomocí simulačního programu Ansys CFX. Bylo stanoveno celkem patnáct tlakových charakteristik, které kombinují pět různých otáček a tři konfigurace modelu tekutiny a turbulence. Byl zkoumán vliv volby typu modelu turbulence a stlačitelnosti tekutiny na výsledné hodnoty průtoku nakrátko. Ačkoli nebylo možné vytvořit síť vyhovující všem úhlovým rychlostem a výsledná podoba sítě tak není ideální, lze ji považovat za dostačující pro demonstraci těchto vlivů.

Zkoumáním výsledků pro různé modely turbulence byly v hodnotách objemových průtoků zjištěny značné rozdíly, které rostly se snižujícím se rozdílem statických tlaků. Na chybu modelu poukazuje rozdíl hodnot y^+ pro nestlačitelnou tekutinu. Parametr y^+ je závislý na hustotě tekutiny, její dynamické viskozitě a kolmé vzdálenosti *grid pointu* od stěny. Jelikož byla pro oba případy použita stejná síť a také stejný model proudící tekutiny, byly očekávány stejné hodnoty tohoto parametru. Nicméně Tab. 2 v kapitole 2.1.2.1 jisté rozdíly ukazuje. Lze tak konstatovat, že alespoň jeden z modelů turbulence k-ε a SST nebyl schopen korektního určení rychlosti proudění (a tím i objemového průtoku). Na základě teoretických poznatků je možno primárně předpokládat nesprávnost modelu k-ε. Pro verifikaci výsledků simulací, u kterých byl použit model SST by však bylo nutné provést experiment. Příčinou může být právě nevyhovující síť, která byla ve většině simulací použita.

Vliv stlačitelnosti média se vyvíjel dle předpokladů, a to tak, že s rostoucí úhlovou rychlostí je možné pozorovat narůstající odlišnosti v průběhu tlakových charakteristik

i přes použití stejného modelu turbulence. Zatímco při úhlové rychlosti 5 000 rot/min se hodnoty průtoků nakrátko liší přibližně o 3 %, při rychlostech 30 000 rot/min dosahují rozdílu téměř 38 %. Při tak vysokých otáčkách tedy není možné pro zjednodušení výpočtů využít nestlačitelný model proudícího média.

Pro aplikace, kde vystupují rotující domény, je doporučován model turbulence SST. Při vyhodnocování bezrozměrných charakteristik však lze pozorovat větší konzistentnost u modelu k-ε než u modelu SST. Tento jev může být způsoben tím, že stěnová funkce, kterou model k-ε využívá, pracuje v logaritmických funkcích pouze s hodnotami $y^+ \geq 11{,}06$ (hodnoty nižší nahradí hodnotou 11,06), zatímco stěnová funkce modelu SST takovéto omezení neobsahuje. Z tohoto poznatku lze usoudit, že ošetření mezní vrstvy má významný vliv na výsledky simulací.

Poslední část práce byla věnována deformačně-napěťovému posouzení konstrukce, pro kterou bylo modelováno proudění. Zde byla provedena série výpočtů napětí a deformace v radiálním směru, způsobených rotací radiálního kanálu a tlakem od proudící tekutiny, pro různé tloušťky nosných plechů. Bylo ověřeno, že pro současný design nedojde k vymezení mezního stavu pružnosti, a to ani při nejvyšších úhlových rychlostech. Dále byla také zjištěna nejmenší nutná tloušťka nosných plechů a prodloužení v radiálním směru.

V této práci byl předpokládáno stacionární proudění, avšak konvergence výpočtů vykazovaly jisté nestability, což může poukazovat na chybu tohoto předpokladu. Zajímavým rozšířením získaných výsledků by tak bylo jejich porovnání s výsledky získanými pro nestacionární proudění. Výsledky této práce by dále bylo vhodné porovnat s experimentálně získanými daty. Jelikož se jedná o design malých rozměrů, bylo by možné pro výrobu prototypu využít 3D tisk. V neposlední řadě by zajímavým navázáním mohlo být testování, zda, kvůli parametru y^+ měnícího se s průtokem, je nutno přizpůsobit výpočetní síť pro každý bod ventilační charakteristiky.

Seznam použité literatury

[1] ÇENGEL, Yunus A, Robert H TURNER a John M. CIMBALA. *Fundamentals of thermal-fluid sciences*. 3rd ed. Boston: McGraw-Hill, 2008, xxv, 1055 s. : il., tab. + 1 CD ROM. ISBN 978-007-126631-4.

[2] VLACH, Radek. *Tepelné procesy v mechatronických soustavách*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2009, 94 stran : ilustrace. ISBN 978-80-214-3976-4.

[3] FARLOW, Jake. Extending the Inlets and Outlets for a CFD Simulation. In: *Simulation Software / Engineering in the Cloud / SimScale* [online]. Mnichov: SimScale, August 31 2020 [cit. 2022-03-04]. Dostupné z: https://www.simscale.com/knowledge-base/extending-the-inlets-and-outlets-for-a-cfd-simulation/

[4] ÇENGEL, Yunus A a John M. CIMBALA. *Fluid mechanics: fundamentals and applications*. 3rd ed. New York: c2014: McGraw-Hill, 2014, xxii, 1000 s. : il. ISBN 978-0-07-338032-2.

[5] SETAIH, Khalid, Mohammed MOHAMMED, Neveen HAMZA, Steven DUDEK a Tim TOWNSHEND. Crafting and Assessing Urban Environments Using Computational Fluid Dynamics. In: SIDAWI, Bhzad a Zaki MALLASI. *The 7th International Conference of the Arab Society for Computer Aided Architectural Design: Digital Crafting* [online]. Džidda: Effat University, 2014, December 2013, s. 315-322 [cit. 2022-03-06]. ISBN 978-603-90142-5-6. Dostupné z: http://papers.cumincad.org/data/works/att/ascaad2014_024.pdf

[6] ZIKANOV, Oleg. *Essential computational fluid dynamics*. Hoboken: Wiley, 2010, xvi, 302 s. : il. ISBN 978-0-470-42329-5.

[7] ŠOB, František. *Hydromechanika*. Brno: Akademické nakladatelství CERM s.r.o., 2002, 238 s. ISBN 80-214-2037-5.

[8] EYMARD, Robert, Thierry GALLOUËT a Raphaèle HERBIN. Finite volume methods. In: *Handbook of Numerical Analysis, vol. 7: Solution of Equation in $\mathbb{R}^n$ (Part 3), Techniques of Scientific Computing (Part 3)* [online]. Marseille: Elsevier, 2000, January 2019, s. 713-1018 [cit. 2022-03-10]. Handbook of Numerical Analysis. ISBN 9780444503503. Dostupné z: https://www.i2m.univ-

amu.fr/perso/raphaele.herbin/PUBLI/bookevol.pdf doi:10.1016/S1570-8659(00)07005-8

[9] DRÁBKOVÁ, Sylva. *Mechanika tekutin: učební text* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, [2007] [cit. 2022-03-25]. ISBN 978-80-248-1508-4. Dostupné z: http://www.elearn.vsb.cz/archivcd/FS/MT/Mechanika%20tekutin.pdf.

[10] MENTER, F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal* [online]. 1994, **32**(8), 1598-1605 [cit. 2022-03-27]. ISSN 0001-1452. Dostupné z: https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.12149. doi:10.2514/3.12149

[11] VLČEK, Petr. *Modelování turbulentního proudění* [online]. Praha: České Vysoké Učení Technické v Praze [cit. 2022-03-31]. Dostupné z: http://chps.fsid.cvut.cz/pt/2013/pdf/3509.pdf

[12] BLEJCHAŘ, Tomáš. *Turbulence modelového proudění - CFX: učební text* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012 [cit. 2022-03-31]. ISBN 978-80-248-2606-6. Dostupné z: http://www.person.vsb.cz/archivcd/FS/Tur/Turbulence.pdf.

[13] Turbulent Flow Simulation Methods. In: *Iran University of Science & Technology - دانشگاه علم و صنعت ایران* [online]. Teherán, 2017 [cit. 2022-04-01]. Dostupné z: http://www.iust.ac.ir/files/mech/siavashim_f1039/files/Turbulence.pdf

[14] JANALÍK, Jaroslav. *Hydrodynamika a hydrodynamické stroje* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, [2008] [cit. 2022-04-03]. Dostupné z: https://old.vscht.cz/uchi/ped/hydroteplo/materialy/skripta.Janalik.pdf.

[15] KOZUBKOVÁ, Milada. *Modelování proudění tekutin FLUENT, CFX* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2008 [cit. 2022-04-06]. ISBN 978-80-248-1913-6. Dostupné z: https://cdrive.vsb.cz/index.php/s/SeWhJOA4urcsaaP

[16] ČERMÁK, Jan. Ventilátory. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1974, 410 stran : ilustrace, tabulky, grafy.

[17] NOVÝ, Richard. *Ventilátory.* Vyd. 2. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2001, 101 s. : il., tabulky, grafy. ISBN 80-01-02385-0.

[18] JÍCHA, Miroslav. *Počítačové modelování úloh vedení tepla a proudění*. Brno: VUT Brno, 1991, 121 s. ISBN 80-214-0364-0.

[19] JÍCHA, Miroslav. *Přenos tepla a látky*. Brno: CERM, 2001, 160 s. ISBN 80-214-2029-4.

[20] BOTMA, Mauritz. Wall Functions. In: *SIMTEQ Engineering - Your Partner in Simulation Technology* [online]. Pretorie. 2019-12-12 [cit. 2022-03-16]. Dostupné z: https://simteqengineering.co.za/blog/targeting-a-specific-y-value-for-your-turbulent-flow-cfd-simulation-part-2/

[21] ANSYS CFX-Solver Modeling Guide: Release 14.0. In: *VDOCUMENT* [online]. 2017, November 2011 [cit. 2022-04-06]. Dostupné z: https://vdocument.in/cfx-solver-modeling-ansys-cfx-solver-modeling-guide-ansys-inc-release-140-southpointe.html?page=1

[22] ANSYS CFX-Solver Theory Guide: Release 17.0. In: *PDFCOFFEE.COM* [online]. January 2016 [cit. 2022-04-06]. Dostupné z: https://pdfcoffee.com/ansys-cfx-solver-theory-guide-pdf-free.html

[23] Biomechanika - studijní materiály: Hybnost. *Katedra mechaniky - Fakulta aplikovaných věd (CTPVV) - Západočeská univerzita* [online]. Plzeň: ZČU Plzeň, c1991-2022 [cit. 2022-05-17]. Dostupné z: https://www.kme.zcu.cz/kmet/bio/mechenhyb.php

[24] VLACH, Radek. *Tepelné procesy v mechatronických soustavách: studijní podklady*. Brno, 2021.

