



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**VLIV TLOUŠTKY VZORKU NA INICIACI TRHLINY
Z VRCHOLU OBECNÉHO SINGULÁRNÍHO
KONCENTRÁTORU NAPĚTÍ**

THE INFLUENCE OF SPECIMEN THICKNESS ON CRACK INITIATION IN THE TIP OF GENERAL
SINGULAR STRESS CONCENTRATOR

DIZERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Dalibor Kopp

ŠKOLITEL

SUPERVISOR

doc. Ing. Jan Klusák, Ph.D.

BRNO 2021

Abstrakt

Geometrické nespojitosti, jako jsou ostré vruby, se objevují v konstrukcích technických objektů a vedou ke koncentracím napětí. Tyto body jsou velice nebezpečné, protože snižují pevnost součástí a mohou vést ke vzniku trhlin. Technické objekty však nejsou tvořeny pouze homogenními materiály, ale mohou se skládat i z dvou a více různých materiálů obsahující ostré vruby na rozhraní těchto materiálů. U těchto ostrých vrubů je studován vliv volného povrchu na podmínky iniciace a vyhodnocován prostřednictvím 3D tělesa, poněvadž u těles s konečnou tloušťkou jsou podmínky iniciace trhliny ovlivňovány volným povrchem. Pole napětí v okolí vrcholů obecných singulárních koncentrátorů napětí jsou počítány metodou konečných prvků a výsledky zpracovávány pomocí inženýrského přístupu porovnáváním řídicí veličiny.

Tento přístup se dá jednoduše použít v kombinaci se znalostí základních materiálových vlastností a použitím výsledků MKP výpočtu posuzovaných vrubů. K tomu, aby bylo možné stanovit vliv volného povrchu a určit, zdali k iniciaci dojde ze středu součásti, nebo z volného povrchu, byla zavedena hodnota středního kritického aplikovaného napětí, pomocí které je možné jednoduše stanovit místo iniciace trhliny po tloušťce. Poměrem středních kritických aplikovaných napětí uprostřed a na volném povrchu dále kvantifikovat vliv volného povrchu na místo iniciace trhliny.

Pomocí tohoto postupu je ukázáno, že místo iniciace trhliny je závislé jak na směru zatížení tělesa, úhlu otevření vrubu a tloušťce vzorku, ale v případě bi-materiálového vrubu také na poměru modulů pružnosti.

Klíčová slova

Lomová mechanika, Obecný singulární koncentrátor napětí, Ostrý vrub, Bi-materiálový vrub, 3D vrub, Střední hodnota tangenciálního napětí, Inženýrský přístup, Kritérium řídicí veličiny, Střední hodnota kritického aplikovaného napětí

Bibliografická citace:

KOPP, Dalibor. *Vliv tloušťky vzorku na iniciaci trhliny z vrcholu obecného singulárního koncentrátoru napětí*. Brno, 2021. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/130005>. Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce doc. Ing. Jan Klusák Ph.D..

Abstract

Geometrical discontinuities, like sharp notches, appear in constructions and engineering structures and lead to stress concentrations. These technical objects are very dangerous due to the fact that they reduce the structural conformity and can lead to crack initiation. Technical objects are not always designed as homogenous bodies but can consist of two or more materials with sharp notches on the interface of these materials. The influence of free surface on crack initiation conditions is studied and assessed by means of 3D model of sharp and bi-material notches with finite thickness. Stress fields around the singular stress concentrators are calculated with finite element method and the results are evaluated by means of criterion of critical quantity. This approach is easily applicable and can be used in combination with the knowledge of basic material properties and results of finite element analysis of the assessed notches. In order to estimate whether crack will initiate from the middle of the observed notched specimen or from its free surface, the value of averaged critical applied stress was introduced. With this value it's possible to determine the location of crack initiation through the sample thickness. Through the ratio of values of critical applied stress in the middle and on the free surface of the observed specimen it's possible to quantify the influence of the free surface on the location of crack initiation. With the use of this approach it's shown, that the location of crack initiation depends on more parameters, loading direction, the notch opening angle and the sample thickness. In case of bi-material notches it depends also on the ratio of young modulus.

Key Words

Fracture mechanics, general singular stress concentrator, sharp notch, Bi-material notch, 3D notch, Average value of tangential stress. Engineering approach, Criterion of controlling quantity, Average value of critical applied stress

Bibliographic citation:

KOPP, Dalibor. *The Influence of specimen thickness on crack initiation in the tip of general singular stress concentrator*. Brno, 2021. Available from: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/130005>. Doctoral thesis. Brno university of technology, Faculty of mechanical engineering, Institute of solid mechanics, mechatronics and biomechanics. Supervisor doc. Ing. Jan Klusák Ph.D.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem dizertační práci vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Jana Klusáka, Ph.D. s využitím vlastních znalostí získaných během studia a na základě použité a citované odborné literatury.

V Brně dne 27.08.2021

Ing. Dalibor Kopp

Poděkování:

Chtěl bych poděkovat svému školiteli, doc. Ing. Janu Klusákovi, Ph.D, za jeho vedení a cenné rady při tvorbě této práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za podporu, které si velice vážím a která byla velice důležitá. Zejména v těžkých časech, které postihly svět v roce 2020.

Obsah

1.	Úvod.....	8
2.	Popis problémové situace.....	10
2.1.	Formulace problému.....	10
2.2.	Cíle dizertační práce.....	10
2.3.	Metodika řešení problému.....	10
3.	Rešeršní studie.....	11
3.1.	Problematika zaměřená na rohovou singularitu a vliv volného povrchu.....	11
3.2.	Problematika zaměřená na výpočtové modelování a analýzu výsledků.....	14
3.3.	Problematika zaměřená na experimentální posouzení vrubů.....	16
4.	Lineární elastická lomová mechanika (LELM).....	17
4.1.	Deformační módy.....	17
4.2.	Napjatost ve vrcholu trhliny.....	17
4.3.	Součinitel intenzity napětí.....	18
4.4.	Napjatost ve vrcholu obecného singulárního koncentrátoru napětí.....	19
4.5.	Střední hodnota tangenciálního napětí a délkový parametr střední hodnoty.....	20
4.6.	Kritérium směru iniciace trhliny.....	20
4.7.	Kritérium stability.....	21
4.7.1.	Obecný popis kritéria stability.....	21
4.7.2.	Standardní přístup řešení bi-materiálových vrubů.....	22
4.7.3.	Inženýrský přístup pomocí porovnávání řídicí veličiny.....	23
4.8.	Konverze výsledků pro jiný materiál.....	25
4.9.	Střední hodnota kritického aplikovaného napětí.....	25
5.	Řešený homogenní vrub.....	27
5.1.	MTS kritérium směru iniciace trhliny z vrcholu V-vrubu.....	29
5.2.	Kritická hodnota aplikovaného napětí a podmínky iniciace trhliny.....	31
5.3.	Porovnání 2D a 3D výsledků.....	36
6.	Řešený bi-materiálový vrub.....	38
6.1.	Porovnání pole napětí bi-materiálového vrubu s homogenním.....	39
6.2.	Numerická studie vlivu poměru E-modulu na chování 3D bi-materiálového vrubu.....	41
6.3.	Numerická studie vlivu směru zatížení β na chování bi-materiálového vrubu.....	50
6.4.	Numerická studie vlivu tloušťky T (bi-materiálový vrub Epoxid / Hliník).....	65
6.5.	Konverze výsledků na reálné hodnoty lomové houževnatosti.....	71
7.	Citlivostní analýzy.....	76
7.1.	Citlivostní analýza volby průměrovací vzdálenosti d	76
7.2.	Citlivostní analýza volby průměrovací vzdálenosti d_z	77
8.	Shrnutí výsledků.....	81
9.	Závěr.....	84
10.	Publikační činnost.....	86
11.	Seznam použitých veličin a symbolů.....	87
12.	Použitá literatura.....	88

