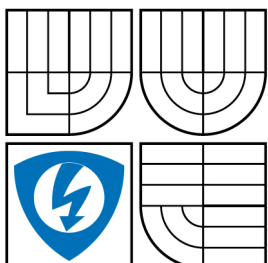


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNologií
ÚSTAV MIKROELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF MICROELECTRONICS

MODELOVÁNÍ A CHOVÁNÍ SLOŽENÝCH SOUSTAV VE STŘÍDAVÉM ELEKTRICKÉM POLI

MODELLING AND BEHAVIOUR OF COMPOSITE SYSTEMS IN AC ELECTRIC FIELD

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

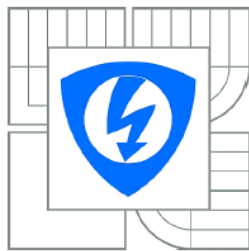
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. Jiří Matoušek

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. Zdenka Rozsivalová

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav mikroelektroniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Mikroelektronika

Student: Bc. Jiří Matoušek
Ročník: 2

ID: 77830
Akademický rok: 2009/2010

NÁZEV TÉMATU:

Modelování a chování složených soustav ve střídavém elektrickém poli

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Na základě dostupné literatury prostudujte chování dielektrických materiálů ve střídavém elektrickém poli a vytvořte přehled směsných vztahů používaných pro výpočet relativní permitivity složené soustavy. Podrobněji se zaměřte zejména na fyzikální a matematické odvození jednotlivých vztahů.

V libovolném programovacím jazyce navrhnete aplikaci umožňující, na základě vstupních souborů hodnot a parametrů směsného vztahu, modelovat průběhy grafických závislostí složek komplexní permitivity složených soustav.

Připravte sady vzorků složených dielektrických soustav o různé matici a procentuálním plnění a proměřte složky komplexní permitivity v širokém frekvenčním rozsahu. Experimentálně získané výsledky porovnejte s výsledky získanými počítačovým modelováním.

V průběhu experimentálního měření eliminujte veškeré parazitní vlivy, které by mohly ovlivnit získané výsledky.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Podle pokynů vedoucího práce.

Termín zadání: 8.2.2010

Termín odevzdání: 27.5.2010

Vedoucí práce: Ing. Zdenka Rozsivalová

prof. Ing. Vladislav Musil, CSc.
Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt:

Předkládaná práce se zabývá modelováním průběhů dielektrických veličin a směsných vztahů pro řešení vlastností složených soustav v závislosti na frekvenci. V teoretické části je objasněna fyzikální podstata polarizačních mechanismů a vliv na permitivitu při měnící se teplotě a frekvenci. Jsou popsány děje uvnitř složené soustavy nacházející se v elektrickém poli, je vytvořen přehled směsných vztahů a způsoby jejich odvozování. Praktickou částí práce je program pro využití při výuce umožňující modelovat závislost dielektrických veličin na frekvenci a Coleho-Coleho kruhový diagram. U směsí umožňuje modelovat frekvenční průběhy relativní permitivity podle Maxwellova, Böttcherova a Lichteneckerova směsného vztahu.

Abstract:

This work deals with modeling of progression of dielectric variables and mixture formulas for solution of properties of composite materials in dependency on frequency. Theoretical part of the work explains physical principles of polarisation mechanisms and influence on dielectric constant with changing temperature and frequency. In theoretical part processes inside the composite material, which is in electrical field, are described. The work contains summary of mixture formulas and methods of their derivation. The program for use in education is a part of the work. It allows modelling of progression of dielectric variables in dependency on frequency and Cole-Cole circle diagram. In mixtures it allows modelling of frequency dependencies of dielectric constant in accordance to Maxwell's, Böttcher's and Lichtenecker's mixture formulas.

Klíčová slova:

Dielektrika, permitivita, složená soustava, směsné vztahy, Cole – Cole, Maxwell, Lorenz – Lorentz, Böttcher, Wiener, Lichtenecker

Keywords:

Dielectrics, permittivity, composite materials, mixture formulas, Cole – Cole, Maxwell, Lorenz – Lorentz, Böttcher, Wiener, Lichtenecker

Bibliografická citace díla:

MATOUŠEK, J. *Modelování a chování složených soustav ve střídavém elektrickém poli*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010. 60 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Zdenka Rozsivalová.

Prohlášení:

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Modelování a chování složených soustav ve střídavém elektrickém poli jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 20. května 2010

.....
podpis autora

Poděkování:

Děkuji vedoucí diplomové práce Ing. Zdence Rozsivalové a Ing. Martinu Frkovi, Ph. D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne 20. května 2010

.....
podpis autora

Obsah

ÚVOD.....	7
1 FYZIKA DIELEKTRIK.....	8
1.1 Stavba látek.....	8
1.2 Polarizace.....	9
1.2.1 Základní pojmy.....	9
1.2.2 Polarizační mechanismy.....	10
1.2.3 Dielektrické spektrum.....	14
1.2.4 Klasifikace dielektrik podle druhu polarizace.....	15
1.2.5 Zvláštní polarizační jevy.....	16
1.3 Dielektrické ztráty.....	16
1.3.1 Základní pojmy.....	16
1.3.2 Druhy ztrát v dielektrických materiálech.....	17
1.4 Permittivita dielektrik.....	18
1.4.1 Permittivita plynů.....	18
1.4.2 Permittivita kapalin.....	20
1.4.3 Permittivita pevných látek.....	22
1.4.4 Permittivita polárních látek, Debyeho teorie.....	24
2 SLOŽENÉ SOUSTAVY.....	30
2.1 Úvod.....	30
2.2 Teorie složené soustavy.....	30
2.3 Permittivita složené soustavy.....	31
2.4 Směsné vztahy.....	31
2.4.1 Exaktní postupy řešení složených soustav.....	32
2.4.2 Empirické postupy řešení složených soustav.....	38
2.5 Porovnání směsných vztahů.....	41
3 PROGRAM NA MODELOVÁNÍ PRŮBĚHU DIELEKTRICKÝCH VELIČIN.....	42
3.1 Vytvoření programu.....	42
3.2 Typy simulací.....	42
3.2.1 Debyeho funkce.....	42
3.2.2 Havriliak – Negamiho funkce s parametry α a β	44
3.2.3 Coleho – Coleho kruhový diagram s parametry α a β	46
3.2.4 Směsné vztahy.....	47
3.3 Další funkce programu.....	50
3.3.1 Kurzory.....	50
3.3.2 Databáze materiálů.....	51
3.3.3 Exportování hodnot.....	51
3.3.4 Importování naměřených hodnot.....	51
3.3.5 Přepočet hmotnostních a objemových procent složené soustavy.....	52
4 OVĚŘENÍ NA ZMĚŘENÉ SLOŽENÉ SOUSTAVĚ.....	53
4.1 Složená soustava polypropylenu plněného vápencem.....	53

4.1.1 Naměřené hodnoty polypropylenu a vápence.....	53
4.1.2 Porovnání naměřených a nasimulovaných hodnot.....	54
4.2 Složená soustava laku a slídy.....	55
4.2.1 Naměřené hodnoty laku a slídy.....	55
4.2.2 Porovnání naměřených a nasimulovaných hodnot.....	57
5 ZÁVĚR.....	58
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	59
Seznam použitých symbolů.....	60

Úvod

V dnešní době hraje technologie v elektrotechnice velmi důležitou roli a je to jeden z velmi perspektivních oborů do budoucna. Technologie a chování dielektrik jsou klíčovými prvky pro bezporuchový chod dnes velmi složitých elektronických systémů. Abychom pochopili vlastnosti těchto dielektrických podsystemů, neobejdeme se bez znalostí vysvětlujících jejich chování a dění ve struktuře materiálů. Pro pochopení určitých souvislostí a vlastností dielektrik nám mohou pomoci také počítačové simulace.

Pro zlepšení elektrických nebo mechanických vlastností látek se uměle vytvářejí složené materiály – kompozity. Při návrhu i použití kompozitů je často žádoucí znát nejen materiálové vlastnosti soustavy, nýbrž i vztah těchto vlastností k příslušným vlastnostem složek. To řeší teorie složených (směsných) soustav, jejímž hlavním úkolem je vyhledání přiměřeného směsného vztahu.

Změřením dielektrických vlastností materiálu můžeme zjistit obsah jeho jednotlivých složek. Časté využití směsných vztahů je také například v geologii. Z elektrických vlastností půdy se může zjišťovat například její vlhkost nebo obsah jiných látek.

V první části práce je popsáno chování dielektrických materiálů v elektrickém poli. Především je vysvětlena fyzikální podstata polarizačních mechanismů a průběh relativní permitivity a dielektrických ztrát v závislosti na měnící se frekvenci a teplotě u materiálů v různých skupenstvích. Zvláštní pozornost je také věnována tomu, jaké polarizační mechanismy se spolu vyskytují u reálných materiálů.

Druhá část se zabývá složenými materiály, jsou popsány děje uvnitř složené soustavy, která se nachází v elektrickém poli. Je vytvořen přehled směsných vztahů a způsob jejich odvození. I když jsou vztahy uvedeny pro permitivitu, z hlediska teoretického řešení není rozhodující, zda se sledují vlastnosti elektrické, magnetické nebo tepelné.

Praktickou částí práce je program pro využití ve výuce. Umožňuje modelovat průběh dielektrických veličin v závislosti na frekvenci a Debyeho kruhový diagram. Ze směsných vztahů byly do programu vybrány tři. Z exaktních směsných vztahů to je Maxwellův, který je vhodný pro malé koncentrace dispergovaných částic a Böttcherův vhodný pro větší koncentrace. Z empirických vztahů byl vybrán nejznámější Lichteneckerův směsný vztah.

1 Fyzika dielektrik

1.1 Stavba látek

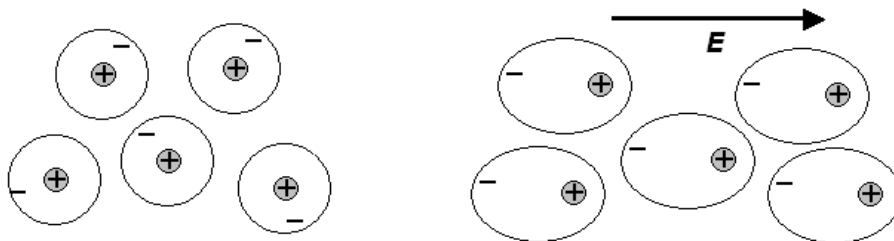
Dielektrikum je látka, ve které dochází k polarizaci částic a tak má schopnost, po přiložení elektrického pole, akumulovat elektrickou energii [1], [2]. Ideální dielektrikum (izolant) obsahuje pouze vázané elektrické náboje, ale reálné dielektrikum obsahuje vždy i podíl volných elektrických nábojů. Každý izolant je současně dielektrikem, avšak všechna dielektrika nejsou izolanty. K dielektrikům se řadí i čtne látky s vlastnostmi polovodičů (Ge, Si).

Základní fyzikální jevy, ke kterým dochází v dielektriku, jsou

- dielektrická polarizace – posun vázaných nábojů,
- elektrická vodivost – posun volných nábojů,
- dielektrické ztráty,
- elektrický výboj.

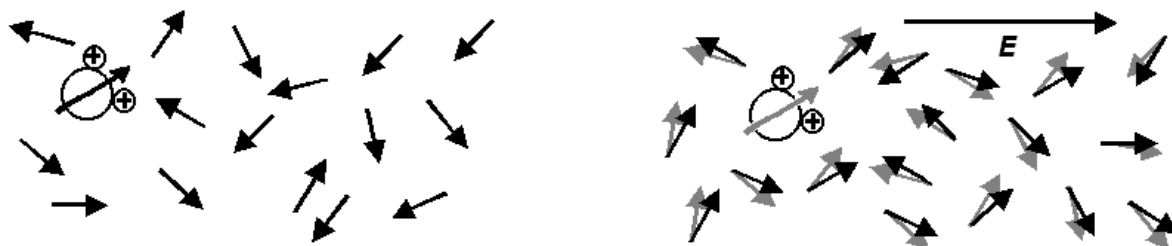
Podle stavby molekul rozlišujeme látky neutrální a dipólové.

Neutrální (nepolární) - stavba jejich molekul je zcela symetrická, vázané elektrické náboje jsou rozloženy souměrně a jejich těžiště splývají. Působením elektrického pole se symetrie poruší. Nepolární molekula vytvoří elektrický dipól a nabude indukovaný elektrický moment μ_i , jak můžeme vidět na obr. 1.1.



Obr. 1.1 Schéma nepochárního dielektrika v elektrickém poli

Dipólové (polární) - stavba jejich molekul je nesymetrická; vyznačují se (i v nepřítomnosti elektrického pole) stálým elektrickým momentem. V přítomnosti elektrického pole se dipólové molekuly stáčí do směru pole. Tím získají přídavný (indukovaný) dipólový moment, který se vektorově skládá se stálým dipólovým momentem, viz obr. 1.2.



Obr. 1.2 Schéma polárního dielektrika v elektrickém poli

Tento jev se označuje jako iontová polarizace, popř. jako orientační polarizace, neboť polarizace vzniká orientací částic dielektrika.

Mezi dielektrika s polárními molekulami patří např. voda, amoniak a některé organické molekuly. Vlastní dipólové momenty polárních dielektrik jsou o několik řádů vyšší ve srovnání s indukovanými momenty nepolárních dielektrik.

Orientační polarizace je závislá také na jiných vlivech, především tepelném pohybu částic nebo vzájemném působení částic. To způsobuje, že polarizace dielektrika není nikdy dokonalá, tzn. nikdy nedojde k úplnému natočení všech částic.

Jednotkou pro elektrický (dipólový) moment v oblasti mikrosvěta je debye (D), přičemž $1 \text{ D} = 1/3 \cdot 10^{-29} \text{ C m}$.

1.2 Polarizace

1.2.1 Základní pojmy

Polarizace je fyzikální jev, při němž se působením vnějšího i vnitřního elektrického pole přemisťují (posouvají) elektricky vázané náboje dielektrika ze svých rovnovážných poloh do nových na malé omezené vzdálenosti, a obsahuje-li látka dipólové molekuly, natáčí se (orientují se) tyto do směru pole. Výjimečně jsou i volné náboje v dielektriku příčinou polarizace.

Mírou polarizace v látce je **vektor polarizace** P (C m^{-2}) a **relativní permitivita** ε' (-). **Polarizovatelnost** α (-) vyjadřuje schopnost polarizace látky; je základní fyzikální vlastností dielektrik. S polarizovatelností souvisí permitivita.

V elektrickém poli nabývá molekula dipólového momentu μ_i

$$\mu_i = \alpha E_{lok}, \quad (1.1)$$

polarizace látky je potom dána koncentrací polarizovatelných částic v jejím objemu

$$P = n \mu_i = n \alpha E_{lok}, \quad (1.2)$$

kde n (m^{-3}) je koncentrace polarizovatelných částic,
 μ_i (C m) je indukovaný dipólový moment,

E_{lok} ($V\ m^{-1}$) je intenzita vnitřního (lokálního) elektrického pole,
 E ($V\ m^{-1}$) je intenzita vnějšího (makroskopického) elektrického pole,
 $E_{lok} \neq E$.

Lokální (vnitřní, efektivní) elektrické pole je pole bezprostředně působící na polarizovatelnou částici [3]. Intenzita lokálního pole je $E_{lok} > E$, pro plyny $E_{lok} \approx E$. Lokální elektrické pole působící na molekulu můžeme vyjádřit jako součet dílčích elektrických polí

$$E_{lok} = E + E_1 + E_2,$$

kde E je intenzita elektrického pole, je-li dielektrikem vakuum $E = \frac{P}{\varepsilon_0(\varepsilon' - 1)}$,

E_1 je intenzita elektrického pole, které vytváří polarizované prostředí vně koule následkem vázaného náboje, který na povrchu kulové dutiny vytvoří konce řetězců polarizovaných molekul vně koule, $E_1 = \frac{P}{3\varepsilon_0}$,

E_2 je intenzita elektrického pole od všech polarizovaných molekul uvnitř koule (s výjimkou sledované molekuly) $E_2 \approx 0$.

Celkovou intenzitu lokálního pole, nazývanou intenzitou Mossottiho pole, (která ovšem neplatí v silně polárních látkách) dostaneme spojením výše uvedených rovnic

$$E_{lok} = \frac{\varepsilon' + 2}{3} E. \quad (1.3)$$

Vztah mezi relativní permitivitou, polarizovatelností a koncentrací částic udává Clausiova – Mosottiho rovnice

$$\frac{\varepsilon' - 1}{\varepsilon' + 2} = \frac{n\alpha}{3\varepsilon_0} = p(-), \quad (1.4)$$

$$\varepsilon' = \frac{1 + 2p}{1 - p}, \quad (1.5)$$

kde p (-) je měrná polarizace.

1.2.2 Polarizační mechanismy

Před rozбором jevu polarizace je třeba se zmínit o dvou základních typech polarizace dielektrik:

polarizace působením elektrického pole prakticky okamžitá, zcela pružná, bez ztrát energie, tj. bez uvolňování tepla;

polarizace, uskutečňovaná po delší dobu, přibývajících a ubývajících pomaleji a doprovázená ztrátami energie v dielektriku, tj. jeho ohřevem. Takový druh polarizace se nazývá relaxační polarizace.

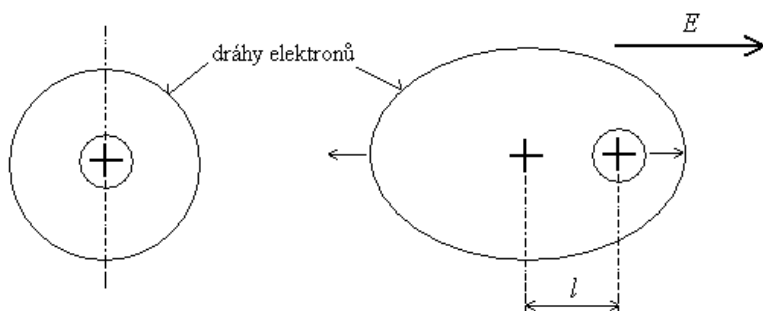
K prvnímu druhu polarizace patří polarizace **elektronová** a **iontová**, ostatní mechanismy náleží k polarizaci **relaxační**. Zvláštním mechanismem je polarizace **rezonanční**, pozorovaná v dielektrikách při velmi vysokých frekvencích [1], [3], [4].

Kapacita kondenzátoru s dielektrikem a nashromážděným elektrickým nábojem je podmíněna úhrnem působení různých mechanismů polarizace. Různé druhy polarizace se mohou vyskytovat u různých dielektrik a mohou se vyskytnout současně u téhož materiálu.

Elektronová polarizace představuje pružný posuv a deformaci elektronových obalů atomů a iontů. Čas ustanovení elektronové polarizace je malý (okolo 10^{-15} s), to znamená, že elektronová polarizace se projevuje při všech frekvencích elektrického pole až do optických frekvencí. Elektronová polarizace se vyskytuje u atomů každého dielektrika a nijak nezávisí na výskytu dalších druhů polarizace. Permittivita látky s čistě elektronovou polarizací je číselně rovna druhé mocnině indexu lomu světla n . Posuv a deformace elektronových orbitů atomů nebo iontů nezávisí na teplotě, avšak elektronová polarizace látky se snižuje s růstem teploty z důvodu tepelného rozpínání dielektrika a tím snížení počtu částic v jednotce objemu. Změna permittivity dielektrika s elektronovou polarizací při změně teploty je způsobena pouze změnou jeho hustoty. Elektronová polarizace se vyskytuje u všech druhů dielektrik a není svázána se ztrátami energie. Vztah pro elektronovou polarizovatelnost [4], [5] je

$$\alpha_e = 4\pi\epsilon_0 R^3, \quad (1.6)$$

kde R (m) je poloměr atomu, resp. iontu.

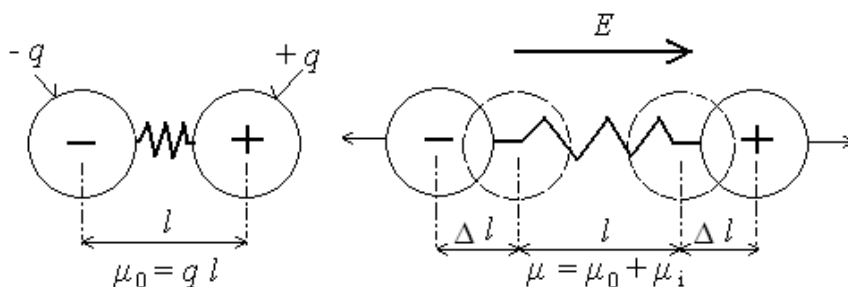


Obr. 1.3 Podstata elektronové polarizace [1]

Iontová polarizace se pozoruje u pevných krystalických dielektrik s iontovou strukturou. Spočívá ve vzájemném posuvu iontů s nábojem opačného znaménka polarizovaného materiálu. Středky kladných a záporných nábojů q iontových buněk se do přiložení elektrického pole shodují. Po přiložení elektrického pole E se tyto středy pod působením pole posouvají na vzdálenost Δl v důsledku posuvu iontů s nábojem opačného znaménka v opačných směrech. Ve výsledku elementární buňka nabývá efektivního indukovaného elektrického momentu $\mu_i = q\Delta l$. Se zvyšující se teplotou se polarizace zvětšuje jako výsledek snižování pružných sil působících mezi ionty, které se snižují z důvodu zvětšení rozestupů mezi nimi při tepelném rozpínání. Doba ustanovení iontové polarizace je okolo 10^{-13} s. Vztah pro iontovou polarizovatelnost [4], [5] je

$$\alpha_i = \frac{q^2}{v}, \quad (1.7)$$

kde ν (C^2) je součinitel pružné vazby mezi ionty.



