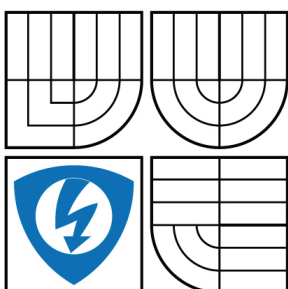


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

NEJISTOTY A KOMPATIBILITA MĚŘENÍ

UNCERTAINTY AND COMPATIBILITY IN MEASUREMENT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

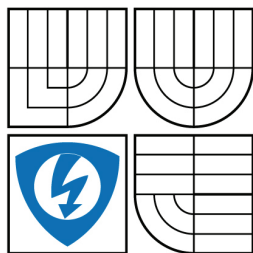
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

JOSEF KVAPIL

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. MARIE HAVLÍKOVÁ, Ph.D.

BRNO 2009



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Automatizační a měřicí technika

Student: Josef Kvapil

ID: 78526

Ročník: 3

Akademický rok: 2008/2009

NÁZEV TÉMATU:

Nejistoty a kompatibilita měření

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Na základě literární rešerše popište obecné postupy při vyhodnocování standardních nejistot u přímých a nepřímých měření, možné zdroje nejistot při měření, zákon šíření nejistot a vyhodnocování kompatibility měření.
2. Vypracujte obecný pracovní postup pro vyhodnocování standardních nejistot přímého měření odporů a indukčností digitálními multimetry a měřicí impedance, které určí vedoucí práce.
3. Proveďte rozbor možných zdrojů nejistot při měření těmito přístroji vzhledem k měřícím metodám přístrojů a k vnějším vlivům. Posuďte rovněž vliv korekcí přívodů na měření, pokud je přístroje umožňují.
4. Realizujte zkušební měření s etalonem odporu a indukčnosti doporučenými přístroji. Porovnejte dosažené výsledky měření a vyhodnoťte kompatibilitu měření vzhledem k určenému referenčnímu měřidlu.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Dokumenty EAL,

PALENČÁR, R. - VDOLEČEK, F. - HALAJ, M.: Nejistoty v měření I až V, soubor článků v časopise AUTOMA, č. 7-8/2001, č. 10/2001, č. 12/2001, č. 4/2002 a č. 5/2002

Technická dokumentace přístrojů Agilent 4263B, Goodwill LCR 819, A34410A, HP 34401A, Metex M-3850, Metex M-3890D, EDM83BS, měřič impedance TESLA BM 507, RLCG Tesla BM591

Termín zadání: 9.2.2009

Termín odevzdání: 1.6.2009

Vedoucí práce: Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

prof. Ing. Pavel Jura, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práve třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

ANOTACE

Tato práce se zabývá problematikou nejistot měření při měření odporů a indukčností. Dále se věnuje zpracováním obecných postupů pro určení nejistot měření s použitím měřicích přístrojů Agilent 4263B, Tesla BM507 a Tesla BM591 u zmíněných druhů měření. Bakalářská práce popisuje možné zdroje nejistot, které se mohou vyskytnout u těchto přístrojů. Popisuje rovněž praktické příklady měření s etalonem odporu a indukčnosti se zmíněnými měřicími přístroji a následně vyhodnocuje kompatibilitu těchto měření.

KLÍČOVÁ SLOVA

Nejistoty měření, zdroje nejistot, kompatibilita měření, měření odporu, měření indukčnosti, Agilent 4263B, Tesla BM507, Tesla BM591.

ANNOTATION

This work is concerning the matter of resistor and inductance measurement uncertainty. It addresses the elaboration of general measurement uncertainty processes for the measurements mentioned above using Agilent 4263B, Tesla BM507 and Tesla BM591 measurement instruments. This bachelor's thesis describes possible sources of measurement uncertainty that might arise from the use of these measurement instruments. It also describes practical examples of resistivity and induction standard measurement projects using these measurement instruments followed by a compatibility evaluation of these measurements.

KEY WORDS

Uncertainty measurement, sources of uncertainty, compatibility measurement, resistivity measurement, inductance measurement, Agilent 4263B, Tesla BM507, Tesla BM591.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

KVAPIL, J. *Nejistoty a kompatibilita měření*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 55 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

„Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma "Nejistoty a kompatibilita měření" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.“

V Brně dne: **1. června 2009**

.....

podpis autora

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Marii Havlíkové, Ph.D za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne: **1. června 2009**

.....

podpis autora

OBSAH

1. ÚVOD	9
2. VYHODNOCOVÁNÍ STANDARDNÍCH NEJISTOT	10
2.1 Standardní nejistota přímého měření.....	10
2.1.1 Vyhodnocování nejistoty typu A.....	10
2.1.2 Vyhodnocování nejistoty typu B [2]	11
2.1.3 Kombinovaná nejistota.....	15
2.1.4 Rozšířená nejistota	15
2.2 Standardní nejistota nepřímého měření.....	16
2.2.1 Zákon šíření nejistot	16
2.2.2 Kovariance při určování výsledných nejistot	17
2.3 Zdroje nejistot při měření.....	19
2.4 Kompatibilita měření [4].....	19
3. OBECNÉ POSTUPY VYHODNOCENÍ NEJISTOT.....	21
3.1 Postup určení nejistoty při měření odporů	23
3.1.1 Použití přístroje Tesla BM591	23
3.1.2 Použití přístroje Tesla BM507	24
3.1.3 Použití přístroje Agilent 4263B.....	26
3.2 Postup určení nejistoty při měření indukčnosti	27
3.2.1 Použití přístroje Tesla BM591	27
3.2.2 Použití přístroje Tesla BM507	28
3.2.3 Použití přístroje Agilent 4263B.....	31
4. ROZBOR MOŽNÝCH ZDROJŮ NEJISTOT	33
5. MĚŘENÍ A VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ.....	35
5.1 Zkušební měření odporu.....	35
5.1.1 Výsledky měření odporu přístrojem Tesla BM591	35
5.1.2 Výsledky měření odporu přístrojem Tesla BM507	38
5.1.3 Výsledky měření odporu přístrojem Agilent 4263B	39
5.2 Zkušební měření indukčnosti	41
5.2.1 Výsledky měření indukčnosti přístrojem Tesla BM591.....	42
5.2.2 Výsledky měření indukčnosti přístrojem Tesla BM507.....	44

5.2.3 Výsledky měření indukčnosti přístrojem Agilent 4263B.....	47
5.3 Vyhodnocení kompatibility měření.....	49
5.3.1 Vyhodnocení kompatibility měření odporu	49
5.3.2 Vyhodnocení kompatibility měření indukčnosti	51
6. ZÁVĚR.....	53
7. SEZNAM LITERATURY	54
8. PŘÍLOHY	55
8.1 Převodní tabulka přístroje Agilent 4263B.....	55

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 3.1 : LCR měřič Agilent 4263B.....	21
Obr. 3.2 : Fotografie měřiče impedance Tesla BM507.....	22
Obr. 3.3 : Fotografie LCRG metru Tesla BM591	22
Obr. 5.1 : Kompatibilita měření odporu R_1	50
Obr. 5.2 : Kompatibilita měření odporu R_2	51
Obr. 5.3 : Kompatibilita měření indukčnosti L_1	52
Obr. 5.4 : Kompatibilita měření Indukčnosti L_2	52

SEZNAM TABULEK

Tab. 5.1 : Naměřené hodnoty odporu R_1 pomocí přístroje Tesla BM591.....	35
Tab. 5.2 : Naměřené hodnoty odporu R_2 pomocí přístroje Tesla BM591.....	37
Tab. 5.3 : Naměřené hodnoty odporu R_1 pomocí přístroje Agilent 4263B.....	40
Tab. 5.4 : Naměřené hodnoty indukčnosti L_2 pomocí přístroje Tesla BM591.	43
Tab. 5.5 : Naměřené hodnoty indukčnosti L_2 pomocí přístroje Agilent 4263B	48

Tab. 5.6 : Naměřené a zjištěné hodnoty odporu R_1	49
Tab. 5.7 : Naměřené a zjištěné hodnoty odporu R_2	50
Tab. 5.8 : Naměřené a zjištěné hodnoty indukčnosti L_1	51
Tab. 5.9 : Naměřené a zjištěné hodnoty indukčnosti L_2	52

SEZNAM SYMBOLŮ

$\pm z_{j\max}$	hodnota maximální odchylky od jmenovité hodnoty měřené veličiny
A_i	koeficient citlivosti
k_r	koeficient rozšíření
L	indukčnost
n	počet měřených hodnot
r	korelační koeficient
R	odpor
s_p^2	průřezový rozptyl
s_x	směrodatná odchylka měřené veličiny
$s_{\bar{x}}$	směrodatná odchylka aritmetického průměru měřené veličiny
U	rozšířená nejistota
$u_A(x)$	nejistota určená metodou typu A měřené veličiny x
$u_B(x)$	nejistota určená metodou typu B měřené veličiny x
$u_B(x_i, x_j)$	kovariance mezi korelovanými veličinami x_i, x_j
$u_C(x)$	kombinovaná nejistota měřené veličiny x
V	výsledek měření
X	měřená veličina
x	hodnota měřené veličiny
$\bar{x}$	odhad měřené veličiny (aritmetický průměr)
Y	výstupní veličina
y	odhad výstupní veličiny

Z	zdroj nejistoty
$\delta(z_j)$	rozlišovací schopnost
$ \Delta_p $	absolutní chyba údaje
$ \Delta_p(\vartheta) $	absolutní chyba měřicího přístroje při teplotě ϑ
$ \Delta\vartheta $	absolutní chyba teplotního rozdílu

1. ÚVOD

Nedílnou součástí měření je zjištění jak dalece se zjištěná naměřená hodnota liší od té skutečné hodnoty. Tato skutečnost byla donedávna zohledňována pouze pomocí chyb v měření. Nyní dochází k nahrazení koncepce chyb a to koncepcí nejistot. Jedná se tedy o novou metodu zpracování výsledku měření.

První část je věnovaná základní charakteristice metodiky určování nejistot měření. Jakým způsobem se určují nejistoty měření při přímých i nepřímých měření. Jejich význam při určování kompatibility měření pro různé měřicí přístroje.

Cílem je vypracovat obecné pracovní postupy pro určení nejistot u použití přístrojů Tesla BM591, Tesla BM507 a Agilent 4263B při přímém měření odporů a indukčností. Ukazují jak postupovat krok za krokem pro správné určení nejistot měření těmito přístroji. Je zde poukázáno i na možnost měření indukčností a následných vyhodnocování nejistot tohoto měření pomocí přístroje Tesla BM507 s využitím nepřímého měření.

Dále je poukázáno na možné zdroje nejistot při měření těmito přístroji, které se mohou projevit při jejich určování. Jedná se o zdroje nejistot vycházející z použité metody měření či působení vnějších vlivů při měření.

V závěrečné části je realizováno zkušební měření s etalonem odporu a indukčnosti. Z výsledků měření, do kterých patří změřená hodnota a její nejistota, je zpracována kompatibility provedených měření vzhledem k referenčnímu přístroji, kterým byl určen Agilent 4263B.

2. VYHODNOCOVÁNÍ STANDARDNÍCH NEJISTOT

Každé měření či experimentální činnost je zatíženo celou řadou chyb. Konečné výsledky těchto měření jsou stanoveny jako jmenovité hodnoty, zatížené příslušným tolerančním polem, tj. pásmem nejistoty. Nová koncepce nejistot nahrazuje koncepci chyb. Rozlišuje se, zda je vyhodnocována nejistota u přímého či nepřímého měření. Při zkoumání nejistot měření je třeba vždy uvažovat základní faktory, kterými jsou lidé provádějící a zabezpečující měření, podmínky prostředí, výběr a znalost měřících metod a detailní informace k měřicímu vybavení [7].

2.1 STANDARDNÍ NEJISTOTA PŘÍMÉHO MĚŘENÍ

Nejistoty měření lze rozdělit do dvou skupin. Nejistotu určuje metoda jejich získání. V prvním případě nejistotu je možné získat statistickým zpracováním naměřených údajů. Tato metoda je označována jako metoda typu A. Složky této metody pokrývají jak náhodné chyby, tak i systematické chyby. Použitím jiných než statistických údajů se jedná o metodu typu B. Zkráceně se uvádí:

- nejistota typu A
- nejistota typu B

Pro použití v praxi se používá nejistota jež je kombinací efektu těchto dvou typů nejistot. Nazývá se kombinovaná nejistota.