[25] DOČKAL, Jan. Axiální, nebo radiální potrubní ventilátor? *VENTILÁTORY.cz - Svět větrání na jednom místě* [online]. Praha, c2011-2022, 2.7.2018 [cit. 2022-04-18]. Dostupné z: https://www.ventilatory.cz/axialni-nebo-radialni-potrubni-ventilator-x31238

[26] BRAKE, Rick. Fan Total Pressure or Fan Static Pressure: Which is Correct When Solving Ventilation Problems?. *The Mine Ventilation Society of South Africa* [online]. 2002, **2002**(January/March 2002), 6-11 [cit. 2022-05-05]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/298343432_Fan_total_pressure_or_fan_static_pressure_Which_is_correct_when_solving_ventilation_problems

[27] HAK, Josef a Oldřich OŠLEJŠEK. *Výpočet chlazení elektrických strojů. 1. díl: Fyzikální podklady výpočtu chlazení a ventilační výpočet*. Brno: VVÚ el. strojů točivých, 1973, 626 s.

[28] KISS, K. L. a I. VAJDA. Cooling of Radially Ventilated Cylindrical Rotor Machines. In: *2017 International Young Engineers Forum (YEF-ECE)* [online]. New York: IEEE, 2017, s. 75-78 [cit. 2022-05-14]. ISBN 978-1-5090-4639-3. Dostupné z: https://ieeexplore.ieee.org/document/7935644. doi:10.1109/YEF-ECE.2017.7935644

[29] NAKAHAMA, T., D. BISWAS, K. KAWANO a F. ISHIBASHI. Improved Cooling Performance of Large Motors Using Fans. *IEEE Transactions on Energy Conversion* [online]. 2006, **21**(2), 324-331 [cit. 2022-05-14]. ISSN 0885-8969. Dostupné z: http://ieeexplore.ieee.org/document/1634578/. doi:10.1109/TEC.2006.874245

[30] ONDRÁČEK, Emanuel. *Mechanika těles: pružnost a pevnost II.* Vyd. 4., přeprac., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006. ISBN 80-214-3260-8.

Seznam obrázků

Obr. 1: Detail proudění vzduchu rotorem a statorem [29] 17
Obr. 2: Proudění vzduchu elektrickým strojem s radiální ventilací [28] 17
Obr. 3: Schéma ventilátoru a) axiální, b) diagonální, c) radiální, d) diametrální [16] 20
Obr. 4: Typy radiálních ventilátorů dle zakončení lopatek [17] 21
Obr. 5: Mezní vrstva [4] 27
Obr. 6: Rychlostní trojúhelníky [16] 28
Obr. 7: Typy tlakových charakteristik dle výstupního úhlu $\beta 2$ [27] 29
Obr. 8: Ventilační a výkonová charakteristika, pracovní bod [24] 31
Obr. 9: Jednorozměrný přestup tepla vedením [2] 33
Obr. 10: Průběhy napětí rotující stěny: vlevo - mezikruhové, vpravo - kruhové [30] . 36
Obr. 11: Vizualizace momentů působících při rotaci [7] 37
Obr. 12: Typy prvků, zleva: a) čtyřstěn, b) pětistěn – jehlan, pyramid, c) pětistěn – klín, prisma, d) šestistěn [5] 38
Obr. 13: Vizualizace přístupů modelování turbulence, zleva: a) DNS, b) LES, c) RANS [13] 39
Obr. 14: Aproximace mezní vrstvy [20] 41
Obr. 15: Radiální kanál 43
Obr. 16: Rychlostní trojúhelníky 44
Obr. 17: Vliv délky nátokové a výtokové zóny na vývoj proudění [3] 45
Obr. 18: Fluidní doména 45
Obr. 19: Síť konečných objemů 47
Obr. 20: Okrajové podmínky 49
Obr. 21: Vliv stlačitelnosti média 53
Obr. 22: Ventilační charakteristika (n = 20 000 [rot/min], ρ = konst.) 54
Obr. 23: Příkonová charakteristika 56
Obr. 24: Ventilační, výkonová a příkonová charakteristika 57
Obr. 25: Účinnost, výkonová a příkonová charakteristika 58
Obr. 26: Závislost maximální účinnosti na úhlové rychlosti 58
Obr. 27: Bezrozměrná charakteristika (SST, ρ = konst.) 59
Obr. 28: Bezrozměrná charakteristika (k-ε, ρ = konst.) 59
Obr. 29: Bezrozměrná charakteristika (SST, $\rho \neq$ konst.) 60
Obr. 30: Konvergence simulací při $Q = Q_{max}/2$ pro 15 000 rot/min, vlevo – k-ε, vpravo SST (ρ = konst.) 61

Obr. 31: Parametrický model v prostředí Ansys Workbench....63
Obr. 32: Síť konečných prvků....64
Obr. 33: Okrajové podmínky....65
Obr. 34: Maximální redukované napětí v závislosti na tloušťce nosných plechů....66
Obr. 35: Redukované napětí....66
Obr. 36: Prodloužení v radiálním směru v závislosti na tloušťce nosných plechů....67
Obr. 37: Hlavní nabídka nastavení analýzy v Ansys CFX....83
Obr. 38: Default Domain → Základní nastavení (nestlačitelné médium)....84
Obr. 39: Default Domain → Modely tekutiny: SST (nestlačitelné médium)....85
Obr. 40: Default Domain → Modely tekutiny: k-ε (nestlačitelné médium)....85
Obr. 41: Default Domain → Základní nastavení (stlačitelné médium)....86
Obr. 42: Default Domain → Modely tekutiny: SST (stlačitelné médium)....86
Obr. 43: Inlet → Základní nastavení....87
Obr. 44: Inlet → Detail okrajové podmínky pro výpočet Q_{max}....87
Obr. 45: Inlet → Detail okrajové podmínky pro simulaci zaškrcení....87
Obr. 46: Outlet → Základní nastavení....88
Obr. 47: Outlet → Detail okrajové podmínky pro výpočet Q_{max}....88
Obr. 48: Rotující stěna → Základní nastavení....88
Obr. 49: Rotující stěna → Detail okrajové podmínky....88
Obr. 50: Definování ploch pro předepsání periodické opakovanosti....89
Obr. 51: Definování ploch pro předepsání kontaktu mezi objemy....89
Obr. 52: Definování periodické opakovanosti → Základní nastavení....90
Obr. 53: Definování periodické opakovanosti → Spojení sítě....90
Obr. 54: Definování kontaktu mezi objemy → Základní nastavení....91
Obr. 55: Definování kontaktu mezi objemy → Dodatečná nastavení....91
Obr. 56: Definování kontaktu mezi objemy → Spojení sítě....91
Obr. 57: Nastavení řešiče → Základní nastavení....92
Obr. 58: Ventilační charakteristika pro n = 5 000 rot/min....93
Obr. 59: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 5 000 rot/min....93
Obr. 60: Ventilační charakteristika pro n = 10 000 rot/min....94
Obr. 61: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 10 000 rot/min....94
Obr. 62: Ventilační charakteristika pro n = 15 000 rot/min....95
Obr. 63: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 15 000 rot/min....95
Obr. 64: Ventilační charakteristika pro n = 20 000 rot/min....96
Obr. 65: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 20 000 rot/min....96
Obr. 66: Ventilační charakteristika pro n = 30 000 rot/min....97
Obr. 67: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 30 000 rot/min....97

Seznam použitých symbolů

a	zrychlení	$[\,m/s^2\,]$
a	absorptance	$[\,-\,]$
B	empirická konstanta	$[\,-\,]$
b	tloušťka nosných plechů	$[\,m\,]$
C	lineární konstanta	$[\,N \cdot m/s\,]$
C	měrné teplo	$[\,W \cdot s/kg \cdot K\,]$
c	absolutní rychlost vzdušiny	$[\,m/s\,]$
D	charakteristický rozměr	$[\,m\,]$
D_H	hydraulický průměr	$[\,m\,]$
d_2	vnější průměr oběžného kola	$[\,m\,]$
E	Youngův modul pružnosti	$[\,kg/m^3\,]$
$\dot{E}$	energetický tok	$[\,W\,]$
F	síla	$[\,N\,]$
g	tíhové zrychlení	$[\,m/s^2\,]$
H	tlak	$[\,Pa\,]$
H	hybnost	$[\,kg \cdot m/s\,]$
H_0	tlak naprázdno	$[\,Pa\,]$
K_c	celkový hydraulický odpor	$[\,N/s \cdot m^8\,]$
K_v	vnitřní odpor tlakového zdroje	$[\,N/s \cdot m^8\,]$
L	délka	$[\,m\,]$
M	moment	$[\,N \cdot m\,]$
M_h	moment od hybnostních sil	$[\,N \cdot m\,]$
M_C	moment od Coriolisových sil	$[\,N \cdot m\,]$
M_i	koeficienty příkonové charakteristiky	$[\,-\,]$
M_k	třecí moment	$[\,N \cdot m\,]$
M_o	moment od odstředivých sil	$[\,N \cdot m\,]$

$\dot{m}$	hmotnostní tok	$[\,kg/s\,]$
n	úhlová rychlost	$[\,rot/min\,]$
P_0	příkon naprázdno	$[\,W\,]$
P_Q	výkon	$[\,W\,]$
P_v	příkon	$[\,W\,]$
Q	objemový průtok	$[\,m^3/s\,]$
Q_V	objemový průtok	$[\,m^3/s\,]$
Q_m	hmotnostní průtok	$[\,kg/s\,]$
Q_p	pracovní průtok	$[\,m^3/s\,]$
q	tepelný tok	$[\,W\,]$
$\dot{q}$	měrný tepelný tok	$[\,W/m^2\,]$
R_e	mez kluzu	$[\,-\,]$
Re	Reynoldsovo číslo	$[\,-\,]$
R_m	mez pevnosti v tahu	$[\,Pa\,]$
r	poloměr	$[\,m\,]$
r^*	poloměr lokálního extrému σ_r	$[\,m\,]$
S	plocha	$[\,m^2\,]$
T	teplota	$[\,K\,]$
T_ε	tenzor přetvoření	$[\,-\,]$
t	čas	$[\,s\,]$
t_m	tečný modul	$[\,Pa\,]$
u	obvodová rychlost	$[\,m/s\,]$
u	rychlost v tečném směru	$[\,m/s\,]$
u^+	bezrozměrná rychlost	$[\,-\,]$
u_*	třecí rychlost	$[\,m/s\,]$
V	objem	$[\,m^3\,]$
v	rychlost	$[\,m/s\,]$
w	relativní rychlost	$[\,m/s\,]$
Y_{Zh}	hydraulické ztráty	$[W]$
$Y_{Z1,2}$	ztrátová energie	$[\,J\,]$