1. Úvod

Lomová mechanika a jevy s ní spojené byli zaznamenány již v období renesance, avšak největšího rozvoje bylo dosaženo na počátku dvacátého století, kde se začaly provádět první studie chování trhlin [1]. Lomová mechanika se stala nedílnou součástí studia mezních stavů materiálu a těles, kde tyto materiály používáme. Od té doby došlo v lomové mechanice k velkému rozvoji a vzniku nových výpočetních postupů, které navazují na práce Inglise [2], Griffitha [3] a Westengaarda [4]. S rozvojem lomové mechaniky také dochází k přibývajícím požadavkům na složitost výpočtu. Při popisu trhlin používáme jednoparametrové lomové mechaniky zohledňující první singulární člen Williamsova rozvoje [5]. Tento přístup je dobře zvládnutý a dodává kvalitativně dobré výsledky pro případ trhliny. Tím, jak se výpočtové postupy rozvíjely, se zjistilo, že jednoparametrovou lomovou mechaniku lze zobecnit a rozšířit výpočet o druhý parametr, a to o první nesingulární člen Williamsova rozvoje [5]. Tomuto zobecnění říkáme dvouparametrová lineární elastická lomová mechanika (LELM), kterou jsme schopni přesněji popisovat vlivy multiaxiality napětí [6] [7]. Tyto postupy byly dále porovnávány s postupy využívajícími metody konečných prvků a ověřovány experimentálně [8] [9].

K dalšímu rozvoji došlo zobecněním LELM na singulární koncentrátoři napětí, jakými jsou například V-vruby [10], kde trhliny jsou chápány jako speciální případ V-vrubu, jehož úhel otevření je roven 0° [9]. Byl uveden vrubový faktor intenzity napětí FIN , který slouží k posuzování stability vrubu, pro případ křehkého lomu [11] [12] a pro případ únavového lomu [13] [14] [15]. Dalšího rozšíření se dostalo zobecněním LELM V-vrubů na bi-materiálová tělesa, která se v prvopočátku stala velice populární v oblasti elektroniky a plošných spojů, avšak s postupem času taktéž v oblasti energetiky a výroby transformátorů a v neposlední řadě v oblasti dopravy, zejména v oblasti letectví či motosportu. Zde se velice intenzivně používají materiály s bi-materiálovým rozhraním. Kombinací vhodných materiálů jsme schopni zvýšit pevnost konstrukce, a tím pádem zajistit její větší bezpečnost a zároveň životnost. Byly uvedeny postupy pracující se zobecněným faktorem intenzity napětí [16] [17], resp. s hustotou deformační energie [18] [19] [20] a následně stanovena kritéria stability [21] [22]. Speciální případy bi-materiálových vrubů byly dále řešeny v [23] [24].

V rámci studia obecných singulárních koncentrátorů napětí (OSKN), se v této dizertační práci budeme zabývat chováním V-vrubů s konečnou tloušťkou (3D tělesem s vrubem), jakými je homogenní V-vrub a bi-materiálový V-vrub, jehož čelo se nachází na rozhraní materiálů. Budeme posuzovat vliv volného povrchu na iniciaci trhliny z čela singulárního koncentrátoru napětí v závislosti na změně geometrie vrubu a podmínek zatížení. Toto chování je dobře zpracované pro případy trhlin [25] [26] [27] [28] [29] [30] [31] [32] [33] [34] [35] [36]. Retrospektivní přehled popisující 3D efekty trhlin a ostrých vrubů publikoval ve svém článku Pook [37].

Nejprve se budeme zabývat homogenními tělesy s vrubem a budeme pozorovat jejich chování v závislosti na otevření vrubu, tloušťce tělesa a směru zatížení. Homogenní vruby jsou studované např. v [38] [39].

Dále přejdeme na analýzu chování bi-materiálového vrubu, kde se navíc zaměříme na popis jeho chování v závislosti na poměru materiálových vlastností, abychom byli schopni posoudit, jaké chování můžeme očekávat při použití různých materiálů. Na toto téma bylo publikováno několik studií zabývajících se 3D efekty na lomové chování bi-materiálových konstrukcí [40] [41]. Všechny tyto studie indikují, že studium 3D chování bi-materiálových vrubů je aktuálním tématem, kterému se věnuje mnoho autorů a je třeba jej prozkoumat.

V obou případech, tedy jak v případě homogenního, tak v případě bi-materiálového vrubu, se budeme zabývat vlivem tloušťky vzorku na iniciaci trhliny. Budeme pozorovat, jakým směrem se trhlina bude iniciovat (v případě bi-materiálového vrubu budeme pozorovat, zdali se trhlina bude iniciovat do materiálu 1, materiálu 2 nebo na rozhraní), a také, zdali k iniciaci trhliny dojde z volného povrchu, či ze středu tělesa.

Abychom mohli posuzovat chování těchto vrubů, musíme stanovit postupy analýzy vrubu a stanovit vyhodnocovací kritéria. K tomu použijeme nejprve postupů LELM, a to především kritéria maximálního tangenciálního napětí, kterým určíme směry potenciální iniciace trhliny po tloušťce

vzorku. Následně určíme hodnoty aplikovaných kritických napětí. Existují postupy, které získávají exponenty singularity napětí vrubů (vlastní hodnoty) přímo z řešení metody konečných prvků (MKP) [42] [43] [44] [45] [46], avšak při řešení této práce bude použito inženýrského přístupu [47] kvůli jeho přehlednosti a jednoduchosti aplikace na OSKN. Dále stanovíme kritérium stability a postup vyhodnocení, při kterém určíme pravděpodobné místo iniciace trhliny z vrcholu obecného koncentrátoru napětí. V závislosti na postupech použitých v této práci budou prezentovány výsledky citlivostní analýzy průměrovacích parametrů, díky kterým jsme schopni chování OSKN analyzovat. Na závěr provedeme shrnutí získaných poznatků.