2.1.1 Vyhodnocování nejistoty typu A

Jedná se tedy o statistickou metodu zjišťování nejistoty. Značí se $u_A(x)$. Uvažuje se n statisticky nezávislých měření, kterých by mělo být deset a více. Tím je získáno n naměřených hodnot $x_1, x_2 \dots x_n$. Tyto hodnoty jsou zjištěny z n nezávislých a stejně přesných měření. Odhadem měřené veličiny je poté aritmetický průměr $\bar{x}$, určený jako

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i . \quad (2.1)$$

Výsledná nejistota typu A se rovná směrodatné odchylce odhadu měřené veličiny jak uvedeno v [1]. Z toho plyne, že se jedná o směrodatnou odchylku aritmetického průměru měřené veličiny $s_{\bar{x}}$. Nejistota typu A měřené veličiny se určí jako

$$u_A(x) = s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} . \quad (2.2)$$

Takto lze vyhodnotit nejistotu měření jen v případě, že byl počet měření alespoň deset. Pokud nelze provést takovéto množství měření je nutné použít jiné metody vyhodnocení nejistoty měření.

V literatuře [6] je uvedeno, že v případě malého množství měření, kdy $n < 10$, a tato měření jsou jasně charakterizována a nachází se v statisticky řízeném procesu je možné použít průřezový odhad rozptylu s_p^2 , který charakterizuje rozptýlení lépe než odhadovaná směrodatná odchylka získána při omezeném počtu měření. V takovém případě lze výslednou nejistotu měření určit podle vztahu

$$u_A(x) = s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s_p^2}{n}} = \frac{s_p}{\sqrt{n}} . \quad (2.3)$$

2.1.2 Vyhodnocování nejistoty typu B [2]

Oproti vyhodnocování nejistoty metodou typu A je nejistota typu B vyhodnocena na základě jiném, než je statistická analýza pozorování. Značí se $u_B(x)$. Příslušná standardní nejistota je určena úsudkem na základě všech dostupných informací o možné variabilitě měřené veličiny X_i . Nejistoty spadající do této kategorie lze odvodit na základě:

- údajů z předcházejících měření,
- zkušenosti s chováním a vlastnostmi příslušných materiálů a zařízení nebo jejich obecné vlastnosti,
- technických údajů výrobce,
- údajů uváděných v kalibračních listech nebo jiných certifikátech,
- nejistot referenčních údajů převzatých z příruček.

Jak tyto údaje budou využity závisí na zkušenosti obsluhy, na praxi experimentátora, na jeho rutině i na rozsahu jeho znalostí, protože charakter problému nedovoluje specifikovat jednotný postup.

Rámcový postup pro určení nejistoty typu B je:

1. Vyberou se všechny možné zdroje nejistot $Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p$.
2. Určí se standardní nejistotu u každého zdroje buď převzetím z technické dokumentace, certifikátu, kalibračního listu, tabulek, technických norem apod..
3. Posoudí se korelace mezi zdroji.
4. Určí se vztah mezi měřenou veličinou X a jednotlivými zdroji $(Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p)$, které jsou charakterizovány veličinami Z_j .

$$X = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p) \quad (2.4)$$

5. Použitím vzorce 2.13 pro zákon o šíření nejistot vypočítáme pro funkci 2.4 nejistotu $u_B(x)$.

Pokud nastane situace, že nelze zjistit nejistotu vlivem příslušného zdroje, mohou nastat následující situace (některé možné případy z praxe):

Známé U a k_r

Pokud je uvedena v dokumentaci výrobce, v certifikátu nebo v jiných pramenech rozšířená nejistota měření U a koeficient rozšíření k_r , standardní nejistota $u_B(Z_j)$ vzniklá vlivem zdroje Z_j se určí podle vzorce

$$u_B(z_j) = \frac{U}{k_r} \quad (2.5)$$

Znamé rozpětí normálního rozdělení

V případě známého rozpětí což znamená délku intervalu $2U$, v němž se může nacházet většina naměřených hodnot (např. 95%, 99%, 99.73%), a je oprávněný předpoklad, že pro tento interval platí normované normální rozdělení, je možné standardní nejistotu vypočítat ze vztahu

$$u_B(z_j) = \frac{U}{k_p}, \quad (2.6)$$

kde k_p je koeficient rozšíření rovný kvantilu normovaného normálního rozdělení pro pravděpodobnost P . ($k_p=1.96$ pro $P=95\%$, $k_p=2.58$ pro $P=99\%$, $k_p=3$ pro $P=99.73\%$ atd.)

Znamá horní a dolní hranice vlivu zdroje

Pokud není možné odhadnout jen hranice, ve kterých se hodnoty měřené veličiny nacházejí s jistotou téměř 100%, postupuje se takto:

- Odhadnou se hodnoty změn (odchylek) $\pm z_{j\max}$ od jmenovité hodnoty měřené veličiny příslušející zdroji Z_j , je jichž překročení je málo pravděpodobné.
- Posoudí se rozdělení pravděpodobnosti odchylek v tomto intervalu a určí se jeho aproximace.
- Standardní nejistota $u_B(z_j)$ se vypočítá ze vztahu

$$u_B(z_j) = \frac{z_{j\max}}{k}, \quad (2.7)$$

kde k je hodnota příslušná ke zvolené aproximaci rozdělení pravděpodobnosti

Typy aproximace:

- normální (Gaussovo) rozdělení

Použije se když výskyt malých odchylek je častější oproti větším výchylkám. S rostoucími výchylkami se snižuje jejich výskyt.

- rovnoměrné rozdělení $k=\sqrt{3}$

Toto rozložení se použije v případě že je stejná pravděpodobnost výskytu kterékoliv odchylky v intervalu $\pm z_{j\max}$. Jelikož většinou nejsou k dispozici dostatečné poznatky o rozdělení pravděpodobnosti výskytu odchylek a tudíž není

důvod dávat některým odchylkám přednost využívá se rovnoměrné rozdělení v praxi nejčastěji.

- trojúhelníkové rozdělení $k=\sqrt{6}$

Zde je situace obdobná normálnímu rozdělení.

- bimodální rozdělení $k=\sqrt{2}$

U měřicích přístrojů, které výrobce rozděluje do určitých tříd přesnosti, a tedy u některé střední třídy se nemohou vyskytovat přístroje ani s malými chybami ani s velkými chybami, se použije aproximace bimodálním rozdělení.

Použití číslicového měřicího přístroje

Jedním ze základních zdrojů nejistot u číslicového měřicího přístroje je jeho rozlišitelnost poslední platné číslice. Přes neměnnost údaje při opakovaném měření není v tomto případě nikdy nejistota nulová. Pro její odhad se použije model rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti v intervalu, který je vymezen rozlišovací schopností $\delta(z_j)$ daného přístroje. V technických podmínkách měřicího přístroje bývá uváděna chyba ve tvaru chyba z měřené hodnoty + chyba z rozsahu. Pomocí těchto chyb určíme absolutní chybu údaje měřicího přístroje $|\Delta_p|$ [5]. Pak můžeme dosadit do vzorce 2.7 a dostaneme

$$u_B(z_j) = \frac{|\Delta_p|}{\sqrt{3}}. \quad (2.8)$$

Použití analogového přístroje se stupnicí

Pokud použijeme analogový měřicí přístroj je schopnost odečítání dána hodnotou dílku stupnice $\delta(z)$. Standardní nejistota způsobená čtením se následně určí ze vztahu 2.8.

U některých analogových měřicích přístrojů jsou velikosti intervalu sloužící jako předpokládaný zdroj nejistoty určeny ve vztahu k dílku stupnice normou nebo jiným doporučeným předpisem. Obecně se při návrhu analogové stupnice předpokládá, že tzv. střední stupnice má dílek dlouhý asi 1 mm přesnost čtení pouhým okem je $\pm 0,5$ dílků u laiků $\pm 0,3$ a až $\pm 0,25$ dílku u zručně zaškolené obsluhy.

2.1.3 Kombinovaná nejistota

Jelikož je v praxi vhodné uvádět nejistotu typu A $u_A(x)$ a nejistotu typu B $u_B(x)$ společně jediným číslem, uvádí se kombinovaná nejistota $u_C(x)$. Norma [1] uvádí, že se získá jako odmocnina ze součtu čtverců obou typů nejistot podle vztahu

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)}. \quad (2.9)$$

Pokud se zjistí, že jeden typ nejistoty je vůči druhému znatelně menší je možné tuto nejistotu vzhledem k druhé nejistotě zanedbat. Je to dáno geometrickým součtem a z toho plyne, že pokud je jedna nejistota o řád menší oproti druhé, výsledek ovlivní jen zanedbatelně.

2.1.4 Rozšířená nejistota

Rozšířená nejistota U se určí tak, že standardní nejistota u_C výstupní veličiny y se vynásobí koeficientem rozšíření k_r .

$$U = k_r u_C. \quad (2.10)$$

Velikost koeficientu rozšíření závisí v jakém rozdělení pravděpodobnosti je výsledek měření. V případech kdy lze usuzovat normální rozdělení měřené veličiny a kdy standardní nejistota výstupní veličiny odhadu y je stanovena s dostatečnou spolehlivostí, je třeba použít standardní koeficient rozšíření $k_r=2$. Pokud takto stanovíme rozšířenou nejistotu, pravděpodobnost pokrytí odpovídá asi 95%.

V případech kdy nelze experimentálně potvrdit předpoklad normálního rozdělení, ale několik složek nejistoty ($N>3$) odvozených z nezávislých veličin majících normální nebo rovnoměrné rozložení srovnatelně přispívá ke standardní nejistotě odhadu y výstupní veličiny, jsou splněny podmínky centrální limitní věty. Můžeme tedy předpokládat, že rozdělení hodnot y je normální.

Spolehlivost standardní nejistoty výstupní veličiny je určena jejími efektivními stupni volnosti. Kritérium spolehlivosti je vždy splněno, pokud žádná složka nejistoty, určená dle postupu pro nejistotu typu A, není stanoven z méně než deseti opakovaných pozorování.

V případě že není ani jedna z předchozích podmínek splněna, koeficient rozšíření $k_r=2$ může pravděpodobnost pokrytí u rozšířené nejistoty být menší než

95%. V takovém případě je nutné použití jiného postupu. Shodné pravděpodobnostní pokrytí je nutné v případech, kdy dochází k porovnávání dvou výsledků měření stejné veličiny například mezi laboratořemi [3].

2.2 STANDARDNÍ NEJISTOTA NEPŘÍMÉHO MĚŘENÍ

Základní problém u řešení tohoto měření je zjištění nejistoty odhadu veličiny, která je funkcí jiných veličin. Při nepřímých měření chceme určit hodnotu veličiny výstupní. Zjišťujeme ji pomocí známých přímo naměřených veličin tzv. vstupních veličin. V tomto případě určování nejistoty měření zjišťujeme, jestli jde o korelované či nekorelované vstupní veličiny.

2.2.1 Zákon šíření nejistot

Chceme zjistit výstupní veličinu Y . Tato veličina je funkcí f známých naměřených veličin $X_1, X_2, \dots, X_n$ tedy vstupních veličin. Můžeme je přímo změřit nebo jejich nejistoty přímo známe. Zapišeme

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (2.11)$$

Pokud chceme zjistit odhad výstupní veličiny dosadíme do funkce odhady vstupních veličin, pak bude rovnice 2.11 vypadat

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (2.12)$$

Rozlišují se dva případy pro funkci f , kdy vstupní odhady jsou korelované a nekorelované. V případě že vstupní odhady jsou nekorelované neexistují mezi nimi kovariance. Nejistota odhadu y veličiny Y se určí podle vztahu z [2]

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i). \quad (2.13)$$

Kde A_i je koeficient citlivosti příslušného zdroje nejistoty, který je znám, popř. se určí jako parciální derivace funkce y podle příslušné vstupní veličiny x_i

$$A_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n} \quad (2.14)$$

Koeficient citlivosti A_i popisuje do jaké míry je odhad výstupní hodnoty y ovlivňován změnami v odhadu x_i vstupní veličiny X_i . Jeho hodnota je stanovena z rovnice funkce f dle vztahu 2.14.

Jestliže jsou vstupní odhady $x_1, x_2, \dots, x_n$ korelované, uvažují se kovariance mezi jednotlivými odhady, jež jsou složkami výsledné nejistoty. V tomto případě se pro výpočet nejistoty výstupní veličiny použije vztah z [2]:

$$u^2(y) = \sum A_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=2}^m \sum_{j<i}^{m-1} A_i A_j u(x_i, x_j). \quad (2.15)$$

Výraz $u(x_i, x_j)$ je kovariance mezi korelovanými odhady x_i a x_j . Těmito odhady mohou být vzájemně závislé veličiny nebo i dvě hodnoty stejné veličiny, mezi nimiž se nachází korelační vazba. V některých případech je možno prvně určit nejistotu odhadu y výstupní veličiny Y metodou typu A a poté nejistotu metodou B, kdy kombinovanou nejistotu určíme podle vztahu 2.9.