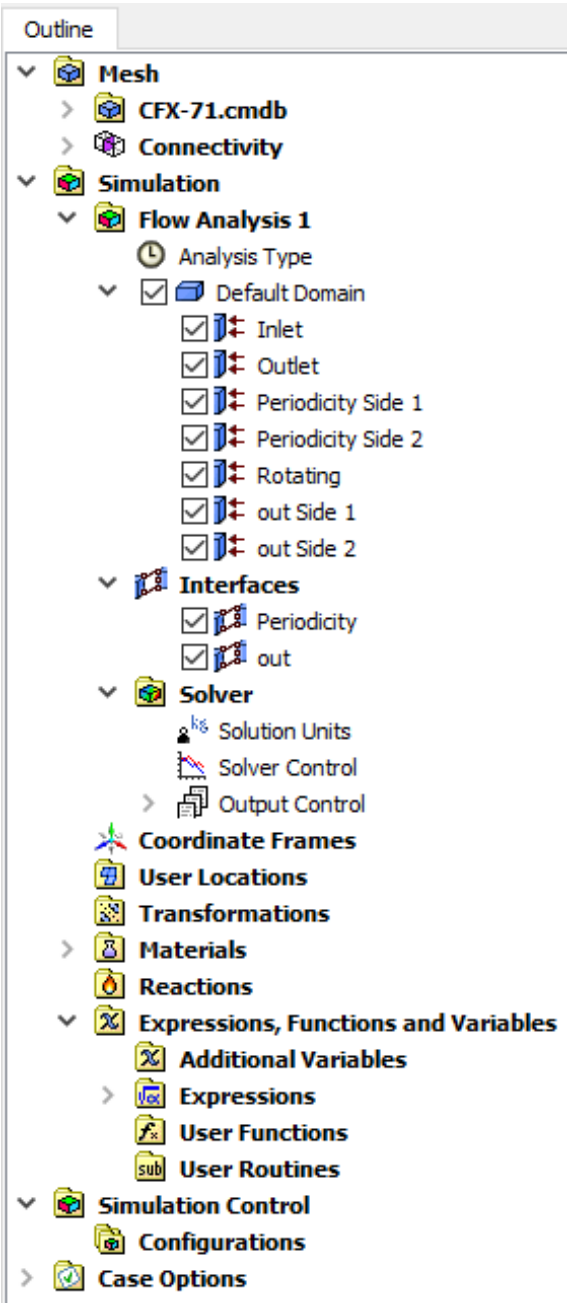
y	vzdálenost	$[\,m\,]$
y^+	bezrozměrná vzdálenost od stěny	$[\,-\,]$
z	vzdálenost	$[\,m\,]$
α	součinitel přenosu tepla	$[\,W/m^2 \cdot K\,]$
β	úhel lopatky	$[\,-\,]$
ΔH_{CFX}	tlak naprázdno získaný simulacemi	$[\,Pa\,]$
ΔH_{th}	teoretický tlak ventilátoru	$[\,Pa\,]$
ΔH_{th_s}	teoretický statický tlak ventilátoru	$[\,Pa\,]$
Δl	prodloužení	$[\,m\,]$
Δp_{cv}	celkový tlak ventilátoru	$[\,Pa\,]$
Δp_{zL}	délková tlaková ztráta	$[\,Pa\,]$
Δp_{zi}	místní tlaková ztráta	$[\,Pa\,]$
ε	emisivita	$[\,-\,]$
ε_r	přetvoření v radiálním směru	$[\,-\,]$
ε_t	přetvoření v tečném směru	$[\,-\,]$
ζ_i	místní součinitel odporu	$[\,-\,]$
η_v	účinnost	$[\,-\,]$
ϑ	teplota	$[\,°C\,]$
κ	odporové číslo	$[\,-\,]$
κ	von Kármánova konstanta	$[\,-\,]$
κ	izoentropický koeficient	$[\,-\,]$
λ	součinitel tření	$[\,-\,]$
λ	měrná tepelná vodivost	$[\,W/m \cdot K\,]$
λ_{P_Q}	výkonové číslo	$[\,-\,]$
λ_{P_v}	příkonové číslo	$[\,-\,]$
μ	Poissonovo číslo	$[\,Pa\,]$
ν	kinematická viskozita	$[\,m^2/s\,]$
ρ	hustota	$[\,kg/m^3\,]$
σ	vírové číslo	$[\,-\,]$
σ	Stefan-Boltzmannova konstanta	$[\,W/m^2 \cdot K^4\,]$

σ_r	napětí v radiálním směru	$[\,Pa\,]$
σ_{Red}	redukované napětí	$[\,Pa\,]$
σ_t	tečné napětí	$[\,Pa\,]$
σ_z	osové napětí	$[\,Pa\,]$
τ_w	smykové napětí na stěně	$[\,Pa\,]$
φ	průtokové číslo	$[\,-\,]$
ψ	tlakové číslo	$[\,-\,]$
ψ_t	teoretické tlakové číslo	$[\,-\,]$
ω	úhlová rychlost	$[\,rad/s\,]$

Příloha 1: Nastavení analýzy

Tato příloha je věnována podrobné dokumentaci nastavení analýz využitých v této práci. Na Obr. 37 je zobrazeno hlavní menu, skrze které je možno nastavit jednotlivé domény okrajové podmínky apod.

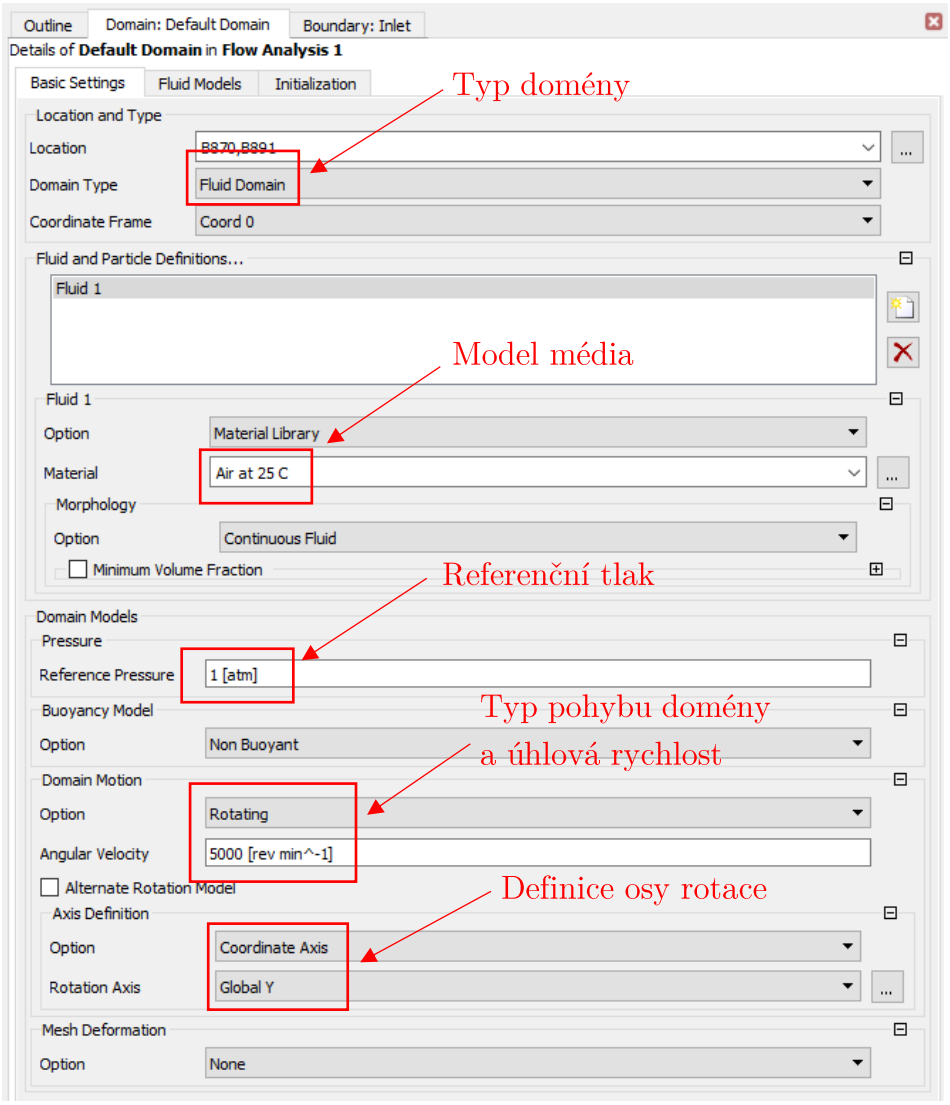
Další jednotlivé části této přílohy obsahují fotodokumentaci příslušné sekce.



Obr. 37: Hlavní nabídka nastavení analýzy v Ansys CFX

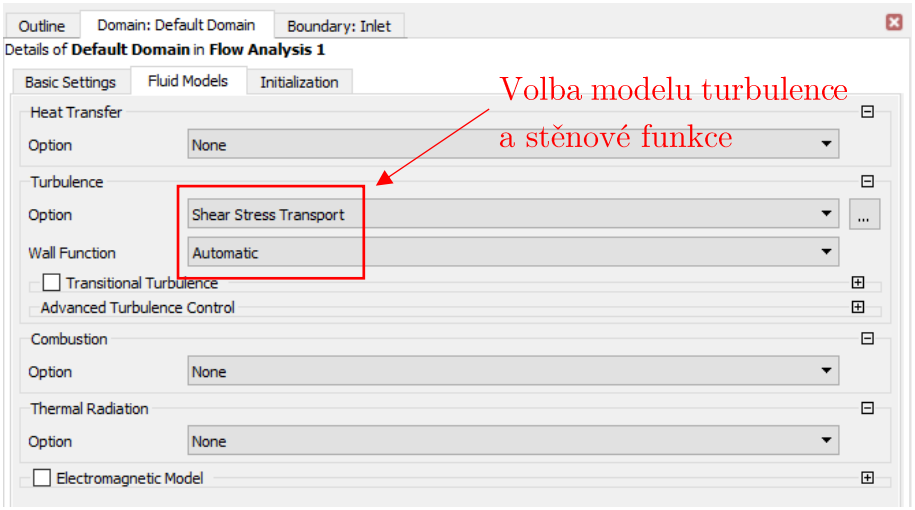
Default Domain

Nestlačitelné médium



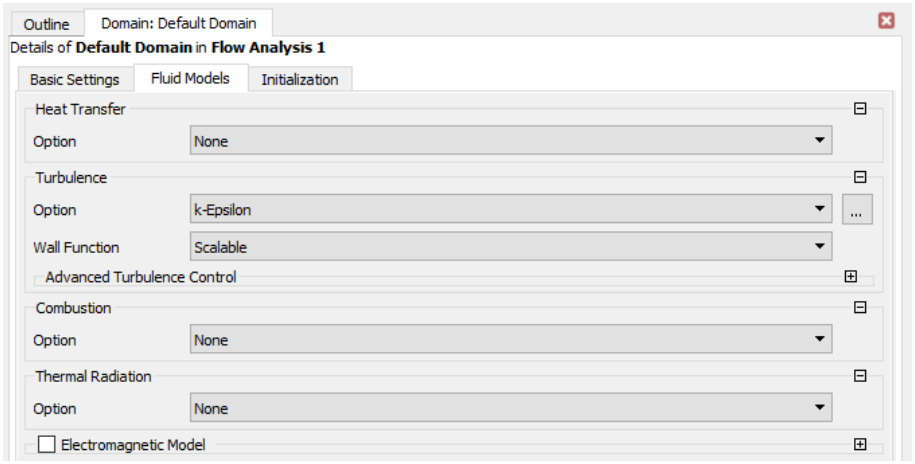
Obr. 38: Default Domain → Základní nastavení (nestlačitelné médium)