2. Popis problémové situace

Existují ostré homogenní a bi-materiálové vruby, jejichž chování je velice dobře popsané zobecněnou lomovou mechanikou aplikovanou na 2D tělesa (nekonečně tlustá nebo axisymetrická tělesa). 2D výpočty, které se používají k určení lomového chování OSKN, však nezohledňují chování, které se projevují teprve při řešení 3D problému. Je známo, že u těles s konečnou tloušťkou může dojít k iniciaci trhliny z volného povrchu, nebo ze středu součásti. Není však úplně známo, jakým způsobem volný povrch ovlivňuje podmínky iniciace trhliny z vrcholu OSKN a za jakých podmínek může dojít k iniciaci trhliny ze středu součásti, nebo z volného povrchu. Jaký vliv tloušťka vzorku na místo iniciace trhliny z čela vrubu. V případě bi-materiálových vrubů přibývá ještě poměr modulů pružnosti, kde volný povrch a různorodost elastických vlastností materiálu může ovlivnit podmínky iniciace trhliny. Při jakém poměru pak dojde k iniciaci trhliny z volného povrchu a nebo ze středu součásti, taktéž není známo.

2.1. Formulace problému

Problém ostrých homogenních a bi-materiálových vrubů se dá definovat následovně. Známé 2D přístupy analýzy OSKN nejsou dostačující, abychom dokázali popsat chování 3D těles obsahující OSKN. Proto je potřeba nalézt vhodný postup výpočtu a následné analýzy výsledků, abychom byli schopni popsat stav napjatosti podél čela studovaných vrubů. Dále je třeba určit vliv volného povrchu na místo iniciace podél čela studovaných vrubů. Abychom získali potřebný přehled o chování OSKN a vlivu volného povrchu, je třeba zjistit jak ovlivňuje úhel otevření vrubu v kombinaci s tloušťkou vzorku stav napjatosti podél čela vrubu a jak tato napjatost ovlivňuje podmínky iniciace trhliny. Dále je potřeba zjistit jakou roli hraje směr zatížení v chování 3D tělesa s OSKN. U bi-materiálových vrubů je třeba navíc zjistit jaký vliv má poměr elastických vlastností na stav napjatosti podél čela vrubu a jak moc volný povrch ovlivňuje podmínky iniciace z vrcholu bi-materiálových vrubů s konečnou tloušťkou. Na základě této formulace problému vznikly následující cíle dizertační práce.

2.2. Cíle dizertační práce

Cíle podkládané dizertační práce jsou následující:

- Provést rešerši o aktuálním stavu vědění, zabývajícím se problematikou lineární elastické lomové mechaniky 3D těles.
- Tvorba výpočtového postupu, kterým je možné podrobně popsat stav napjatosti podél čela studovaných vrubů.
- U homogenního V vrubu zjistit vliv úhlu otevření V vrubu, tloušťky tělesa a směru zatížení na místo a podmínky iniciace trhliny.
- U bi-materiálového V vrubu zjistit vliv poměru E-modulů, úhlu otevření V vrubu, tloušťky tělesa a směru zatížení na místo a podmínky iniciace trhliny.
- Posoudit, výše uvedené parametry a jejich vliv na podmínky iniciace trhliny a vyvodit z toho závěry.

2.3. Metodika řešení problému

Za pomoci MKP výpočtu bude provedena parametrická studie, zahrnující parametry stanovené v cílech dizertace pro případ homogenního a bi-materiálového V vrubu (tloušťka vzorku, úhel otevření V vrubu, směr zatížení, materiálová kombinace). Bude stanoven postup vyhodnocování MKP výpočtu, aby bylo možné popsat vlivy jednotlivých parametrů na podmínky iniciace trhliny. Na základě výsledků vycházejících z parametrické studie budou posouzeny vlivy jednotlivých parametrů. Výsledky budou porovnány s dostupnými vědeckými poznatky zabývajících se danou problematikou LELM 3D těles a z toho budou vyvozeny závěry.

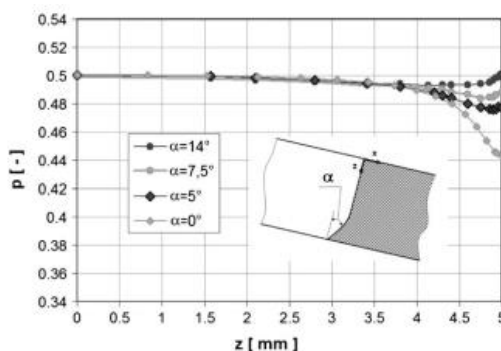
3. Rešeršní studie

Cílem rešeršní studie bylo prozkoumání aktuálního stavu poznání v oblasti lomové mechaniky, zejména pak toho, které lze aplikovat na homogenní a bi-materiálové V vruby posuzované jako 3D tělesa. Byl hledán vhodný popis výpočtového modelování 3D těles, který dokáže zachytit chování oblasti tělesa ovlivněné volným povrchem a je aplikovatelný na 3D tělesa s vrubem. Dále byly hledané záznamy, popisující experimentální ověření výsledků, získaných v rámci tohoto doktorského studia. V této části jsou uvedeny vybrané zdroje, které byli v rámci studia studovány a měly největší přínos v hledání řešení. Je zde popsáno o čem tyto studie pojednávají a jaký měly přínos pro vyhodnocení a tvorbu závěrů této práce. Celkový seznam studovaných zdrojů je následně uvedený v kapitole použitá literatura.

3.1. Problematika zaměřená na rohovou singularitu a vliv volného povrchu

HUTAŘ, P., L. NÁHLÍK a Z. KNĚSL. The effect of a free surface on fatigue crack behaviour. *International Journal of Fatigue*. 2010 [29]

Pojednání: Článek pojednává o šíření unavové trhliny v blízkosti volného povrchu u vzorku s centrální trhlinou. Popisuje pokles exponentu singularity napětí v blízkosti rohové singularity, což vede ke snížení rychlosti šíření trhliny a k tvorbě typického zakřiveného tvaru čela trhliny v blízkosti volného povrchu. Článek dále posuzuje vliv změny tloušťky na změnu exponentu singularity napětí. Teoretické výsledky byly porovnávány s experimentálně získanými daty.

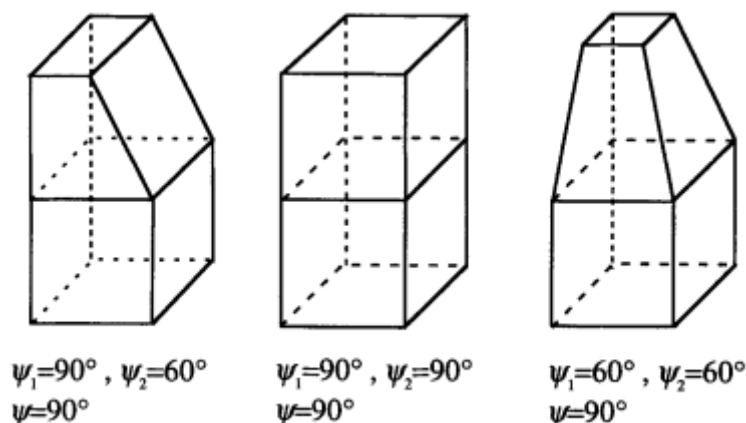


Obr. 1) výsledné hodnoty exponentu singularity napětí odebírané po tloušťce vzorku, sloužící k určení tvaru trhliny. [29]

Přínos: Článek je úzce spojený s řešenou tématikou a přispívá k pochopení vlivu volného povrchu a rohové singularity, na šíření trhliny u těles s konečnou tloušťkou vzorku. Článek popisuje vliv změny tloušťky vzorku na chování trhliny v oblasti rohové singularity. Toto téma je úzce spojeno s tématem této dizertační práce.