2.2.2 Kovariance při určování výsledných nejistot

Kovariance mezi jednotlivými vstupními veličinami X_i a X_j určíme podobným způsobem jako nejistoty. Použijeme metodu na statistické zpracování naměřených údajů tj. metodu A nebo metodu založenou na jiných vyhodnoceních než statistických tj. metodu B. Vychází se ze vztahů uvedených v [2].

Metoda typu A stanovení kovariance mezi odhady x_i a x_j

Použije se tehdy, pokud máme n naměřených hodnot obou veličin $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ a $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$. Pokud jsou odhady určeny aritmetickým průměrem

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}, \quad \bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{jk}, \quad (2.16)$$

je vztah pro výpočet kovariance

$$u_A(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j). \quad (2.17)$$

Metoda typu B stanovení kovariance mezi odhady x_i a x_j

Kovariance $u_B(x_i, x_j)$ nevychází ze statické analýzy naměřených údajů. Lze ji zjistit čtením z certifikátu přístrojů, literatury atd.. Nebo ji můžeme vypočítat. Vypočítat ji lze podle následného postupu:

1. Vytipujeme zdroje korelací
2. Odhadne se korelační koeficient $r(x_i, x_j)$, pro každý zdroj každé dvojice odhadů. Obecně nabývá hodnot od -1 do +1. Pokud se jedná o slabou závislost je hodnota korelačního koeficientu blízká nule v opačném případě se hodnota blíží k +1 nebo -1. Kovariance se určí ze vztahu

$$u_B(x_i, x_j) = r(x_i, x_j) u_B(x_i) u_B(x_j). \quad (2.18)$$

3. Pokud jsou dvě vstupní veličiny X_1, X_2 funkcemi nezávislých veličin $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$, které lze vyjádřit vztahy

$$X_1 = g_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m), \quad X_2 = g_2(Z_1, Z_2, \dots, Z_m), \quad (2.19)$$

určí se kovariance mezi odhady x_1 a x_2 ze vztahu

$$u_B(x_1, x_2) = \sum A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i), \quad (2.20)$$

kde A_1, A_2 , jsou koeficienty citlivosti pro funkce g_1, g_2 podle vztahu 2.14.

Aby bylo možné obejít odhadování korelačního koeficientu, může se sestavit vhodný model měření.

4. V případě že jsou dvě vstupní veličiny X_1 a X_2 a jejich odhady x_1 a x_2 funkcemi závislých veličin $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$, které lze vyjádřit vztahy 2.19, určí se kovariance mezi odhady x_1 a x_2 ze vztahu

$$u_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j), \quad (2.21)$$

kde $u_B(z_i, z_j)$ je známá kovariance mezi odhady z_j a z_i .

5. Jestliže nelze určit korelační koeficient a nelze se vyhnout korelacím postavením vhodného modelu, měl by se určit maximální vliv této korelace na výslednou nejistotu pomocí horní hranici odhadu standardní nejistoty měřené veličiny. Pokud tedy nemůžeme přesně ohodnotit kovarianci je možné uvádět horní hranici nejistoty.

2.3 ZDROJE NEJISTOT PŘI MĚŘENÍ

V praxi je mnoho možných zdrojů nejistoty měření, včetně:

- a) neúplné definice měřené veličiny;
- b) nedokonalé realizace definice měřené veličiny;
- c) nereprezentativní vzorkování – měřený vzorek nemusí reprezentovat určenou měřenou veličinu;
- d) nedostatečná znalost vlivů podmínek environmentu na měření podmínek environmentu;
- e) osobní chyba správnosti čtení na analogových přístrojích
- f) konečná rozlišitelnost přístroje nebo práh citlivosti
- g) nepřesné hodnoty etalonů a referenčních materiálů;
- h) nepřesné hodnoty konstant a dalších parametrů získané z vnějších zdrojů a použité v algoritmu redukce dat;
- i) aproximace a předpoklady začleněné do metody a postupu měření;
- j) variace v opakovaných pozorováních měřené veličiny za zdánlivě identických podmínek.

Tyto zdroje nemusí být vzájemně závislé některé zdroje a) až i) smí přispívat ke zdroji j). Samozřejmě, že neurčený systematický vliv nemůže být brán v úvahu při vyhodnocení nejistoty výsledku měření, ale přispívá k hodnotě její chyby [1].

2.4 KOMPATIBILITA MĚŘENÍ [4]

Pokud máme více výsledků měření např. dvěma různými přístroji, použití jiných metod, tak kompatibilita měření znamená, že tyto výsledky jsou vzájemně slučitelné. Kompatibilita se posuzuje podle výsledku měření V . Pokud chceme o výsledku říci, že je kompatibilní musí platit následující vztah

$$|V_1 - V_2| \leq U_{12}. \quad (2.22)$$

Přičemž U_{12} určíme podle vztahu

$$U_{12} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 - 2rU_1U_2}, \quad (2.23)$$

kde

r ... je koeficient korelace,

U_1 ... nejistotu pro první výsledek měření,

U_2 ... nejistota pro druhý výsledek měření.

V případě hodnoty korelačního koeficientu $r=-1$, bude $U_{12}=U_1+U_2$ a pro kompatibilitu výsledků bude stačit, když se intervaly budou překrývat pouze v jednom bodě.

3. OBECNÉ POSTUPY VYHODNOCENÍ NEJISTOT

Pro určení nejistoty jsem pro každý přístroj a pro každý druh měření vypracoval obecný postup vyhodnocení nejistoty. Pro jejich vyhodnocení je důležité zjišťovat údaje z technických dokumentů měřicích přístrojů. Pro měření jsem použil měřicí přístroje Tesla BM 591, Tesla BM 507, Agilent 4263B (viz. obrázky 3.1 [11], 3.2, 3.3). I když se jednalo o přímá měření odporů a indukčností, u přístroje TESLA BM 507 je nutno využít vztahů pro nepřímé měření, jelikož zde přístroj neměřil přímo měřenou veličinu a byl tedy nutný přepočet. Předpokladem je, že všechny měření jsou prováděny za podmínek, které udává výrobce, abychom vyhodnocování nejistot prováděli správně.



Obr. 3.1 : LCR měřič Agilent 4263B



Obr. 3.2 : Fotografie měřiče impedance Tesla BM507



Obr. 3.3 : Fotografie LCRG metru Tesla BM591

3.1 POSTUP URČENÍ NEJISTOTY PŘI MĚŘENÍ ODPORŮ

Pro měření odporů byl vypracován pracovní postup k určení nejistoty pro měření činné složky impedance. Jelikož některé přístroje přímo vyhodnocují tuto složku a zobrazují ji, je vyhodnocení nejistot odlišné od přístrojů, které měří pouze impedanci.

3.1.1 Použití přístroje Tesla BM591

Provede se minimální počet měření. Minimálním počtem je $n=10$. Pokud byl získán minimální počet měření, určí se nejistota typu A. Zjistí se odhad měřené veličiny. Odhadem je aritmetický průměr měřené veličiny $\bar{R}$. Dále podle vzorce 2.2 se vypočítá nejistota typu A $u_A(R)$, která se rovná směrodatné odchylce aritmetického průměru $s_{\bar{R}}$.

Pro určení nejistoty typu B $u_B(R)$ se nejprve určí zdroje nejistot. Zdrojem nejistoty je zde absolutní dovolená chyba údaje $|\Delta_p|$, která se skládá ze součtu chyby z naměřené hodnoty a chyby z měřicího rozsahu.

Údaje o velikosti se získají z technické dokumentace přístroje [8]. Jelikož se provádí měření odporů, použije se tabulky dovolených chyb pro měření odporů. Podle zvoleného rozsahu a zvoleného zapojení, se vybere odpovídající dovolená chyba. V dokumentu přístroje je uvedena ve tvaru $\pm$ (% z údaje + počet digitů).

Pokud není zajištěno měření při referenční teplotě, která u tohoto přístroje je 23°C , je nutné uvažovat, že se absolutní chyba zvětší, jak uvádí literatura [8], podle vztahu

$$|\Delta_p(\vartheta)| = |\Delta_p(23)| \left(1 + \frac{|\Delta\vartheta|}{20} \right), \quad (3.1)$$

kde je $|\Delta_p(\vartheta)|$... absolutní chyba měřicího přístroje při teplotě ϑ ,

$|\Delta_p(23)|$... absolutní chyba měřicího přístroje při referenční teplotě,

$|\Delta\vartheta|$... absolutní chyba teplotního rozdílu.

Pro výpočet nejistoty je potřebné určit hodnotu koeficientu k pro zvolenou aproximaci. Zvolí se aproximace pro rovnoměrné rozdělení, kterému odpovídá

hodnota $k=\sqrt{3}$. Nejistotu $u_B(R)$ se vypočítá dosazením zjištěných hodnot do rovnice 2.8

$$u_B(R) = \frac{|\Delta_p|}{\sqrt{3}}.$$

Nyní se může stanovit výsledný efekt obou nejistot. Určí se nejistota kombinová podle vztahu 2.9

$$u_C(R) = \sqrt{u_A^2(R) + u_B^2(R)}.$$

Výsledkem tedy bude

$$R = (\bar{R} \pm u_C(R))\Omega$$

Protože je náš výsledek definovaný s poměrně malou pravděpodobností, přibližně 60%, nahradí se standardní nejistota rozšířenou nejistotou U . To bude znamenat, že skutečná hodnota se bude nacházet v intervalu $\bar{R} \pm U$ s pravděpodobností 95%.

Rozšířená nejistota se získá podle vztahu 2.10

$$U(R) = 2 \cdot u_C(R),$$

kde pro normální rozdělení platí $k_r=2$.

Nyní je možné uvést výsledek měření odporu přístrojem Tesla BM591 a to ve tvaru

$$R = (\bar{R} \pm U(R))\Omega.$$

3.1.2 Použití přístroje Tesla BM507

Jedná se o analogový přístroj pro měření modulu impedance $|Z|$ a fáze φ . Je nutné, vyhodnotit činnou složku impedance R . Matematický model měření je

$$R = \cos \varphi |Z| \tag{3.2}$$

Nejprve se vyhodnotí nejistota typu A. Za stejných podmínek se změří minimálně desetkrát modul impedance Z a jeho fáze φ . Určí se odhady měřených veličin. Odhad měřeného modulu impedance $|\bar{Z}|$ a měřené fáze $\bar{\varphi}$ se určí jako aritmetické průměry z deseti provedených měření. Nejistota typu A pro modul impedance a pro fázi se získá dosazením zjištěných odhadů do vztahu 2.2

$$u_A(|Z|) = s_{|Z|} = \frac{s_{|Z|}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (|Z|_i - |\bar{Z}|)^2},$$

$$u_A(\varphi) = s_{\varphi} = \frac{s_{\varphi}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\varphi_i - \bar{\varphi})^2}.$$

Jelikož odhady nejsou korelované zjistí se nejistota typu A pomocí zákona šíření nejistot 2.8 pro nekorelované odhady. Nejprve se však určí koeficienty citlivosti $A_{|Z|}$ a $A_{|\varphi|}$ pomocí vztahu 2.14

$$A_{|Z|} = \cos \varphi,$$

$$A_{\varphi} = -\sin \varphi \cdot |Z|.$$

Nyní se celková nejistota typu A pro měřený činný odpor R vypočítá podle vztahu 2.13

$$u_A(R) = \sqrt{A_{|Z|}^2 u_A^2(|Z|) + A_{\varphi}^2 u_A^2(\varphi)}.$$

Pro určení nejistoty typu B se vychází z maximální chyby údaje pro měření modulu impedance $|Z|$ a pro měření fázového posunu φ . Výrobce udává v technickém dokumentu k tomuto přístroji chybu měření modulu impedance $\pm 5\%$ z měřené hodnoty a $\pm 3\Omega$ absolutní chybu [9]. Pro chybu měření φ uvádí výrobce hodnotu $\pm 6^\circ$. Pro určení nejistoty typu B u reaktance je opět nejprve nutné zjistit zvlášť nejistotu typu B pro modul impedance $u_B(|Z|)$ a nejistotu typu B pro fázový posun $u_B(\varphi)$.