Obr. 1.4 Podstata iontové (pružné) polarizace [1]

Dipólově-relaxační polarizace, zkráceně nazývaná **dipólová**, se odlišuje od elektronové a iontové tím, že je spojena s tepelným pohybem částic. Dipólové molekuly, nacházející se v chaotickém tepelném pohybu, se částečně orientují působením pole, což je i příčinou polarizace.

Dipólová polarizace je možná, jestliže molekulární síly nebrání dipólům orientovat se ve směru pole. Se zvyšující se teplotou se molekulární síly oslabují, houževnatost látky se snižuje, což musí zesílit dipólovou polarizaci, avšak v ten samý okamžik vzrůstá energie tepelného pohybu molekul, což snižuje orientující působení pole. Proto se zvyšující se teplotou dipólová polarizace nejdříve vzrůstá (zatím se oslabení molekulárních sil projevuje silněji, než vzrůstání tepelného pohybu) a potom, když se chaotický pohyb stává více intenzivním, dipólová polarizace se s rostoucí teplotou začíná snižovat.

Stočení dipólů ve směru pole v plastickém prostředí vyžaduje překonání určitého odporu, a proto je dipólová polarizace svázána se ztrátami energie. Ve viskózních kapalinách je odpor pro stočení molekul natolik velký, že v rychle se měnících polích se dipóly nestačí orientovat ve směru pole a dipólová polarizace se při vyšších frekvencích přiloženého pole může zcela vytratit.

Časový interval, v průběhu kterého se uspořádanost polem orientovaných dipólů po jeho odejmutí sníží následkem tepelného pohybu 2,7 krát ve srovnání s počáteční hodnotou, se nazývá **relaxační doba**.

Dipólová polarizace je vlastní polárním plynům a kapalinám. Tento druh polarizace se může vyskytovat také v pevných polárních organických látkách, ale v tom případě je polarizace většinou podmíněna už ne natáčením samotné molekuly, ale natáčením obsažených radikálů (skupin) ve vztahu k molekule. Příkladem látky s tímto druhem polarizace je celulóza, ve které je polárnost vysvětlena přítomností hydroxylové skupiny OH.

V krystalech s molekulární mřížkou a slabými Van der Vaalsovými vazbami je možná orientace i větších částic. Vztah pro dipólovou polarizovatelnost [4], [5] je

$$\alpha_d = \frac{\mu^2}{3kT}, \quad (1.8)$$

kde k ($1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$) je Boltzmannova konstanta,
 μ (C m) je dipólový moment.

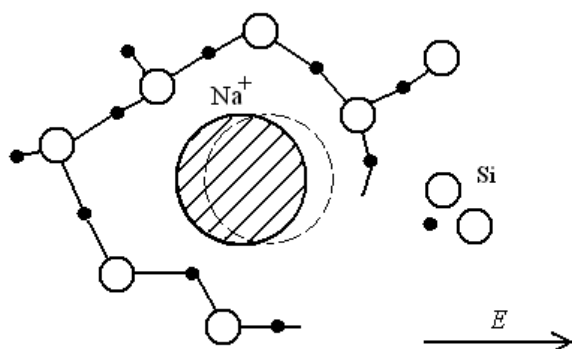
Podstatu dipólově-relaxační polarizace můžeme vidět na obr. 1.2.

Iontově-relaxační polarizace je pozorována v neorganických sklech a v některých iontových krystalických neorganických látkách s netěsným uložením iontů. V tomto případě se slabě vázané ionty látky působením vnějšího elektrického pole uprostřed chaotického tepelného pohybu posouvají ve směru pole.

Po odejmutí elektrického pole iontově-relaxační polarizace exponenciálně klesá. Se zvýšením teploty zřetelně roste. Vztah pro iontově-relaxační polarizovatelnost [4], [5] je

$$\alpha_{ir} = \frac{q^2}{12kT} l^2, \quad (1.9)$$

kde l (m) je vzdálenost vysunutí iontu.



Obr. 1.5 Podstata iontové relaxační polarizace u anorganického skla [1]

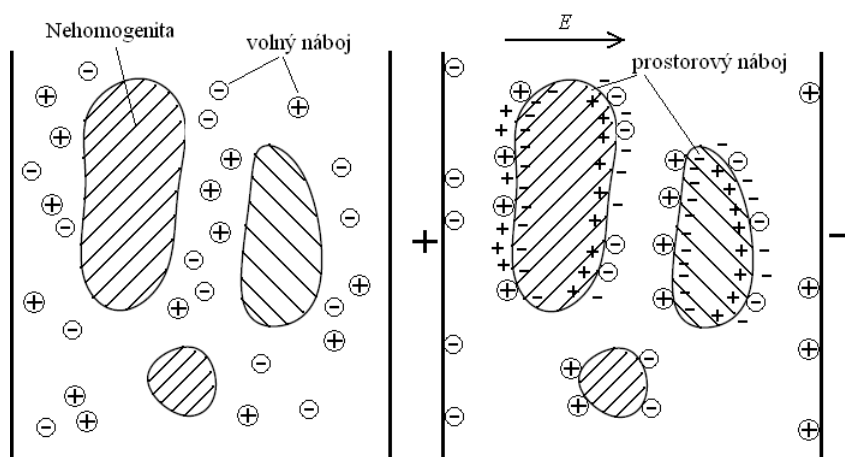
Elektronově-relaxační polarizace se liší od elektronové i iontové polarizace a vzniká následkem vybuzení nadbytečných (defektních) elektronů nebo děr tepelnou energií.

Elektronově-relaxační polarizace je charakteristická pro dielektrika s vysokým indexem lomu, silným vnitřním polem a elektronovou vodivostí; například, oxid titaničitý s příměsí Nb^{5+} , Ca^{2+} , Ba^{2+} ; oxid titaničitý s aniontovými vakancemi a příměsí iontů Ti^{3+} ; některé směsi na základě oxidů kovů proměnného mocenství – titanu, niobu, bismutu.

Je třeba poukázat na vysokou hodnotu permitivity, která může být při elektrono-relaxační polarizaci, a také na existenci maxim v teplotní závislosti permitivity. Permitivita titaničité keramiky s elektronově-relaxační polarizací se v souladu s teoretickými tezemi snižuje se vzrůstající frekvencí elektrického pole [4], [5].

Migrační polarizace je chápána jako doplňkový mechanismus polarizace, projevující se v pevných látkách nestejnorodé struktury při makroskopických nejstejnorodostech a výskytu příměsí. Tato polarizace se projevuje při nízkých frekvencích a je spojena se značným rozptylem energie. Příčinou takové polarizace jsou vodivé a polovodivé vměstky v technických dielektrikách, výskyt vrstev s různou vodivostí atd.

Při vložení nestejnorodých materiálů do elektrického pole se volné elektrony a ionty vodivých a polovodivých vměstků mísí na hranicích každého vměstku a vytvoří se větší polarizované oblasti. Ve vrstevnatých materiálech na rozmezí vrstev a ve vrstvách u elektrod může dojít k nahromadění náboje pomalu se pohybujícími ionty [4], [5].



Obr. 1.6 Podstata vzniku mezivrstvé (migrační) polarizace [1]

Samovolná (spontánní) polarizace se vyskytuje u seignetoelektrik.

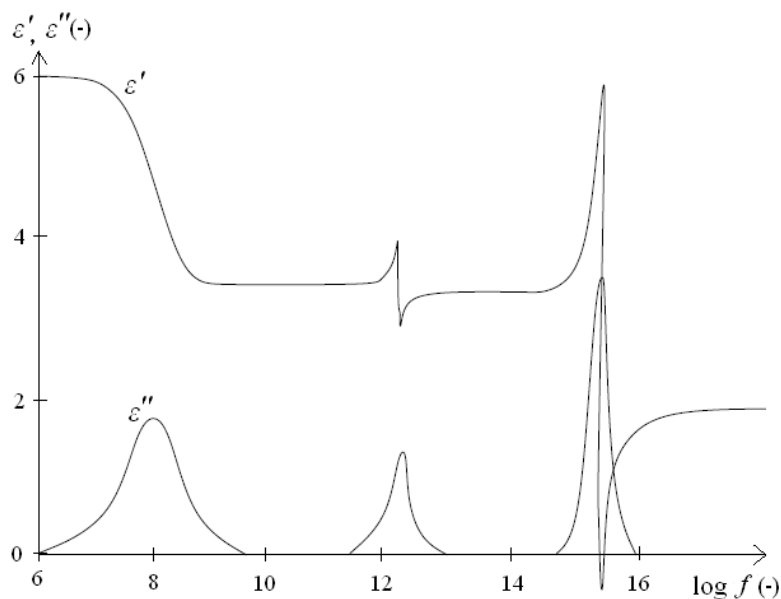
V látkách se samovolnou polarizací se vyskytují oddělené oblasti (domény), disponující elektrickým momentem za neúčasti vnějšího pole. V tom případě je orientace elektrických momentů v různých doménách odlišná. Přiložení vnějšího pole způsobí převážnou orientaci elektrických momentů domén ve směru pole, což má za následek velmi silnou polarizaci. Na rozdíl od ostatních druhů polarizace, při určité hodnotě intenzity vnějšího pole přichází nasycení a další zesílení pole už nevyvolá zvýšení intenzity polarizace. Proto permitivita při spontánní polarizaci závisí na intenzitě elektrického pole. V teplotní závislosti permitivity se vytváří jedno nebo více maxim. V proměnných elektrických polích se materiály se samovolnou polarizací vyznačují značným rozptylem energie, tj. uvolňováním tepla.

1.2.3 Dielektrické spektrum

U každého dielektrika pozorujeme elektronovou a iontovou polarizaci, a to jako konstantní příspěvek k relativní permitivitě. Do přibližně 10^{12} Hz jsou tyto polarizace bezztrátové a proto je příspěvek ke ztrátovému číslu nulový.

Při elektrotechnických frekvencích ($10^{-3} - 10^{10}$ Hz) je dielektrické spektrum dáno dipólovými relaxačními polarizacemi.

Obecně lze v jednom konkrétním materiálu pozorovat více relaxací (maxim), nikoli pouze jednu. Relaxace se označují řeckými písmeny [6].



Obr. 1.7 Dielektrické spektrum

1.2.4 Klasifikace dielektrik podle druhu polarizace

Všechna dielektrika lze rozdělit do několika skupin [4].

Do první skupiny je možno zařadit dielektrika disponující pouze elektronovou polarizací, například nepolární a slabě polární pevné látky v krystalickém a amorfním stavu (parafin, síra, polystyrén) i nepolární a slabě polární kapaliny a plyny (benzen, vodík atd.).

Do druhé skupiny patří dielektrika disponující současně elektronovou a dipólově-relaxační polarizací. Sem náleží polární (dipólové) organické, polokapalné i pevné látky (olejové izolanty, epoxidové pryskyřice, celulóza, některé chlorované uhlovodíky atd.).

Do třetí skupiny patří pevná neorganická dielektrika s elektronovou, iontovou a iontovo-elektronovo-relaxační polarizací. Tuto skupinu je účelné rozdělit na dvě podskupiny materiálů, vzhledem k podstatné rozdílnosti jejich elektrických charakteristik, a to na

dielektrika s elektronovou a iontovou polarizací;

dielektrika s elektronovou, iontovou a relaxačními polarizacemi.

K první podskupině patří především krystalické látky s těsným uložením iontů (křemen, slída, sůl kamenná, korund, rutil). Do druhé podskupiny patří neorganické skla, materiály se skelnou fází (farfol, mikalex) a krystalická dielektrika s netěsným uložením částic v mřížce.

Čtvrtou skupinu tvoří seignetoelektrika, charakteristická spontánní, elektronovou, iontovou a elektronovo-iontovo-relaxační polarizací (Seignettova sůl, titanát baria atd.).

Podle výše uvedené klasifikace je možné dielektrika s dostatečnou přesností rozdělit do skupin podle základních elektrických vlastností.

1.2.5 Zvláštní polarizační jevy

Elektrostrikce - vyskytuje se u všech dielektrik. Dochází k mechanickým deformacím, tj. změnám geometrických rozměrů dielektrického tělesa, následkem polarizace. Změna $\Delta l \sim E^2$.

Pyroelektrický jev - vyskytuje se u všech přirozených krystalických elektretů, tj. u některých krystalů bez středové souměrnosti, spontánně polarizovaných. Na koncových povrchových plochách jsou permanentní vázané náboje. Zahřátím nebo ochlazením krystalu se změní polarizace uvnitř krystalu a změní se i polarita. Pyroelektriky jsou všechny látky se spontánní polarizací.

Piezoelektrický jev - vyskytuje se jen v krystalech s anizotropními vlastnostmi, které nemají střed souměrnosti (jsou středově nesouměrné, acentrické). Piezoelektrický jev existuje přímý a obrácený. Přímý piezoelektrický jev představuje elektrickou polarizaci těles mechanickou deformací (namáháním tlakem, tahem, ohybem nebo kroucením). Na jejich povrchu vzniknou elektrické náboje. Obrácený (reciproký) piezoelektrický jev je schopnost deformace (změny rozměrů nebo tvaru krystalu) působením vnějšího elektrického pole. Změna $\Delta l \sim E$. Piezoelektrické vlastnosti mají všechny látky feroelektrické; existuje však mnoho piezoelektrických látek, které nejsou feroelektriky. Piezoelektrika jsou např. křemen, turmalín (boritokřemičitan Al-Mg-Ca), četné látky keramické [3].

1.3 Dielektrické ztráty

1.3.1 Základní pojmy

Technické dielektrikum vykazuje oproti ideálnímu nenulovou elektrickou vodivost, často také obsahuje nečistoty, příměsi, vlhkost a další. Přiložené elektrické pole pak podmiňuje vznik nestacionárních pochodů uvnitř dielektrika, které vedou ke ztrátám energie.

Ztráty v dielektriku představují celkovou energii, rozptýlenou v materiálu v časové jednotce při jeho vložení do elektrického pole. Ztráty se vyskytují při působení stejnosměrného i střídavého pole, jsou provázeny ohřevem dielektrika a jsou příčinou změny fázového úhlu mezi napětím a proudem.

Celkové ztráty v dielektriku jsou součtem několika druhů ztrát. Tyto ztráty mají různou fyzikální podstatu, ale na dielektrikum působí souhlasně.

Velikost dielektrických ztrát vyjadřují:

- ztrátový úhel (δ),
- ztrátový činitel ($\operatorname{tg} \delta$),
- ztrátové číslo ($\varepsilon'' = \varepsilon' \operatorname{tg} \delta$),
- měrné dielektrické ztráty (ztrátový výkon P_Z vztažený na jednotkový objem látky).

1.3.2 Druhy ztrát v dielektrických materiálech

Při analýze mechanismů dielektrických ztrát rozlišujeme ztráty vodivostní, relaxační, rezonanční a ionizační [5].

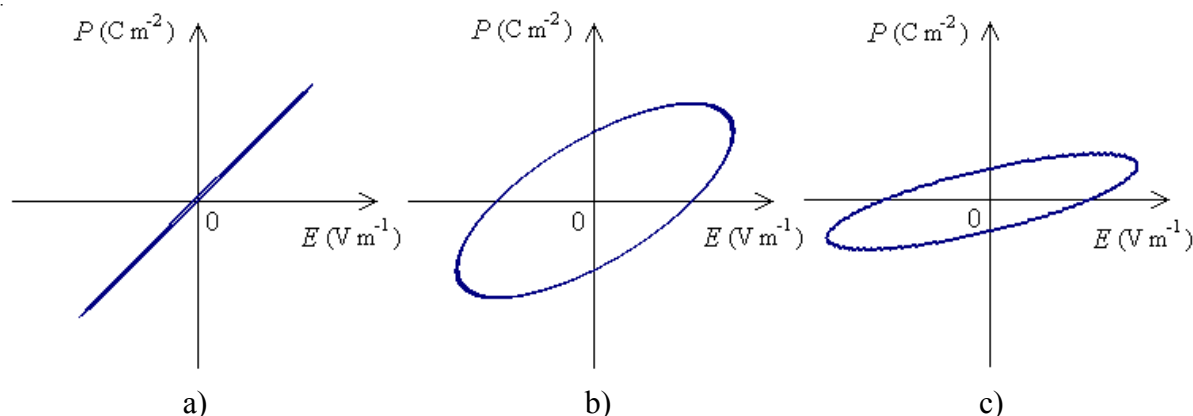
Vodivostní ztráty představují aktivní ztráty v dielektriku, způsobené průchodem stálého elektrického toku přes dielektrikum. Vodivostní ztráty jsou nepatrné u elektroizolačních materiálů s vysokou měrnou rezistivitou (například nepolární dielektrika) a na vysokých a velmi vysokých frekvencích prakticky u všech materiálů. Avšak pro dielektrika s nevelkou měrnou rezistivitou (vznikající například při ohřevu nebo velké vlhkosti) se tyto ztráty musejí brát v úvahu.

Relaxační ztráty souvisí s dipólovou polarizací dielektrika. Tento druh ztrát se nachází v polárních dielektrikách, polymerech a seignetoelektrikách a projevují se v oblasti vyšších frekvencí, kdy se začíná projevovat hystereze, spočívající ve zpoždění rychlosti polarizace P za rychlosti změn elektrického pole E . Dipólové molekuly se nestíhají orientovat ve viskózním prostředí dielektrika za změnami polarizace (směru) elektrického pole.

Čas relaxace τ při dipólové polarizaci je 10^{-10} až 10^{-6} s, proto se relaxační ztráty nacházejí v polárních dielektrikách v rozsahu frekvencí $f = 10^6$ až 10^{10} Hz. Velikost ztrát je charakterizována prací využitou proměnným elektrickým polem na polarizaci jednotkového objemu dielektrika. Tato práce je definována plochou hysterezní smyčky $P = f(E)$ a je vyčíslena ze vztahu $W_p = \oint P dE$. Výkon P_p uvolňovaný ve formě tepla za jeden cyklus přepolarizace dielektrika je roven vztahu $W_p f$ a charakterizuje relaxační ztráty v dielektriku.

Na obr. 1.8 jsou zobrazeny křivky polarizace $P = f(E)$ lineárního dielektrika při různých frekvencích budícího proměnného pole.

Rozbor frekvenční závislosti vlivu relaxačních ztrát na tvar hysterezní smyčky ukazuje, že na nízkých frekvencích, kde $\tau \ll 1/f$ se objevuje lineární závislost polarizace P na intenzitě elektrického pole E , jak je zobrazeno na obr. 1.8 a). Z výše uvedeného vyplývá, že v tomto případě budou relaxační ztráty nepatrné.



Obr. 1.8 Grafy závislosti $P = f(E)$ pro různé frekvence elektrického pole E (a – nízké, b – střední, c – vysoké frekvence) [5]

Na frekvenci, kde $\tau = 1/f$ polarizace zaostává za změnami elektrického pole. V tomto

případě smyčka křivky polarizace $P = f(E)$ má tvar elipsy a je charakterizována největší plochou, jak vidíme na obr. 1.8 b), to znamená zvýšením relaxačních ztrát v dielektriku.

Na vyšších frekvencích, pro které $\tau \gg 1/f$, se relaxační polarizace projevuje slaběji a křivka $P = f(E)$ se zmenšuje, jak vidíme na obr. 1.8 c), při tom se zmenšují relaxační ztráty.

Rezonanční ztráty jsou charakteristické pro nepolární dielektrika a jsou podmíněny procesy elektronové i iontové polarizace. U elektronové polarizace je čas relaxace 10^{-17} až 10^{-14} s, u iontové polarizace $\tau > 10^{-13}$ s, což je značně víc. Rezonanční ztráty se řadí ke ztrátám rezonančního typu, projevujícím se při frekvencích elektrického pole blízkým k frekvenci vlnitých kmitů elektronů nebo iontů, rovným 10^{13} až 10^{17} Hz (v optickém spektru frekvencí).

Maxima rezonančních ztrát při iontové polarizaci se nacházejí v infračerveném spektru při frekvencích 10^{13} až 10^{14} Hz i nižších. Rezonanční ztráty při elektronové polarizaci mají maxima v optickém spektru - infračervené, viditelné i ultrafialové části spektra. S tímto druhem ztrát souvisí pohlcování světla hmotou.

Jestliže se pro zobrazení ztrát v dielektriku používá tangens úhlu dielektrických ztrát, tak plné dielektrické spektrum ztrát v dielektriku pro široký rozsah frekvencí je možné zobrazit ve formě frekvenční závislosti $\operatorname{tg} \delta$. Maxima se objevují v různých rozsazích frekvencí elektrického pole. Počínaje ultrafialovou i viditelnou oblastí (frekvence $f = 10^{15}$ Hz) se objevuje elektronová polarizace. Při shodě frekvence vnějšího elektrického pole s jednou z frekvencí vlastních kmitů elektronových obalů (f_2) se objevuje úzké maximum rezonančních ztrát, známé jako optické spektrum pohlcování.