KOGUCHI, H. Stress singularity analysis in three-dimensional bonded structure. *International Journal of Solids and Structures*. 1997 [48]

Pojednání: Článek pojednává o napětově deformační analýze spoje dvou různých isotropních materiálů pomocí trojrozměrné metody hraničních prvků. Autoři zde popisují rozdělení pole napětí v okolí rohové singularity bi-materiálového spoje. Výsledky řešení 3D problému jsou porovnávány s 2D řešením a je vyhodnocována korelace se stavem rovinné deformace uprostřed vzorku a rovinné napjatosti na volném povrchu. Pomocí sférického souřadnicového systému je zde pozorována hodnota exponentu singularity napětí.



Obr. 2) Geometrické konfigurace použity při analýze [48]

Přínos: Článek řeší spoj dvou isotropních materiálů, který tvoří bi-materiálové rozhraní, podobné tomu, řešenému v této práci. Článek pomohl k pochopení pole napětí v oblasti rohové singularity, na rozhraní mezi dvěma isotropními materiály a zároveň vlivem volného povrchu na pole napětí v blízkosti volného povrchu. Výsledky zde publikované pomohly ověřit správnost výsledků publikovaných v této práci porovnáním podobností chování pozorovaných vzorků, zejména v oblasti volného povrchu.

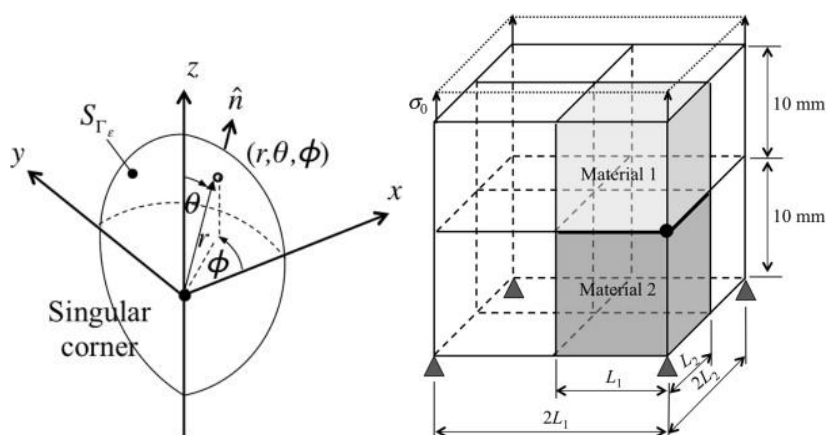
KOTOUSOV, A. Fracture in plates of finite thickness.
International Journal of Solids and Structures. 2007 [49]

Pojednání: Autoři se zde zabývají rovinnou teorií pružnosti. Snaží se pochopit zda-li 2D řešení je dostatečné k popisu chování těles s trhlinou v porovnání s 3D řešením, přičemž je známo, že v oblasti rohové singularity působí trojrozměrná napětí a vztah mezi 2D a 3D řešením není ještě zcela pochopený. Autoři se pomocí teorie desek prvního řádu pokouší odpovědět na tyto otázky a diskutují výsledky získané jak z 2D a 3D teoretického řešení, ale také porovnávají tyto teoretické výsledky s experimentem.

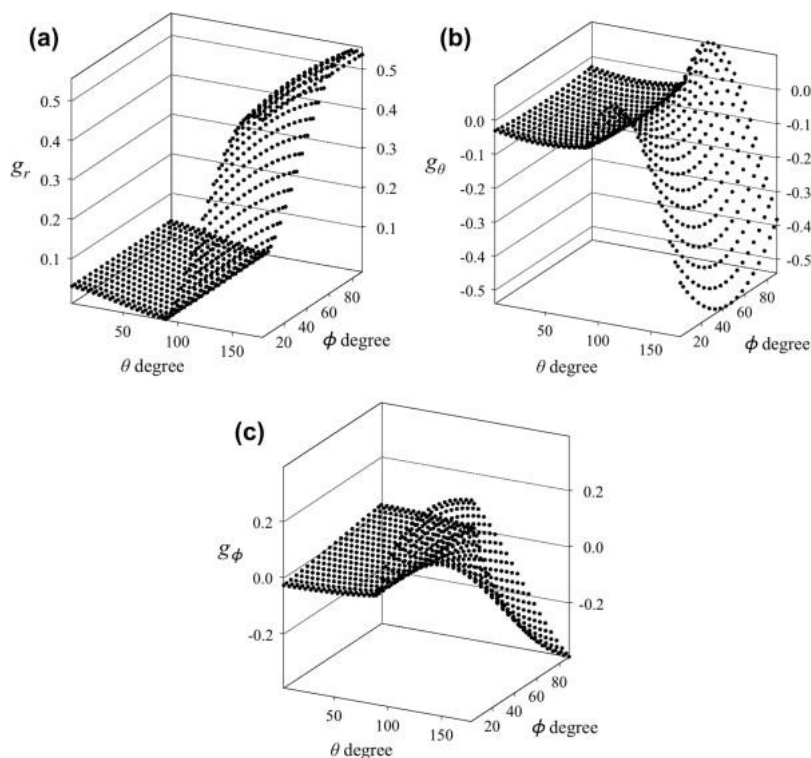
Přínos: Článek se zabývá porovnáváním 3D výpočtu u kterého je známá přítomnost trojrozměrného napětí v oblasti rohové singularity obecného singulárního koncentrátoru napětí. Přínos spočívá především v pochopení složitých stavů napjatosti v oblasti rohové singularity.

LUENGARPA, Ch. a H. KOGUCHI. Analysis of three-dimensional dissimilar material joint with one real singularity using conservative integral.
International Journal of Solids and Structures. 2014 [50]

Pojednání: Článek pojednává o aplikaci bettiho reciprocitního teorému, za účelem určení intenzity singularity ve vrcholu rozhraní u trojrozměrného spoje dvou nesejných materiálů. Analýza vlastních hodnot je formulovaná pomocí metody konečných prvků a použita k výpočtu singularity napětí a úhlových funkcí posuvů a napětí. Výsledky jsou porovnávány s výsledky získanými metodou hraničních elementů za účelem výpočtu intenzity singularity.