Pro výpočet obou nejistot se využije výpočet absolutní chyby $|\Delta_p|$. Využijeme znovu předpoklad rovnoměrného rozdělení chyb ($k=\sqrt{3}$) a podle vztahu 2.8 se výpočtem odpovídající nejistoty

$$u_B(Z) = \frac{|\Delta_p(Z)|}{\sqrt{3}},$$

$$u_B(\varphi) = \frac{|\Delta_p(\varphi)|}{\sqrt{3}}.$$

S použitím vypočtených koeficientů citlivosti $A_{|Z|}$ a $A_{|\varphi|}$ a využitím vztahu 2.13 se zjistí celková nejistota typu B pro reaktanci

$$u_B(R) = \sqrt{A_{|Z|}^2 u_B^2(|Z|) + A_{\varphi}^2 u_B^2(\varphi)}$$

Nyní se stanoví výsledný efekt obou nejistot. Určí se nejistota kombinovaná podle vztahu 2.9

$$u_c(R) = \sqrt{u_A^2(R) + u_B^2(R)}$$

V případě, že se při vyhodnocování nejistoty typu A zjistí, že se naměřené hodnoty téměř neliší, je možné tuto nejistotu vypustit a bude platit

$$u_c(R) = u_B(R)$$

Pro zlepšení výsledku se nahradí kombinovaná nejistota $u_c(R)$ rozšířenou nejistotou podle vztahu 2.10

$$U(R) = 2 \cdot u_c(R),$$

s použitím koeficientu rozšíření $k_r=2$, který platí pro normální rozdělení. Po zjištění všech dílčích výsledků se pro měření přístrojem Tesla BM507 může psát výsledek ve tvaru

$$R = (\bar{R} \pm U(R))\Omega.$$

3.1.3 Použití přístroje Agilent 4263B

Jde o digitální přístroj s velmi přesným měřením. Je schopen přímo zobrazit hodnotu činné složky impedance. Hodnota hledané veličiny je přímo známa a je možno vyhodnotit nejistotu měření přímo pro tuto veličinu.

Opět se začne vyhodnocením nejistoty typu A. Realizuje se minimálně deset měření odporu. Získá se odhad měřené veličiny jako aritmetický průměr z naměřených hodnot. Postupuje se stejně jako u předchozího měřicího přístroje a vyhodnotí se nejistota typu A, pro měření tímto přístrojem, jako směrodatná odchylka zjištěného odhadu měřeného činného odporu R

$$u_A(|R|) = s_{\bar{R}} = \frac{s_R}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}.$$

V případě určení nejistoty typu B, je zde jediným zdrojem nejistoty absolutní chyba údaje měřicího přístroje. Absolutní chyba údaje měřicího přístroje se znovu získá součtem chyby z měřené veličiny a chyby z rozsahu. Pro její určení je nutné převedení měřené veličiny na hodnotu modulu impedance $|Z_m|$. Je to z toho důvodu,

že výrobce udává chybu absolutního údaje pouze pro impedanci. Hodnota impedance se zjistí z manuálu výrobce, kde se nachází převodní tabulka viz. příloha s označením 9.1. Poté se vybere příslušný údaj pro chyby a zjistí se hodnota absolutní chyby údaje $|\Delta_p|$. Za předpokladu normálního rozdělení se určí nejistota typu B dosazením do vztahu 2.8

$$u_B(R) = \frac{|\Delta_p(R)|}{\sqrt{3}}.$$

Kombinovaná nejistota se zjistí použitím vztahu 2.9

$$u_C(R) = \sqrt{u_A^2(R) + u_B^2(R)}.$$

Pro zlepšení výsledku a pro následné porovnání výsledků, se nahradí kombinovaná nejistota $u_C(R)$ rozšířenou nejistotou podle vztahu 2.10

$$U(R) = 2 \cdot u_C(R),$$

s koeficientem rozšíření $k_f=2$, pro normální rozdělení. Výsledek pro měření odporů měřicím přístrojem Agilent 4263B se zapíše ve tvaru

$$R = (\bar{R} \pm U(R))\Omega.$$

3.2 POSTUP URČENÍ NEJISTOTY PŘI MĚŘENÍ INDUKČNOSTI

Pro přímé měření indukčnosti jsou vypracovány pracovní postupy pro měření s přístroji Tesla BM591, Tesla BM507 a Agilent4263B. U použití přístroje Tesla BM507 nedochází k přímému měření indukčnosti. Je zde nutnost použití vztahů výpočtů nejistot pro nepřímé měření.

3.2.1 Použití přístroje Tesla BM591

Tento přístroj je schopen přímo zobrazit hodnotu měřené indukčnosti. Ve vyhodnocování nejistoty tohoto měření se využije vztahů pro výpočty nejistot přímých měření.

Nejprve se určí nejistota typu A. Z minimálně deseti naměřených hodnot se získá odhad měřené indukčnosti $\bar{L}$ jako aritmetický průměr těchto hodnot

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i.$$

Standardní nejistota typu A tohoto výsledku se rovná směrodatné odchylce aritmetického průměru $s_{\bar{L}}$ tedy

$$u_A(L) = s_{\bar{L}} = \frac{s_L}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2}.$$

Na standardní nejistotě typu B se podílí jediná složka a to chyba měřicího přístroje, přičemž se u ní předpokládá rovnoměrné pravoúhlé rozdělení ($k=\sqrt{3}$). Určí se absolutní chyba údaje měřidla, která se získá z technické dokumentace přístroje [8]. Jelikož se jedná o měření indukčností, použije se tabulka dovolených chyb pro měření indukčností. Podle zvoleného rozsahu a zvoleného zapojení, se vybere odpovídající dovolená chyba. V dokumentu přístroje je uvedena ve tvaru $\pm$ (% z údaje + počet digitů). Z těchto údajů se zjistí absolutní chybu měřidla $|\Delta_p|$ použitím vztahu 2.8 bude

$$u_B(L) = \frac{|\Delta_p|}{\sqrt{3}},$$

a standardní kombinovaná nejistota se zjistí podle vztahu 2.9

$$u_C(L) = \sqrt{u_A^2(L) + u_B^2(L)}.$$

Pro větší spolehlivost určení nejistoty, se nahradí standardní nejistota rozšířenou nejistotou, kdy koeficient rozšíření bude $k_r=2$. Rozšířená nejistota bude podle 2.10

$$U(L) = 2 \cdot u_C(L).$$

Po této úpravě je výsledek získaný opakovaným měřením indukčnosti

$$L = (\bar{L} \pm U(L))H.$$

3.2.2 Použití přístroje Tesla BM507

Tímto přístrojem nelze přímo měřit indukčnost L , proto je nutné použít vztahy pro vyhodnocování nejistot pro nepřímá měření. Využije se zákonu šíření nejistot. Přístrojem se změří minimálně deset hodnot modulu impedance $|Z|$ a fázového posunu φ . Tyto hodnoty odpovídají měřené indukčnosti. Pro naměřený modul impedance $|Z|$ platí maximální dovolená chyba $\pm 5\%$ z odečtené hodnoty a

$\pm 0,3\Omega$ absolutní chyba. U fázového posunu φ je maximální dovolená chyba $\pm 6^\circ$. Pro frekvenci v rozsahu 50Hz až 500 kHz platí maximální dovolená chyba $\pm 3\%$.

Pro vyhodnocení nejistoty měření indukčnosti je nutné určit model úlohy. Použije se vztah

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{|Z| \sin \varphi}{2\pi f}, \quad (3.2)$$

kde

$L(\text{H})$ je nepřímo měřená indukčnost

$f(\text{Hz})$ nastavená měřicí frekvence.

Za stejných podmínek se naměří minimálně deset hodnot modulu impedance $|Z|$ a deset hodnot fázového posunu φ . Určí se jejich odhady, které jsou reprezentovány aritmetickými průměry z deseti nebo více provedených měření

$$|\bar{Z}| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{Z}_i,$$

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

Odhad hodnoty nepřímo měřené indukčnosti je podle modelu

$$\bar{L} = \frac{|\bar{Z}| \sin \bar{\varphi}}{2\pi f}.$$

Pro určení standardní nejistoty měření indukčnosti se musí nejprve určit všechny její složky.

Určí se standardní nejistota měření modulu impedance metodou A, tj.

$$u_A(|Z|) = s_{|\bar{Z}|} = \frac{s_L}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2},$$

dále touto metodou se získá standardní nejistota fázového posunu

$$u_A(\varphi) = s_{\varphi} = \frac{s_L}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\varphi_i - \bar{\varphi})^2}.$$

Standardní nejistoty měření modulu impedance stanovené metodou B se stanoví z maximální dovolené chyby $|\Delta_p|$ u měření modulu impedance. Ta se určí

jako $\pm 5\%$ z odečtené hodnoty a $\pm 0,3\Omega$. Za předpokladu rovnoměrného rozdělení je standardní nejistota typu B

$$u_B(|Z|) = \frac{|\Delta_p|}{\sqrt{3}}.$$

Podobně se získají standardní nejistoty metodou B pro fázový posun a frekvenci. Jejich maximální chyby údajů jsou přímo udány v technické dokumentaci přístroje [9] a platí u nich také rovnoměrné rozdělení. Může se tedy zapsat pro nejistotu měření fáze

$$u_B(\varphi) = \frac{6}{\sqrt{3}},$$

pro nejistotu měření frekvence

$$u_B(f) = \frac{|\Delta_p|}{\sqrt{3}}.$$

Sloučením zjištěných složek a uplatněním zákona šíření nejistot na použitý model, se určí standardní nejistota indukčnosti. Výsledná standardní nejistota indukčnosti bude

$$u_C(L) = \sqrt{A_{|Z|}^2 u_A^2(|Z|) + A_{\varphi}^2 u_B^2(\varphi) + A_{|Z|}^2 u_B^2(|Z|) + A_{\varphi}^2 u_B^2(\varphi) + A_f^2 u_B^2(f)}$$

přičemž koeficienty citlivosti se získají podle vztahu 2.14 aplikovaného na matematický model úlohy

$$A_{|Z|} = \frac{\sin \varphi}{2\pi f}$$

$$A_{\varphi} = \frac{|Z| \cos \varphi}{2\pi f}$$

$$A_f = -\frac{|Z| \sin \varphi}{2\pi f^2}$$

Pro větší spolehlivost určení nejistoty, se nahradí standardní nejistota rozšířenou nejistotou, kdy koeficient rozšíření bude $k_f=2$. Rozšířenou nejistotu získáme podle 2.10

$$U(L) = 2 \cdot u_C(L)$$

Po této úpravě je výsledek získaný opakovaným měřením indukčnosti

$$L = (\bar{L} \pm U(L))H.$$

3.2.3 Použití přístroje Agilent 4263B

Měřicím přístrojem tohoto typu lze přímo měřit indukčnost L . Zde opět vystačíme ze vztahy vyhodnocování nejistot pro přímé měření. Nejprve tedy určíme nejistotu typu A.

Opakovaným měřením se získá minimálně deset hodnot měřené indukčnosti. Z těchto měření se vypočte odhad měřené veličiny $\bar{L}$ použitím vztahu 2.1

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_i.$$

Po zjištění odhadu měřené veličiny se vyhodnotí nejistota typu A podle 2.2

$$u_A(L) = s_{\bar{L}} = \frac{s_L}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2}$$

Pro vyhodnocení nejistoty typu B se zjistí zdroje nejistot. Vzhledem k měření tímto přístrojem je zde jediným zdrojem nejistoty chyba měřicího přístroje. Všechny ostatní možné zdroje nejistot jsou kompenzovány nebo jsou již započítány do této nejistoty. Jelikož měříme indukčnost nejprve je třeba převést zjištěnou hodnotu na modul impedance $|Z_m|$. V příloze 6.1 je uvedena převodní tabulka, převzatá z [10], z indukčnosti na modul impedance. Po zjištění hodnoty modulu impedance se odečte příslušná chyba z měřené hodnoty a chyba z rozsahu a určí se absolutní chyba údaje při měření indukčnosti. Nejistotu typu B pro normální rozdělení se vypočte ze vztahu 2.8

$$u_B(L) = \frac{|\Delta_p(L)|}{\sqrt{3}},$$

a standardní kombinovanou nejistotu zjistíme podle vztahu 2.9

$$u_C(L) = \sqrt{u_A^2(L) + u_B^2(L)}.$$

Stejným způsobem jako u předchozích vyhodnocování nejistot se vyjádří rozšířená nejistota podle vztahu 2.10

$$U(L) = 2 \cdot u_c(L)$$

Výsledkem získaným opakovaným měřením indukčnosti bude

$$L = (\bar{L} \pm U(L))H .$$

4. ROZBOR MOŽNÝCH ZDROJŮ NEJISTOT

Zdroji nejistot se rozumí jevy, které nějakým způsobem mohou ovlivnit stanovení výsledku měření. Působením těchto zdrojů dochází k zvětšování rozdílu mezi naměřenou a skutečnou hodnotou měřené veličiny. V praxi se vyskytuje velké množství těchto zdrojů [1]. Zdroje se mohou projevovat vlivem použitých přístrojů, působením okolních vlivů. Dále je možným zdrojem nejistot pracovník provádějící činnost či použitá metoda měření. Následně jsou uvedeny některé možné zdroje nejistot při měření použitými měřicími přístroji [8],[9],[10].