Fluid Models: SST



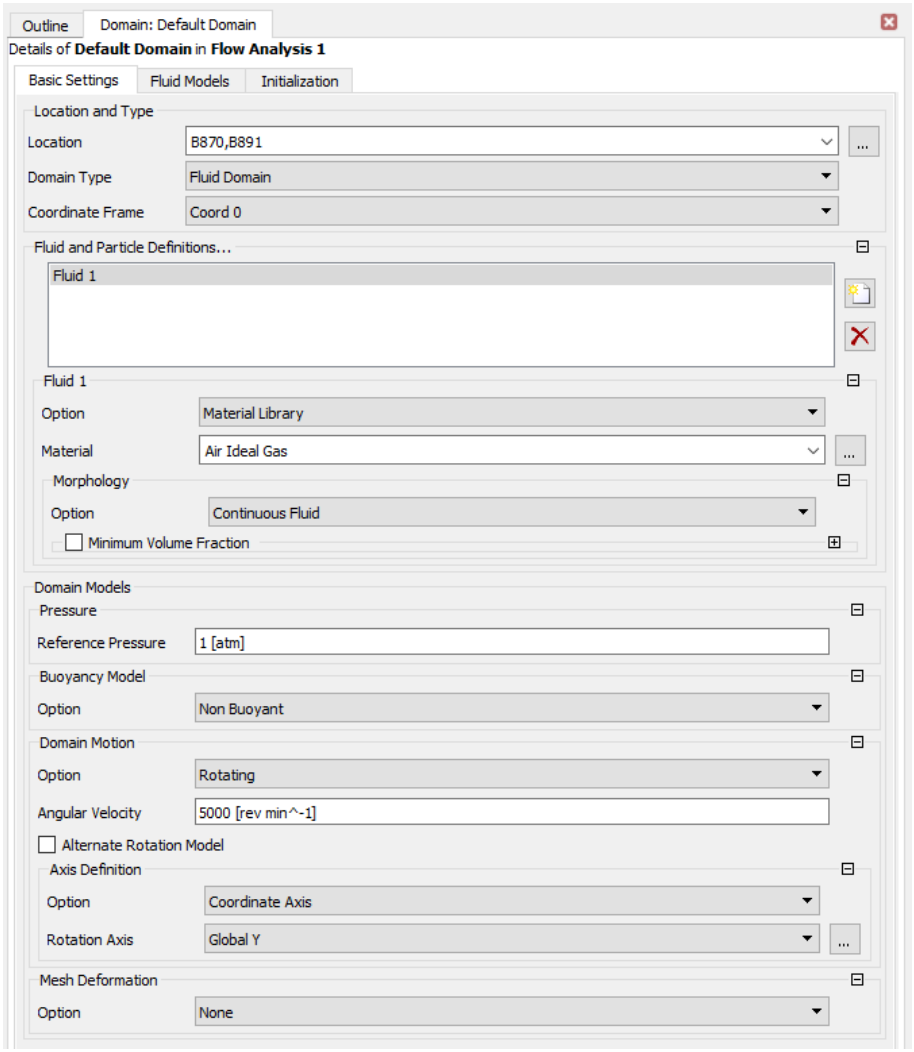
Obr. 39: Default Domain → Modely tekutiny: SST (nestlačitelné médium)

Fluid Models: *k-ε*

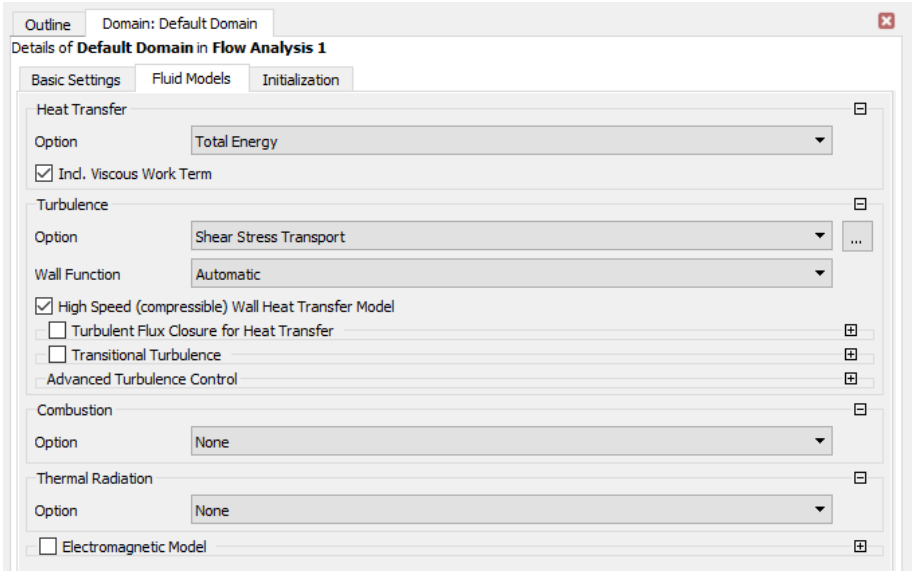


Obr. 40: Default Domain → Modely tekutiny: k-ε (nestlačitelné médium)

Stlačitelné médium

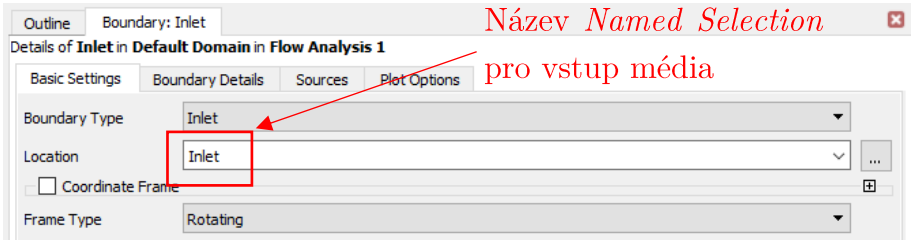


Obr. 41: Default Domain → Základní nastavení (stlačitelné médium)



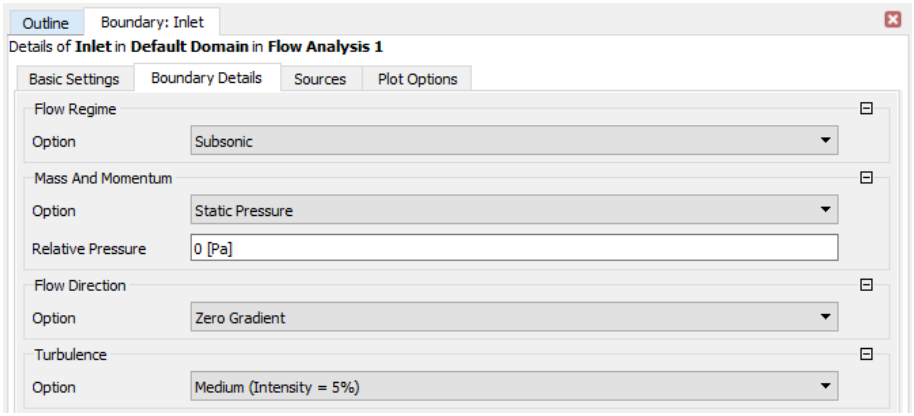
Obr. 42: Default Domain → Modely tekutiny: SST (stlačitelné médium)

Inlet



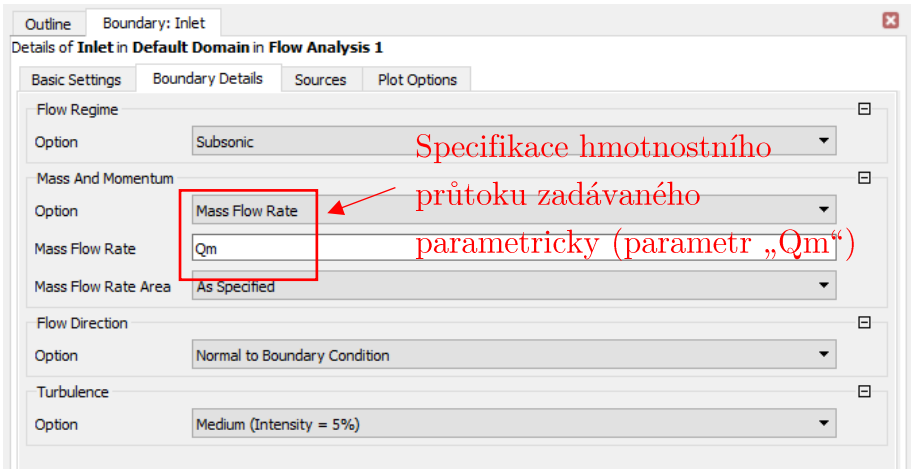
Obr. 43: Inlet → Základní nastavení

Boundary Details: Výpočet Q_{max}



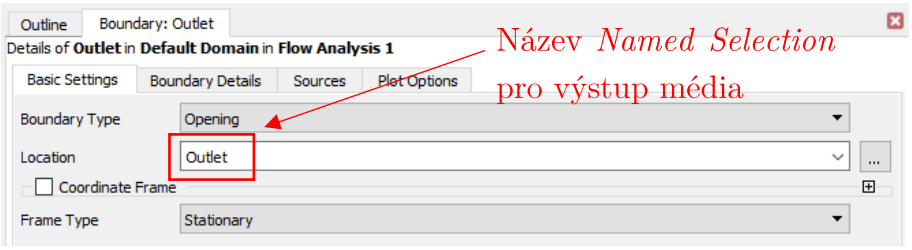
Obr. 44: Inlet → Detail okrajové podmínky pro výpočet Q_{max}