Obr. 3) Model použitý pro analýzu a popis souřadnicového systému rohu na rozhraní dvou materiálů (singular corner) který byl v analýze použit. [50]



Obr. 4) Úhlové proměnné posuvů singulárního řešení použitý analýzy vlastních vektorů a) $g_r(\theta, \phi)$ b) $g_\theta(\theta, \phi)$ c) $g_\phi(\theta, \phi)$ [50]

Přínos: Článek řeší problém bi-materiálových vrubů a popisuje možnost řešení 3D vrubů pomocí konzervativního integrálu. Ačkoliv v práci byla použita jiná metoda popisu lomového chování, článek velice doobře popisuje chování bi-materiálových vzorků ovlivněných volným povrchem a posloužil k verifikaci, že postup použitý v této dizertaci a výsledky kterých bylo dosaženo dávají smysl a že podobných výsledků se dopravovali i autoři používající jiné výpočtové metody.

3.2.Problematika zaměřená na výpočtové modelování a analýzu výsledků

TAYLOR, D. The Theory of Critical Distances
Engineering Fracture Mechanics 2008 [50]

Pojednání: Cílem tohoto článku je seznámení s teorií kritických vzdáleností (The theory of critical distances, TCD) Teorie kritických vzdáleností je název, který David Taylor dává skupině teorií, které se používají k předpovídání vrubových efektů a jiných koncentrátorů napětí. Popisuje základní metodologii TCD společně s ostatními teoriemi které se paralelně k TCD vyvíjely. Popisuje předpovídající schopnost TCD a ukazuje schopnost předpovídat experimentální výsledky u křehkého lomu a únavy materiálu za různých podmínek.

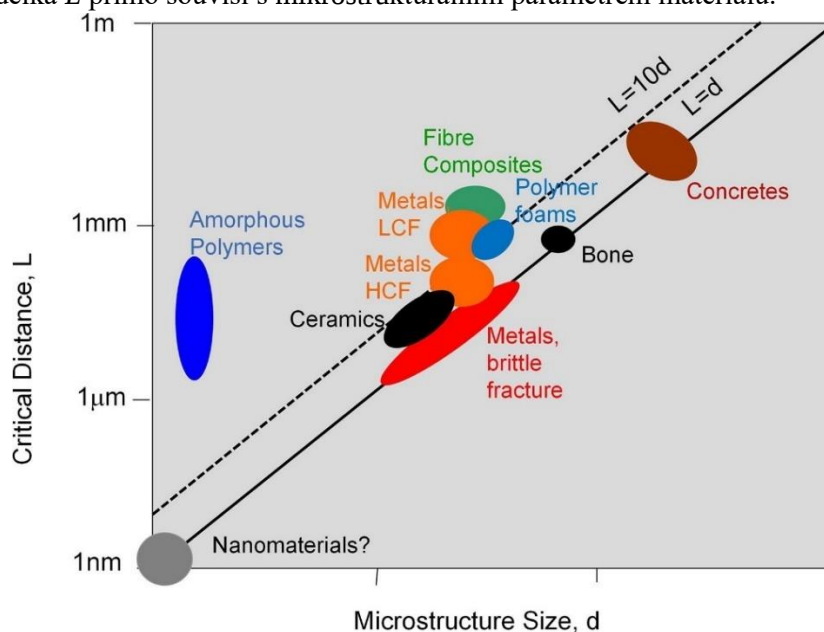
Přínos: Tento článek je předchudce dalšího Taylorova článku The Theory of Critical Distances: A link to micromechanisms. Autor zde popisuje základy určení délkového parametru. Dále popisuje aplikace délkového parametru na výpočtové metody určování podmínek iniciace trhliny.

- a) The point method (PM)
- b) The line method (LM)
- c) Imaginary crack methos (ICM)
- d) Finite fracture mechanics (FFM)

Právě postup založený na přístupu konečnoprvkové lomové mechaniky FFM byl použit v rozšířené formě přiřešení této práce.

TAYLOR, D. The Theory of Critical Distances: A link to micromechanisms. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2017 [51]

Pojednání: Článek pojednává o teorii kritických vzdáleností a metodologii předpovědi vlivu koncentrátoru napětí (theory of critical distances, TCD) na materiálové porušení, speciálně lámání materiálu způsobeném únavovým nebo křehkým lomem. Díky přibývajícím dostupnosti metody konečných prvků se tato metoda stala relevantní, při řešení inženýrských problémů. Posuzovány zde jsou tři různé typy vrubů, díry, dlouhé drážky a krátké trhliny. Ve všech případech se ukázalo že kritická kritická délka L přímo souvisí s mikrostrukturálním parametrem materiálu.



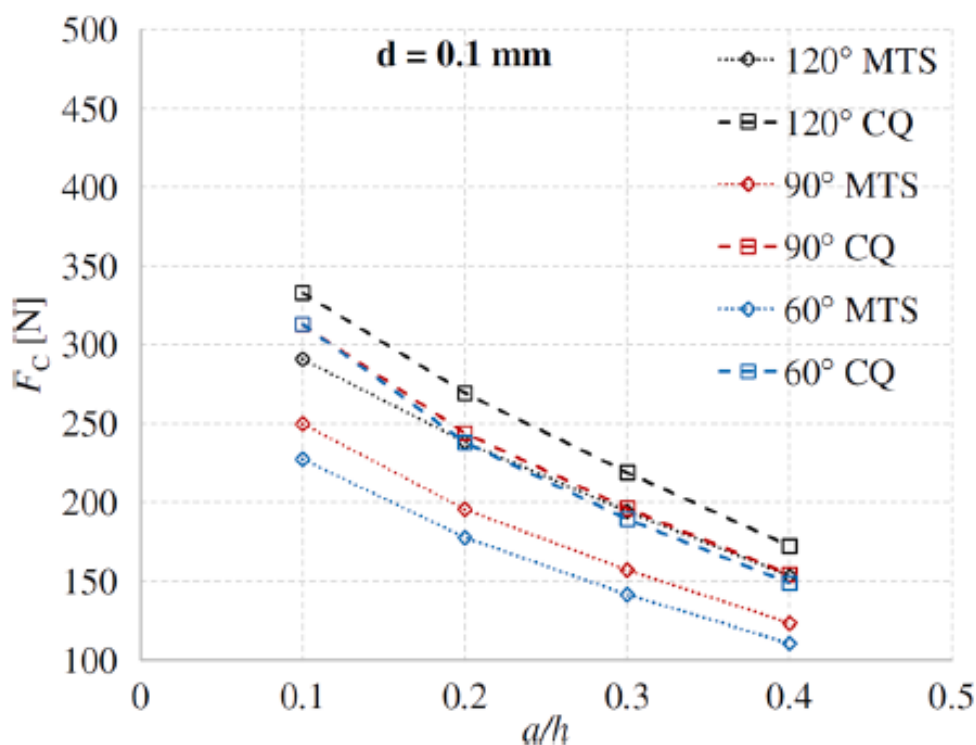
Obr. 5) Přehled hodnot kritické délky L různých materiálů vykreslených jako funkce mikrostrukturálního délkového parametru d [51]

Přínos: Článek má velice významný přínos k řešení dizertační práce protože popisuje postup volby průměrovacího parametru d sloužícím ke správnému výpočtu středních hodnot tangenciálního napětí. Autor pojednává o volbě parametru d v závislosti na charakteru pozorovaného materiálu a jeho struktuře. Článek přispěl ke stanovení vhodné veličiny parametru d použitého v rámci této práce.