Teplota prostředí

U měření je důležité zohlednit teplotu která působí na měřicí přístroj. V technické dokumentaci výrobce udává, v jaké teplotě okolí nedochází ke vzniku zdroje nejistoty vlivem teploty okolí. Zkušební měření probíhala ve školní laboratoři při teplotě 23°C. U všech použitých měřicích přístrojů byla splněna podmínka, kterou požadovali výrobci, tak aby výsledek nebyl ovlivňován vlivem teploty okolí.

Přístroj Agilent 4263B uváděl pracovní rozsah teploty 23±5°C. U přístroje Tesla BM591 je uváděn vzorec 3.1 pro změnu chyby údaje při změně teploty okolí oproti referenční.

Napájecí napětí

Měřicí přístroje byly napájeny ze sítě, kde bylo předpokládáno napětí 230V o frekvenci 50Hz. Jelikož měření bylo prováděno v krátkém časovém úseku, tedy několika hodin, nepředpokládalo se, že by mohlo během této doby dojít ke kolísání napájecího napětí. Tento možný zdroj nejistoty byl vynechán.

Vliv přívodních vodičů

Do výsledné hodnoty se nám může započítat například hodnota přívodních vodičů. Přístroje však umožňují kompenzaci těchto zdrojů nejistot. V případě přístrojů Agilent 4263B a Tesla BM591 dochází k změření parametrů těchto vodičů bez připojení měřeného objektu a následnému automatickému odečítání těchto

hodnot od měřené veličiny. Přívodní vodiče tedy nemají vliv na výslednou hodnotu a lze tento zdroj nejistoty vypustit.

Mechanické tření

U digitálních měřících přístrojů nevzniká žádné tření mechanického ústrojí. U přístrojů Agilent 4263B a Tesla BM591 se tento zdroj nejistoty nevyskytuje. V případě přístroje Tesla BM507 je tento zdroj nejistoty zohledněn v chybě měření jak fáze, tak i impedance.

Rozlišení odečtu z přístrojů

Tento zdroj nejistoty je u všech třech použitých přístrojů zahrnut v chybě údaje. Již není nutno dále tento zdroj nejistoty uvažovat.

5. MĚŘENÍ A VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Měření bylo prováděno s přístroji Tesla BM591 LCR Meter, Tesla BM507 Agilent 4263B LCR Meter. Poslední jmenovaný je určen jako referenční měřicí přístroj. Měření byla prováděna za referenční teploty 23°C. měření se prováděla na etalonu odporu a indukčnosti. U všech měření bylo změřeno deset hodnot měřené veličiny.

5.1 ZKUŠEBNÍ MĚŘENÍ ODPORU

Byly použity dvě hodnoty etalonu odporu a to $R_1=100\Omega$ a $R_2=12k\Omega$. Při měření odporů bylo použito čtyřsvorkového připojení etalonu k měřicímu přístroji Tesla BM591 a Agilent 4623B. Po připojení k měřicímu přístroji Tesla BM507 se odpor připojil dvousvorkově.

5.1.1 Výsledky měření odporu přístrojem Tesla BM591

Nastavené hodnoty, při měření odporů R_1 a R_2 , měřícího signálu byly u napětí 1V a pro frekvenci to byl 1kHz. Nastavena automatická volba rozsahu.

$$R_1=100\Omega$$

Hodnota etalonu odporu byla změřena desetkrát, a jelikož se nedosahovalo stejného výsledku bylo nutné určit nejistotu typu A. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5.1.

Tab. 5.1 : Naměřené hodnoty odporu R_1 přístrojem Tesla BM591

Číslo měření	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
$R_1[\Omega]$	100,9	102,6	101,5	100,5	100,2	100,1	100,1	100,4	100,6	101,6

Odhad měřené veličiny je aritmetickým průměrem naměřených hodnot odporu R_1 .

$$\bar{R}_1 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} R_{1i} = \frac{1}{10} 1008,5 = 100,8 \Omega$$

Standardní nejistota typu A je výsledkem statistické analýzy podle 2.2, takže platí

$$u_A(R_1) = s_{\bar{R}_1} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (R_{1i} - \bar{R}_1)^2} = 0,2584 \Omega.$$

Standardní nejistota měření odporu R_1 stanovená metodou B je stanovena z maximální dovolené chyby údaje pro použitý měřicí přístroj. Z technické dokumentace byl odečten údaj 0,25% + 2 dig.. Tomu odpovídá maximální dovolená chyba $|\Delta_p(R_1)| = 0,452 \Omega$. Za předpokladu rovnoměrného rozdělení je nejistota typu B podle 2.8

$$u_B(R_1) = \frac{|\Delta_p(R_1)|}{\sqrt{3}} = \frac{0,452}{\sqrt{3}} = 0,2454 \Omega.$$

Výsledná standardní nejistota kombinovaná podle 2.9 je

$$u_C(R_1) = \sqrt{u_A^2(R_1) + u_B^2(R_1)} = \sqrt{0,2584^2 + 0,2454^2} = 0,3564 \Omega$$

Z kombinované nejistoty byla určena rozšířená nejistota podle 2.10

$$U(R_1) = k_r u_C(R_1) = 2 \cdot 0,3564 = 0,7128 \Omega,$$

kde je koeficient rozšíření $k_r=2$.

Výsledek je vhodné zaokrouhlit $U(R_1) \cong 0,7 \Omega$. Po takovéto úpravě je výsledkem měření odporu R_1 přístrojem Tesla BM591

$$\underline{\underline{R_1 = (100,8 \pm 0,7) \Omega}}$$

$$R_2 = 12k\Omega$$

Hodnota byla změřena také desetkrát. Změřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5.2.

Tab. 5.2 : Naměřené hodnoty odporu R_2 přístrojem Tesla BM591

Číslo měření	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
$R_2[k\Omega]$	11,73	11,82	12,04	11,80	11,89	11,74	11,73	11,74	11,74	11,82

Pro zjištění odhadu měřené veličiny R_2 je použit vzorec pro výpočet aritmetického průměru

$$\bar{R}_2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} R_{2i} = \frac{1}{10} 118,05 = 11,805k\Omega$$

Standardní nejistota typu A, vyhodnocovanou metodami statistické analýzy, představuje směrodatná odchylka aritmetického průměru

$$u_A(R_2) = s_{\bar{R}_2} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (R_{2i} - \bar{R}_2)^2} = 0,0311k\Omega$$

Standardní nejistota typu B má jediný zdroj a to chybu údaje. Pro tento rozsah měření odporu je v technické dokumentaci uvedena absolutní chyba údaje $|\Delta_p(R_2)| = 0,3 \%$ měřené hodnoty + 2 digity. Absolutní chyba údaje v tomto případě je $|\Delta_p(R_2)| = 0,0554k\Omega$. Pro tuto chybu je předpokládán rovnoměrného rozdělení, takže platí

$$u_B(R_2) = \frac{|\Delta_p(R_2)|}{\sqrt{3}} = \frac{0,055}{\sqrt{3}} = 0,03199k\Omega$$

Kombinovaná standardní nejistota se získá sloučením složek $u_A(R_2)$ a $u_B(R_2)$. Pak platí

$$u_C(R_2) = \sqrt{u_A^2(R_2) + u_B^2(R_2)} = 0,0446k\Omega$$

Pro následné porovnání výsledků je použita rozšířená nejistota s koeficientem rozšíření $k_r=2$, čemuž odpovídá hodnota

$$U(R_2) = k_r u_c(R_2) = 2 \cdot 0,0446 = 0,0892 k\Omega$$

Po zaokrouhlení výsledku rozšířené nejistoty je výsledek měření odporu R_2 přístrojem Tesla591

$$\underline{R_2 = (11,805 \pm 0,089) k\Omega}$$

5.1.2 Výsledky měření odporu přístrojem Tesla BM507

Nastavené hodnoty, při měření odporů R_1 a R_2 , měřícího signálu byly u napětí 1V a pro frekvenci to byl 1kHz. Jelikož přístroj neměří přímo činný odpor R ale měří modul impedance a fázový posun, nejedná se o přímé měření a pak je nutné pro zjištění nejistoty odporu použít modelu měření $R=|Z|\cos\varphi$. Protože u obou měřených etalonů odporu R_1 a R_2 byla hodnota fázového posunu rovna nule $\varphi=0^\circ$, je tedy odpor přímo roven naměřenému modulu impedance $R=|Z|$.

$$R_1=100\Omega$$

Při opakovaném měření odporu R_1 nedocházelo ke změně hodnoty, výsledkem měření je $R_1=100\Omega$. Pro určení nejistoty typu B je použita jediná složka a to chyba údaje, která se získá jako $\pm (5\% \text{ z čtené hodnoty} + 0,3\Omega)$. Absolutní chyba údaje je $|\Delta_p(R_1)|=5,03\Omega$. Pro předpokládané rovnoměrné rozložení platí

$$u_B(R_1) = \frac{|\Delta_p(R_1)|}{\sqrt{3}} = \frac{5,03}{\sqrt{3}} = 2,904\Omega$$

Při nepřítomnosti složky nejistoty typu A je kombinovaná nejistota určena pouze složkou nejistoty typu B

$$u_c(R_1) = \sqrt{u_B^2(R_1)} = 2,904\Omega$$

Pro koeficient rozšíření $k_r=2$, je výsledná rozšířená nejistota

$$U(R_1) = k_r u_c(R_1) = 5,808\Omega$$

Po zaokrouhlení

$$u_c(R_1) \cong 5,8\Omega$$

Výsledkem měření odporu R_1 přístrojem Tesla BM507 je

$$\underline{\underline{R_1 = (100,0 \pm 5,8)\Omega}}$$

$$\mathbf{R_2 = 12k\Omega}$$

Při opakovaném měření odporu R_1 opět nedocházelo ke změně hodnoty. Naměřená hodnota je $R_1 = 12k\Omega$. Pro určení nejistoty typu B je opět použita jediná složka a to absolutní chyba údaje, která se získá jako $\pm (5\% \text{ z čtené hodnoty} + 0,3\Omega)$. Absolutní chyba údaje je $|\Delta_p(R_1)| = 600,3\Omega$. Pro předpokládané rovnoměrné rozložení platí

$$u_B(R_2) = \frac{|\Delta_p(R_2)|}{\sqrt{3}} = \frac{600,3}{\sqrt{3}} = 347\Omega$$

Kombinovaná nejistota je určena pouze složkou nejistoty typu B, tedy platí

$$u_C(R_2) = \sqrt{u_B^2(R_2)} = 347\Omega$$

Pro použitý koeficient rozšíření $k_r = 2$, je výsledná rozšířená nejistota

$$U(R_2) = k_r u_C(R_2) = 694\Omega$$

Výsledkem měření odporu R_2 přístrojem Tesla BM507 je

$$\underline{\underline{R_2 = (12000 \pm 694)k\Omega}}$$

5.1.3 Výsledky měření odporu přístrojem Agilent 4263B

Nastavené hodnoty měřicího signálu jsou 1V a 1kHz. Nastavena automatická volba rozsahu.

$$\mathbf{R_1 = 100\Omega}$$

Hodnota etalonu odporu byla změřena desetkrát, a jelikož se výsledek při každém měření lišil, metodou statistické analýzy je určena nejistota typu A. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5.3.