Boundary Details: Simulace zaškrcení

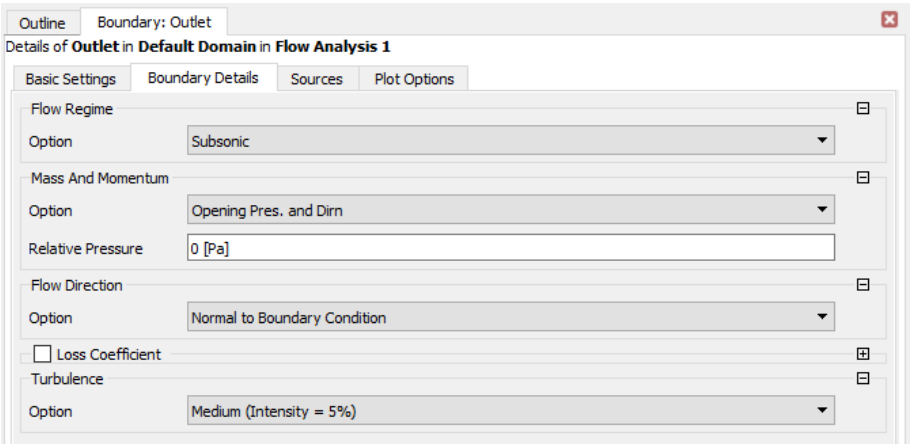


Obr. 45: Inlet → Detail okrajové podmínky pro simulaci zaškrcení

Outlet

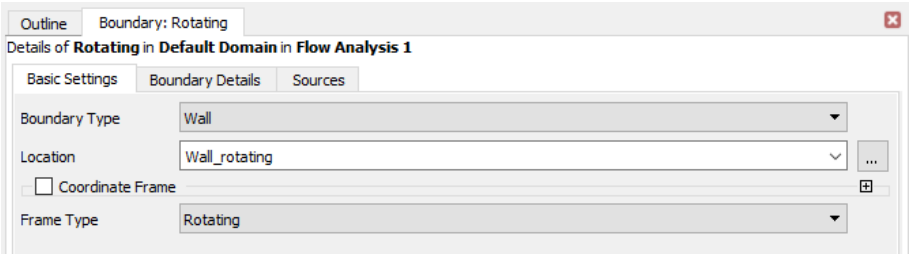


Obr. 46: Outlet → Základní nastavení

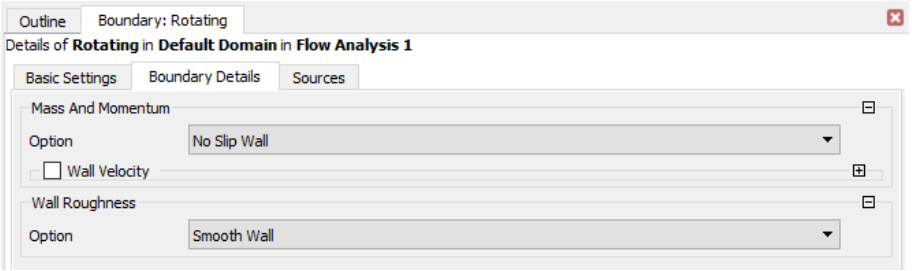


Obr. 47: Outlet → Detail okrajové podmínky pro výpočet Q_{max}

Wall (Rotating)

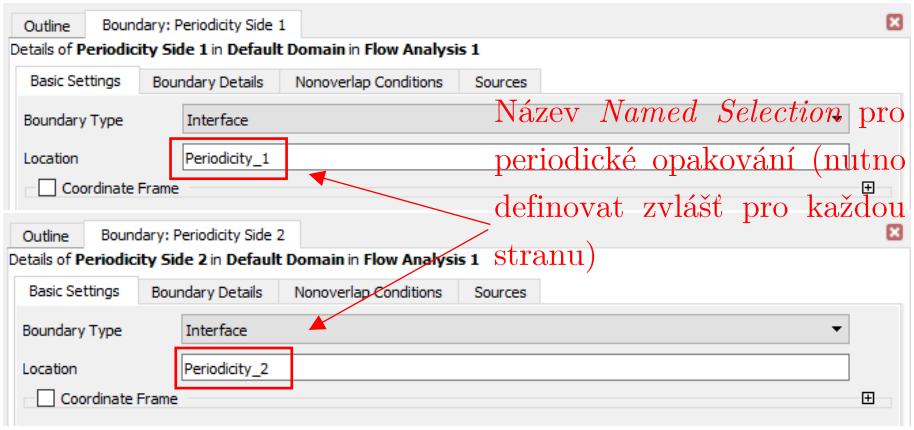


Obr. 48: Rotující stěna → Základní nastavení



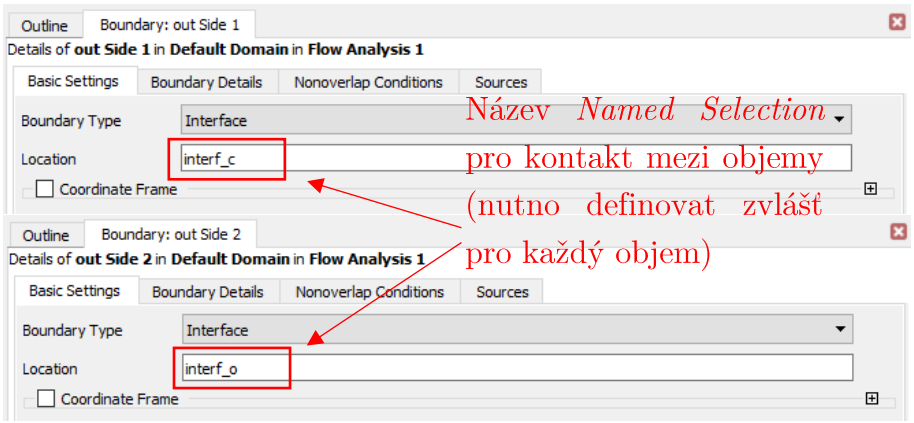
Obr. 49: Rotující stěna → Detail okrajové podmínky

„Periodicity“ Side 1, 2



Obr. 50: Definování ploch pro předepsání periodické opakovanosti

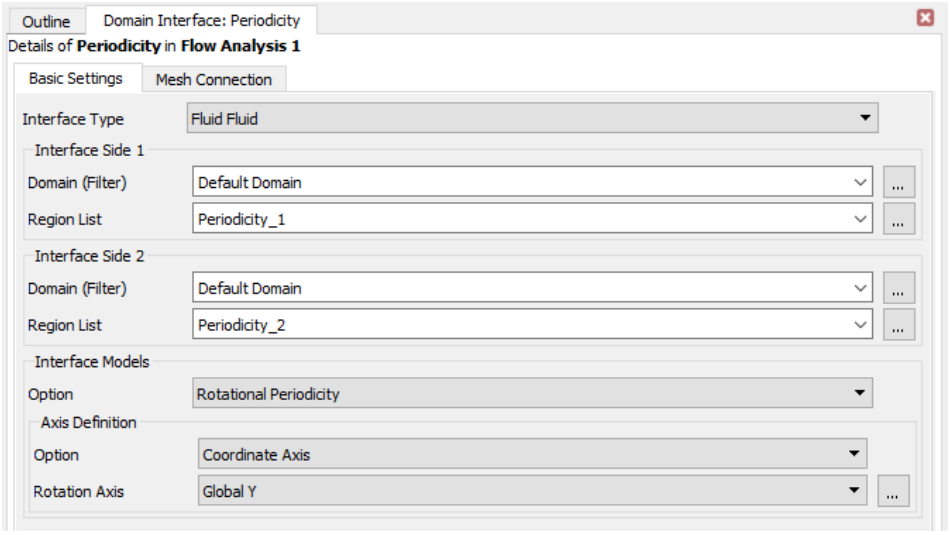
„out“ Side 1, 2



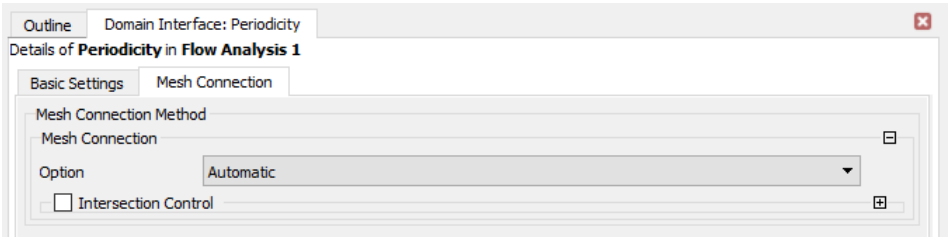
Obr. 51: Definování ploch pro předepsání kontaktu mezi objemy