V infračerveném spektru (10^{13} Hz) se za změnami elektrického pole začínají posunovat těžší částice – ionty. Ve výsledku vzniká iontová polarizace a na frekvenci rezonance (f_i) se nachází maximum ztrát. V rádiovém spektru (10^{10} Hz) se u polárních dielektrik objevuje dipólová polarizace a relaxační ztráty, což se projevuje v maximu ztrát na frekvenci odpovídající f_{ra} .

Ionizační dielektrické ztráty jsou podmíněny ionizací dielektrika v elektrickém poli. Představují zvláštní druh ztrát, které se nacházejí v pórovitých dielektrikách (např. papíru) obsahujících defekty, například plynové bubliny. Při zvýšení elektrického napětí na dielektriku shora určenou hranicí se na defektech objevují částečné výboje, způsobující rozptyl energie elektrického pole a postupné rozrušování dielektrika.

Hodnota hraničního napětí na dielektriku vedoucí ke vzniku částečných výbojů a růstu $\operatorname{tg} \delta$, se nazývá prahem ionizace. Proto pracovní napětí na pórovitém dielektriku je nutné zvolit nižší, než je napětí prahu ionizace, odpovídající začátku růstu $\operatorname{tg} \delta$.

1.4 Permittivita dielektrik

1.4.1 Permittivita plynů

Plynné látky jsou charakteristické velmi malou hustotou v důsledku velkých vzdáleností mezi molekulami. Proto je permitivita všech plynů nepatrná a blízká jedné.

Polarizace plynu může být čistě elektronová, respektive dipólová, jestliže jsou molekuly plynu polární, avšak i pro polární plyny má hlavní význam polarizace elektronová.

Tabulka 1 Index lomu a permitivita některých plynů (pro teplotu 20 °C a tlak 0,1 MPa) [4]

Plyn	Poloměr molekuly r (nm)	Index lomu n (-)	n^2 (-)	Permitivita ε_r (-)
Hélium	0,112	1,000035	1,00007	1,000072
Vodík	0,135	1,000140	1,00028	1,000270
Kyslík	0,182	1,000270	1,00054	1,000550
Argon	0,183	1,000275	1,00055	1,000560
Dusík	0,191	1,00030	1,00060	1,000600
Oxid uhličitý	0,230	1,00050	1,00100	1,000960
Etén	0,278	1,00065	1,00130	1,001380

Z tabulky 1 je vidět, že permitivita plynu je tím vyšší, čím větší je poloměr molekuly [4].

Tabulka 2 Závislost permitivity některých plynů na tlaku při $v = 20$ °C [4]

Plyn	Tlak p (MPa)		
	0,1	2	4
Vzduch	1,00058	1,0108	1,0218
Kysličník uhličitý	1,00098	1,0200	1,0500
Dusík	1,00060	1,0109	1,0550

Tabulka 3 Závislost permitivity vzduchu na teplotě při $p = 0,1$ MPa [4]

Teplota		Permitivita ε_r (-)
v (°C)	T (K)	
+ 60	333	1,00052
+ 20	293	1,00058
- 60	213	1,00081

Změna počtu molekul v jednotkovém objemu plynu n_0 při změně teploty a tlaku způsobí změnu permitivity plynu (tab. 2, 3). Počet molekul N je úměrný tlaku a nepřímo úměrný absolutní teplotě.

V tabulkách 2 a 3 jsou uvedené hodnoty ε_r pro suché plyny. Při změně vlhkosti vzduchu se jejich permitivita mění:

Tabulka 4 Závislost permitivity vzduchu na jeho vlhkosti [4]

Relativní vlhkost vzduch φ (%)	0	50	100
Permitivita ε_r (-)	1,00058	1,00060	1,00064

Vliv vlhkosti vzduchu na permitivitu je nepatrný při teplotě $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, ale znatelně roste se zvyšující se teplotou.

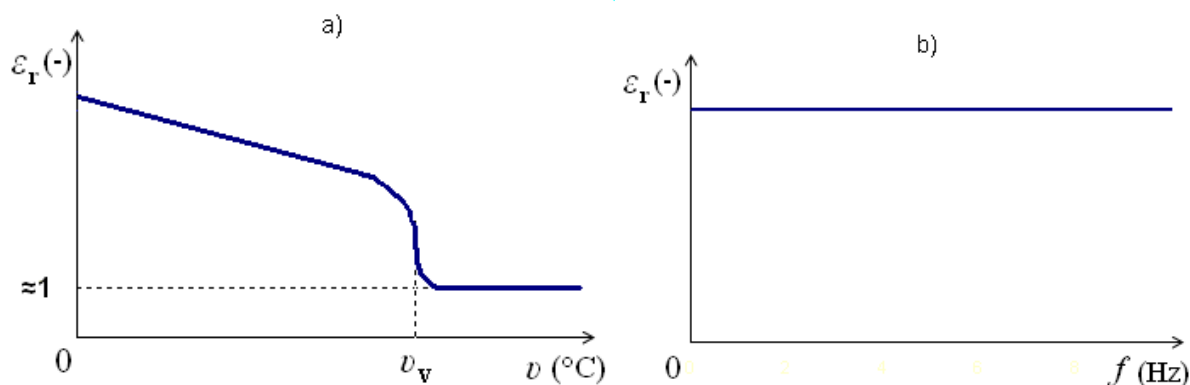
Teplotní závislost permitivity je většinou charakterizována výrazem

$$TK \varepsilon_r = \alpha_{\varepsilon_r} = \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{d\varepsilon_r}{dT}. \quad (1.10)$$

V rovnici 1.10 je možné vyčíslit relativní změnu permitivity při zvýšení teploty o 1 K – tak zvaný *teplotní koeficient permitivity*.

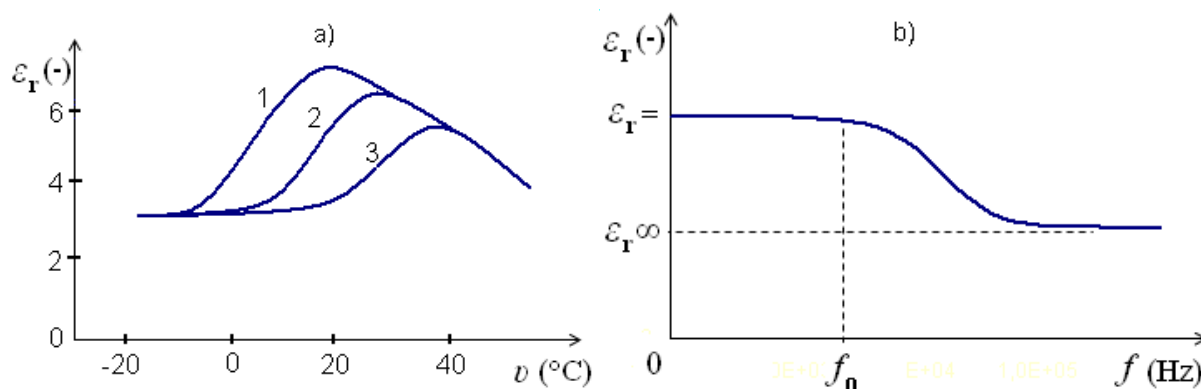
1.4.2 Permitivita kapalin

Kapalná dielektrika mohou být složena z nepochárných nebo polárních (dipólových) molekul. Hodnota permitivity nepochárných kapalin je malá a blízká hodnotě druhé mocniny indexu lomu světla $\varepsilon_r \approx n^2$ [4].



Obr. 1.9 Závislost ε_r nepochárných kapalin a) na teplotě (t_v – teplota varu) a b) na frekvenci

Závislost permitivity nepochárných kapalin na teplotě (obr. 1.9) je spojena s poklesem množství molekul v jednotkovém objemu. Absolutní hodnota α_{ε_r} nepochární kapaliny se blíží teplotnímu koeficientu objemového rozpínání kapaliny β . Je třeba pamatovat, že se α_{ε_r} a β odlišují znaménkem. Hodnota permitivity nepochárných kapalin většinou nepřevyšuje 2,5 (tab. 5). Polární kapaliny, obsahující dipólové molekuly, se vyznačují současně elektronovou i dipólovou polarizací. Takové kapaliny mají tím vyšší permitivitu, čím vyšší mají molekuly dipólový moment a čím více molekul je v jednotce objemu.



Obr. 1.10 Závislost ε_r polární kapaliny a) na teplotě (1 – 50 Hz, 2 – 400 Hz, 3 – 1000 Hz) a b) na frekvenci [4]

Teplotní závislost permitivity polárních kapalin je složitější než u nepolárních. Vysvětlit průběh křivek lze lehkou na základě prozkoumání mechanismu dipólové polarizace.

Hodnotu α_{ε_r} pro různé teploty nejčastěji nacházíme metodou grafického diferencování křivky $\varepsilon_r (v)$ (při $f = \text{konst.}$).

$$\alpha_{\varepsilon_r} = \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{d\varepsilon_r}{dT}.$$

Tento postup používáme pro určení α_{ε_r} při libovolném mechanismu polarizace a při závislosti $\varepsilon_r (v)$ libovolné formy.

Tabulka 5 Permittivita a její teplotní koeficient pro nepolární a slabě polární kapaliny [4]

Kapalina	n (-)	n^2 (-)	ε_r (-)	$\alpha_{\varepsilon_r} \cdot 10^3 \text{ (K}^{-1}\text{)}$	$\beta \cdot 10^3 \text{ (K}^{-1}\text{)}$
Benzol	1,50	2,250	2,218	- 0,93	1,240
Toluen	1,50	2,250	2,294	- 1,16	1,100
Chlorid uhličitý	1,40	2,135	2,163	- 0,91	1,227

Značný vliv na relativní permitivitu dipólových kapalin má frekvence. Závislost relativní permitivity na frekvenci pro polární kapaliny (obr. 1.10) potvrzuje vývod, uvedený výše; dokud je frekvence natolik nízká, že se dipóly stíhají natáčet ve směru pole, ε_r je velká a blízká hodnotě $\varepsilon_r =$, stanovené konstantním napětím. Když se frekvence stane natolik vysokou, že se už molekuly nestíhají natáčet za změnami směru pole, permitivita se zmenšuje a blíží se k hodnotě $\varepsilon_r \sim$, podmíněné elektronovou polarizací ($\varepsilon_r \sim = n^2$). Frekvence f_0 , při které se začíná ε_r snižovat (obr. 1.10), se stanoví podle vztahu:

$$f_0 = \frac{kT}{8\pi\eta r^3}, \quad (1.11)$$

kde η (Pa s) je dynamická viskozita,
 r (m) je poloměr molekuly.

Čas relaxace molekuly τ_0 je spojen s frekvencí f_0 následujícím vztahem:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}. \quad (1.12)$$

Permitivita polárních kapalin, používajících se v technických dielektrikách, se mění v mezích 3,5 až 5, tj. je znatelně vyšší ve srovnání s ϵ_r nepolárních kapalin.

1.4.3 Permitivita pevných látek

Permitivita pevných látek závisí od strukturních odlišností pevných dielektrik. V pevných látkách jsou možné všechny druhy polarizací. Pro pevná nepolární dielektrika jsou charakteristické stejné zákonitosti jako pro nepolární kapaliny a plyny. To potvrzují data v tabulce 6. Při přechodu parafínu z tuhého do kapalného skupenství (teplota tání je okolo 54 °C) dochází k příkrému snížení permitivity v důsledku snížení hustoty látky [4].

Tabulka 6 Permitivita a index lomu některých pevných nepolárních dielektrik při $v = 20$ °C [4]

Materiál	n (-)	n^2 (-)	ϵ_r (-)
Parafín	1,43	2,06	1,9 – 2,2
Polystyrén	1,55	2,40	2,4 – 2,6
Síra	1,92	3,69	3,6 – 4,0
Diamant	2,40	5,76	5,6 – 5,8

Pevná dielektrika, obsahující iontové krystaly s těsným uspořádáním částic, mají elektronovou i iontovou polarizaci a mají permitivitu, měnící se v širokých mezích. Teplotní koeficient permitivity iontových krystalů je ve většině případů kladný. Příkladem jednoho z takových dielektrik je chlorid draselný KCl.

Výjimkou jsou krystaly obsahující ionty titanu (rutil TiO_2 a některé titaničitany), jejichž teplotní koeficient permitivity je záporný. To se objasňuje v nich převládající elektronovou polarizací, podpořenou vlivem dodatečného vnitřního pole při iontovém posuvu.

Pevná dielektrika, obsahující iontové krystaly s netěsným uložením částic (například elektrotechnický porcelán), ve kterých se vyskytuje kromě elektronové a iontové i iontově-relaxační polarizace, jsou ve většině případů charakterizovány poměrně nevysokou hodnotou permitivity a vysokým kladným teplotním koeficientem α_{ϵ_r} .

Nakolik jsou rozličné hodnoty ϵ_r a α_{ϵ_r} iontových krystalických dielektrik, je vidět z tabulky 6.

U neorganických skel (kvaziamorfní dielektrika) se permitivita mění v mezích přibližně od 4 do 20, přičemž α_{ϵ_r} skel je kladný.

Tabulka 7 Hodnoty ε_r a α_{ε_r} iontových krystalů při teplotě $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ [4]

Krystal	ε_r (-)	$\alpha_{\varepsilon_r} \cdot 10^{-6} (\text{K}^{-1})$
Kamenná sůl	6	+150
Korund	10	+100
Rutil	110	-750
Titaničitán vápenatý	150	-1500

Při výskytu lehce se pohybujících alkalických iontů ve skle α_{ε_r} dosahuje větších hodnot $+(500 - 1000) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Je možno najít materiál i se záporným α_{ε_r} , jestliže do skla přidáme ve formě mechanické příměsi krystalové komponenty se záporným α_{ε_r} , například rutil.

U polárních organických dielektrik se, jak bylo ukázáno dříve, vyskytuje dipólově-relaxační polarizace u pevného skupenství. K takovým dielektrikům patří celulóza a produkty jejího zpracování, polární polymery. Dipólově-relaxační polarizace se vyskytuje také u ledu. Permittivita těchto materiálů velmi závisí na teplotě a na frekvenci přiloženého napětí, podřizující se těm samým zákonitostem, jako u polárních kapalin.

Je možno říci, že se permittivita ledu příkře mění v závislosti na teplotě i frekvenci. Při nízkých frekvencích a teplotě, blízké se $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, led, stejně jako voda, má $\varepsilon_r \approx 80$, avšak se snížením teploty ε_r rychle klesá a dosahuje hodnoty 2,85.

V tabulce 8 jsou uvedeny hodnoty permittivity některých pevných látek.

Tabulka 8 Hodnota ε_r neorganických skel a organických polárních dielektrik při $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ [4]

Neorganická skla	ε_r (-)	Organická pevná dielektrika	ε_r (-)
Tavený křemen	4,5	Organické sklo	4,0
Alkalické sklo	6,5	Fenolformaldehydová pryskyřice	4,5
Barnaté sklo	10,0	Celulóza	6,5

Jak bylo uvedeno výše, je permittivita seignettoelektrik vysoká a má strmou závislost na intenzitě pole a na teplotě. Charakteristickou vlastností seignettoelektrik je přítomnost dielektrické hystereze (opožďování změn elektrické indukce za změnami intenzity elektrického pole). K seignettoelektrikům patří Seignettova sůl $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$, titaničitán barnatý BaTiO_3 , dihydrogenfosforečnan draselný KH_2PO_4 a další.

Závislost permittivity na teplotě má příkré maximum při teplotě $125\text{ }^{\circ}\text{C}$. Teplota, při které má ε_r maximum, se nazývá Curieho teplotou. V oblasti teplot vyšších než je Curieova teplota se ztrácejí seignettoelektrické vlastnosti materiálu, v ojedinělosti se ztrácí závislost ε_r na intenzitě elektrického pole.

Tabulka 9 Hodnoty permitivity některých seignettoelektrik v slabých polích při $v = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ [4]

Seignettoelektrikum	ε_r (-)
Seignettova sůl	500 - 600
Titaničitan barnatý	1500 - 2000
Titaničitan barnatý s přísadami	7000 - 9000

V seignettoelektrikách se vyskytuje jev elektrického stárnutí, které se projevuje snížením permitivity s časem. možnou příčinou tohoto jevu je přeskupování domén. Zvlášť příkrá změna permitivity s časem se v seignettoelektrikách nachází při teplotě blízké ke Curieova bodu. Zahřátí seignettoelektrika na teplotu vyšší než Curieova teplota a následné ochlazení navrátí permitivitu na předchozí hodnotu. Stejně obnovení permitivity je možné získat působením elektrického pole o zvýšené intenzitě.

1.4.4 Permitivita polárních látek, Debyeho teorie

Historicky byla odvozena celá řada funkcí pro popis dielektrické relaxace ve frekvenční oblasti. Většinou to jsou funkce empirické, funkce vycházející z teoretických úvah se objevují řidčeji [6].

Nyní si představíme některé klasické funkce pro popis dielektrických spekter.

Debyeho teorie

Paul Debye teoreticky odvodil pro komplexní permitivitu dielektrik za předpokladu jedné relaxační doby vztah:

$$\varepsilon^* = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{1 + j\omega\tau}, \quad (1.13)$$

kde ε_s (-) je statická relativní permitivita (při $\omega \rightarrow 0$),
 ε_{∞} (-) je optická relativní permitivita (při $\omega \rightarrow \infty$),
 τ (s) je relaxační doba, která je mimo jiné i funkcí teploty.

Pro relativní permitivitu ε' a ztrátové číslo ε'' platí

$$\varepsilon' = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}}{1 + \omega^2\tau^2} \quad \text{a} \quad (1.14)$$

$$\varepsilon'' = \frac{\omega\tau(\varepsilon_s - \varepsilon_{\infty})}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (1.15)$$

Ztrátový činitel je

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon'''}{\varepsilon''} = \frac{\omega \tau (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{\varepsilon_\infty + \varepsilon_s \omega^2 \tau^2}. \quad (1.16)$$

Grafickým vyjádřením složek komplexní permitivity je Coleho – Coleho kruhový diagram se středem na ose ε'' .

Přístup Debye – Cole - Cole

Coleho – Coleho kruhový diagram klasického Debyeho mechanismu vyhovuje jen pro malý počet dielektrik. Experimentální vyšetření mnoha kapalných a pevných dielektrik ukazuje, že jejich chování vystihuje oblouk se středem pod reálnou osou.

Pro tento případ zavedli Cole a Cole empirický vztah

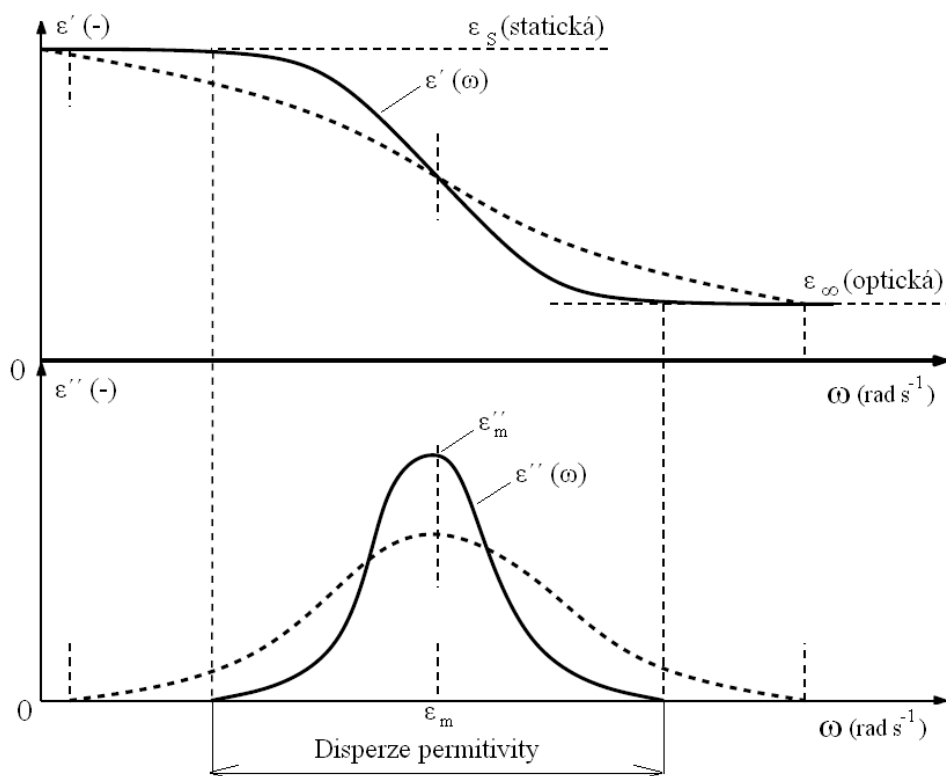
$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}}, \quad (1.17)$$

kde α (-) je distribuční parametr, frekvenčně nezávislý, určující šířku distribuce relaxačních dob.