Tab. 5.3 : Naměřené hodnoty odporu R_1 přístrojem Agilent 4263B

Číslo měření	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
$R_1[\Omega]$	99,935	99,937	99,935	99,920	99,925	99,937	99,950	99,945	99,942	99,943

Odhad měřené veličiny je aritmetickým průměrem naměřených hodnot odporu R_1 .

$$\bar{R}_1 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} R_{1i} = \frac{1}{10} 999,372 = 99,9372 \Omega$$

Standardní nejistota typu A je směrodatnou odchylkou odhadu měřené veličiny takže platí

$$u_A(R_1) = s_{\bar{R}_1} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (R_{1i} - \bar{R}_1)^2} = 0,002859 \Omega$$

Při tomto měření je jediným zdrojem nejistoty typu B chyba údaje. Z technické dokumentace přístroje byl odečten údaj $\pm (0,09\% \text{ měřené hodnoty} + 1/|Z_m|)$, z kterého se určí absolutní chyba údaje. Impedance $|Z_m|$ je přímo rovna odhadu měřeného odporu R_1 . Zjištěná absolutní chyba údaje je $|\Delta_p(R_1)| = 0,9094 \Omega$. Za předpokladu rovnoměrného rozdělení je nejistota typu B

$$u_B(R_1) = \frac{|\Delta_p(R_1)|}{\sqrt{3}} = \frac{0,9094}{\sqrt{3}} = 0,5237 \Omega$$

Výsledná standardní nejistota kombinovaná se získá sečtením obou zjištěných složek $u_A(R_1)$ a $u_B(R_1)$. Platí

$$u_C(R_1) = \sqrt{u_A^2(R_1) + u_B^2(R_1)} = \sqrt{0,002859^2 + 0,5237^2} = 0,5237 \Omega$$

Z tohoto je patrné že nejistou typu A vzhledem k nejistotě typu B bylo možno zanedbat. Z kombinované nejistoty se určí rozšířená nejistota. Pro koeficient rozšíření $k_r=2$ je výsledkem

$$U(R_1) = k_r u_C(R_1) = 2 \cdot 0,5237 = 1,0474 \Omega,$$

Po takovéto úpravě je výsledkem měření odporu R_1 přístrojem Agilent 4613B

$$\underline{\underline{R_1 = (99,9372 \pm 0,1155)\Omega}}$$

$$\mathbf{R_2=12k\Omega}$$

Změřená hodnota odporu $R_2=11,739k\Omega$. Při měření odporu R_2 jsou naměřené hodnoty stejné, tedy nejistota typu A je vynechána.

Jediným zdrojem nejistoty typu B je zde opět absolutní chyba údaje $|\Delta_p(R_2)|$. Pro její určení je nutné znát $|Z_m|$. Za impedanci je dosazena hodnota změřeného odporu R_2 . Z technického dokumentu přístroje je vybrán údaj $\pm (0,09\%$ měřené hodnoty $+ |Z_m|/10^3$). Absolutní chyba údaje je $|\Delta_p(R_2)|=22,3\Omega$. Pro tuto chybu je předpokládáno rovnoměrného rozdělení, takže platí

$$u_B(R_2) = \frac{|\Delta_p(R_2)|}{\sqrt{3}} = \frac{22,3}{\sqrt{3}} = 12,88\Omega$$

Kombinovaná standardní nejistota je přímo rovna standardní nejistotě typu B.

$$u_C(R_2) = u_B(R_2) = 12,88\Omega$$

Pro následné porovnání výsledků je použita rozšířená nejistota s koeficientem rozšíření $k_r = 2$, čemuž odpovídá hodnota

$$U(R_2) = k_r u_C(R_2) = 2 \cdot 12,88 = 25,76\Omega$$

Po zaokrouhlení

$$U(R_2) \cong 26\Omega$$

S použitím rozšířené nejistoty je výsledek měření odporu R_2 přístrojem Agilent 4263B

$$\underline{\underline{R_2 = (11,805 \pm 0,026)k\Omega}}$$

5.2 ZKUŠEBNÍ MĚŘENÍ INDUKČNOSTI

Byly použity dvě hodnoty indukčností a to $L_1 = 10mH$, $L_2 = 100\mu H$. Při měření indukčnosti bylo použito čtyřsvorkového připojení etalonu k měřicímu

přístroji Tesla BM591 a Agilent 4263B. Při použití měřicího přístroje Tesla BM507 se použilo dvojsvorkové měření indukčnosti.

5.2.1 Výsledky měření indukčnosti přístrojem Tesla BM591

Je zvolena automatická volba rozsahu. Velikost měřicího signálu je u frekvence 1kHz a u napětí 1V. Automaticky je nastaveno sériové spojení pro měření indukčnosti L_S , R_S .

$$L_1 = 10mH$$

Naměřená hodnota byla $L_1 = 9,97mH$. Měřená hodnota se při jejím opakovaném měření, vždy za stejných podmínek, neměnila. Tímto je vynecháno určení standardní nejistoty typu A.

Zdrojem standardní nejistoty typu B je zde pouze chyba údaje. Z manuálu k přístroji opět získáme údaje, z nichž lze určit $|\Delta_P(L_1)|$. Pro nastavený rozsah a model měření je $\delta_L = 0,5\%$ z měřené veličiny + 2 digity + 0,0002mH. Výsledná absolutní chyba $|\Delta_P(L_1)| = 0,07005mH$. Pro předpokládané rovnoměrné rozdělení je výsledná standardní nejistota typu B

$$u_B(L_1) = \frac{|\Delta_P(L_1)|}{\sqrt{3}} = \frac{0,07005}{\sqrt{3}} = 0,0404mH$$

Jelikož se nevyskytuje jiná složka než tato, odpovídá kombinovaná nejistota standardní nejistotě typu B

$$u_C(L_1) = u_B(L_1) = 0,0404mH$$

Použitím koeficientu rozšíření $k_r = 2$ pro rozšířenou nejistotu, platí

$$U(L_1) = k_r u_C(L_1) = 2 \cdot 0,0404 = 0,0808mH$$

Po zaokrouhlení

$$U(L_1) \cong 0,08mH$$

Výsledkem měření indukčnosti L_1 přístrojem Tesla BM591 je

$$\underline{\underline{L_1 = (9,97 \pm 0,08)mH}}$$

$$L_2 = 100 \mu H$$

Indukčnost byla změřena za stejných podmínek desetkrát. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5.4.

Tab. 5.4 : Naměřené hodnoty indukčnosti L_2 přístrojem Tesla BM591.

Číslo měření	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
$L_2 [\mu H]$	100,5	100,4	100,7	100,3	100,3	100,0	100,7	100,7	100,6	100,3

Odhad měřené veličiny je aritmetickým průměrem naměřených hodnot indukčnosti L_2 .

$$L_2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} L_{2i} = \frac{1}{10} 1004,5 = 100,45 \mu H$$

Standardní nejistota typu A je směrodatnou odchylkou odhadu měřené veličiny takže platí

$$u_A(L_2) = s_{\bar{L}_2} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (L_{2i} - \bar{L}_2)^2} = 0,075 \mu H$$

Opět je jediným zdrojem nejistoty typu B chyba údaje Pro nastavený rozsah a model měření je $\delta_L = 0,5\%$ z měřené veličiny + 2 digity + 0,2 μH . Výsledná absolutní chyba $|\Delta_P(L_2)| = 0,902 \mu H$. Pro předpokládané rovnoměrné rozdělení je výsledná standardní nejistota typu B

$$u_B(L_2) = \frac{|\Delta_P(L_2)|}{\sqrt{3}} = \frac{0,902}{\sqrt{3}} = 0,521 \mu H$$

Výsledná standardní nejistota kombinovaná se získá sečtením obou zjištěných složek $u_A(L_2)$ a $u_B(L_2)$. Platí

$$u_C(L_2) = \sqrt{u_A^2(L_2) + u_B^2(L_2)} = \sqrt{0,075^2 + 0,521^2} = 0,526 \mu H$$

Z kombinované nejistoty se určí rozšířená nejistota. Pro koeficient rozšíření $k_r = 2$ je výsledkem

$$U(L_2) = k_r u_C(L_2) = 2 \cdot 0,526 = 1,052 \mu H ,$$

po zaokrouhlení

$$U(L_2) \cong 1,05 \mu H$$

Po takovéto úpravě je výsledkem měření indukčnosti L_2 přístrojem Tesla BM591

$$\underline{\underline{L_2 = (100,45 \pm 1,05) \mu H}}$$

5.2.2 Výsledky měření indukčnosti přístrojem Tesla BM507

Měřicí přístroj neměří indukčnost přímo, tedy bylo nutné vyjít z nepřímého měření indukčnosti. Impedance $|Z|$ a fázový posun φ jsou měřeny přímo. Frekvence měřicího signálu byla $f=1\text{kHz}$. Z těchto hodnot se vycházelo.

$$L_1 = 10 mH$$

Naměřené hodnoty jsou $|Z|=69\Omega$ a $\varphi=85^\circ$.

Hodnota nepřímo měřené indukčnosti bude

$$L_1 = \frac{|Z| \sin \varphi}{2\pi f} = \frac{69 \cdot \sin 85^\circ}{2\pi \cdot 1000} = 0,0109 H = 10,9 mH$$

Standardní nejistota typu A vzhledem k neměnným naměřeným hodnotám se vynechá.

Standardní nejistota měření impedance stanovená metodou B se stanoví z absolutní chyby údaje. Určí se jako součet $\pm 5\%$ z odečtené hodnoty a $\pm 0,3\Omega$. Výsledná chyba údaje je $|\Delta_p(|Z|)| = 3,75\Omega$. Pro rovnoměrné rozdělení vychází nejistota typu B

$$u_B(|Z|) = \frac{|\Delta_p(|Z|)|}{\sqrt{3}} = \frac{3,75}{\sqrt{3}} = 2,17\Omega$$

U měření fázového posunu je opět jediným zdrojem nejistoty stanovené metodou B absolutní chyba údaje. V manuálu je uvedena $|\Delta_p(\varphi)| = 6^\circ$. Při rovnoměrném rozdělení platí

$$u_B(\varphi) = \frac{|\Delta_p(\varphi)|}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 3,46^\circ$$

Pro nastavenou frekvenci platí absolutní chyba $\pm 3\%$. To znamená pro $f=1\text{kHz}$ že $|\Delta_p(f)| = 30\text{Hz}$. Jelikož je předpokládáno rovnoměrné rozdělení, pak platí

$$u_B(f) = \frac{|\Delta_p(f)|}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17,32\text{Hz}$$

Výsledná standardní nejistota zjišťované indukčnosti je

$$\begin{aligned} u_C(L) &= \sqrt{A_{|Z|}^2 u_B^2(|Z|) + A_{\varphi}^2 u_B^2(\varphi) + A_f^2 u_B^2(f)} = \\ &= \sqrt{(1,58 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 2,17^2 + (9,57 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 3,46^2 + (0,1094 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 17,32^2} = \\ &= 3,33 \cdot 10^{-3} \text{H} = 3,33\text{mH} \end{aligned}$$

přičemž

$$A_{|Z|} = \frac{\sin \varphi}{2\pi f} = \frac{\sin 85^\circ}{2\pi \cdot 1000} = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{H} / \Omega$$

$$A_{\varphi} = \frac{|Z| \cos \varphi}{2\pi f} = \frac{69 \cdot \cos 85^\circ}{2\pi \cdot 1000} = 9,57 \cdot 10^{-4} \text{H} / ^\circ$$

$$A_f = -\frac{|Z| \sin \varphi}{2\pi f^2} = -\frac{69 \cdot \sin 85^\circ}{2\pi \cdot 1000^2} = 0,1094 \cdot 10^{-4} \text{H} / \text{Hz}$$

Pro koeficient rozšíření $k_r=2$, je rozšířená nejistota

$$U(L_1) = k_r u_C(L_1) = 2 \cdot 3,33 = 6,66\text{mH}$$

Výsledkem měření indukčnosti L_1 přístrojem Tesla BM507 je

$$\underline{\underline{L_1 = (10,9 \pm 6,7)\text{mH}}}$$

$$\underline{\underline{L_2 = 100\mu\text{H}}}$$

Naměřené hodnoty jsou $|Z|=1,1\Omega$ a $\varphi=45^\circ$.

Hodnota nepřímo měřené indukčnosti bude

$$L_2 = \frac{|Z| \sin \varphi}{2\pi f} = \frac{1,1 \cdot \sin 45^\circ}{2\pi \cdot 1000} = 123,8\mu\text{H}$$

Standardní nejistota typu A vzhledem k neměnným naměřeným hodnotám se vynechá.

Standardní nejistota měření impedance stanovená metodou B se stanoví z absolutní chyby údaje. Určí se jako součet $\pm 5\%$ z odečtené hodnoty a $\pm 0,3\Omega$.