Interface

„Periodicity“

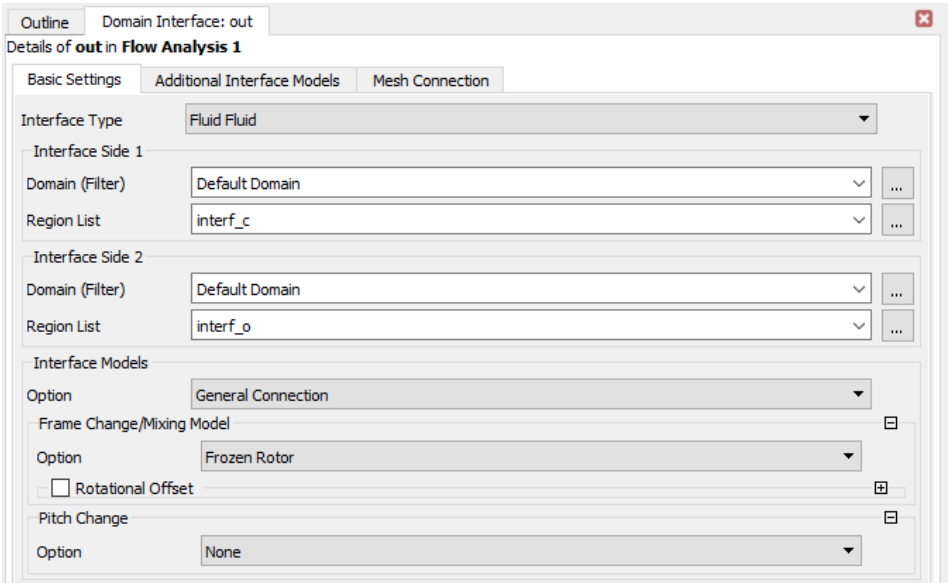


Obr. 52: Definování periodické opakovanosti → Základní nastavení

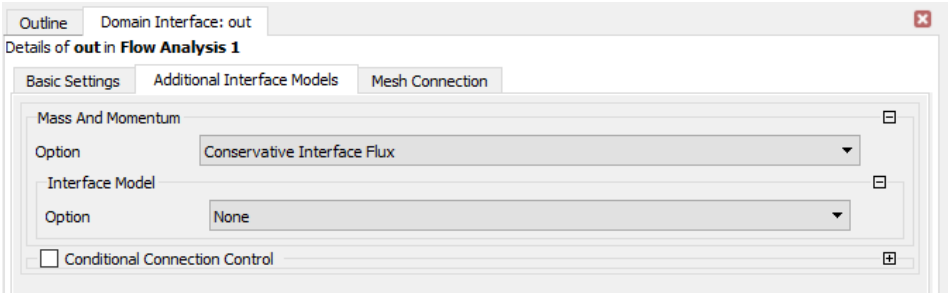


Obr. 53: Definování periodické opakovanosti → Spojení sítě

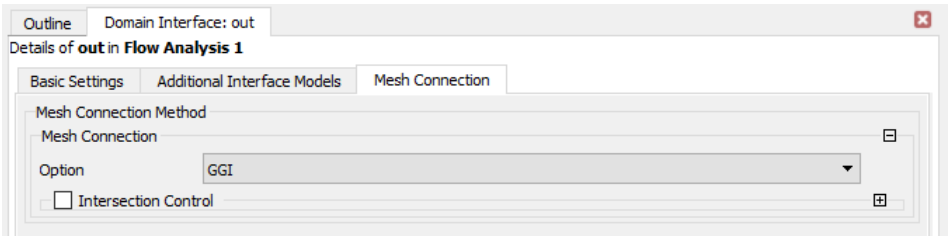
„OUT“



Obr. 54: Definování kontaktu mezi objemy → Základní nastavení

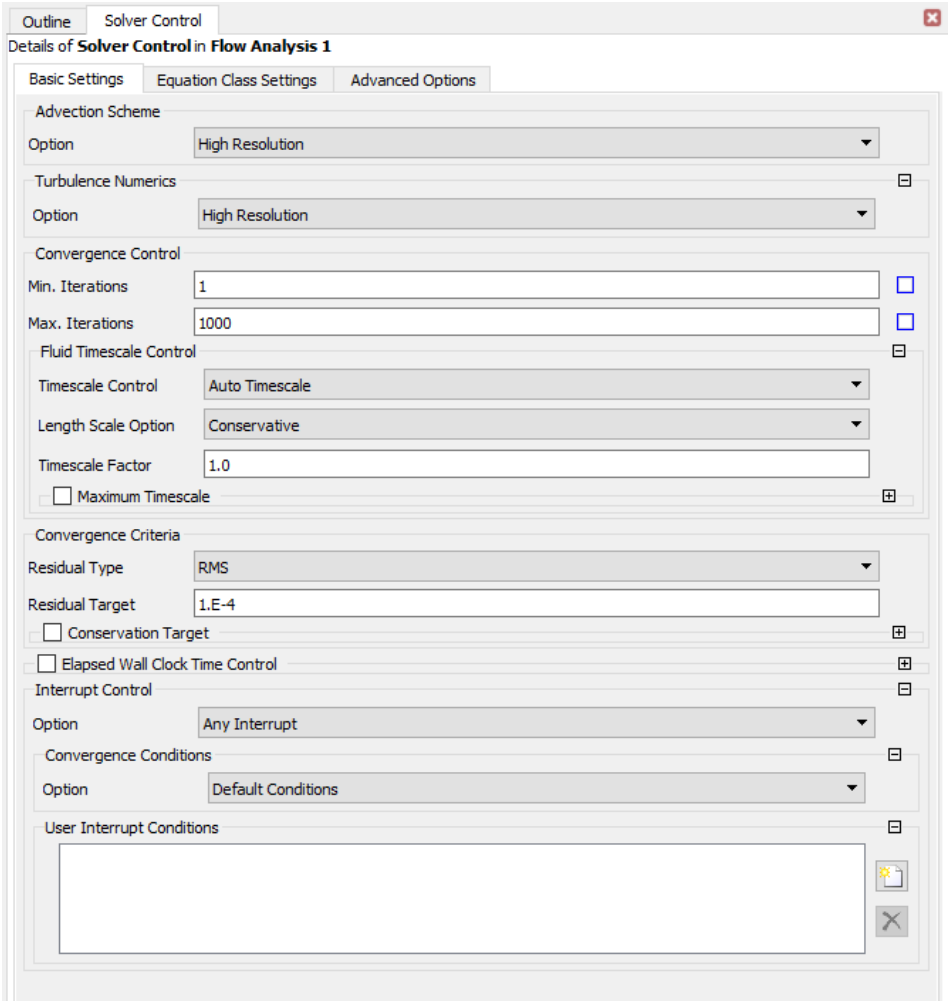


Obr. 55: Definování kontaktu mezi objemy → Dodatečná nastavení



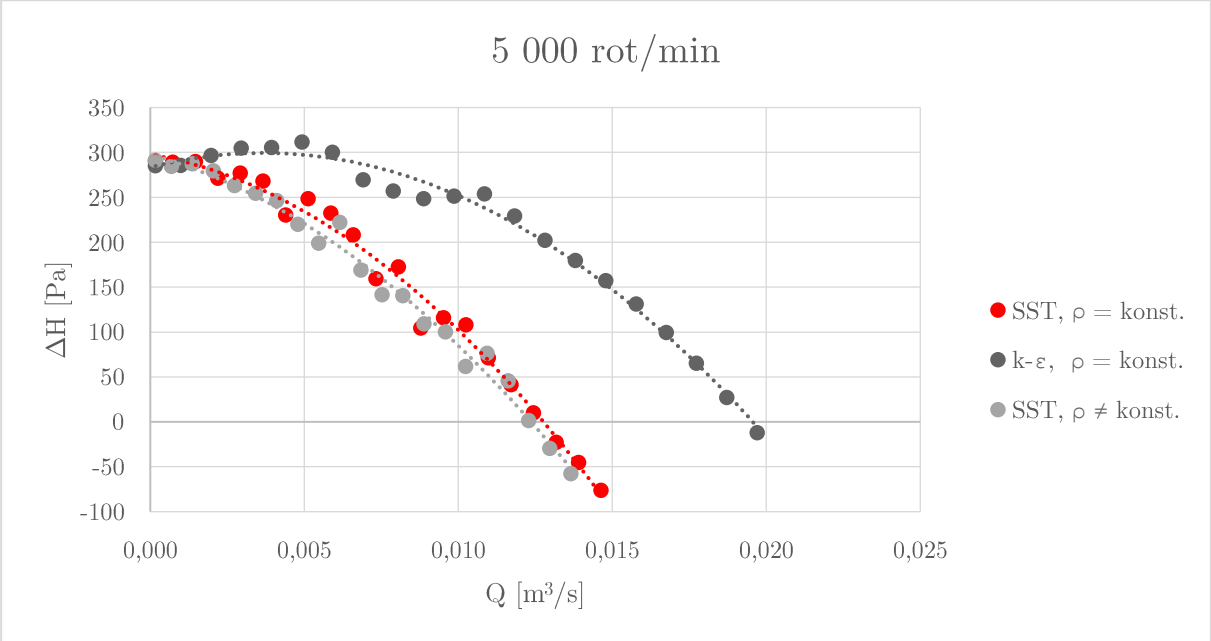
Obr. 56: Definování kontaktu mezi objemy → Spojení sítě