KLUSÁK, Jan, Ondřej KREPL a Tomáš PROFANT. An easy and engineering stability criterion of general singular stress concentrators.
Theoretical and Applied Fracture Mechanics [online]. 2019 [47]

Pojednání:

Článek pojednává o novém postupu vyhodnocování podmínek iniciace trhliny pomocí jednoduchého inženýrského kritéria stability singulárních koncentrátorů napětí. Nahrazuje zde analiticko-numerický postup, který může být pro některé koncentrátoře napětí poměrně složitý. Článek pracuje se známým kritériem stability trhliny, popsáním pro zobecněnou lomovou mechaniku ostrých a bi-materiálových vrubů a popisuje jeho zjednodušení, použitelné pro inženýry. Kritérium spadá mezi kritéria metody konečných prvků (Finite fracture mechanics, FFM) a rozšiřuje jejich aplikabilitu.



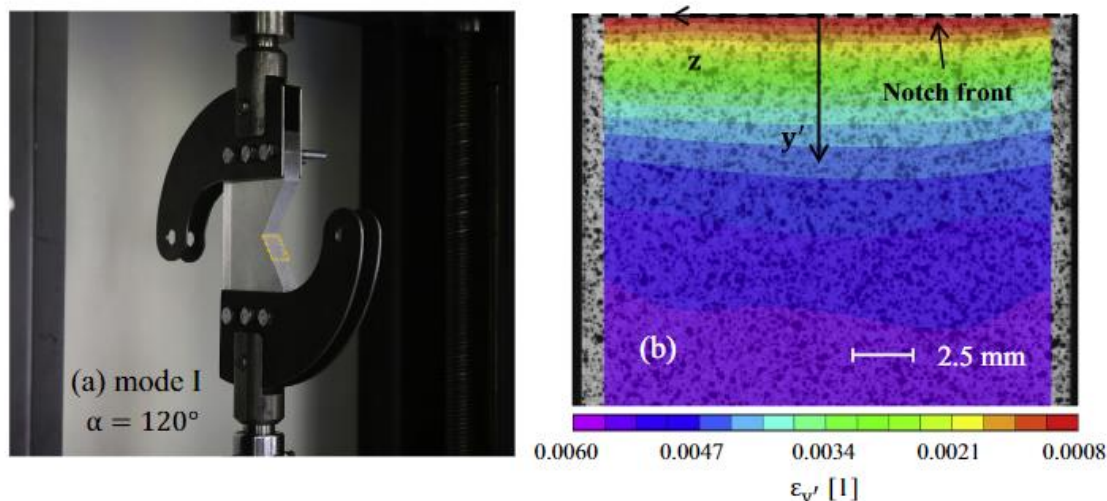
Obr. 6) Výsledné hodnoty kritických alokovaných sil počítaných klasickým MTS přístupem (MTS) a inženýrským přístupem (CQ) pro úhly otevření vrubu 2α rovno 60°, 90° a 120°. Průměrovací vzdálenost d byla volena 0,1mm. [47]

Přínos: Článek má zásadní přínos k řešení této dizertační práce, poněvadž postup zde uvedený je velice efektivní dá se použít na případy 3D homogenních i bi-materiálových vrubů. Algoritmus řešení zde popsany slouží jako základ postprocesové analýzy 3D těles řešených v této práci.

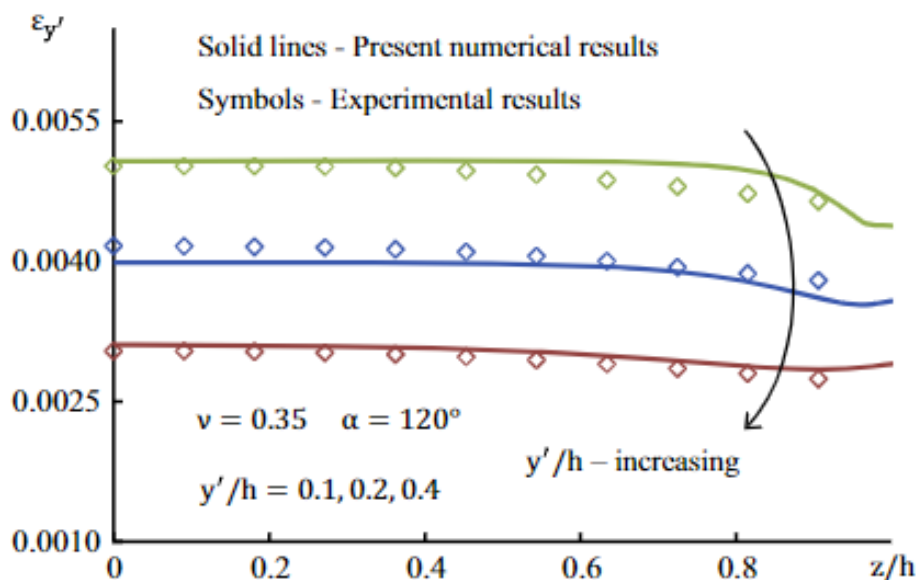
3.3. Problematika zaměřená na experimentální posouzení vrubů

KOTOUSOV, Andrei, Zhuang HE a Andrea FANCIULLI. Application of digital image correlation technique for investigation of the displacement and strain fields within a sharp notch. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2015 [52]

Pojednání: Článek pojednává o aplikaci digitální korelace obrázků (digital image correlation technique) použité za účelem zkoumání posuvů a pole napětí v čele vrubu. Autoři navazují na práci Prof. Paila Lazzarina, který oddaně pracoval na vyšetřování 3D efektů u těles oslabenými koncentrátorem napětí. Publikace popisuje chování vrubu blízko volného povrchu, kterou nelze popsat klasickými 2D metodami.