Výsledná chyba údaje je $|\Delta_p(|Z|)| = 0,055\Omega$. Pro rovnoměrné rozdělení je nejistota typu B

$$u_B(|Z|) = \frac{|\Delta_p(|Z|)|}{\sqrt{3}} = \frac{0,055}{\sqrt{3}} = 0,032\Omega$$

U měření fázového posunu je jediným zdrojem nejistoty stanovené metodou B absolutní chyba údaje. V manuálu je uvedena $|\Delta_p(\varphi)| = 6^\circ$. Při rovnoměrném rozdělení platí

$$u_B(\varphi) = \frac{|\Delta_p(\varphi)|}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 3,46^\circ$$

Pro nastavenou frekvenci platí absolutní chyba $\pm 3\%$. To znamená pro $f=1\text{kHz}$ že $|\Delta_p(f)| = 30\text{Hz}$. Jelikož je předpokládáno rovnoměrné rozdělení, pak platí

$$u_B(f) = \frac{|\Delta_p(f)|}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17,32\text{Hz}$$

Výsledná celková nejistota zjišťované indukčnosti je

$$\begin{aligned} u_C(L_2) &= u_B(L_2) = \sqrt{A_{|Z|}^2 u_B^2(|Z|) + A_\varphi^2 u_B^2(\varphi) + A_f^2 u_B^2(f)} = \\ &= \sqrt{(1,13 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 0,032^2 + (1,24 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 3,46^2 + (0,124 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 17,32^2} = \\ &= 38,54\mu\text{H} \end{aligned}$$

přičemž

$$A_{|Z|} = \frac{\sin \varphi}{2\pi f} = \frac{\sin 45^\circ}{2\pi \cdot 1000} = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{H} / \Omega$$

$$A_\varphi = \frac{|Z| \cos \varphi}{2\pi f} = \frac{1,1 \cdot \cos 45^\circ}{2\pi \cdot 1000} = 1,24 \cdot 10^{-4} \text{H} / ^\circ$$

$$A_f = -\frac{|Z| \sin \varphi}{2\pi f^2} = -\frac{1,1 \cdot \sin 45^\circ}{2\pi \cdot 1000^2} = 0,124 \cdot 10^{-6} \text{H} / \text{Hz}$$

Pro koeficient rozšíření $k_r=2$, je rozšířená nejistota

$$U(L_2) = k_r u_C(L_2) = 2 \cdot 38,54 = 77,08\mu\text{H}$$

Výsledkem měření indukčnosti L_2 přístrojem Tesla BM507 je

$$\underline{\underline{L_2 = (123,8 \pm 77,1)\mu\text{H}}}$$

5.2.3 Výsledky měření indukčnosti přístrojem Agilent 4263B

Je zvolena automatická volba rozsahu. Velikost měřicího signálu je u $f=1\text{kHz}$ a $U=1\text{V}$. Nastaveno sériové spojení pro měření indukčnosti L_S-R_S .

$L_1=10\text{mH}$

Naměřená hodnota byla $L_1=10,096\text{mH}$. Měřená hodnota se při jejím opakovaném měření, vždy za stejných podmínek, měnila minimálně. Je tedy vynecháno určení nejistoty metodou typu A.

Zdrojem standardní nejistoty typu B je chyba údaje. Z manuálu k přístroji je získán údaj, z něhož lze určit $|\Delta_p(L_1)|$. Pro zjištění chyby údaje se vychází z impedance $|Z_m|$. Pomocí převodní tabulky v manuálu k přístroji je odečteno $|Z_m|=80\Omega$. Z toho plyne odpovídající chyba $\delta_L=0,09\%$ z měřené veličiny + $1/|Z_m|$. Výsledná absolutní chyba $|\Delta_p(L_1)| = 0,0216\text{mH}$. Pro předpokládané rovnoměrné rozdělení je výsledná standardní nejistota typu B

$$u_B(L_1) = \frac{|\Delta_p(L_1)|}{\sqrt{3}} = \frac{0,0216}{\sqrt{3}} = 0,0125\text{mH}$$

Jelikož se nevyskytuje jiná složka než tato, odpovídá kombinovaná nejistota standardní nejistotě typu B

$$u_C(L_1) = u_B(L_1) = 0,0125\text{mH}$$

Použitím koeficientu rozšíření $k_r = 2$ pro rozšířenou nejistotu, platí

$$U(L_1) = k_r u_C(L_1) = 2 \cdot 0,0125 = 0,025\text{mH}$$

Výsledkem měření indukčnosti L_1 přístrojem Agilent 4263B je

$$\underline{\underline{L_1 = (10,096 \pm 0,025)\text{mH}}}$$

$L_2=100\mu\text{H}$

Indukčnost byla změřena za stejných podmínek desetkrát. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5.5.

Tab. 5.5 : Naměřené hodnoty indukčnosti L_2 přístrojem Agilent 4263B

Číslo měření	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
$L_2[\mu H]$	100,20	100,17	100,18	100,20	100,15	100,18	100,18	100,18	100,18	100,15

Odhad měřené veličiny je aritmetickým průměrem naměřených hodnot indukčnosti L_2 .

$$L_2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} L_{2i} = \frac{1}{10} 1004,5 = 100,177 \mu H$$

Standardní nejistota typu A je směrodatnou odchylkou odhadu měřené veličiny takže platí

$$u_A(L_2) = s_{\bar{L}_2} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (L_{2i} - \bar{L}_2)^2} = 0,00463 \mu H$$

Zdrojem standardní nejistoty typu B je chyba údaje. Pro zjištění chyby údaje se vychází z impedance $|Z_m|$. Pomocí převodní tabulky v manuálu k přístroji je odečteno $|Z_m|=0,8\Omega$. Z toho plyne odpovídající chyba $\delta_L=0,4\%$ z měřené veličiny + $0,015/|Z_m|$. Výsledná absolutní chyba $|\Delta_P(L_2)| = 0,41946 mH$. Pro předpokládané rovnoměrné rozdělení je výsledná standardní nejistota typu B

$$u_B(L_2) = \frac{|\Delta_P(L_2)|}{\sqrt{3}} = \frac{0,41946}{\sqrt{3}} = 0,2422 \mu H$$

Vzhledem k velikosti nejistoty typu B se standardní nejistota určená metodou typu A vynechá. Výsledná standardní nejistota kombinovaná se rovná standardní nejistotě typu B

$$u_C(L_2) = \sqrt{u_B^2(L_2)} = 0,2422 \mu H$$

Z kombinované nejistoty se určí rozšířená nejistota. Pro koeficient rozšíření $k_r=2$ je výsledkem

$$U(L_2) = k_r u_C(L_2) = 2 \cdot 0,2422 = 0,4844 \mu H ,$$

po zaokrouhlení

$$U(L_2) \cong 0,484 \mu H$$

Po takovéto úpravě je výsledkem měření indukčnosti L_2 přístrojem Agilent 4263B

$$\underline{\underline{L_2 = (100,177 \pm 0,484) \mu H}}$$

5.3 VYHODNOCENÍ KOMPATIBILITY MĚŘENÍ

Po naměření a zjištění nejistot, lze vyhodnotit kompatibilitu měření. Kompatibilita je zajištěna v návaznosti na společný etalon. U všech měření je pravděpodobnost pokrytí výsledku 95%. Tato pravděpodobnost odpovídá rozšířené nejistotě s koeficientem pokrytí $k_r=2$. Referenčním přístrojem je Agilent 4263B. Kompatibilita je vyhodnocena vzhledem k měření referenčním přístrojem.

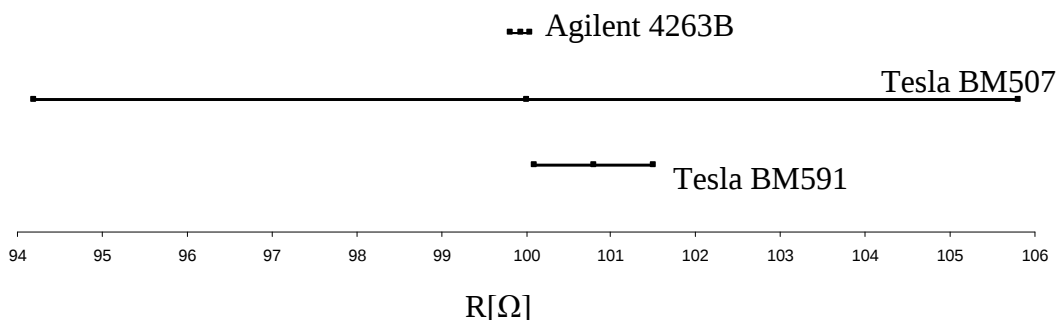
5.3.1 Vyhodnocení kompatibility měření odporu

$$R_1 = 100 \Omega$$

Při měření odporu R_1 je měření přístrojem Tesla BM507 vzhledem k měření referenčním přístrojem Agilent 4263B kompatibilní. Měření přístrojem Tesla BM591 vzhledem k referenčnímu přístroji není kompatibilní. Intervaly nemají společný žádný bod. Výsledné intervaly naměřených hodnot měřicími přístroji jsou uvedeny v tabulce 5.6. Grafické znázornění kompatibility měření je na obrázku 5.1.

Tab. 5.6 : Naměřené a zjištěné hodnoty odporu R_1

Měřicí přístroj	Naměřeno [Ω]	Dolní bod intervalu	Horní bod intervalu
Agilent 4263B	99,9372 $\pm$ 0,1155	99,8217	100,0527
Tesla BM507	94,2 $\pm$ 5,8	100,0	105,8
Tesla BM591	100,1 $\pm$ 0,7	100,8	101,5



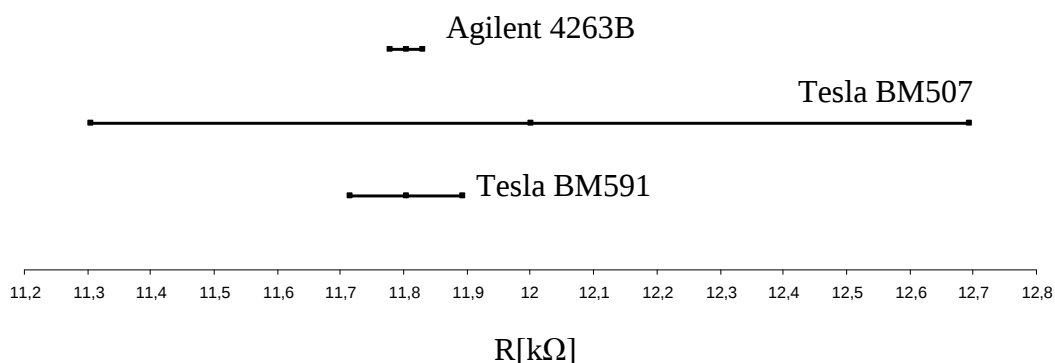
Obr. 5.1 : Kompatibilita měření odporu R_1

$$R_2 = 12k\Omega$$

Při měření odporu R_2 jsou měření přístroji Tesla BM591 a Tesla BM507 vzhledem k měření referenčním přístrojem Agilent 4263B kompatibilní. Výsledné intervaly naměřených hodnot měřicími přístroji jsou uvedeny v tabulce 5.7. Grafické znázornění kompatibility měření je na obrázku 5.2.

Tab. 5.7 : Naměřené a zjištěné hodnoty odporu R_2

Měřicí přístroj	Naměřeno [k Ω]	Dolní bod intervalu	Horní bod intervalu
Agilent 4263B	11,805 $\pm$ 0,026	11,779	11,831
Tesla BM507	12,000 $\pm$ 0,694	11,306	12,694
Tesla BM591	11,805 $\pm$ 0,089	11,716	11,894



Obr. 5.2 : Kompatibilita měření odporu R_2

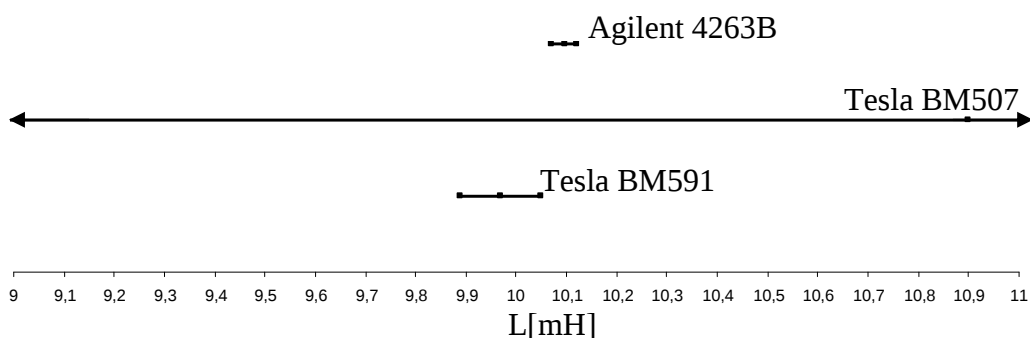
5.3.2 Vyhodnocení kompatibility měření indukčnosti

$$L_1 = 10 \text{ mH}$$

Při měření indukčnosti L_1 je měření přístrojem Tesla BM507 vzhledem k měření referenčním přístrojem Agilent 4263B kompatibilní. Měření přístrojem Tesla BM591 vzhledem k referenčnímu přístroji není kompatibilní. Intervaly nemají společný žádný bod. Výsledné intervaly naměřených hodnot měřicími přístroji jsou uvedeny v tabulce 5.8. Grafické znázornění kompatibility je na obrázku 5.3.