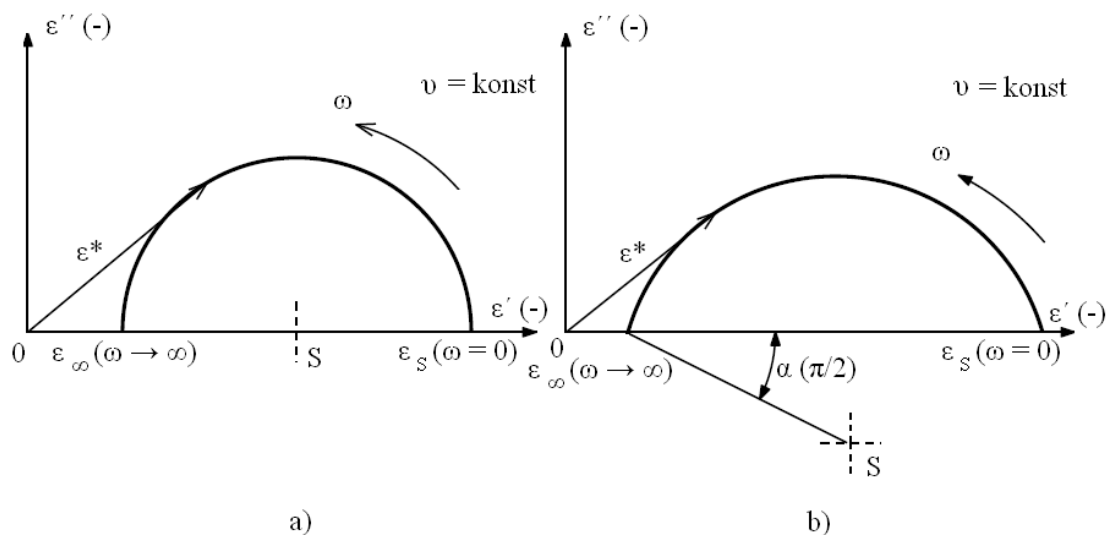
Pro složky ε' a ε'' platí

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{1 + (\omega\tau_0)^{1-\alpha} \sin \frac{1}{2} \alpha \pi}{1 + 2(\omega\tau_0)^{1-\alpha} \sin \frac{1}{2} \alpha \pi + (\omega\tau_0)^{2(1-\alpha)}} \quad \text{a} \quad (1.18)$$

$$\varepsilon'' = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{(\omega\tau_0)^{1-\alpha} \cos \frac{1}{2} \alpha \pi}{1 + 2(\omega\tau_0)^{1-\alpha} \sin \frac{1}{2} \alpha \pi + (\omega\tau_0)^{2(1-\alpha)}}. \quad (1.19)$$



Obr. 1.11 Závislost složek komplexní permitivity na kruhové frekvenci podle Debyeho teorie (plná čára) a při distribuci relaxačních časů (čárkovaně) [1]



Obr. 1.12 Coleho - Coleho kruhový diagram ($\nu = \text{konst.}$) pro případ a) platnosti Debyeho teorie (jedna relaxační doba) b) distribuce relaxačních časů [1]

Přístup Cole – Davidsonův [7]

V roce 1950 Cole a Davidson popsali komplexní permitivitu vztahem:

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{(1 + j\omega\tau)^\beta}, \quad (1.20)$$

kde β (-) je činitel, který charakterizuje asymetrii.

Pro složky ε' a ε'' platí:

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cos \Theta^\beta \cos(\beta \Theta) \quad \text{a} \quad (1.21)$$

$$\varepsilon'' = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cos \Theta^\beta \sin(\beta \Theta), \quad (1.22)$$

kde $\Theta = \arctg \omega\tau_0$.

Přístup Havriliak - Negamiho

U mnoha reálných dielektrik však ani jeden z předchozích přístupů dostatečně nepopisuje skutečný průběh, proto Havriliak a Negami zkombinovali předchozí uvedené přístupy a dostali:

$$\varepsilon^* = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{[1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}]^\beta}. \quad (1.23)$$

Rozložením poslední rovnice na reálnou a imaginární část lze pro obě složky permitivity odvodit:

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + r^{\frac{-\beta}{2}} (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cos(\beta \Theta), \quad (1.24)$$

$$\varepsilon'' = r^{\frac{-\beta}{2}} (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \sin(\beta \Theta), \quad (1.25)$$

$$\text{kde} \quad \Theta = \arctg \left[\frac{(\omega\tau)^{1-\alpha} \cos(\alpha \frac{\pi}{2})}{1 + (\omega\tau)^{1-\alpha} \sin(\alpha \frac{\pi}{2})} \right],$$

$$r = \left[1 + (\omega\tau)^{1-\alpha} \sin(\alpha \frac{\pi}{2}) \right]^2 + \left[(\omega\tau)^{1-\alpha} \cos(\alpha \frac{\pi}{2}) \right]^2,$$

$0 \leq \alpha < 1, 0 < \beta \leq 1,$
 τ (s) je relaxační doba.

V literatuře [7] se můžeme setkat se zápisem vztahů 1.24 a 1.25 v jiné podobě, jde však o tytéž, jinak zapsané, vztahy:

$$\varepsilon' = \varepsilon_{\infty} + (\varepsilon_S - \varepsilon_{\infty}) \frac{\cos(\beta \Theta)}{\left[1 + 2(\omega \tau_0)^{1-\alpha} \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + (\omega \tau_0)^{2(1-\alpha)}\right]^{\frac{\beta}{2}}}, \quad (1.26)$$

$$\varepsilon'' = (\varepsilon_S - \varepsilon_{\infty}) \frac{\sin(\beta \Theta)}{\left[1 + 2(\omega \tau_0)^{1-\alpha} \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) + (\omega \tau_0)^{2(1-\alpha)}\right]^{\frac{\beta}{2}}}, \quad (1.27)$$

$$\text{kde} \quad \Theta = \arctg \left[\frac{(\omega \tau)^{1-\alpha} \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)}{1 + (\omega \tau)^{1-\alpha} \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)} \right],$$

$$r = \left[1 + (\omega \tau)^{1-\alpha} \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)\right]^2 + \left[(\omega \tau)^{1-\alpha} \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)\right]^2.$$

Maximum v Havriliak - Negamiho funkci [6] má polohu

$$\omega_{max} = \frac{1}{\tau_0} \left[\frac{\sin \frac{\alpha \pi}{2(1+\beta)}}{\sin \frac{\alpha \beta \pi}{2(1+\beta)}} \right]^{\frac{1}{\alpha}}, \quad (1.28)$$

nikoli

$$\omega_{max} = \frac{1}{\tau_0}. \quad (1.29)$$

Přístup Jonscherův

Vztah [7]:

$$\varepsilon'' = \frac{A}{\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^n + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^{-m}}. \quad (1.30)$$

Frekvence, při které jsou maximální ztráty, je

$$\omega_{max} = \left[\frac{m}{1-n} \omega_1^m \omega_2^{1-n} \right]^{\frac{1}{m-n+1}},$$

kde $0 < m \leq 1, 0 \leq n < 1$.

Přístup Kohlrausch-Williams-Wattsův

Vztah [6], [8]:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{\infty} + (\varepsilon_S - \varepsilon_{\infty}) \left[1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau} \right)^{\beta} \right] \right]. \quad (1.31)$$

Poznámka:

Vztahy (1.15), (1.19), (1.22) a (1.25) vycházejí z analýzy polarizačních ztrát. Vodivostní ztráty se zahrnou do komplexní permitivity aditivním členem $\frac{\sigma_{dc}}{j\omega\varepsilon_0}$ k imaginární složce citovaných vztahů, která představuje ztráty. Např. vztah 1.13 bude potom

$$\varepsilon^* = \varepsilon_{\infty} + (\varepsilon_S - \varepsilon_{\infty}) \frac{1}{1 + j\omega\tau} + \frac{\sigma_{dc}}{j\omega\varepsilon_0}. \quad (1.32)$$

2 Složené soustavy

2.1 Úvod

Složená soustava neboli kompozit je tvořena makroskopickými útvary dvou nebo více materiálových složek s rozdílnými vlastnostmi, které dohromady dávají výslednému výrobku vlastnosti nové, které nemá sama o sobě žádná z jeho složek. Geometrické útvary jednotlivých složek jsou v soustavě spojeny v celém nebo téměř celém objemu.

2.2 Teorie složené soustavy

Významnou úlohu v teoretickém zkoumání složených soustav hraje geometrie soustavy, která zahrnuje především tyto činitele:

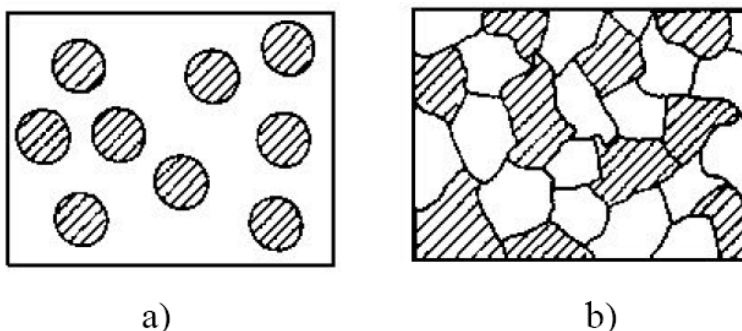
- typ soustavy,
- rozložení částic v soustavě,
- tvar částic,
- orientaci částic vzhledem k přiloženému elektrickému poli,
- velikost částic včetně distribuce rozměrů částic.

Typ soustavy je určován podle způsobu rozdělení složek soustavy. Z tohoto hlediska je nejčastější členění na:

- matriční soustavy,
- statistické soustavy.

Matriční soustava je tvořena základním souvislým prostředím (matricí), v němž jsou rozmístěny (dispergovány) částice složek ostatních. Dispergované částice mohou být v soustavě rozloženy pravidelně nebo chaoticky, rovnoměrně či nerovnoměrně. Matriční prostředí a dispergované částice nejsou geometricky rovnocenné.

Ve statistické soustavě jsou částice všech složek vzájemně nahodile rozloženy v celém objemu soustavy. Geometricky jsou všechny složky rovnocenné.



Obr. 2.1 a) Matriční soustava b) statistická soustava (v řezu)

Rozložení částic v soustavě může být buď pravidelné nebo chaotické. Pravidelné rozložení se většinou předpokládá při teoretickém řešení soustav. V reálných materiálech se častěji vyskytuje rozložení chaotické. Nejčastěji uvažovaným pravidelným rozložením jsou kulovité

nebo krychlové částčky v jednoduché kubické mřížce.

Vliv tvaru částic vyplývá z teorie rozložení elektromagnetického pole uvnitř těles. Jednoduché analytické vyjádření lze nalézt pro kouli, případně elipsoid. Pro obecnější tvary není možné získat analytické vyjádření a vztahy pro rozložení pole se určují numericky nebo graficky. Převážnou část prakticky se vyskytujících tvarů částček nelze přesně popsat základními geometrickými útvary. Jedná se v nejlepším případě o částice geometricky přesně definovaných, avšak deformovaných tvarů, zpravidla však o útvary naprosto libovolného tvaru. Jedinou cestou, umožňující řešení soustavy s tvarově libovolnými částicemi, je aproximace daných částic vhodným, geometricky přesně definovaným tvarem, obecně elipsoidem, určeným třemi vzájemně kolmými poloosami o délkách a , b , c . Zvláštními případy elipsoidu pak mohou být sféroidy ($a \neq b = c$) či koule ($a = b = c$).

Obvykle se předpokládá, že všechny složky soustavy představují homogenní a izotropní prostředí, že částice všech složek jsou velké ve srovnání s rozměry atomů nebo molekul, že mezi částicemi složek nedochází k vytvoření žádných chemických vazeb ani k žádným fyzikálně-chemickým reakcím, tzn. že se na hranicích mezi částicemi nevytvářejí žádné vodivé, polovodivé nebo dielektrické mezivrstvy a že složky netvoří tuhý roztok. Jedná-li se o elektrické vlastnosti, předpokládá se ještě, že složená soustava se sleduje při nízkých intenzitách elektrického pole a při frekvencích ležících mimo relaxační oblast frekvenční disperze.

Vliv velikosti dispergovaných částic nebývá tak významný a ve většině teoretických prací není vliv velikosti částic uváděn. Zřejmě v důsledku toho, že při řešení směsných vztahů přechází objem částic sumací do celkového objemu příslušné materiálové složky.

2.3 Permitivita složené soustavy

Z hlediska teoretického řešení složených soustav není rozhodující, zda se sledují vlastnosti elektrické, magnetické nebo tepelné. Je tomu tak proto, že chování materiálů v elektrických, magnetických a tepelných polích je popsáno formálně stejnými diferenciálními rovnicemi a je charakterizováno stejnými okrajovými podmínkami. Lze tedy směsné vztahy, odvozené např. pro permitivitu, použít i pro sledování permeability, vnitřní konduktivity, měrné tepelné vodivosti, příp. součinitele difúze.

2.4 Směsné vztahy

Při návrhu i použití kompozitů je často žádoucí znát nejen materiálové vlastnosti soustavy, nýbrž i vztah těchto vlastností k příslušným vlastnostem složek. To řeší teorie složených (směsných) soustav, jejímž hlavním úkolem je vyhledání přiměřeného směsného vztahu. Směsný vztah musí jednoznačně určovat výslednou vlastnost fiktivního materiálu, který bude ve vnějším silovém poli vykazovat stejné vlastnosti jako složená soustava.

Výsledná vlastnost X_s mnohasložkové soustavy složené z materiálů o vlastnostech $X_1, X_2, \dots, X_n$ a poměrných objemových dílech složek v soustavě $v_1, v_2, \dots, v_n$, je určena obecně funkcí

$$X_S = F(X_1, X_2, \dots, X_n, v_1, v_2, \dots, v_n), \quad (2.1)$$

přičemž

$$\sum_{i=1}^n v_i = 1. \quad (2.2)$$

Funkční závislost 2.1 je v konkrétních případech složitá, neboť zahrnuje i vliv tzv. geometrie složené (směsné) soustavy. Výjimkou jsou případy jednoduchých složených soustav, tvořených např. paralelně nebo sériově řazenými vrstvami několika různých materiálů.

Vzájemná záměna indexů v analytickém vyjádření směsného vztahu je možná pouze při popisu soustav statistického typu, v nichž jsou všechny složky soustavy geometricky rovnocenné. Při popisu matričních soustav je záměna indexů ve směsném vztahu nepřipustná.

Nejčastějším případem řešených složených soustav bývají soustavy dvousložkové. Pro jejich permitivitu byla v minulosti odvozena, mj. např. již Maxwellem, a v literatuře uváděna, řada směsných vztahů. Pečlivé prozkoumání jejich vnějšího tvaru však ukazuje, že velká část vztahů je si nejen formálně podobná, nýbrž je ve vzájemném vztahu a liší se od jistého obecného tvaru směsného vztahu pouze mírou odpovídající použité aproximace.

Většina směsných vztahů popisuje matriční soustavy s matričním prostředím o permitivitě ε'_2 a dispergovanými částicemi kulového tvaru o permitivitě ε'_1 . Při odvození zevšeobecněného vztahu se uvažuje, že každá dispergovaná částice je obklopena prostředím o efektivní permitivitě ε'_{ef} , její hodnota není obecně známa, leží však v rozmezí $< \varepsilon'_2; \varepsilon'_1 >$.

Způsoby sestavování směsných vztahů pro vícesložkové složené soustavy můžeme rozdělit na dvě základní skupiny:

2.4.1 Exaktní postupy řešení složených soustav

Exaktní přístupy k řešení složených soustav vycházejí z teorie potenciálů v silových polích s přihlédnutím k vlivu okrajových podmínek. Základním úkolem je pak pro daný případ nalézt příslušné řešení Laplaceovy rovnice. Výchozím bodem řešení je zjištění potenciálu v libovolně zvoleném bodě uvnitř i vně jedné makroskopické částice vložené do vnějšího silového pole. Předložit řešení zadané úlohy lze však pouze v případě částic tvaru, který lze řešit v silovém poli, tedy koule, sféroidu nebo elipsoidu, a to při nízké koncentraci dispergovaných částic v soustavách matričního typu. Přítomnost většího počtu dispergovaných částic v soustavě vede i za předpokladu, že částice jsou popsány relativně jednoduchými geometrickými tvary, k vážným matematickým obtížím. Na každou jednotlivou částici nepůsobí totiž pouze vnější silové pole, nýbrž i silová pole vytvářená ostatními dispergovanými částicemi. Stejně tak působí i sledovaná částice svým polem na částice ostatní. V důsledku vzájemného ovlivňování polí nelze pak potenciály v jednotlivých bodech soustavy vyčíslit. Výjimkou jsou případy, kdy dispergované částice jsou v soustavě pravidelně rozloženy, nebo jedná-li se o velmi nízkou koncentraci

dispergovaných částic.

Vhodnější, než sledovat hodnoty elektrických potenciálů a intenzit elektrického pole v jednotlivých bodech složené soustavy, je pracovat se středními prostorovými hodnotami elektrické indukce a intenzity elektrického pole.

V elektrickém silovém poli je základní rovnicí pro určení permitivity složené soustavy vztah mezi střední hodnotou elektrické indukce a intenzitou elektrického pole:

$$\overline{D} = \varepsilon_0 \varepsilon'_S \overline{E}. \quad (2.3)$$

Z klasické teorie elektromagnetického pole lze pro dvousložkovou soustavu odvodit následující vztahy:

$$\overline{D} = v_1 \overline{D}_1 + v_2 \overline{D}_2, \quad (2.4)$$

$$\overline{E} = v_1 \overline{E}_1 + v_2 \overline{E}_2. \quad (2.5)$$

Jsou-li složky izotropní, potom pro ně platí:

$$\overline{D}_1 = \varepsilon_0 \varepsilon'_1 \overline{E}_1, \quad (2.6)$$

$$\overline{D}_2 = \varepsilon_0 \varepsilon'_2 \overline{E}_2. \quad (2.7)$$

Sjednocením rovnic 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 a 2.7 a vyloučením $\overline{E}_2$ získáme jednoduchou rovnici pro permitivitu složené soustavy:

$$\varepsilon'_S = \varepsilon'_2 \left[1 + v_1 \left(\frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} - 1 \right) f_1 \right] = \varepsilon'_2 + v_1 (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2) f_1, \quad (2.8)$$

$$\text{kde } f_1 = \frac{\overline{E}_1}{\overline{E}}. \quad (2.9)$$

Stejným způsobem, ale vyloučením $\overline{E}$ dostaneme rovnici:

$$\varepsilon'_S = \varepsilon'_2 \left[\frac{1 + v_1 \left(\frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} f_{12} - 1 \right)}{1 + v_1 (f_{12} - 1)} \right], \quad (2.10)$$

$$\text{kde } f_{12} = \frac{\overline{E}_2}{\overline{E}_1}, \quad (2.11)$$

vztah mezi veličinami f_1 a f_{12} získáme srovnáním vztahů 2.8 a 2.10:

$$f_1 = \frac{f_{12}}{1 - v_1(1 - f_{12})}. \quad (2.12)$$

Totéž vyjádření efektivní permitivity představuje implicitní rovnice:

$$(\varepsilon'_S - \varepsilon'_1) v_1 \frac{\overline{E}_1}{\overline{E}} + (\varepsilon'_S - \varepsilon'_2) v_2 \frac{\overline{E}_2}{\overline{E}} = 0. \quad (2.13)$$

Vztah 2.13 je možné univerzálně zobecnit pro n - složkovou soustavu na:

$$\varepsilon'_S = \varepsilon'_n + \sum_{i=1}^n (\varepsilon'_i - \varepsilon'_n) v_i \frac{\overline{E}_i}{\overline{E}}. \quad (2.14)$$

K předešlé rovnici se vztahují tzv. limitní rovnice nazývané **Wienerova nerovnost**:

$$\left(\sum_{i=1}^n \frac{v_i}{\varepsilon_i} \right)^{-1} \leq \varepsilon \leq \sum_{i=1}^n v_i \varepsilon_i. \quad (2.15)$$

Dolní mez odpovídá sériovému řazení vrstev složené soustavy, horní mez odpovídá paralelnímu řazení vrstev. Permitivita n - složkové složené soustavy leží mezi těmito mezemi.

Přesné určení poměru středních hodnot intenzit elektrického pole uvnitř i vně částeczek lze určit jen pro základní tvary částic – kouli a tříosý elipsoid a zároveň při nízké hodnotě objemu dispergovaných částic v_1 . Tento vztah bude:

$$f_{12} = \frac{\overline{E}_2}{\overline{E}_1} = \frac{1}{3} \sum_{i=a,b,c} \frac{\cos^2 \alpha_i}{1 + \left(\frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_{ef}} - 1 \right) L_i}, \quad (2.16)$$

kde α_i je úhel, který svírá poloosa i elipsoidu se směrem vnějšího elektrického pole.