Obr. 7) a) vzorek s úhlem otevření vrubu 120° zatěžovaný modelem I b) Vyobrazení výsledného rovinného přetvoření na čele vrubu [52]



Obr. 8) Zobrazení přetvoření na čele vrubu v závislosti na tloušťce vzorku. Porovnávají se experimentálně zjištěné hodnoty s výsledky MKP simulace. [52]

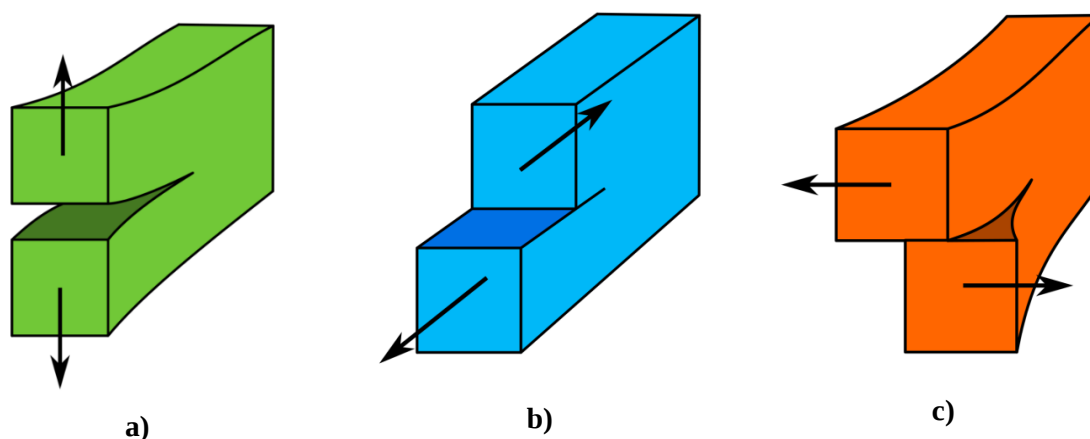
Přínos: Článek má přínos pro tuto práci tím smyslu, že pojednává o homogenním vrubu, velice podobném konfiguracím homogenního vrubu studovanému v rámci této dizertační práce. Výsledky zde publikované slouží jako potvrzení správnosti výpotočvého MKP modelu použitého v této práci.

4. Lineární elastická lomová mechanika (LELM)

V této kapitole si shrneme základní pojmy lineární elastické lomové mechaniky trhlin a jejich zobecnění na obecné singulární koncentrátoři napětí, jakými jsou vruby, či bi-materiálové vruby. Seznámíme se s kritériem stability pro trhliny i obecné singulární koncentrátoři a podíváme se, jak tato kritéria aplikovat na trojrozměrné těleso s konečnou tloušťkou.

4.1. Deformační módy

Jedny ze základních pojmů lomové mechaniky jsou deformační módy. Ty nám stanovují, jakým způsobem se trhlina rozevírá. Existují tři deformační módy popisující otevírání trhliny, ty jsou znázorněné na Obr. 9.

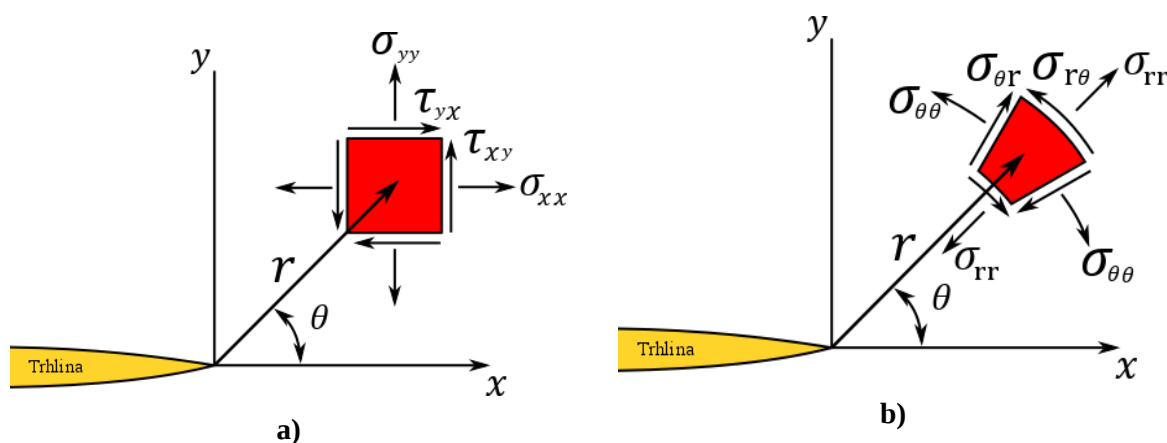


Obr. 9) Módy zatížení tělesa a) Mód I otevírací deformační mód, b) Mód II rovinný smykový deformační mód, c) Mód III příčný smykový deformační mód

Obr. 9a nám znázorňuje otevírací mód, při kterém se líce trhliny od sebe vzdalují. Označujeme jej římskou číslicí I. Obr. 9b představuje smykový mód, kde se líce trhliny po sobě smýkají. Při tomto módu nastává smykové napětí, a proto je nazývaný smykový mód. Označuje se římskou číslicí II. Obr. 9c se nazývá příčně smykový mód, kde líce trhliny se po sobě smýkají v příčném směru. Značí se římskou číslicí III. [7]

4.2. Napjatost ve vrcholu trhliny

Pole napětí u singulárních koncentrátoři napětí je zobrazeno na Obr. 10. Lze jej popisovat pomocí kartézského souřadnicového systému Obr. 10a. Nejčastěji se však používá popis pole napětí pomocí polárního souřadnicového systému Obr. 10b. [7]



Obr. 10) Pole napětí ve vrcholu singulárního koncentrátoři napětí a) Kartézský souřadnicový systém b) Polární souřadnicový systém

Pole napětí popsané polárním souřadnicovým systémem je definováno vztahem (1).

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (1)$$

Kde σ_{ij} je člen tenzoru napětí, k je konstanta, r a θ jsou polární souřadnice a f_{ij} je bezrozměrná funkce [7]. Členy vyššího řádu jsou amplituda A_m a bezrozměrná funkce $g_{ij}^{(m)}$, m -tého členu.

Členy vyššího řádu jsou závislé na geometrii, ale řešení obsahuje pro jakoukoliv konfiguraci řídící člen, který je proporcionální k $1/\sqrt{r}$. Jakmile se r bude blížit k 0, bude se řídící člen blížit k nekonečnu, členy vyššího řádu budou buď konečné hodnoty, nebo rovny nule. Napětí v okolí trhliny se proto mění v závislosti na $\sqrt{r}$. Rovnice (1) popisuje takzvanou singularitu napětí, která se v případě $r = 0$ chová asymptoticky [7].

4.3. Součinitel intenzity napětí

Součinitel intenzity napětí K je veličina pojmenovaná po Josephu A. Kiesovi. K slouží k popisu stavu napjatosti v okolí vrcholu trhlín v homogenním materiálu a bývá v analýze stability trhlín porovnávána s lomovou houževnatostí K_{IC} . K nabývá rozměru $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Jednoduše se dá vysvětlit na případě jednoparametrové lomové mechaniky, kde v rovnici (1) vynecháme vyšší členy a použijeme pouze první řídící člen. Rovnice (1) poté můžeme přepsat do tvaru (2).