Tab. 5.8 : Naměřené a zjištěné hodnoty indukčnosti L_1

Měřicí přístroj	Naměřeno [mH]	Dolní bod intervalu	Horní bod intervalu
Agilent 4263B	10,096±0,025	10,071	10,121
Tesla BM507	10,9±6,7	4,2	17,6
Tesla BM591	9,97±0,08	9,89	10,05



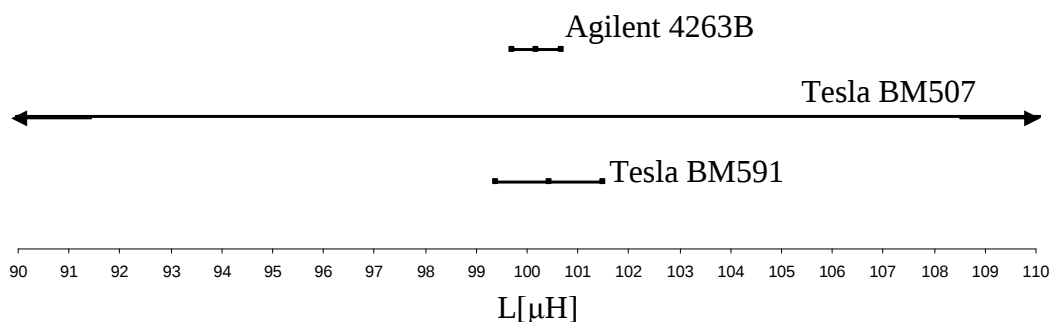
Obr. 5.3 : Kompatibilita měření indukčnosti L_1

$$L_2 = 100 \mu H$$

Při měření indukčnosti L_2 jsou měření přístroji Tesla BM591 a Tesla BM507 vzhledem k měření referenčním přístrojem Agilent 4263B kompatibilní. Výsledné intervaly naměřených hodnot měřicími přístroji jsou uvedeny v tabulce 5.9. Grafické znázornění kompatibility je na obrázku 5.4.

Tab. 5.9 : Naměřené a zjištěné hodnoty indukčnosti L_2

Měřicí přístroj	Naměřeno [μH]	Dolní bod intervalu	Horní bod intervalu
Agilent 4263B	100,177 $\pm$ 0,484	99,693	100,661
Tesla BM507	123,8 $\pm$ 77,1	46,7	200,9
Tesla BM591	100,45 $\pm$ 1,05	99,4	101,5



Obr. 5.4 : Kompatibilita měření Indukčnosti L_2

6. ZÁVĚR

Na základě teorie nejistot měření a vyhodnocování kompatibility popsané v kapitole 1 byly vyhodnoceny nejistoty měřících přístrojů Tesla BM591, Tesla BM507 a Agilent 46263B při měření odporů a indukčností. Dílčí výsledky pro uvedené přístroje jsou v kapitole 4. Vzhledem k různým stářím měřících přístrojů jsou zjištěné velikosti nejistot poměrově odlišné.

Jak postupovat při určování nejistot měření těmito třemi měřicími přístroji je uvedeno v kapitole 2. Jsou zde uvedeny vzorce a pokyny, které je třeba krok po kroku následovat aby mohlo dojít ke správnému vyhodnocení nejistot. Pro správnost vyhodnocování nejistot podle návodů je nutné provádět měření za podmínek které jsou uvedeny v této kapitole, z důvodu shodnosti výskytu zdrojů nejistot.

Při určování nejistot je důležité najít všechny možné zdroje těchto nejistot. Zdroje, jež mohou být příčinou nejistot jsou popsány v kapitole 3. Jsou zde ukázány jak zdroje jež nám výsledek ovlivňovaly tak i zdroje nejistot, které bylo možné vzhledem k situaci, jak měření probíhalo, zanedbat. Většinou se jednalo o zdroje nejistot způsobené vnějším prostředím. Jelikož byly splněny pokyny výrobců měřících přístrojů pro referenční podmínky, jakož to teplota okolí, poloha, umístění přístroje atd., bylo možno uvedené zdroje nejistot zanedbat. Hlavním zdrojem nejistoty je ve všech případech absolutní chyba údaje měřícího přístroje, ve které jsou zahrnuty i některé ostatní zdroje nejistot.

Doporučenými měřicími přístroji bylo provedeno zkušební měření odporu a indukčnosti. U přístroje Agilent 4263B je zjištěná velikost nejistoty vzhledem ke zbylým dvěma přístrojům nejmenší. Jedná se o velmi přesný měřicí přístroj a byl tedy vybrán jako referenční. Tento přístroj byl také kalibrován tedy výsledky měření jsou považované za správné. S měřením odporu i indukčnosti tímto přístrojem, bylo ve všech případech kompatibilní měření přístrojem Tesla BM507. Tento výsledek je dán velkým rozsahem nejistoty měření jak u odporu tak u indukčnosti. Přístroj Tesla BM591 se velikostí nejistot přibližoval k přístroji Agilent 4263B ovšem zase nebyl ve všech měřeních kompatibilní. Dílčí měření jsou podrobně vyhodnocena v kapitole 5.

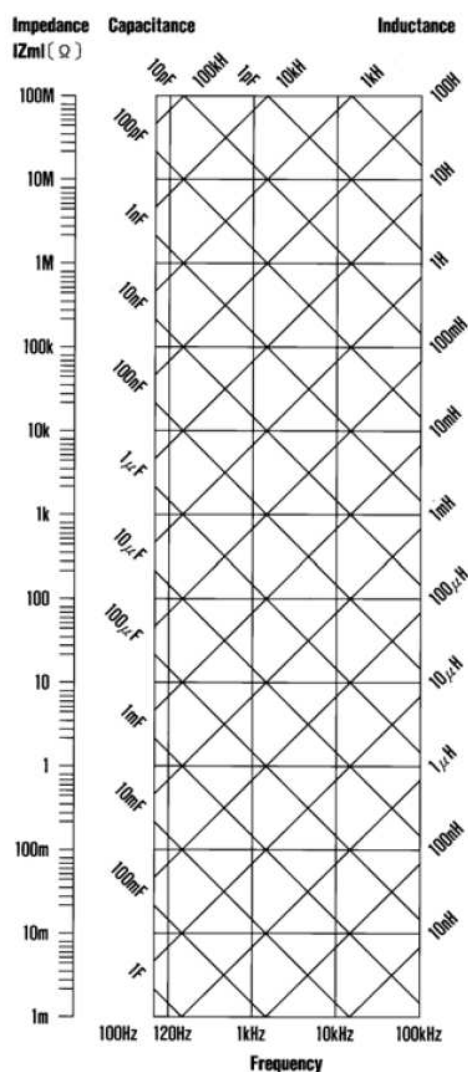
7. SEZNAM LITERATURY

- [1] ČSN P ENV 13005. *Pokyn pro vyjádření nejistoty měření*. Český normalizační institut, 2005. 240 s.
- [2] PALENČÁR, R. – VDOLEČEK, F. – HALAJ, M.: *Nejistoty v měření I až V*, soubor článků v časopise AUTOMA, č.7-8/2001, č.10/2001, č.12/2001, č.4/2002 a č.5/2002.
- [3] EA-4/02 *Vyjadřování nejistot měření při kalibracích* (Expressions of the Uncertainty of Measurements in Calibration (previously EAL- R2), DEC 1999), Dostupné z: <<http://www.cia.cz/default.aspx?id=69&webCat=60>>.
- [4] ČEJKA, M.: *Stručný úvod do problematiky nejistot měření*.
- [5] BEJČEK, L. – ČEJKA, M. – REZ, J. – GESCHIEDTOVÁ, E. – STEIBAUER, M.: *Měření v elektrotechnice*. Skripta VUT Brno.
- [6] PALENČÁR, Rudolf. Základné postupy stanovenia neistot v meraní. In *Chyby a nejistoty v měření : sborník ze semináře s mezinárodní účastí*. 1. vyd. Brno : VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky, 1999. s. 17-36. ISBN 80-214-1427-8.
- [7] LUDVÍK, V. Nejistoty měření, přesnost měření, správnost měření a otázky spojené se vzájemnou porovnatelností výsledků měření a prohlášením o shodě s technickými specifikacemi. [online]. , 01. 02. 2007 [cit. 2009-04-20]. Dostupné z: <http://www.unmz.cz/sborniky_th/sb8/nejistoty.pdf>
- [8] Technická dokumentace přístroje Tesla BM591
- [9] Technická dokumentace přístroje Tesla RLCG BM507
- [10] Technická dokumentace přístroje Agilent 4263B
- [11] www.metrictest.com

8. PŘÍLOHY

8.1 PŘEVODNÍ TABULKA PŘÍSTROJE AGILENT 4263B

Measurement accuracy



0.85 + $2.9 \times 10^{-8} / Z_{ml}$	0.15 + $2.9 \times 10^{-8} / Z_{ml}$	0.1 + $5.6 \times 10^{-8} / Z_{ml}$	0.48 + $3.8 \times 10^{-7} / Z_{ml}$	1.9 + $7.7 \times 10^{-7} / Z_{ml}$	Accuracy not specified
0.85 + $2 \times 10^{-7} / Z_{ml}$	0.15 + $2 \times 10^{-7} / Z_{ml}$	0.095 + $1.4 \times 10^{-7} / Z_{ml}$	0.36 + $5.1 \times 10^{-7} / Z_{ml}$	1.4 + $1 \times 10^{-6} / Z_{ml}$	1.2 + $1.4 \times 10^{-5} / Z_{ml}$
0.85 + $2 \times 10^{-6} / Z_{ml}$	0.15 + $2 \times 10^{-6} / Z_{ml}$	0.09 + $1 \times 10^{-6} / Z_{ml}$	0.16 + $1.9 \times 10^{-6} / Z_{ml}$	0.8 + $3.7 \times 10^{-6} / Z_{ml}$	
0.85 + $2 \times 10^{-5} / Z_{ml}$	0.15 + $2 \times 10^{-5} / Z_{ml}$	0.09 + $1 \times 10^{-5} / Z_{ml}$	0.16 + $1.5 \times 10^{-5} / Z_{ml}$	0.7 + $3.1 \times 10^{-5} / Z_{ml}$	1.1 + $1 \times 10^{-4} / Z_{ml}$
0.85 + $2 \times 10^{-4} / Z_{ml}$	0.15 + $2 \times 10^{-4} / Z_{ml}$	0.09 + $1 \times 10^{-4} / Z_{ml}$	0.16 + $1.5 \times 10^{-4} / Z_{ml}$	0.7 + $3 \times 10^{-4} / Z_{ml}$	1.1 + $1 \times 10^{-3} / Z_{ml}$
0.85 + $2 / Z_{ml}$	0.15 + $2 / Z_{ml}$	0.09 + $1 / Z_{ml}$	0.16 + $1.5 / Z_{ml}$	0.5 + $3.1 / Z_{ml}$	0.83 + $10 / Z_{ml}$
0.85 + $0.2 / Z_{ml}$	0.17 + $0.22 / Z_{ml}$	0.12 + $0.1 / Z_{ml}$	0.2 + $0.18 / Z_{ml}$	0.6 + $0.35 / Z_{ml}$	0.97 + $1.3 / Z_{ml}$
0.85 + $0.022 / Z_{ml}$	0.4 + $0.022 / Z_{ml}$	0.4 + $0.015 / Z_{ml}$	0.4 + $0.04 / Z_{ml}$	0.6 + $0.08 / Z_{ml}$	0.97 + $0.35 / Z_{ml}$
0.85 + $0.012 / Z_{ml}$	0.4 + $0.012 / Z_{ml}$	0.4 + $0.0075 / Z_{ml}$	0.4 + $0.028 / Z_{ml}$	0.6 + $0.056 / Z_{ml}$	0.97 + $0.26 / Z_{ml}$
DC	100 / 120	1k	10k	20k (Option 002 only)	100k
Frequency (Hz)					

Figure 1. Conversion diagram

Table 1. Measurement accuracy ($\pm\%$ of reading)