Pro zjednodušení teoretického rozboru směsných vztahů se používají dva mezní případy hodnot $\cos^2 \alpha_i$:

- úplná orientace elipsoidových částic v jedné ose (pro ni $\cos^2 \alpha_i = 1$ pro ostatní $\cos^2 \alpha_i = 0$),
- při chaotickém uspořádání částic v soustavě a při libovolné prostorové orientaci os elipsoidů ($\cos^2 \alpha_a = \cos^2 \alpha_b = \cos^2 \alpha_c = \frac{1}{3}$).

V obou případech je součet čitatele 1, a vztah se potom zjednoduší na

$$f_{12} = \frac{\overline{E_2}}{\overline{E_1}} = \frac{1}{3} \sum_{i=a,b,c} \frac{1}{1 + \left(\frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_{ef}} - 1 \right) L_i}, \quad (2.17)$$

ε'_{ef} značí permitivitu blízkého okolí částic, nabývá hodnot z intervalu $\langle \varepsilon'_2; \varepsilon'_S \rangle$. Dosazení $\varepsilon'_{ef} = \varepsilon'_2$ nebo $\varepsilon'_{ef} = \varepsilon'_S$ je důsledkem aproximativního přístupu a nemusí zcela odpovídat skutečnosti.

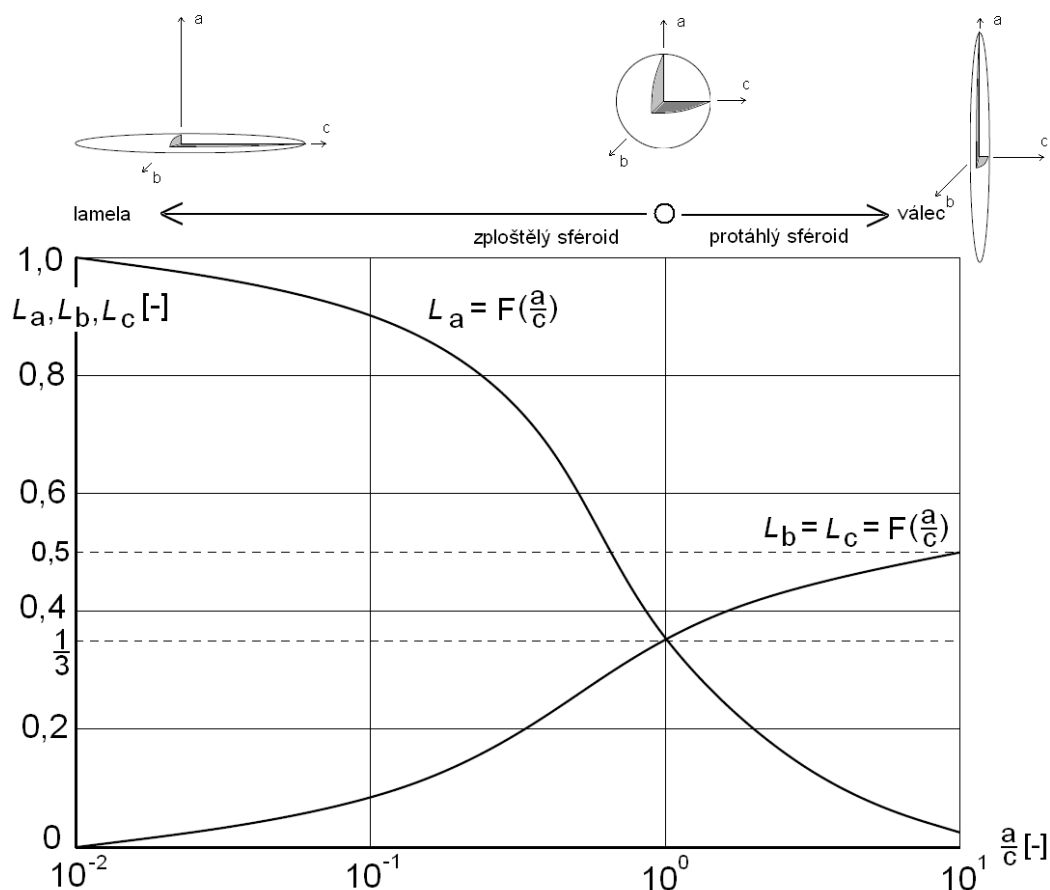
L_a , L_b a L_c jsou tak zvané depolarizační činitele a platí pro ně:

$$L_a + L_b + L_c = 1.$$

Mezními případy geometrických tvarů elipsoidových částic jsou :

- koule – všechny tři osy shodné,
- válec – protáhlý sféroid,
- deska – zploštělý sféroid.

Odpovídající hodnoty depolarizačních činitelů můžeme vidět na následujícím obrázku:



Obr. 2.2 Závislost depolarizačních činitelů sféroidů na poměru poloos a/c

Jestliže můžeme s dostatečnou přesností dispergované částice považovat za kulové (potom L_a, L_b a $L_c = \frac{1}{3}$) přejde vztah 2.14 na:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_2 \left[1 + v_1 \left(\frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} - 1 \right) \frac{3\varepsilon'_{ef}}{\varepsilon'_1 + 2\varepsilon'_{ef}} \right], \quad (2.18)$$

tento vztah můžeme považovat za **z evšeobecněný směsný vztah** při malém objemu kulových dispergovaných částic.

Vztah lze přepsat do tvaru:

$$\frac{\varepsilon'_s - \varepsilon'_2}{\varepsilon'_2} = 3v_1 \frac{\varepsilon'_{ef}}{\varepsilon'_2} \cdot \frac{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2}{\varepsilon'_1 + 2\varepsilon'_{ef}}. \quad (2.19)$$

Maxwellův směsný vztah (Maxwell - Wagner)

Maxwell uvažoval, že při nízké hodnotě objemového dílu v_1 bude průměrná vzdálenost mezi dispergovanými částicemi v soustavě mnohem větší než je velikost částic, takže vzájemné působení mezi částicemi může být zanedbáno. V tomto případě bude okolí každé dispergované částice charakterizováno se značnou přesností permitivitou matričního prostředí ε'_2 . Maxwell tedy využil aproximace $\varepsilon'_{ef} = \varepsilon'_2$ a pro případ matriční soustavy s **nízkou koncentrací dispergovaných částic tvaru sféroidů** odvodil dodnes používaný směsný vztah

$$\frac{\varepsilon'_s - \varepsilon'_2}{\varepsilon'_2} = 3v_1 \frac{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2}{\varepsilon'_1 + 2\varepsilon'_2}. \quad (2.20)$$

Tento vztah může být vyjádřen ve tvaru

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_2 \left[1 + \frac{v_1 (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2)}{\varepsilon'_2 + (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2) L_x} \right], \quad (2.21)$$

kde koeficient depolarizace je pro částice tvaru sféroidů L_x roven $1/3$.

Směsný vztah Lorenz – Lorentzův (Clausius-Mosotti-Lorenz-Lorentz)

Vztah Lorenz – Lorentzův [9], [10] je vztah univerzálnější. Je z evšeobecněním Maxwellova vztahu pro částice nekulových tvarů a pro libovolný objemový podíl dispergovaných částic. Geometrický koeficient depolarizace L_x ve vztahu 2.21 nahradíme efektivním koeficientem depolarizace, který se zmenšuje se zvyšováním objemu dispergovaných částic $L'_x = (1 - v_1) L_x$, protože na sebe začínají působit samotné částice a oslabuje se vliv vnějšího pole. Vztah potom bude

$$\varepsilon'_S = \varepsilon'_2 \left[1 + \frac{v_1(\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2)}{\varepsilon'_2 + (\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2)(1 - v_1)L_x} \right]. \quad (2.22)$$

Böttcherův směsný vztah

Böttcher [11] vyslovil jeden z předpokladů, mající za úkol pomoci vyřešit *soustavy o vyšším poměrném objemovém dílu dispergovaných částic* v_1 .

Jeho teorie vychází z představy, že důsledek vzájemného působení elektrických polí jednotlivých částic lze pohodlně vyjádřit tak, že každá částice soustavy podléhá vlivu okolního prostředí, jež je charakterizováno permitivitou složené soustavy, tj. $\varepsilon'_{ef} = \varepsilon'_S$. Efektivní permitivita složené soustavy s kulovými částicemi je pak vyjádřena vztahem

$$\frac{\varepsilon'_S - \varepsilon'_2}{\varepsilon'_S} = 3v_1 \frac{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2}{\varepsilon'_1 + 2\varepsilon'_S}. \quad (2.23)$$

Odelevského směsný vztah

Vztah Odelevského [11] je tvarově shodný s Böttcherovým směsným vztahem.

$$\varepsilon'_S = A + \sqrt{A^2 + \frac{\varepsilon'_1 \varepsilon'_2}{2}}, \quad (2.24)$$

$$\text{kde } A = \frac{\varepsilon'_1(3v_1 - 1) + \varepsilon'_2(3v_2 - 1)}{4}.$$

Integrační metody - Bruggeman

Integrační metody jsou významnou skupinou přístupu k určení poměru intenzit elektrického pole v obecném směsném vztahu. První, kdo aplikoval tuto metodu, byl Bruggeman [12], [10]. Vycházel z předpokladu, že vztahy 2.6, 2.7 a 2.8 jsou platné i pro nekonečně malé přírůstky permitivity. Nahradil veličiny ε'_S a v_1 diferenciálními veličinami $\varepsilon'_S + d\varepsilon'_S$

a $\frac{dv_1}{1 - v_1}$ a dospěl k rovnici:

$$\frac{\varepsilon'_S + \sqrt[3]{(\varepsilon'_1 - \varepsilon'_S)}}{\varepsilon'_S(\varepsilon'_1 - \varepsilon'_S)} d\varepsilon'_S = \frac{dv_1}{1 - v_1}. \quad (2.25)$$

Integrací levé strany rovnice v intervalu $\langle \varepsilon'_2; \varepsilon'_S \rangle$ a pravé strany v intervalu $\langle 0; v_1 \rangle$ obdržel výsledný výraz:

$$\frac{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_S}{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2} = (1 - v_1)^3 \sqrt[3]{\frac{\varepsilon'_S}{\varepsilon'_2}}. \quad (2.26)$$

Tento vztah platí pro náhodně orientované kulové dispergované částice.

Pro částice tvaru zploštělých sféroidů bude mít rovnice tvar [9]

$$\frac{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_S}{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2} = (1 - v'_1) \frac{2\varepsilon'_1 + \varepsilon'_S}{2\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2}. \quad (2.27)$$

2.4.2 Empirické postupy řešení složených soustav

Wienerův směsný vztah

Wiener [9], [10] navrhl brát v úvahu rozmístění dispergovaných částic vzhledem ke směru elektrického pole pomocí „koeficientu směsi“ m ($0 \leq m \leq \infty$) a empirickým postupem ukázal, že permitivita směsi ε'_S složek ε'_1 a ε'_2 je přibližně rovna

$$\frac{\varepsilon'_S - 1}{\varepsilon'_S + m} = v_1 \frac{\varepsilon'_1 - 1}{\varepsilon'_1 + m} + v_2 \frac{\varepsilon'_2 - 1}{\varepsilon'_2 + m}, \quad (2.28)$$

m - koeficient závisící na tvaru dispergovaných částic.

Předpokládáme, že dispergované částice jsou obklopeny stejnorodým matričním prostředím o permitivitě ε'_2 .

Krajními hodnotami ε'_S jsou:

a) Minimální hodnota ε'_S je při $m = 0$. Jestliže mají dispergované částice tvar dlouhých destiček kolmých na elektrické pole, rovnice 2.28 se zjednoduší na tvar

$$\frac{1}{\varepsilon'_S} = \frac{v_1}{\varepsilon_1} + \frac{v_2}{\varepsilon_2}. \quad (2.29)$$

Této rovnici odpovídá ekvivalentní sériové spojení dvou kondenzátorů.

b) Maximální hodnota ε'_S je při $m \rightarrow \infty$, což odpovídá rozložení dispergovaných částic (tvaru lamely, destičky i elipsoidu) s hlavní osou paralelní s elektrickým polem a místo vztahu 2.28 dostáváme novou rovnici jednoduchého tvaru

$$\varepsilon'_S = v_1 \varepsilon_1 + v_2 \varepsilon_2, \quad (2.30)$$

které odpovídá ekvivalentní paralelní spojení dvou kondenzátorů.

Nakonec, jestliže dispergované částice mají tvar sféroidů, tak $m \approx 2$, rovnice 2.28 bude mít tvar

$$\frac{\varepsilon'_S - 1}{\varepsilon'_S + 2} = v_1 \frac{\varepsilon'_1 - 1}{\varepsilon'_1 + 2} + v_2 \frac{\varepsilon'_2 - 1}{\varepsilon'_2 + 2}. \quad (2.31)$$

Pro podlouhlé částice s převládající orientací podél elektrického pole v obecné rovnici 2.28 koeficient m nabývá hodnot z rozmezí $2 \leq m \leq \infty$. Jestliže převládá orientace částic kolmá k elektrickému poli, to koeficient m nabývá hodnot z rozmezí $0 \leq m \leq 2$.

Lichteneckerův směsný vztah (Lichtenecker - Rother)

Velmi známým a v technické praxi často používaným směsným vztahem je Lichteneckerův mocninový vztah

$$\varepsilon_S'^k = \sum_{i=1}^n v_i \varepsilon_i'^k. \quad (2.32)$$

Pro případ dvousložkové soustavy je tvaru

$$\varepsilon_S'^k = v_1 \varepsilon_1'^k + v_2 \varepsilon_2'^k. \quad (2.33)$$

Jedná se o vztah obsahující empirický parametr k , závislý zejména na tvaru a orientaci částic složené soustavy. Může nabývat libovolné hodnoty z intervalu $\langle -1; 1 \rangle$ a jeho vhodná hodnota je určena experimentem. Např. pro soustavu obsahující částice tvaru lamel je vhodná hodnota $k = 2/3$, pro soustavu s částicemi zakulacených tvarů $k = 1/3$, apod.

Pro limitní hodnoty parametru k dospějeme k hraničním Wienerovým vztahům:

$$\varepsilon'_S = v_1 \varepsilon'_1 + v_2 \varepsilon'_2 \text{ a} \quad (2.34)$$

$$\frac{1}{\varepsilon'_S} = v_1 \frac{1}{\varepsilon'_1} + v_2 \frac{1}{\varepsilon'_2}, \quad (2.35)$$

kteří popisují permitivitu soustavy složené ze dvou paralelně či sériově řazených vrstev.

Pro hodnotu $k \rightarrow 0$ přechází rovnice v tzv. Lichteneckerův logaritmický vztah

$$\log \varepsilon'_S = v_1 \log \varepsilon'_1 + v_2 \log \varepsilon'_2. \quad (2.36)$$

nebo

$$\varepsilon'_S = \varepsilon_1'^{v_1} + \varepsilon_2'^{v_2}, \quad (2.37)$$

pro n - složkovou soustavu je možné vztah zobecnit na

$$\varepsilon'_S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i'^{v_i}. \quad (2.38)$$

Lichteneckerův logaritmický vztah je tvarově jednoduchý a dobře popisuje složené soustavy matričního typu obsahující částice kulového tvaru a soustavy statistického typu s částicemi libovolného či neurčitého tvaru při chaotickém uspořádání složek s libovolnou hodnotou poměrného objemového dílu všech složek soustavy. Popis dvousložkové složené soustavy vztahem 2.32 bude tím přesnější, čím menší bude poměr permitivit obou složek; při odvozování svých vztahů uvažoval Lichtenecker dvě složky o nejvyšším poměru

$$\frac{\varepsilon_1'}{\varepsilon_2'} = 4.$$

Landau - Lifshitz

Lev Davidovič Landau byl sovětský fyzik oceněný Nobelovou cenou za fyziku v roce 1962. Jeho vztah se používá pro chaoticky rozmístěné částice.

$$\sqrt[3]{\varepsilon_S'} = \sum_{i=1}^n v_i \sqrt[3]{\varepsilon_i'}. \quad (2.39)$$

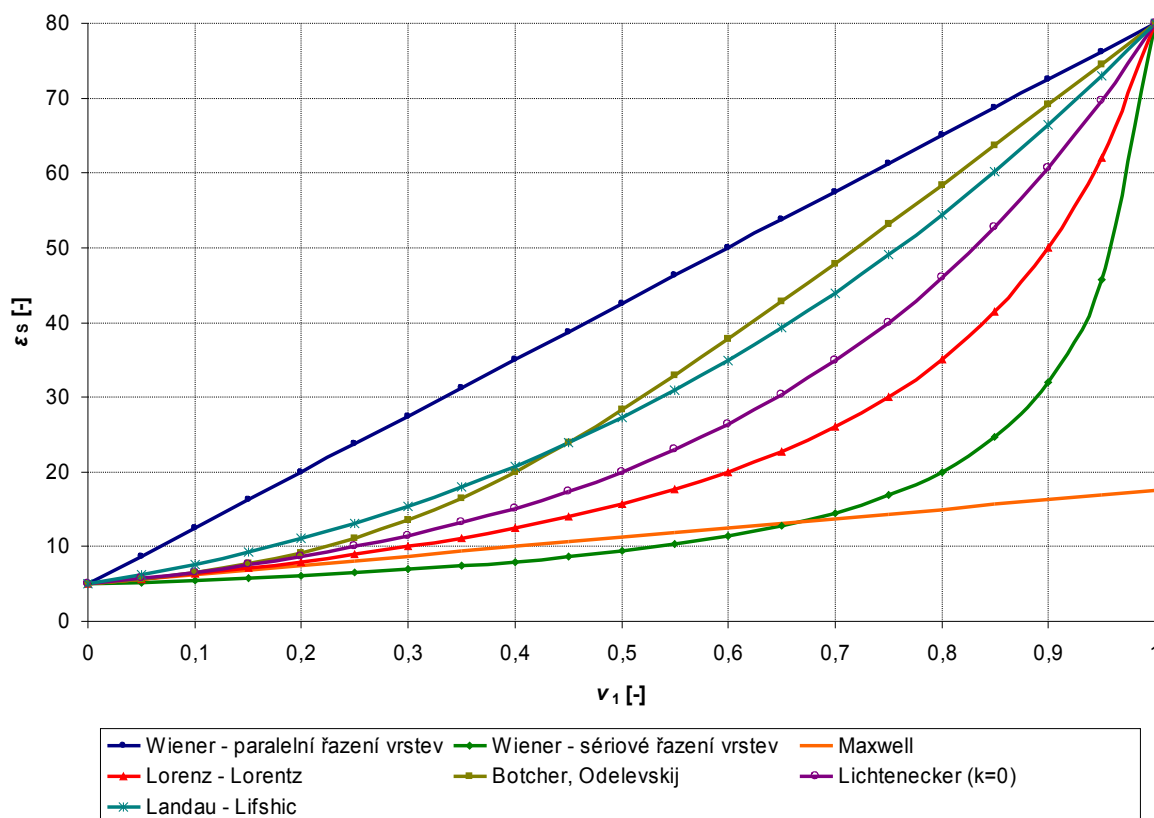
2.5 Porovnání směsných vztahů

Musíme si uvědomit, že díky aproximativním přístupům se každý směsný vztah nehodí pro každou složenou soustavu. Mnoho výše uvedených vztahů například počítá s dispergovanými částicemi kulových tvarů, náhodně orientovanými částicemi nebo s malou koncentrací dispergovaných částic.

Jetliže bychom se snažili vytvořit model, který by s maximální přesností charakterizoval konkrétní reálnou složenou soustavu, často by bylo potřeba doplňovat další parametry, které by charakterizovaly jednotlivé vlastnosti materiálu. Kvůli nim by se ale závislosti staly mnohem složitějšími a tím i složitěji použitelnými.

Obyčejně lze pro konkrétní případ složené soustavy najít vhodný vztah, který by s dostatečnou přesností umožňoval výpočet permitivity směsi, mezi výše uvedenými.

Porovnání směsných vztahů



Obr. 2.3 Porovnání směsných vztahů pro soustavu $\epsilon'_1 = 80$, $\epsilon'_2 = 5$

Jak můžeme vidět na obr. 2.3 dochází k velkému rozptýlu hodnot relativní permitivity směsi ϵ'_s vypočítaných z teoretických vztahů. Mezními případy je sériové a paralelní řazení vrstev. Rozptýl hodnot je způsoben různými aproximativními přístupy.

3 Program na modelování průběhu dielektrických veličin

3.1 Vytvoření programu

Program je vytvořen v prostředí C++ Builder 6.0 v programovacím jazyku C++. Pomocí prostředí Wine je program možno spustit také pod Linuxem. Hlavní důraz byl kladen na přehlednost, jednoduchost a uživatelsky přívětivé ovládání.

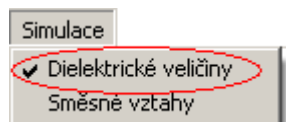
Program je připraven pro použití při výuce. Slouží k simulaci průběhů relativní permitivity, ztrátového činitele a ztrátového čísla v závislosti na frekvenci podle Debyeho teorie. Lze modelovat také průběhy závislosti mezi složkami komplexní permitivity podle Coleho - Coleho a sledovat vliv parametrů α a β . U složených soustav je možné simulovat průběhy podle Maxwellova, Böttcherova a Lichteneckerova smíšeného vztahu. Vypočítané průběhy ale ve skutečnosti platí pouze pro frekvence ležící mimo relaxační oblast frekvenční disperze. K dispozici je také databáze parametrů materiálů, která může být libovolně rozšiřována.