Solver Control

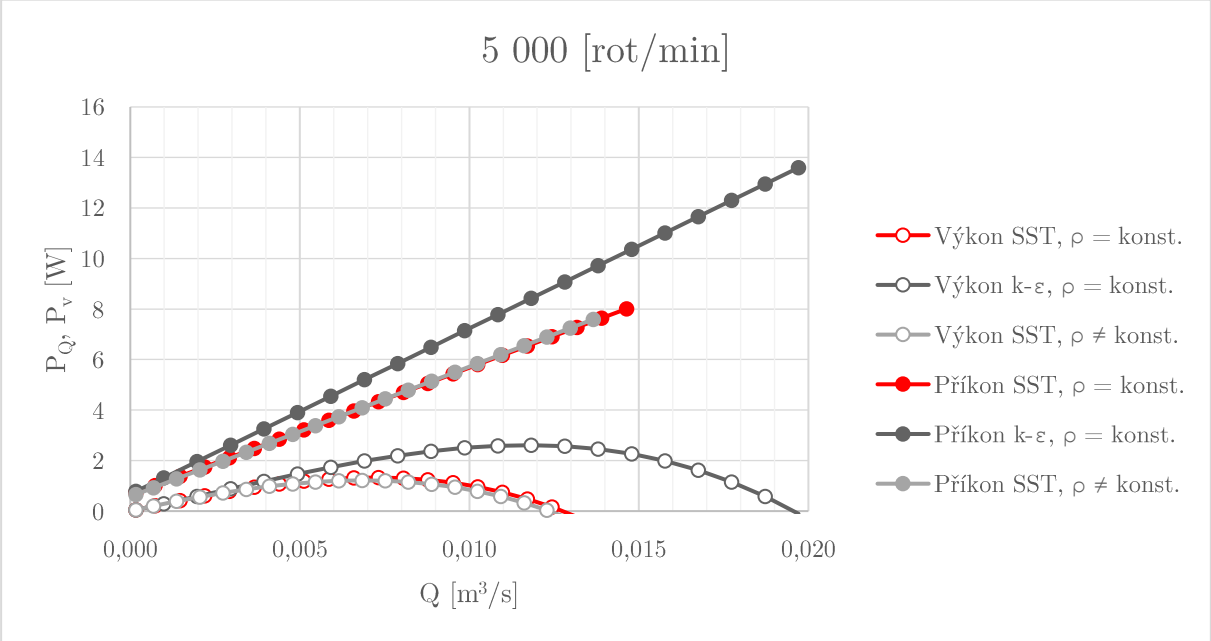


Obr. 57: Nastavení řešiče → Základní nastavení

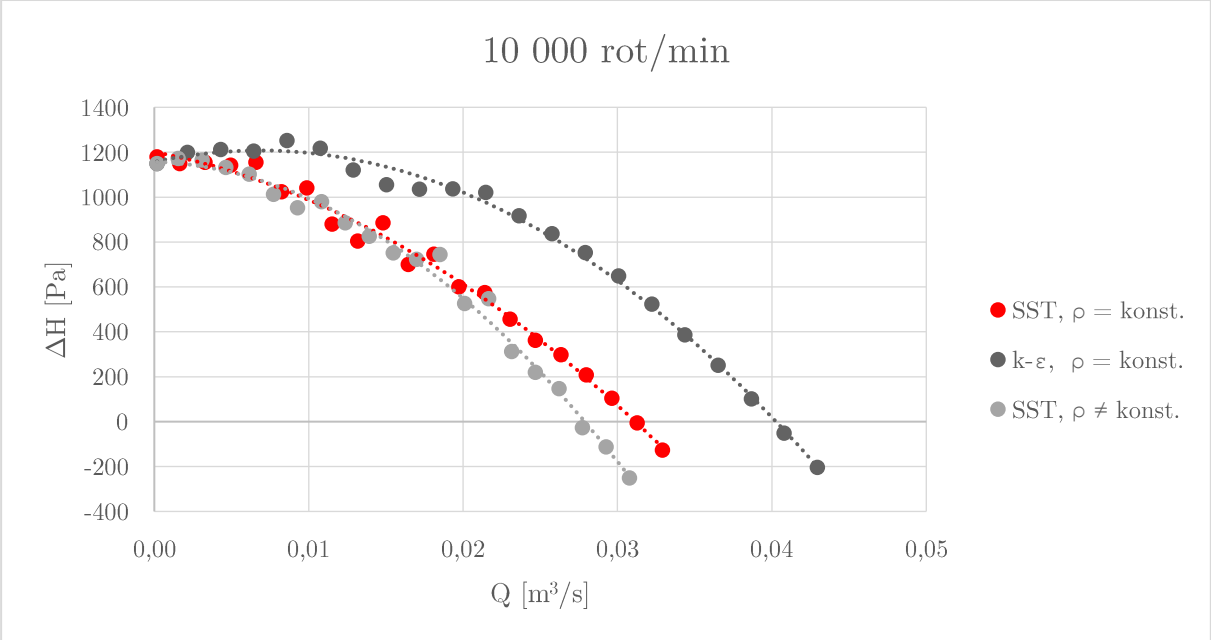
Příloha 2: Charakteristiky



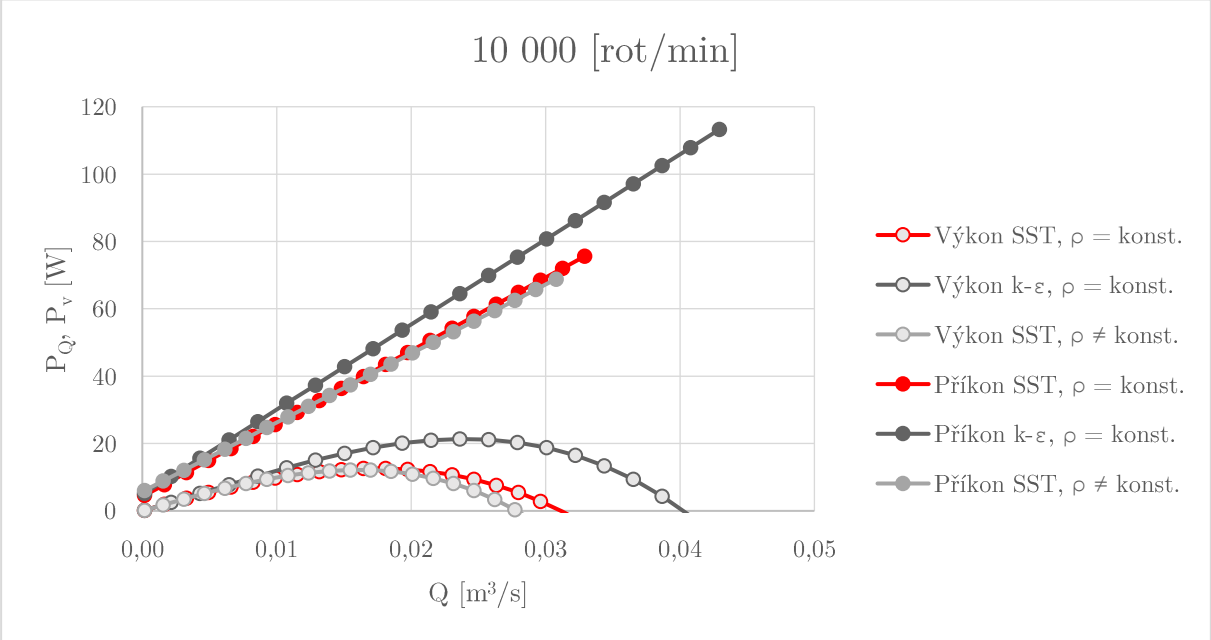
Obr. 58: Ventilační charakteristika pro n = 5 000 rot/min



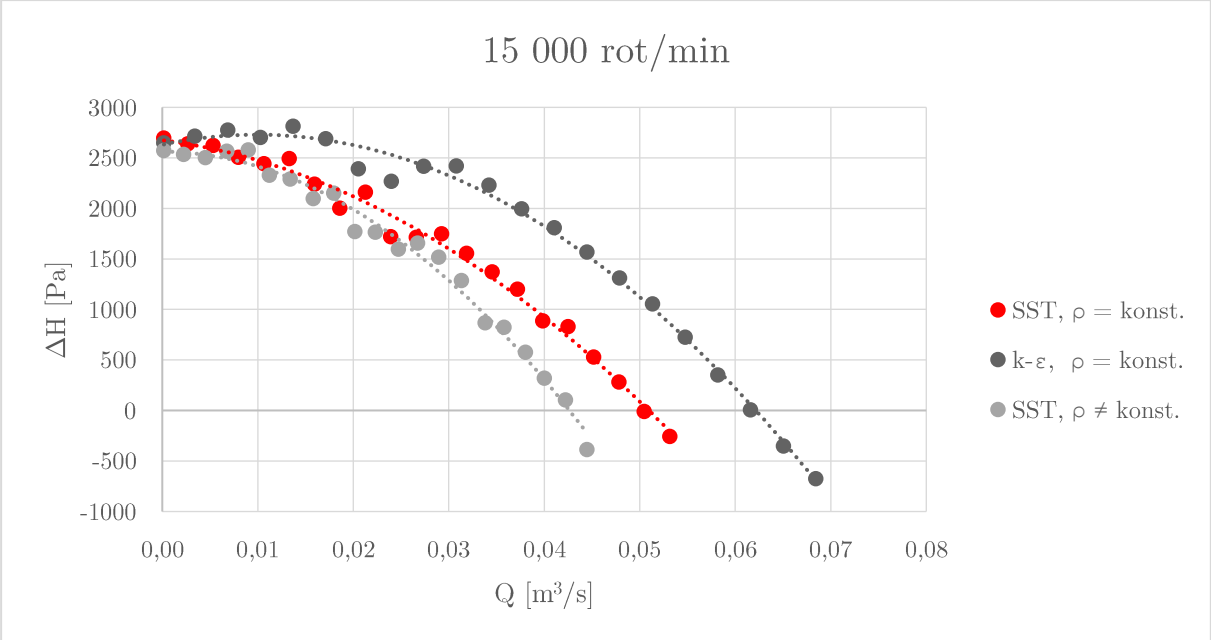
Obr. 59: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 5 000 rot/min



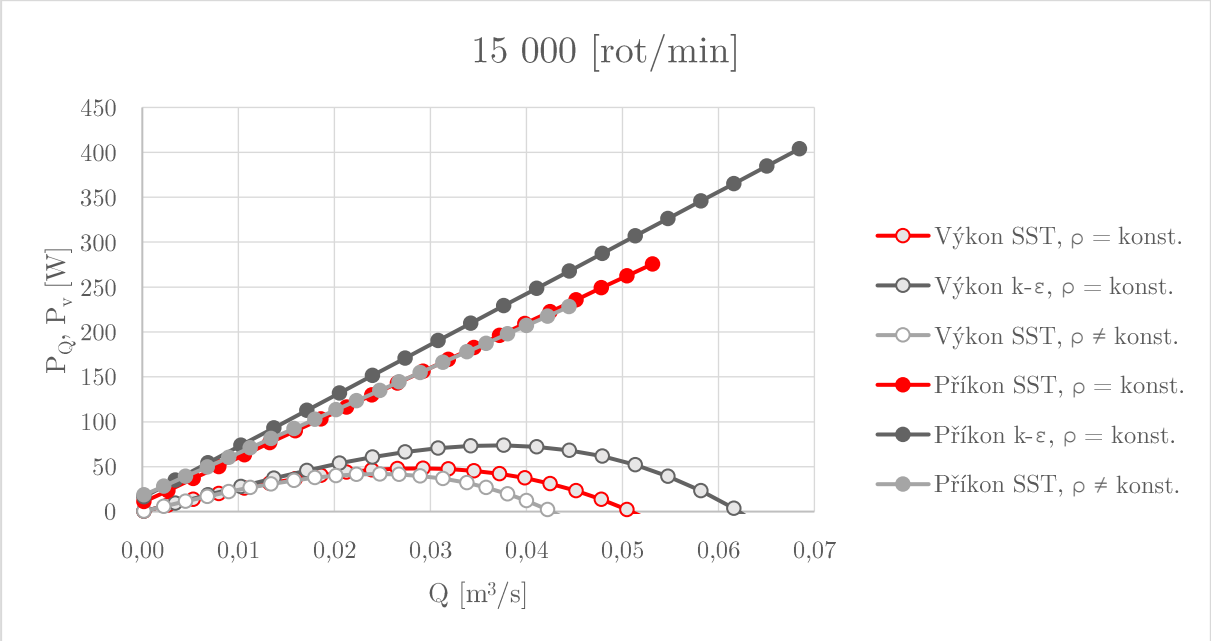
Obr. 60: Ventilační charakteristika pro n = 10 000 rot/min



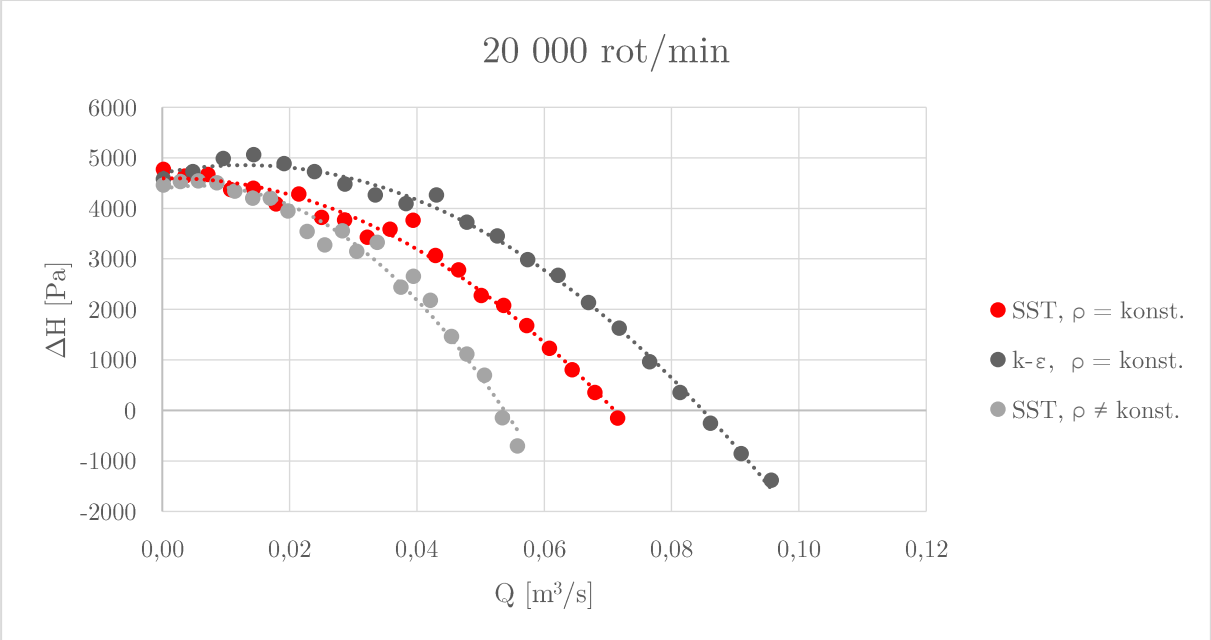
Obr. 61: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 10 000 rot/min