3.2 Typy simulací

3.2.1 Debyeho funkce

Základem programu je simulace průběhů relativní permitivity ε' , ztrátového čísla ε'' a ztrátového činitele $\tan \delta$ v závislosti na frekvenci.

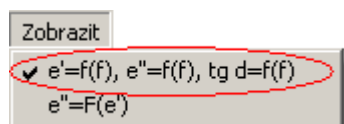
V hlavním menu vybereme *Simulace* → *Dielektrické veličiny* :



Obr. 3.1 Volba simulace

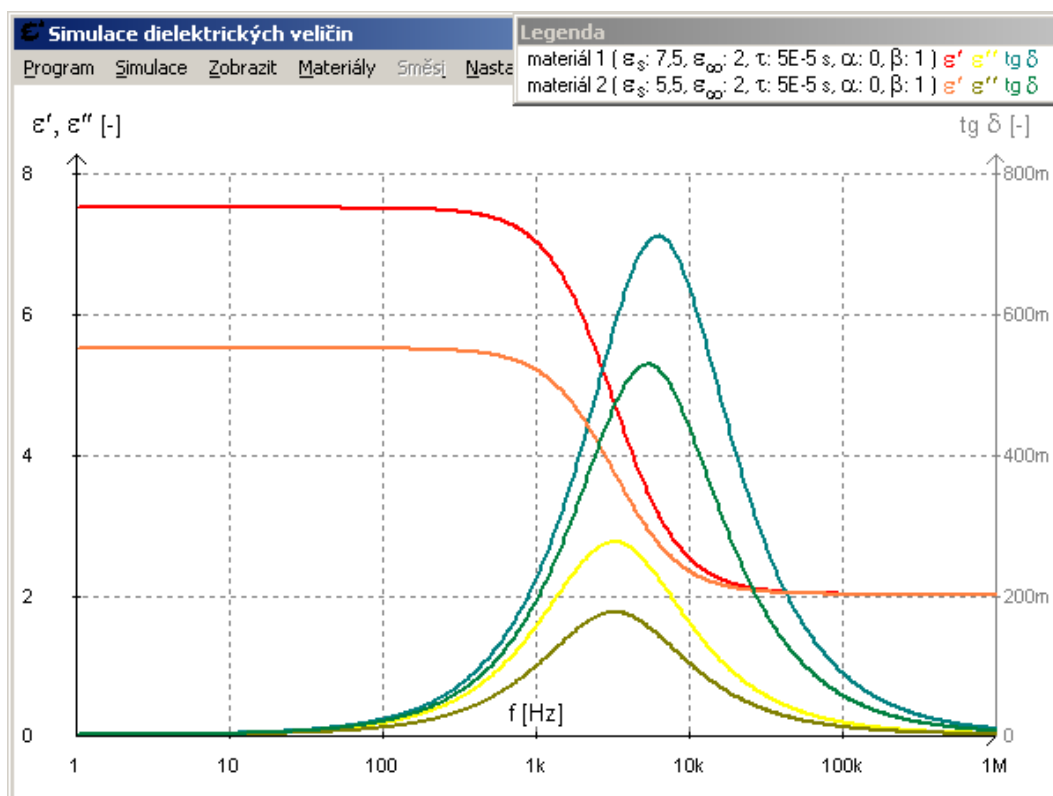
Program umožňuje zobrazovat současně průběhy předdefinovaného počtu materiálů. U každého materiálu můžeme nezávisle vybrat k zobrazení křivku závislosti relativní permitivity, ztrátového čísla a činitele na frekvenci a Coleho – Coleho kruhový diagram.

Pro zobrazení průběhu relativní permitivity, ztrátového činitele a ztrátového čísla v závislosti na frekvenci vybereme v menu položku *Zobrazit* → $\varepsilon' = F(f)$, $\varepsilon'' = F(f)$, $\tan \delta = F(f)$:



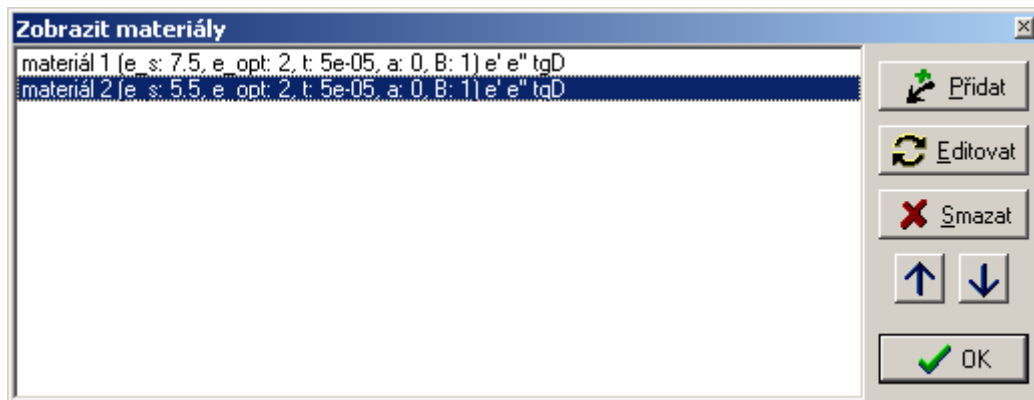
Obr. 3.2 Volba zobrazení závislosti

Příklad průběhu závislostí na frekvenci:



Obr. 3.3 Průběh v závislosti na frekvenci

Program umožňuje editovat parametry již vytvořených materiálů, k editaci se dostaneme přes *Materiál* → *Upravit*.



Obr. 3.4 Formulář na editaci materiálů

V seznamu vidíme všechny vytvořené materiály a u nich křivky, které se od těchto materiálů vykreslují. Pořadí materiálů v seznamu určuje pořadí, ve kterém se budou křivky vykreslovat na plochu. Z tohoto okna můžeme materiály editovat (tl. *Editovat*), přidávat (tl. *Přidat*), smazat libovolný materiál (tl. *Smazat*) a měnit jejich pořadí v seznamu.

Materiál můžeme přidat dvěma způsoby, z menu *Materiál* → *Přidat* nebo

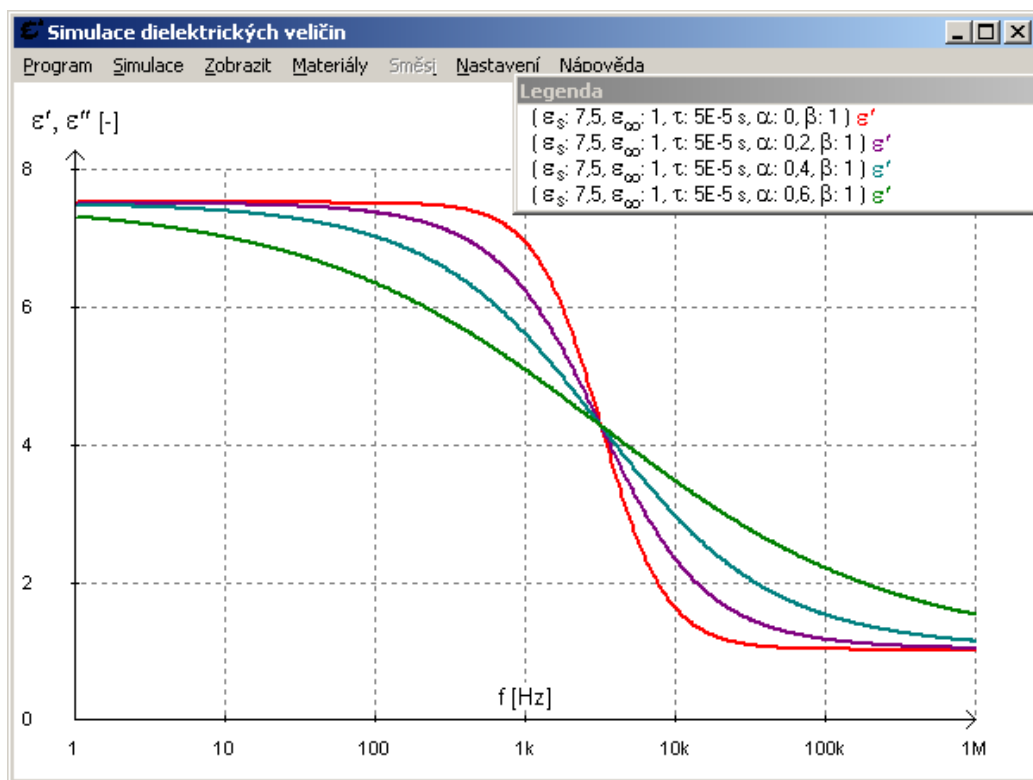
Materiál → *Editovat* → *Přidat* . Na obr. 3.5 vidíme okno pro přidání a editaci materiálu:

Obr. 3.5 Formulář na přidání nebo editaci vlastností materiálu

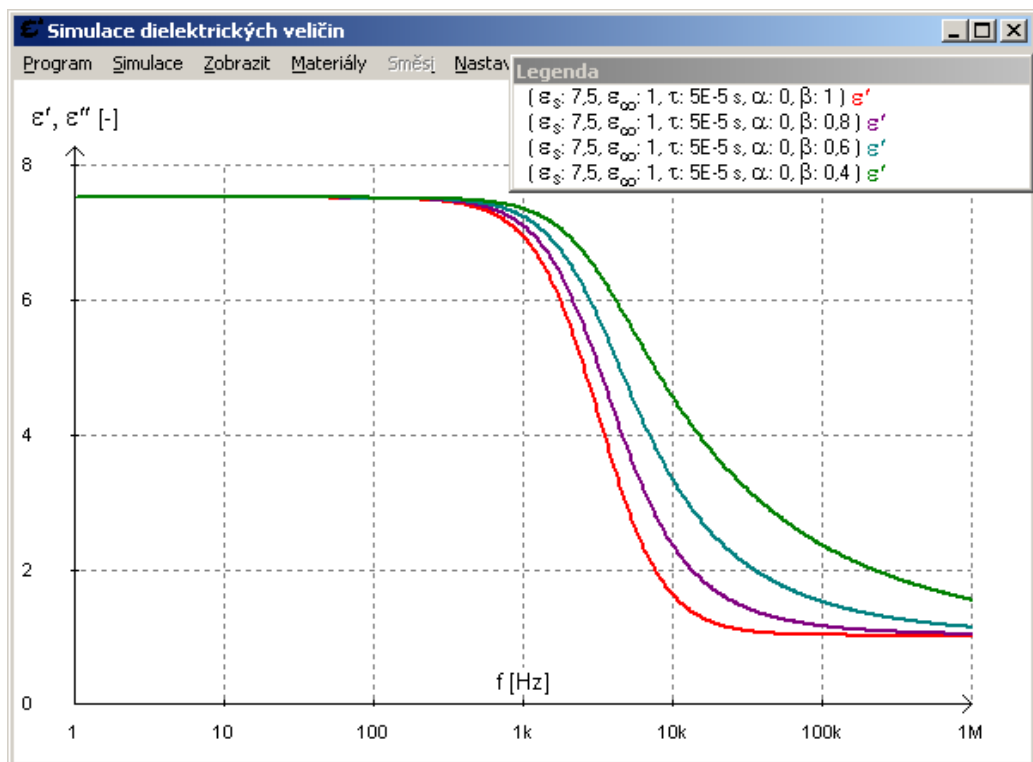
Jednotlivé položky mají tento význam: ε_s (-) je statická permitivita (při $\omega \rightarrow 0$), ε_∞ (-) je optická permitivita (při $\omega \rightarrow \infty$), τ (s) je relaxační doba, α (-) je distribuční parametr (frekvenčně nezávislý, určující šířku distribuce relaxačních dob) a β (-) je činitel, který charakterizuje asymetrii. V dolní části okna vybíráme, jaké křivky chceme, aby se u materiálu zobrazily a vybíráme jejich barvu. Materiál si také můžeme v poli *Název* pro přehlednost pojmenovat.

3.2.2 Havriliak – Negamiho funkce s parametry α a β

Když při vytváření nebo editaci materiálů měníme posuvníkem hodnotu parametrů α a β , můžeme jejich vliv na průběh relativní permitivity ε' , ztrátového čísla ε'' a ztrátového činitele $\text{tg } \delta$ sledovat přímo v hlavním okně.



Obr. 3.6 Vliv parametru α na průběh ϵ' v závislosti na frekvenci

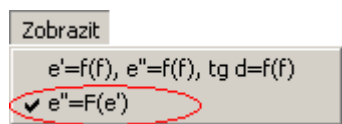


Obr. 3.7 Vliv parametru β na průběh ϵ' v závislosti na frekvenci

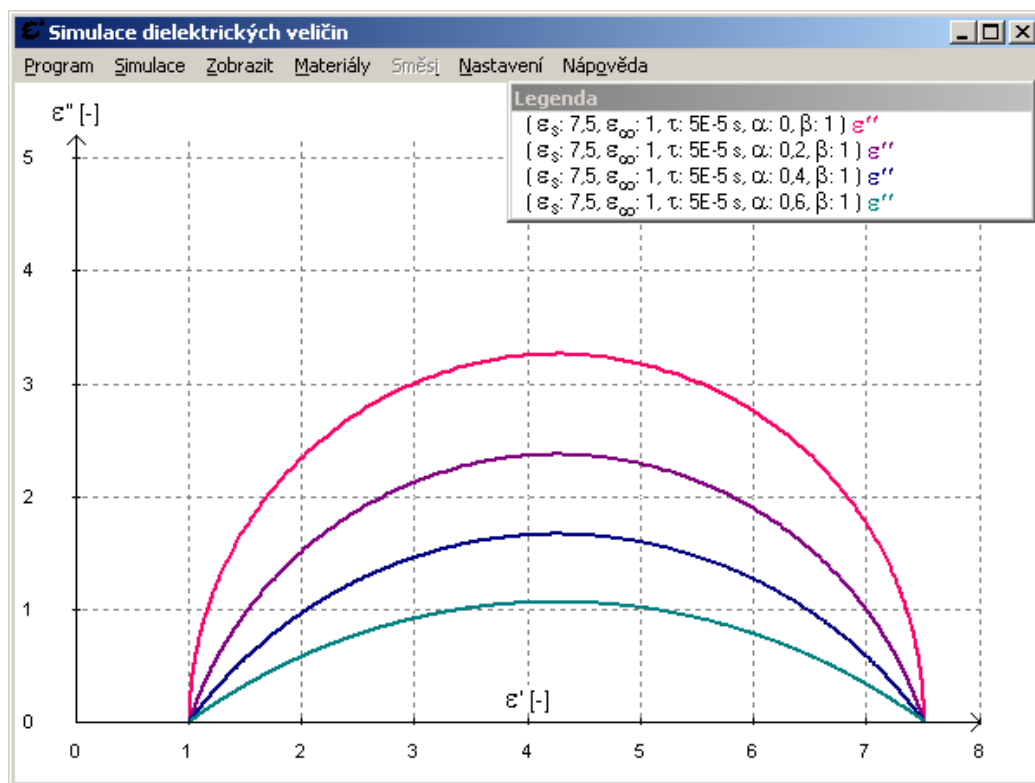
V menu *Nastavení* můžeme u os ϵ' , ϵ'' a $\text{tg } \delta$ zvolit zobrazení se stejným měřítkem. Můžeme také upravit rozsah horizontální osy frekvence.

3.2.3 Coleho – Coleho kruhový diagram s parametry α a β

Pro zobrazení Coleho-Coleho kruhového diagramu zvolíme v menu položku *Zobrazit* $\rightarrow e'' = F(e')$:

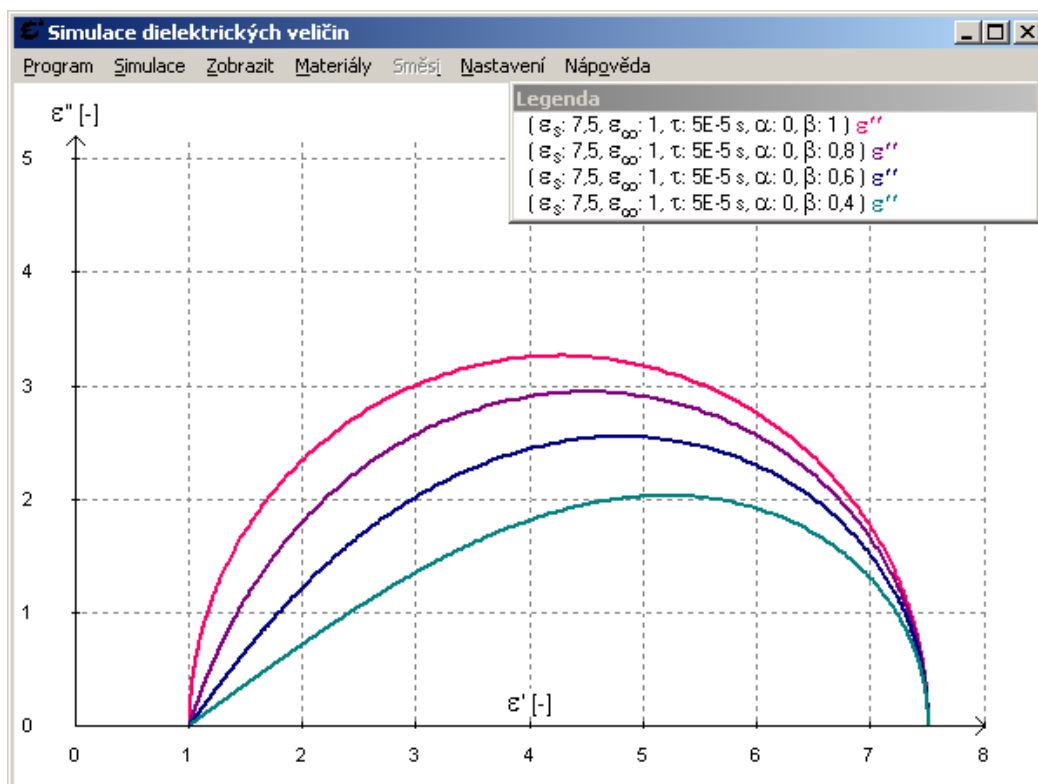


Obr. 3.8 Volba zobrazení závislostí



Obr. 3.9 Vliv parametru α na tvar Coleho-Coleho diagramu

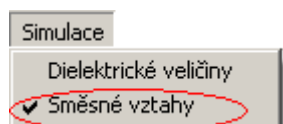
V menu *Nastavení* můžeme u kruhového diagramu zvolit stejná měřítka na vertikální i horizontální ose, horizontální osu relativní permitivity můžeme protáhnout do nuly.



Obr. 3.10 Vliv parametru β na tvar Coleho-Coleho diagramu

3.2.4 Směsné vztahy

V hlavním menu vybereme *Simulace* → *Směsné vztahy* :



Obr. 3.11 Volba simulace

Chceme-li simulovat dvousložkové složené soustavy, je nutné mít vytvořené alespoň dva materiály (*Materiál* → *Přidat*). Vytvoření složené soustavy provedeme příkazem *Směs* → *Přidat*. Zobrazí se nám okno, jako na následujícím obrázku (3.12). Po kliknutí na šipku u materiálu 1 nebo 2 se otevře okno se seznamem všech vytvořených materiálů, ze kterých jeden vybereme. Materiál 1 představuje dispergované částice a materiál 2 matriční prostředí. Posuvníkem mezi materiály vybereme objemový obsah jednotlivých složek ve směsi. V dolní části okna vybereme, jaké směsné vztahy chceme na tuto směs použít. Vybereme, jaké závislosti chceme zobrazit. U Lichteneckerova směsného vztahu je dále možné zvolit hodnotu empirického parametru k , který může nabývat hodnot v intervalu $\langle -1; 1 \rangle$.

Upravit směs

Směs
vino

Material 1 - dispergované částice
ethanol (e_s: 25.2, e_opt: 4.6, t: 1e- →
12%

Material 2 - matriční prostředí
voda (e_s: 80, e_opt: 6, t: 9.63e-12, →
88%

Směsný vztah

☒ Lichtenecker >>

$$\varepsilon_s^k = v_1 \varepsilon_1^k + v_2 \varepsilon_2^k$$
 0.18

☒ Maxwell

$$\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} = 3v_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}$$

☒ Böttcher

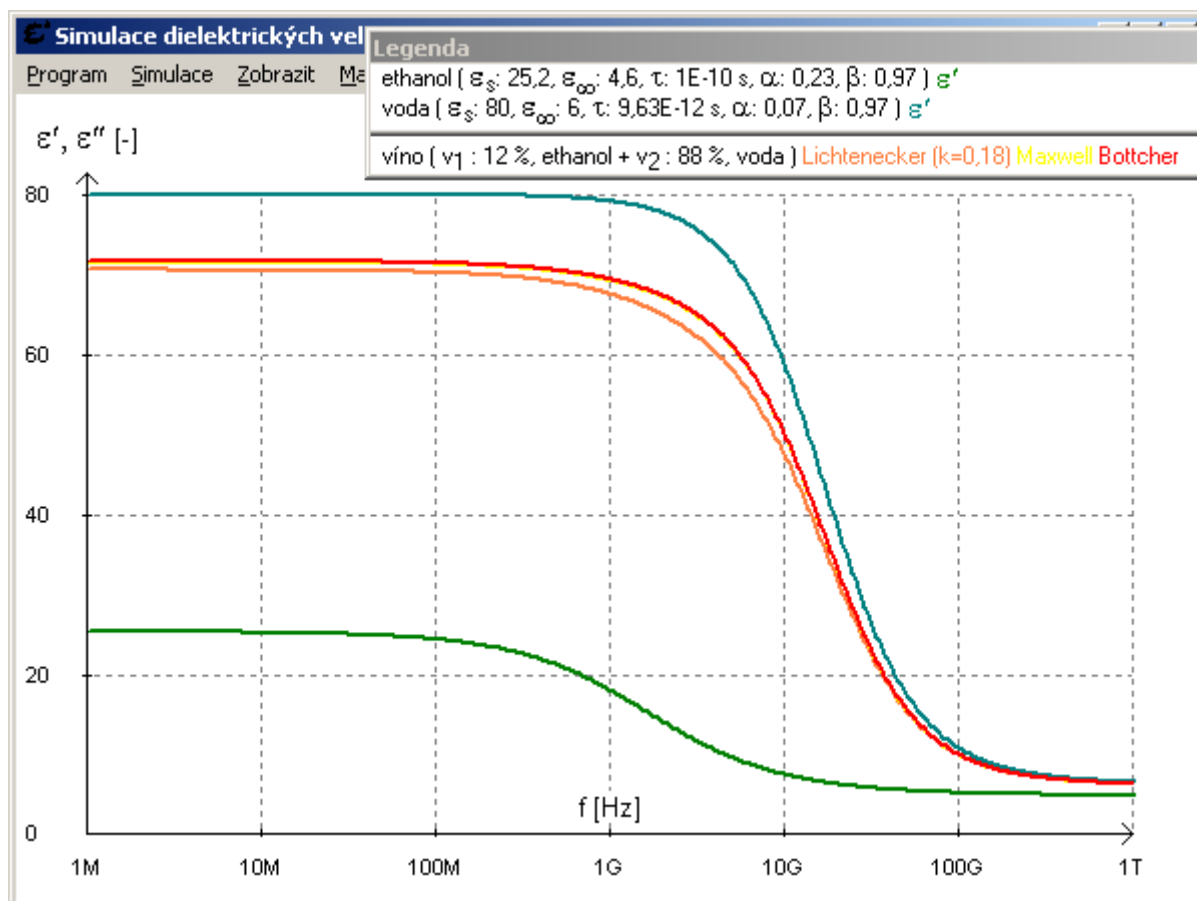
$$\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_2}{\varepsilon_s} = 3v_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_s}$$

Zobrazit křivky
☒ $\varepsilon' = F(f)$ ☐ $\varepsilon'' = F(f)$ ☐ $\tan \delta = F(f)$ ☒ $\varepsilon'' = F(\varepsilon')$

OK

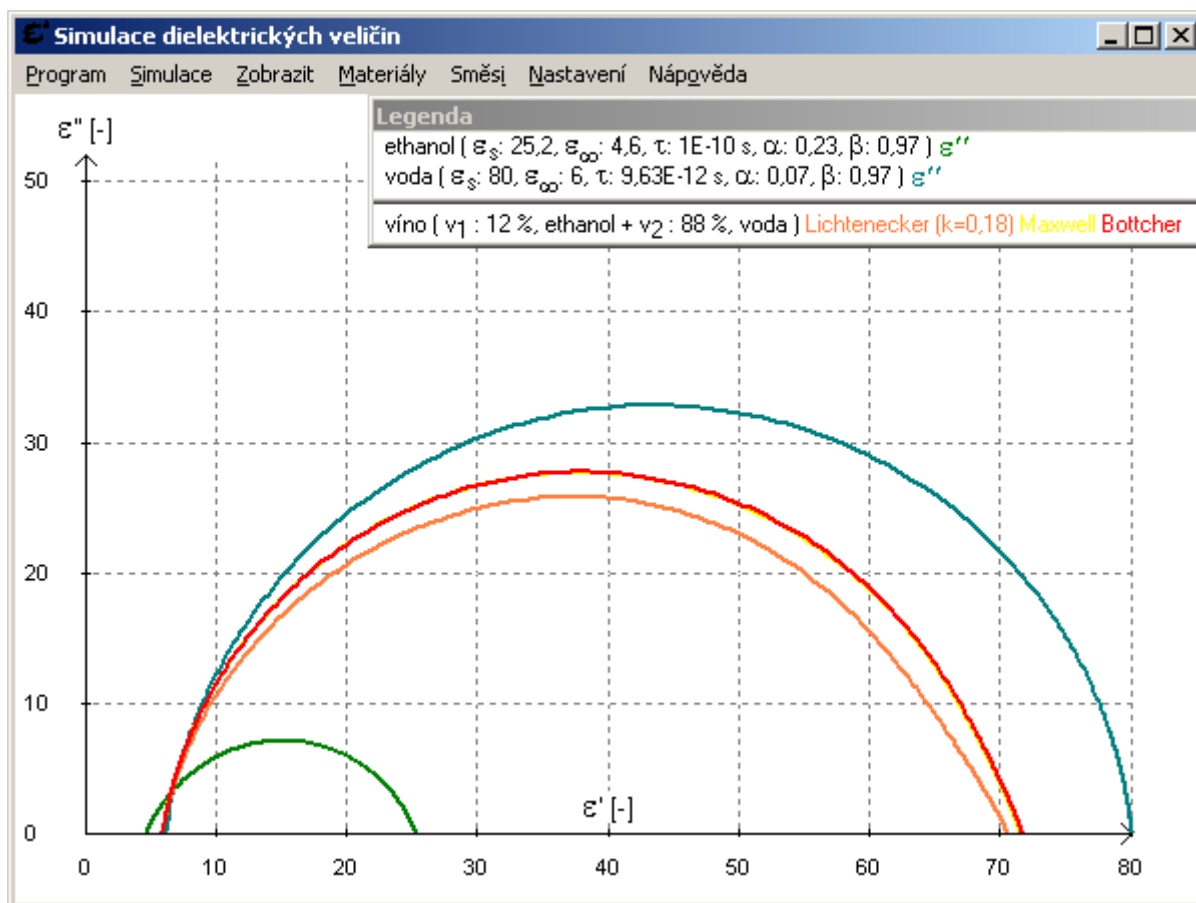
Obr. 3.12 Formulář na přidání nebo editaci vlastností směsi (složené soustavy)

Přes položku menu *Směs* → *Upravit* se nám vypíše seznam všech vytvořených směsí. Můžeme zde vytvořit novou směs (tl. *Přidat*), upravit již existující směs (tl. *Editovat*), smazat libovolnou směs (tl. *Smazat*) a měnit pořadí směsí v seznamu.



Obr. 3.13 Zobrazení závislosti relativní permitivity na frekvenci u složené soustavy

S pomocí programu můžeme u složené soustavy simulovat závislost relativní permitivity ϵ' , ztrátového čísla ϵ'' a ztrátového činitele $\tan \delta$ na frekvenci a závislost ztrátového čísla na relativní permitivitě (obr. 3.14).



Obr. 3.14 Zobrazení závislosti ztrátového čísla na relativní permitivitě u složené soustavy

3.3 Další funkce programu

3.3.1 Kurzory

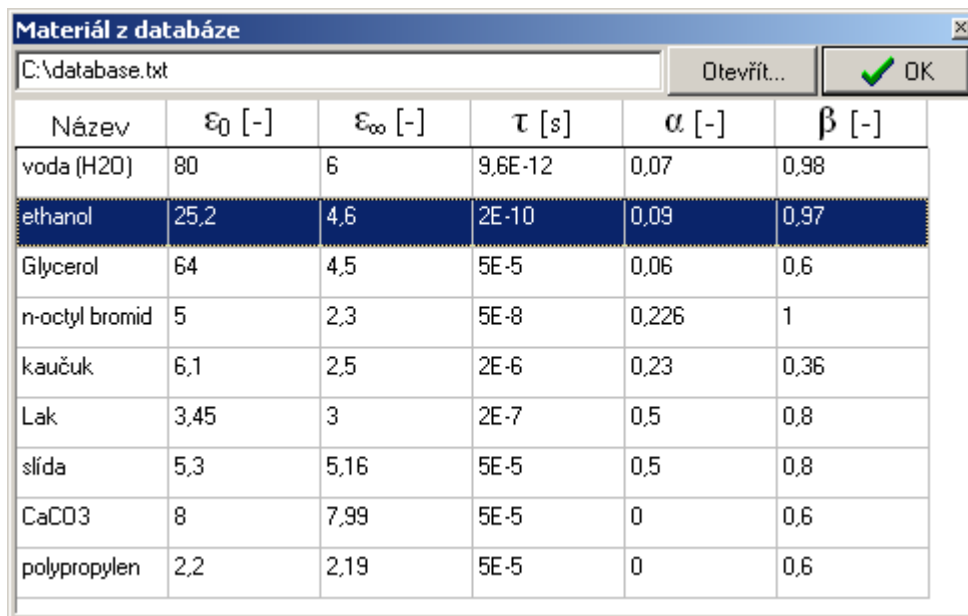
Pro zjištění přesné hodnoty na křivce lze použít kurzory, které zobrazíme příkazem *Nastavení* → *Zobrazit kurzory*.

Hodnoty					
materiál 1 ($\epsilon_s: 7, \epsilon_\infty: 1, \tau: 5e-05, \alpha: 0, \beta: 1$) ϵ' ϵ'' tg					
f	637,67	(Hz)	ϵ'		(-)
ϵ'	6,75	(-)	ϵ''		(-)
ϵ''	1,17	(-)	f		(Hz)
tg δ	0,17	(-)			

Obr. 3.15 Okno kurzorů

3.3.2 Databáze materiálů

Program umožňuje přidávání předem vytvořených materiálů z databáze. Ta může být zášahem do textového souboru libovolně upravována a rozšiřována.



The screenshot shows a window titled "Materiál z databáze". It has a text field containing "C:\database.txt" and two buttons: "Otevřít..." and "OK" with a green checkmark. Below the text field is a table with the following data:

Název	ϵ_0 [-]	ϵ_∞ [-]	τ [s]	α [-]	β [-]
voda (H2O)	80	6	9,6E-12	0,07	0,98
ethanol	25,2	4,6	2E-10	0,09	0,97
Glycerol	64	4,5	5E-5	0,06	0,6
n-octyl bromid	5	2,3	5E-8	0,226	1
kaučuk	6,1	2,5	2E-6	0,23	0,36
Lak	3,45	3	2E-7	0,5	0,8
slída	5,3	5,16	5E-5	0,5	0,8
CaCO3	8	7,99	5E-5	0	0,6
polypropylen	2,2	2,19	5E-5	0	0,6

Obr. 3.16 Okno databáze materiálů

3.3.3 Exportování hodnot

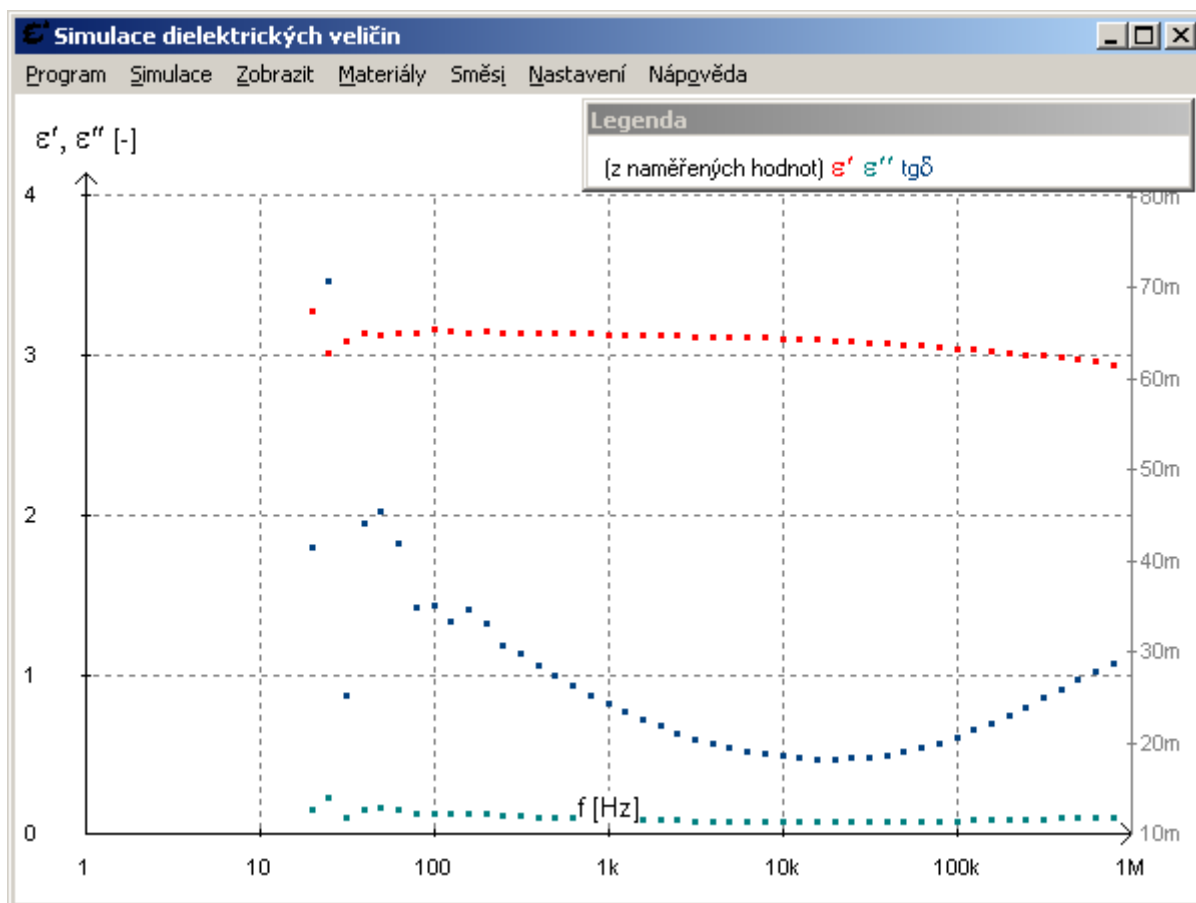
Export všech vytvořených průběhů do formátu csv se provede přes příkaz *Program* → *Exportovat...*

3.3.4 Importování naměřených hodnot

Program umožňuje načtení naměřených hodnot směsi přes menu *Směs* → *Přidat naměřené hodnoty...*. Hodnoty musí být ve formátu csv, na řádku musejí být frekvence, relativní permitivita a ztrátové číslo oddělené středníky.

	A	B	C	D
1	20	3,2594	0,13374	
2	25,18	2,98745	0,20957	
3	31,7	3,0654	0,07601	
4	39,91	3,12163	0,13606	
5	50,24	3,10419	0,13974	
6	63,25	3,11232	0,1288	

Obr. 3.17 Příklad zdrojového souboru pro importování dat (v prvním sloupci frekvence, v druhém relativní permitivita a ve třetím ztrátové číslo).



Obr. 3.18 Vzhled importovaných naměřených hodnot do programu

Naměřené hodnoty mohou být zobrazeny společně s křivkami modelovanými.

3.3.5 Přepočet hmotnostních a objemových procent složené soustavy

K formuláři se dostaneme přes menu *Nastavení* → *Přepočet m a V procent*.

Obr. 3.19 Formulář pro přepočet hmotnostních a objemových procent složené soustavy

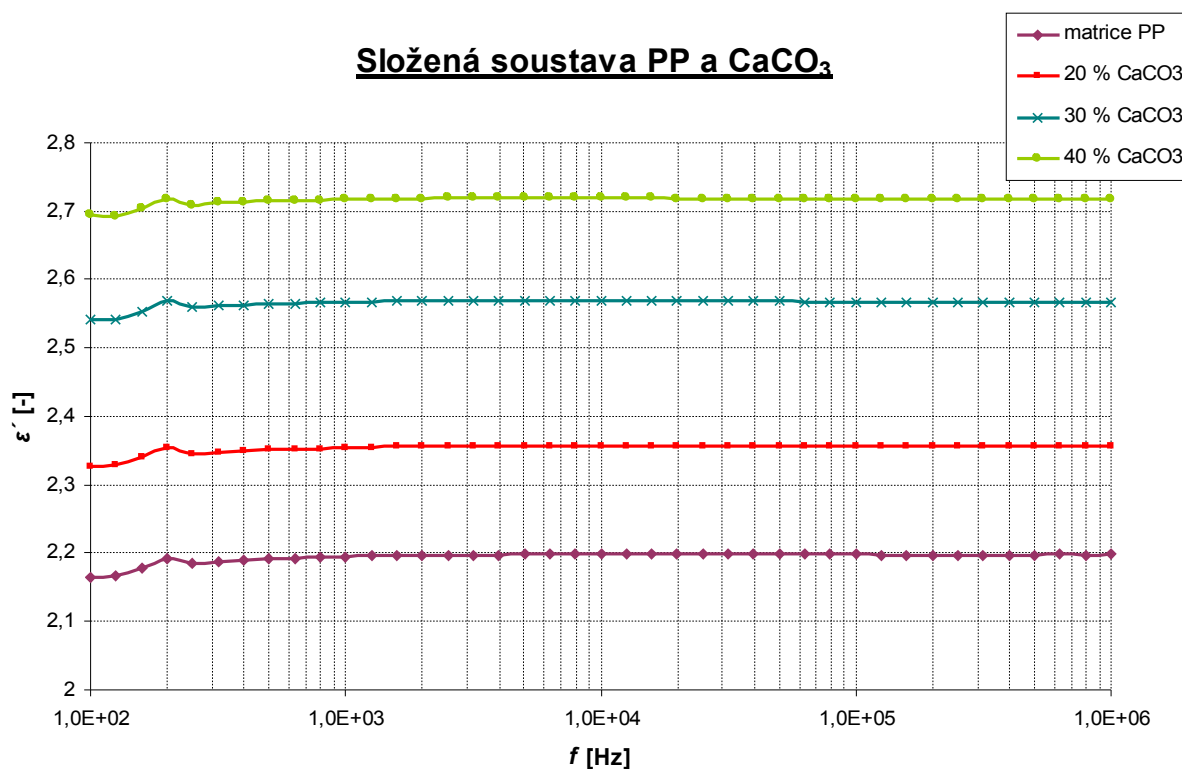
4 Ověření na změřené složené soustavě

4.1 Složená soustava polypropylenu plněného vápencem

Srovnání nasimulovaných a naměřených hodnot je provedeno na složené soustavě polypropylenu (PP) a vápence (CaCO_3).

4.1.1 Naměřené hodnoty polypropylenu a vápence

Z tabulek můžeme vyčíst hodnotu relativní permitivity pro polypropylen 2,3. Pro vápence se hodnota relativní permitivity může pohybovat v rozmezí od 7,4 do 9,0. My jsme měřením polypropylenu zjistili hodnotu 2,2. Pro vápence jsem vzal hodnotu permitivity 7,5. Naměřené hodnoty můžeme vidět v následující tabulce.