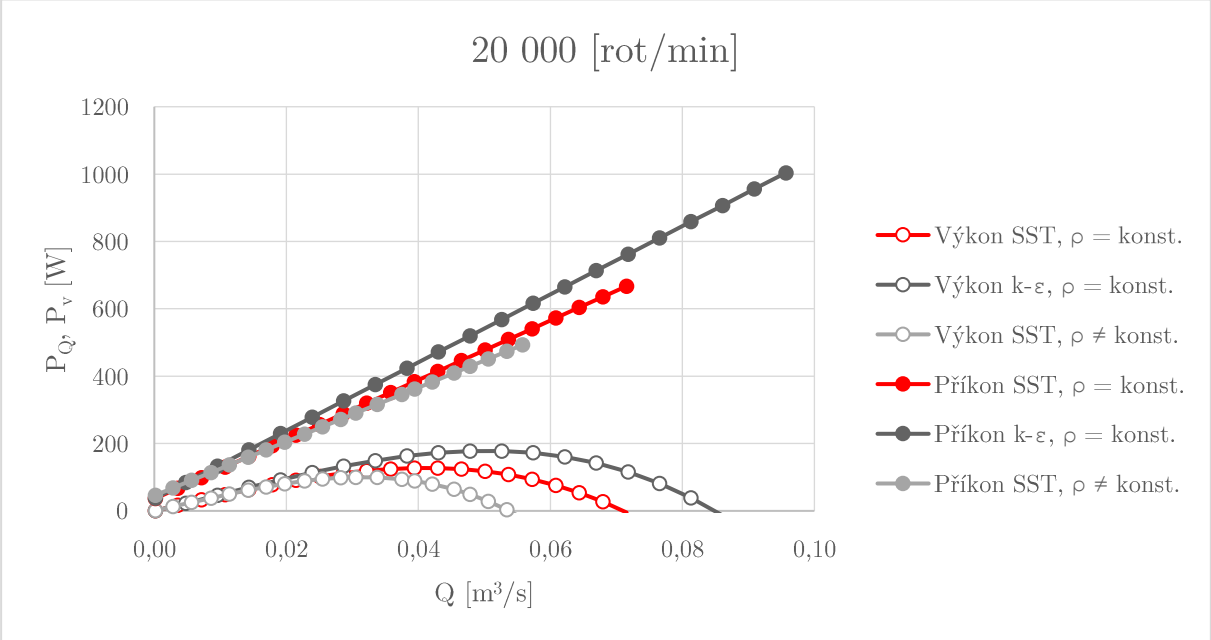
Obr. 62: Ventilační charakteristika pro n = 15 000 rot/min



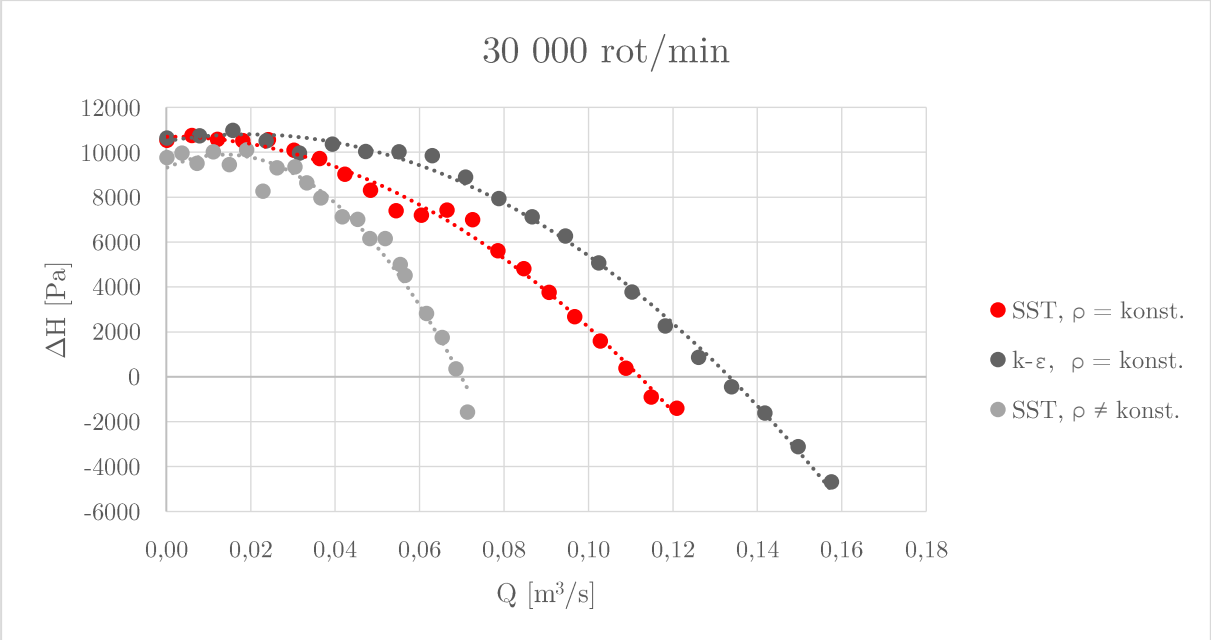
Obr. 63: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 15 000 rot/min



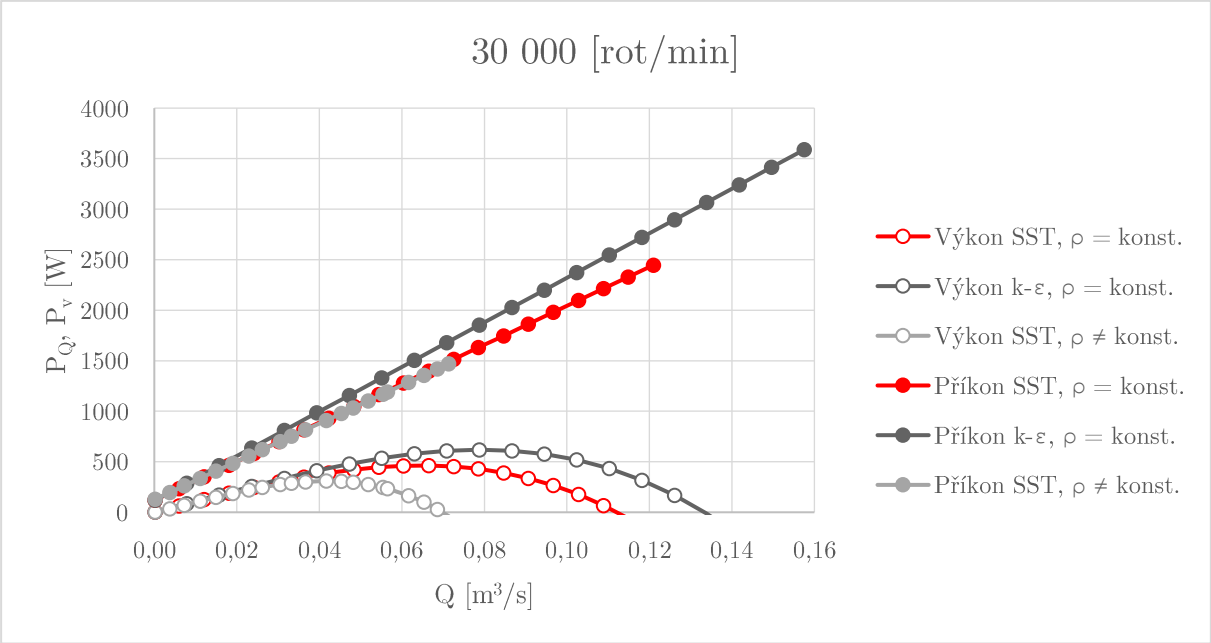
Obr. 64: Ventilační charakteristika pro n = 20 000 rot/min



Obr. 65: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 20 000 rot/min



Obr. 66: Ventilační charakteristika pro n = 30 000 rot/min



Obr. 67: Výkonová a příkonová charakteristika pro n = 30 000 rot/min

Příloha 3: Poměry otáček

Pro zhodnocení nepřesností výpočtu bylo provedeno porovnání poměrů maximálních průtoků, tlaků a příkonů na otáčkách dle následujících vztahů [2]. Tyto závislosti byly vyvozeny z teoretických rozborů a ověřeny experimentálně.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Tab. 12: Kontrolní poměr průtoků a otáček

Stlačitelnost média	**Model Turbulence**	**Úhlová rychlost** n_i $[min^{-1}]$	**Průtok** Q_i $\left[\frac{m^3}{s}\right]$	$\frac{Q_i}{Q_{i+1}}$	$\frac{n_i}{n_{i+1}}$	**Rozdíl poměrů (absol.)**
Nestlačitelný	**SST**	5 000	0,013	0,41	0,50	0,09
		10 000	0,031	0,61	0,67	0,06
		15 000	0,051	0,72	0,75	0,03
		20 000	0,071	0,63	0,67	0,03
		30 000	0,112			
	k-ε	5 000	0,020	0,49	0,46	0,01
		10 000	0,040	0,65	0,63	0,02
		15 000	0,062	0,73	0,72	0,02
		20 000	0,085	0,64	0,61	0,03
		30 000	0,133			
Stlačitelný	**SST**	5 000	0,012	0,44	0,50	0,06
		10 000	0,028	0,65	0,67	0,01
		15 000	0,043	0,79	0,75	0,04
		20 000	0,054	0,77	0,67	0,10
		30 000	0,070	0,41		0,09

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{{n_1}^2}{{n_2}^2}$$

Tab. 13: Kontrolní poměr tlaků naprázdno a druhých mocnin otáček

Stlačitelnost média	**Model Turbulence**	**Úhlová rychlost** n_i $[min^{-1}]$	**Tlak** H_i $[Pa]$	$\frac{H_i}{H_{i+1}}$	$\frac{{n_i}^2}{{n_{i+1}}^2}$	**Rozdíl poměrů (absol.)**
Nestlačitelný	**SST**	5 000	298	0,25	0,25	0,00
		10 000	1201	0,45	0,44	0,00
		15 000	2675	0,58	0,56	0,02
		20 000	4590	0,43	0,44	0,02
		30 000	10698			
	k-ε	5 000	283	0,24	0,25	0,01
		10 000	1157	0,44	0,44	0,00
		15 000	2631	0,56	0,56	0,00
		20 000	4701	0,45	0,44	0,00
		30 000	10494			
Stlačitelný	**SST**	5 000	297	0,26	0,25	0,01
		10 000	1157	0,45	0,44	0,01
		15 000	2562	0,58	0,56	0,02
		20 000	4384	0,47	0,44	0,03
		30 000	9301			

$$\frac{P_{v_1}}{P_{v_2}} = \frac{{n_1}^3}{{n_2}^3}$$

Tab. 14: Kontrolní poměr příkonů a třetích mocnin otáček

Stlačitelnost média	**Model Turbulence**	**Úhlová rychlost** n_i $[min^{-1}]$	**Příkon** P_{v_i} $[W]$	$\frac{P_{v_i}}{P_{v_{i+1}}}$	$\frac{{n_1}^3}{{n_2}^3}$	**Rozdíl poměrů (absol.)**
Nestlačitelný	**SST**	5 000	8,01	0,11	0,13	0,02
		10 000	75,62	0,27	0,30	0,02
		15 000	275,64	0,41	0,42	0,01
		20 000	667,30	0,27	0,30	0,02
		30 000	2 446,01			
	k-ε	5 000	13,60	0,12	0,13	0,00
		10 000	113,35	0,28	0,30	0,02
		15 000	403,95	0,40	0,42	0,02
		20 000	1 003,88	0,28	0,30	0,02
		30 000	3 589,34			
Stlačitelný	**SST**	5 000	7,59	0,11	0,13	0,01
		10 000	68,82	0,30	0,30	0,01
		15 000	228,23	0,46	0,42	0,04
		20 000	492,60	0,34	0,30	0,04
		30 000	1 469,64			