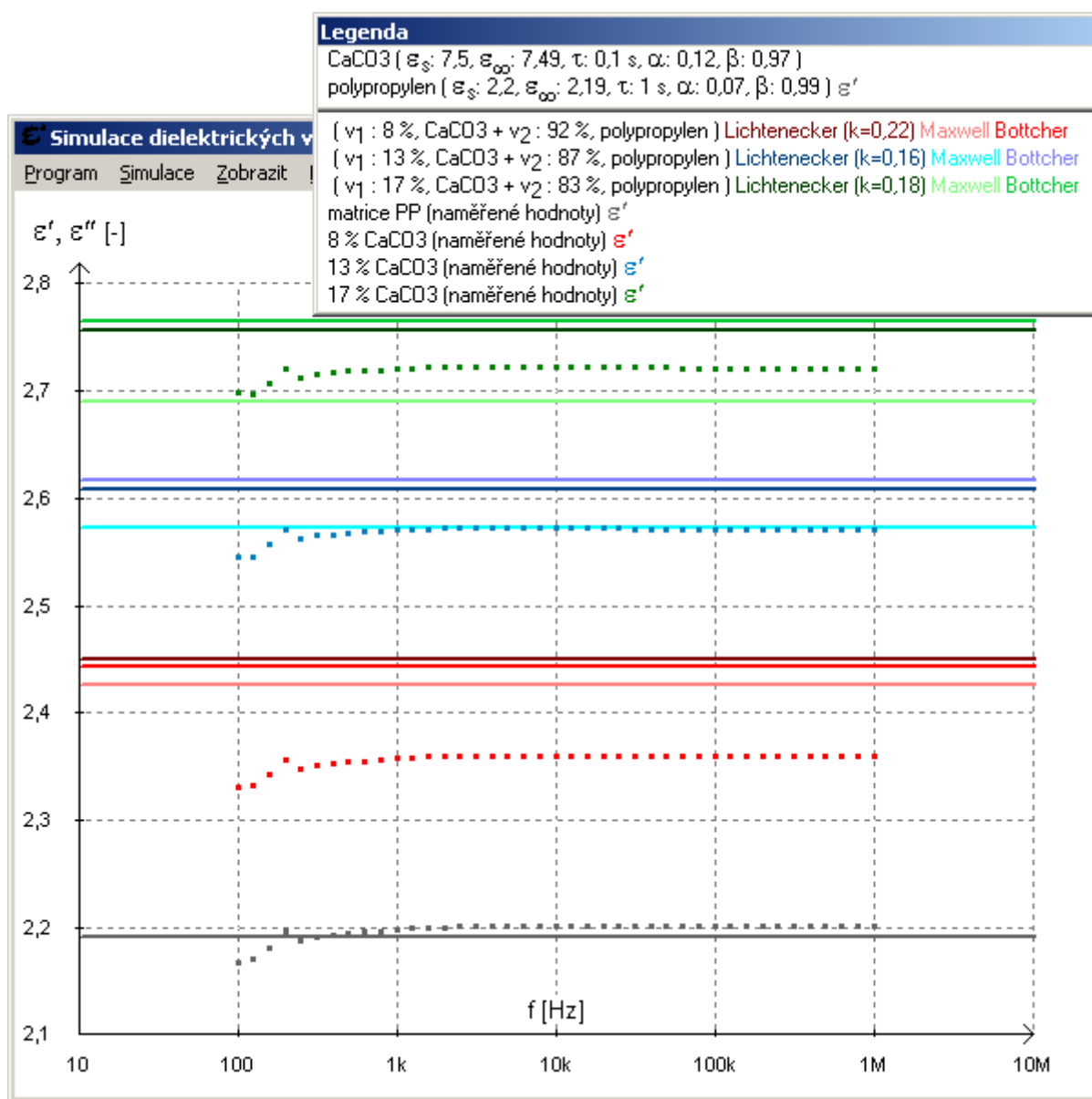
Obr. 4.1 Naměřené hodnoty relativní permitivity u složené soustavy polypropylenu a vápence

Všechny směsné vztahy počítají s objemovým podílem jednotlivých složek. Proto pro jejich aplikaci bylo nutné přepočítat hmotnostní podíl obsaženého vápence na podíl objemový pomocí známé hustoty vápence, která je 2930 kg m^{-3} a z rozměrů a hmotností vzorků. 40 % hmotnostních odpovídá 18,00 % objemových, 30 % hmotnostních odpovídá 12,47 % objemových a 20 % hmotnostních odpovídá 7,63 % objemových.

Tabulka 10 Přepoččet hmotnostních a objemových procent pro složenou soustavu polypropylenu a vápence

Hmotnostní podíl vápence (%)	Přepočítaný objemový podíl vápence (%)
0	0
20	7,63
30	12,47
40	17

4.1.2 Porovnání naměřených a nasimulovaných hodnot



Obr. 4.2 Porovnání naměřených a nasimulovaných hodnot pro složenou soustavu polypropylenu a vápence

I když sobě porovnané hodnoty přesně neodpovídají, můžeme učinit závěr, že pro nižší koncentrace vápence se naměřeným hodnotám nejvíce přibližuje průběh namodelovaný podle Maxwellova vztahu. Se zvyšující se koncentrací se průběh naměřených hodnot čím dál víc přibližuje průběhu namodelovanému podle Böttcherova vztahu. To odpovídá teoretickým předpokladům, kde Maxwellův je vhodný pro nízký objem dispergovaných částic a Böttcherův vztah naopak pro vysoký objem. U Lichteneckerova směsného vztahu má velký vliv parametr k , pro požadovaný rozsah by bylo jeho nejvhodnější hodnotu nutno určit experimentem, zde pro náš případ a rozsah by se jevila nejvhodnější hodnota blíží se nule.

4.2 Složená soustava laku a slídy

Další porovnání naměřených a nasimulovaných hodnot bylo provedeno na složené soustavě laku a slídy. Byly proměřeny sady vzorků s 0%, 4%, 8%, 12% a 16% hmotnostním objemem slídy. Vybrané vzorky byly měřeny při vlhkosti 33 % a teplotě 30 °C.

4.2.1 Naměřené hodnoty laku a slídy

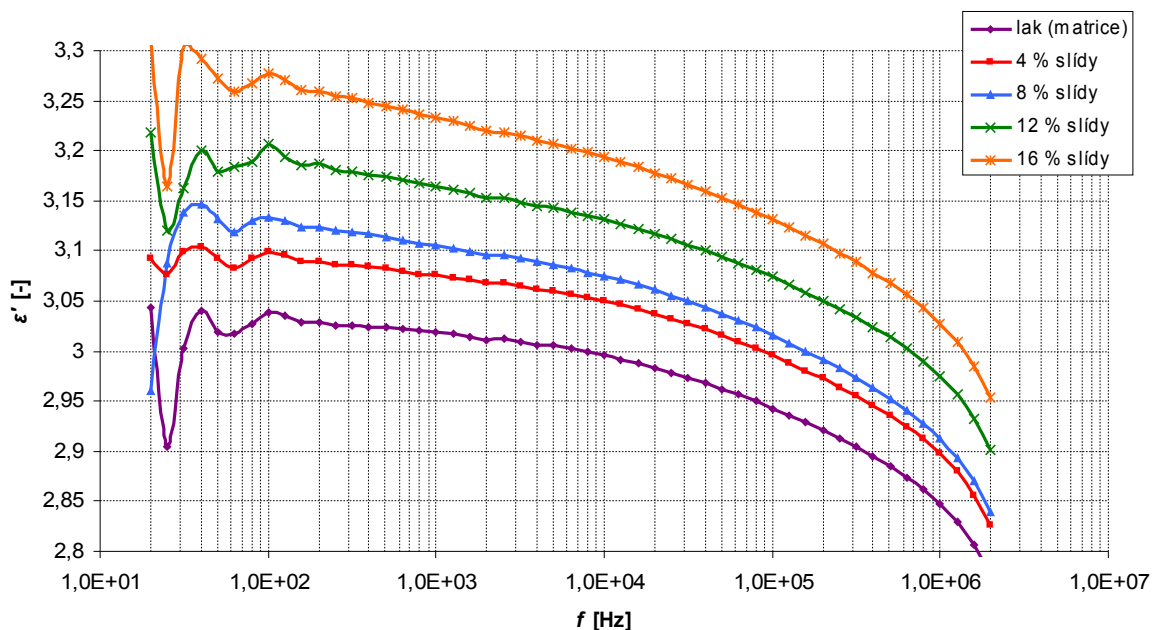
Jako matrice byl použit lak s permitivitou 3,3 až 3,5. Tabulková hodnota permitivity slídy se pohybuje od 5,0 do 8,7. Pomocí známých hustot slídy 3000 kg m⁻³ a laku 1200 kg m⁻³ přepočítáme hmotnostní procenta na objemová.

Tabulka 11 Přepočet hmotnostních a objemových procent pro složenou soustavu laku a slídy

Hmotnostní podíl slídy (%)	Přepočítaný objemový podíl slídy (%)
0	0
4	1,64
8	3,37
12	5,17
16	7,08

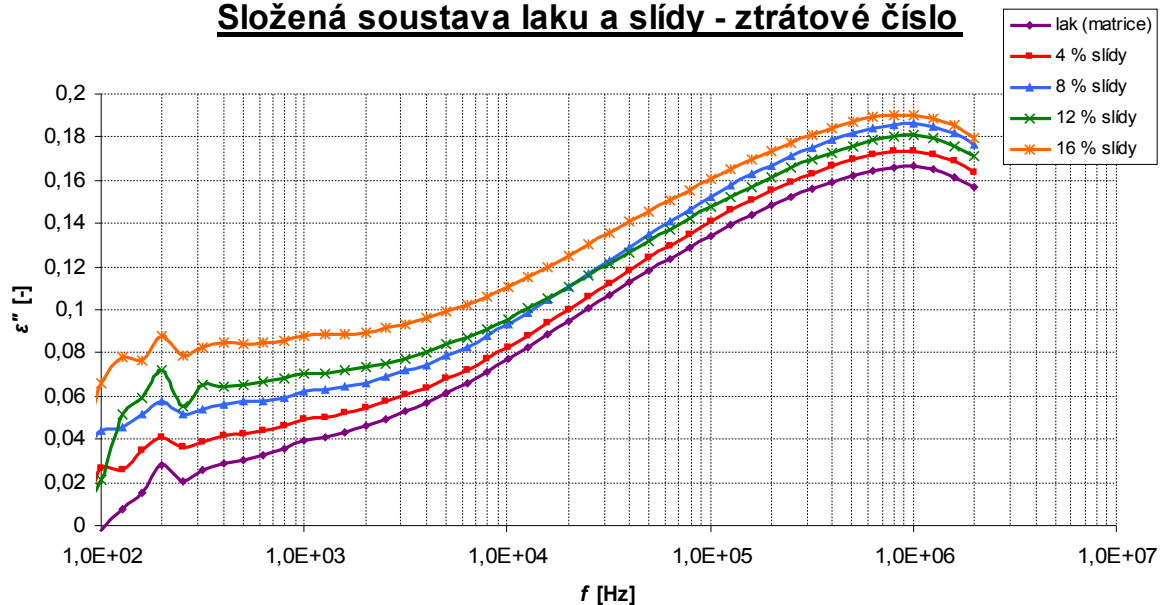
Vzorky byly měřeny v rozsahu frekvencí 20 Hz až 2 MHz. Od každého plnění bylo změřeno šest vzorků. Hodnoty vycházely s poměrně velkým rozptylem, pro vyhodnocení byly vyloučeny největší a nejmenší hodnota a z ostatních byl vzat průměr. Při měření bylo nutné zajistit konstantní podmínky. Pro získání co nejpřesnějších hodnot bylo nutné zajistit, aby byl povrch vzorků co nejhladší a nejrovnější, aby se eliminoval vznik vzduchových mezer. Pokud byly vzorky měřeny při nižší vlhkosti než při předchozím měření, bylo nutné vzorky vysoušet po dostatečně dlouhou dobu, protože voda s velkou permitivitou by měla velký vliv na výslednou permitivitu složené soustavy.

Složená soustava laku a slídy - relativní permitivita



Obr. 4.3 Naměřené hodnoty relativní permitivity u složené soustavy laku a slídy

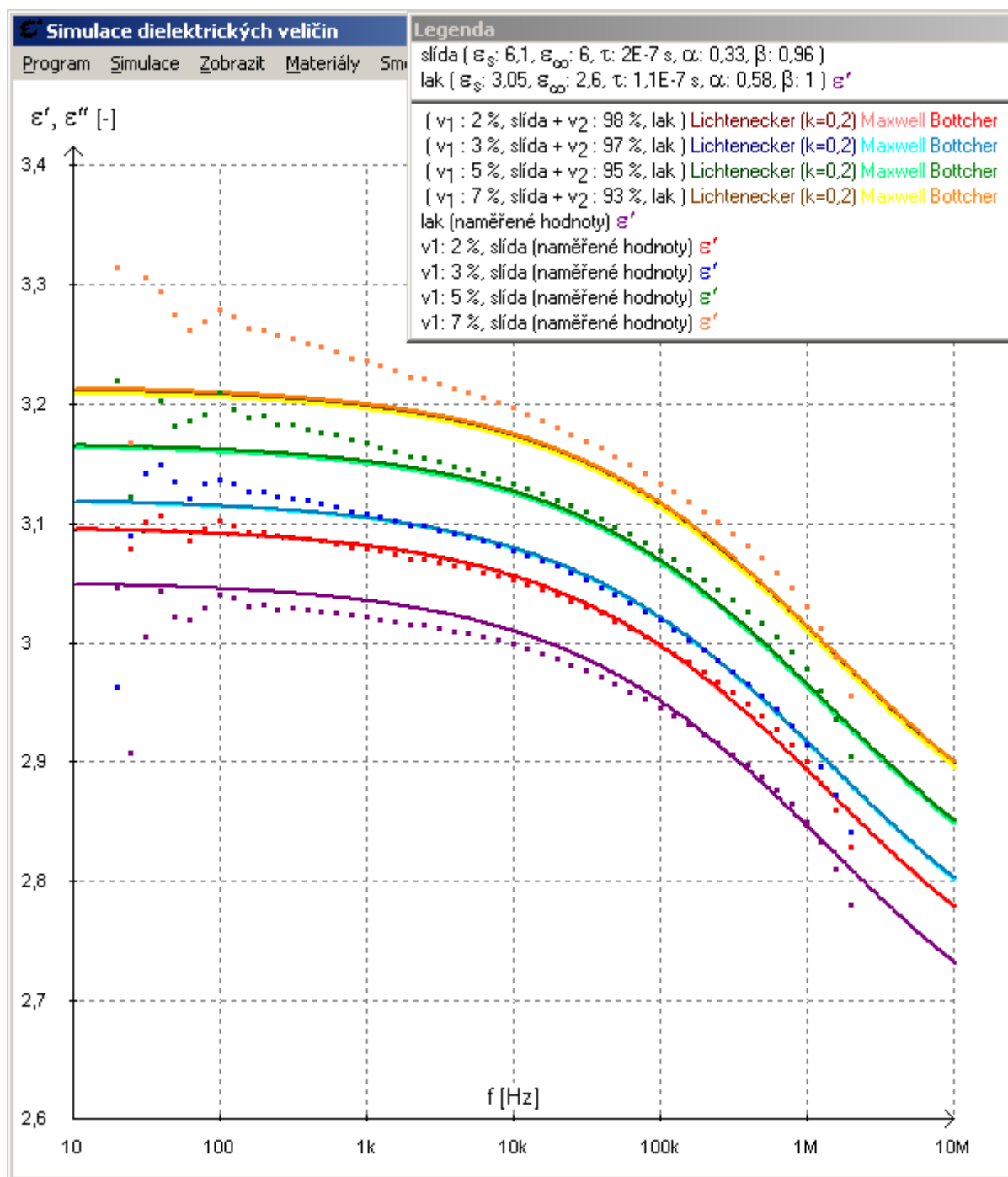
Složená soustava laku a slídy - ztrátové číslo



Obr. 4.4 Hodnoty ztrátového čísla u složené soustavy laku a slídy

Ztrátové číslo ε'' se zvyšuje s přibývajícím objemem slídy především při nižších frekvencích, což je z hlediska elektrických vlastností nežádoucí. Na druhou stranu slída vylepšuje mechanické vlastnosti složené soustavy.

4.2.2 Porovnání naměřených a nasimulovaných hodnot



Obr. 4.5 Naměřené a nasimulované hodnoty soustavy laku a slídy

Zvyšující se objem dispergovaných částic, které mají větší permitivitu než matrice, zvyšuje permitivitu složené soustavy.

Křivky modelované podle všech tří směsných vztahů vycházejí téměř shodně. To je způsobeno tím, že dispergovaných částic je malá objemová část a také není velký rozdíl mezi permitivitou matrice a dispergovaných částic.

5 Závěr

Diplomová práce se zabývá teorií dielektrických materiálů, polarizačními mechanismy a jejich vlivem na permitivitu při měnící se frekvenci a teplotě. Dále se zabývá teorií směsných vztahů, ději ve složené soustavě a způsoby odvození směsných vztahů. Význam teoretické části stojí za vyzdvihnutí, protože bylo čerpáno z mnoha cizojazyčných zdrojů (z ruských a anglických). Informace jsou podány srozumitelnou formou, aby čtenář mohl nacházet souvislosti a udělat si představu o problematice. Byl vytvořen srozumitelný a ucelený přehled směsných vztahů. Všechny informace jsou ověřeny z více zdrojů, nemělo by tedy dojít k nepřesnému podání informací.

Praktickou částí práce je program, který bude sloužit pro využití ve výuce. Program je navržen tak, aby změna hodnot parametrů byla interaktivně zobrazena a uživatel mohl experimentovat. Program umožňuje simulaci průběhů dielektrických veličin v závislosti na frekvenci a zobrazení Coleho-Coleho kruhového diagramu s vlivem parametrů α a β . Dále umožňuje modelování tří směsných vztahů – Maxwellova, Böttcherova a Lichteneckerova. Jedná se o nejčastěji používané vztahy a každý z nich zastupuje jednu skupinu směsných vztahů. Do exaktních přístupů (založených na přesných výpočtech) patří vztah Maxwellův, který je vhodný pro složené soustavy o malém objemu dispergovaných částic, a Böttcherův, který je vhodnější pro objem větší. Z empirických přístupů (získaných experimentem) byl vybrán vztah Lichteneckerův.

Bylo provedeno porovnání namodelovaných hodnot s naměřenými hodnotami u dvou složených soustav. Porovnání hodnot ukazuje, že vztah Maxwellův je vhodný pro nízký obsah dispergovaných částic a vztah Böttcherův je vhodný pro vyšší obsah dispergovaných částic, což odpovídá teoretickým předpokladům.

Seznam použité literatury

- [1] Jiráček J.: *Materiály a technická dokumentace, část Materiály v elektrotechnice*. VUT Brno, 129 s.
- [2] Mentlík V.: *Dielektrické prvky a systémy*. BEN - technická literatura, 2006, 240 s. ISBN 80-7300-189-6
- [3] Kazelle J.: *Elektrotechnické materiály a výrobní procesy*. VUT Brno, 273 s.
- [4] Bogorodickij N. P., Pasnykov V. V., Tareev B. M.: *Elektrotekhnicheskie materialy: Uchebnik dlja vuzov. - 7-e izd., pererab. i dop.*. L. Energoatomizdat. Leningr. otd-nie, 1996, 304 s.
- [5] Demakov J. P.: *Radiomaterialy i radiokomponenty: Chast 1. Radiotekhnicheskie materialy: Uchebnoe posobie dlja vuzov.*. Izhevsk 1996, 328 s.
- [6] Liedermann K., Holcman V.: *Dielektrická relaxační spektroskopie*
- [7] Feldman Y.: *Dielectrics - Lecture 7* [10. 2. 2009]. Dostupný z WWW: <http://aph.huji.ac.il/courses/2008_9/83887/index.html>
- [8] Richter R.: *Dielectric modulus: Experiment, Application, and Interpretation* [20. 4. 2009]. Dostupný z WWW: <<http://permittivity.org/tutorial%20pdf/bds-tut-05-richert.pdf>>
- [9] Fedonin P. A.: *Mikrovolnaja termovlagometrija* [2. 2. 2010]. Dostupný z WWW: <http://window.edu.ru/window_catalog/files/r21738/fedunin.pdf>
- [10] Tuncer E.: *Dielectric mixtures - electrical properties and modeling* [25. 3. 2010]. Dostupný z WWW: <<http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0111254>>
- [11] Sudakova M. S.: *Razrabotka i primenenie metodiki dielektricheskikh izmerenij s ispolzovaniem polevogo georadara v laboratornyh uslovijah* [2. 2. 2010]. Dostupný z WWW: <<http://geo.web.ru/db/msg.html?mid=1183155&uri=part03.html>>
- [12] Jylhä L.: *Modeling of electrical properties of composites* [25. 3. 2010]. Dostupný z WWW: <<http://lib.tkk.fi/Diss/2008/isbn9789512292387/isbn9789512292387.pdf>>

Seznam použitých symbolů

D	(C m ⁻²) indukce elektrického pole
E	(V m ⁻¹) intenzita vnějšího (makroskopického) elektrického pole
E_{lok}	(V m ⁻¹) intenzita vnitřního (lokálního) elektrického pole
f	(Hz) frekvence
k	Boltzmannova konstanta $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J K ⁻¹
n	(m ⁻³) koncentrace polarizovatelných částic
n	(-) index lomu světla
p	(-) měrná polarizace
p	(Pa) tlak
P	(C m ⁻²) vektor polarizace
P_p	(W) výkon
P_z	(W) ztrátový výkon
q	elementární elektrický náboj $q = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C
r, R	(m) poloměr
$\text{tg } \delta$	(-) ztrátový činitel
T	(K) termodynamická teplota
W_p	(J) práce
α	(-) polarizovatelnost
α	(-) distribuční parametr, určující šířku distribuce relaxačních dob
α_d	(-) dipólová polarizovatelnost
α_e	(-) elektronová polarizovatelnost
α_i	(-) iontová polarizovatelnost
α_{ir}	(-) iontově-relaxační polarizovatelnost
α_{ε_r}	(K ⁻¹) teplotní závislost permitivity
β	(-) činitel, který charakterizuje asymetrii v relaxační křivce
δ	(-) ztrátový úhel
ε'_{ef}	(-) relativní efektivní permitivita obklopujícího prostředí
ε_s	(-) statická relativní permitivita (při $\omega \rightarrow 0$),
ε_s	(-) relativní permitivita směsi
ε_0	permitivita vakua $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F m ⁻¹
ε'_1	(-) relativní permitivita dispergovaných částic
ε'_2	(-) relativní permitivita matričního prostředí
ε_∞	(-) optická relativní permitivita (při $\omega \rightarrow \infty$),
ε'	(-) relativní permitivita
ε''	(-) ztrátové číslo
η	(Pa s) dynamická viskozita
ν	(°C) teplota
ν	(C ²) součinitel pružné vazby
μ_i	(C m) dipólový moment
τ	(s) čas relaxace
φ	(%) relativní vlhkost vzduchu
ω	(rad s ⁻¹) úhlová rychlost