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) \quad (2)$$

Konstantu k pak nahradíme součinitelem intenzity napětí $K = k\sqrt{2\pi}$. Hodnota součinitele intenzity napětí je většinou zapisována s indexem popisujícím příslušný deformační mód K_I , K_{II} a K_{III} . Pole napětí pro jednotlivé deformační módy je popsáno následujícími tvary [7]:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad (4)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta) \quad (5)$$

Pro pole napětí platí princip superpozice, proto můžeme jednotlivé složky vztahů (3), (4) a (5) sečíst:

$$\sigma_{ij}^{(\text{total})} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (6)$$

Princip superpozice jako v případě vztahu (6) platí také pro součinitele intenzity napětí. Platí zde však jiná pravidla než pro případ superpozice pole napětí. Součinitele intenzity napětí různých módů nelze mezi sebou sčítat (7).

$$K_{(\text{total})} \neq K_{(I)} + K_{(II)} + K_{(III)} \quad (7)$$

Lze však sečíst součinitele intenzity napětí stejných módů, více singulárních koncentrátorů (trhlín) jedné tělesa (8), tím celková hodnota K_I roste.

$$K_I^{(\text{total})} = K_I^{(A)} + K_I^{(B)} + K_I^{(C)} \quad (8)$$

4.4. Napjatost ve vrcholu obecného singulárního koncentrátoru napětí

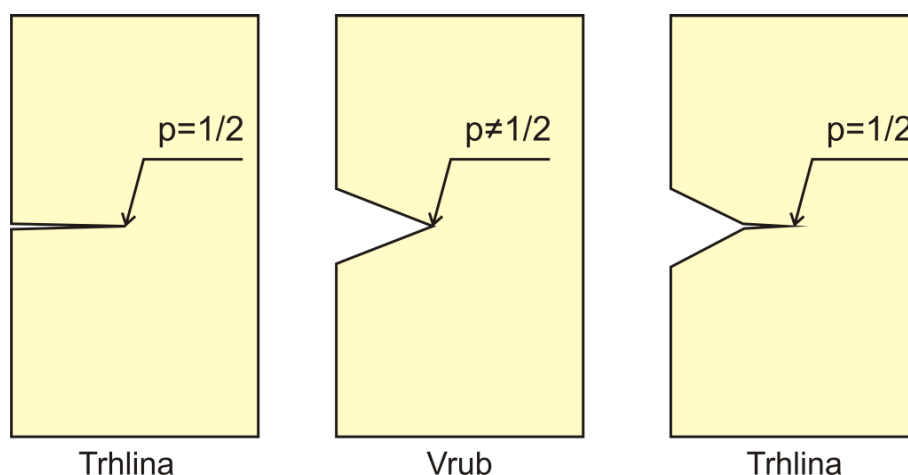
Popis napjatosti obecných singulárních koncentrátorů napětí (OSKN) vychází z Williamsova rozvoje (1) [18] [45], jehož první dva členy jsou singulární. Ostatní, nesingulární členy, pouze přispívají ke zpřesnění výsledků. Pro účely popisu pole napětí OSKN vztah (1) upravíme a vyjádříme vztahy (9), (10) a (11):

$$\sigma_{rr,m} = \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{\sqrt{2\pi}} r^{-p_k} F_{rrkm}(\theta) \quad (9)$$

$$\sigma_{\theta\theta,m} = \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{\sqrt{2\pi}} r^{-p_k} F_{\theta\theta km}(\theta) \quad (10)$$

$$\sigma_{r\theta,m} = \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{\sqrt{2\pi}} r^{-p_k} F_{r\theta km}(\theta) \quad (11)$$

kde n popisuje počet singulárních členů, H_k představuje zobecněný součinitel intenzity napětí pro $k = (1 \dots n)$ singulárních členů.



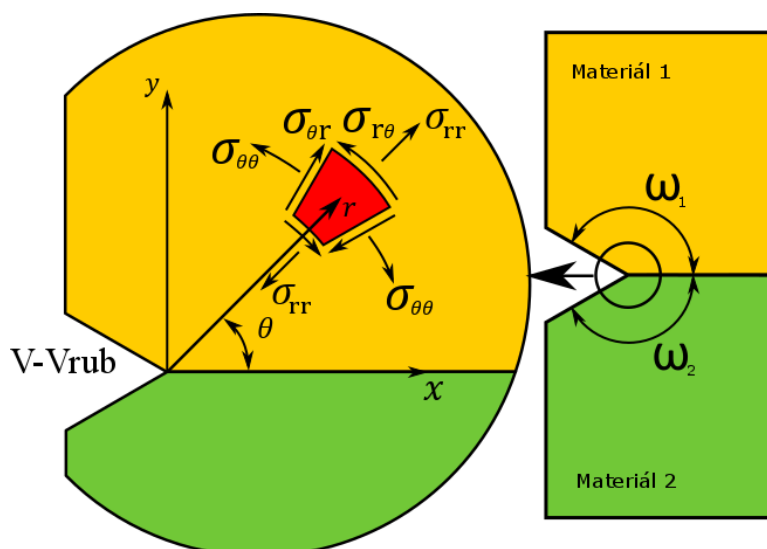
Obr. 11) Exponenty singularity napětí trhliny a vrubu

V případě bi-materiálového vrubu nabývá n hodnoty 2. p_k je exponent singularity napětí, jehož hodnota je závislá na materiálových vlastnostech a geometrické konfiguraci OSKN. V případě OSKN $p_k \in (0 \dots 1)$, přičemž $p_k \neq 1/2$. Exponent singularity napětí p_k nabývá hodnoty $1/2$ jen tehdy, pokud se jedná o homogenní těleso s trhlinou.

F_{ijk} je vlastní funkce závislá na vlastnostech použitých materiálů a geometrické konfiguraci.

Zobecněný součinitel intenzity napětí H_k se jednotkově liší od součinitele intenzity napětí K . H_k nabývá jednotek $\text{MPa} \cdot \text{m}^{p_k}$, kdežto K nabývá jednotek $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$.

Deformační módy (Obr. 9) se v případě OSKN nemění a jejich využití a způsob zatěžování zůstává stejný jako v případě trhliny. Avšak zatěžíme-li vzorek s bi-materiálovým vrubem stejným způsobem jako stejný vzorek s trhlinou, nebude výsledné napětí pouze důsledkem jednoho typu deformačního módu, nýbrž kombinací minimálně dvou takových módů. Je to zapříčiněno právě kombinací materiálů (rozdílnými elastickými konstantami). Vzhledem k tomu, že u bi-materiálových vrubů zobecněný součinitel intenzity napětí zahrnuje kombinaci módu I a II, nelze používat indexové označení římskými označeními módu, indexy singulárních členů tedy označujeme arabskými číslicemi.



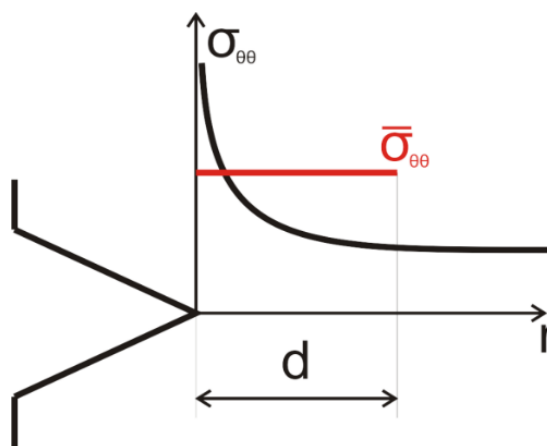
Obr. 12) Bi-materiálový vrub (Geometrie a pole napětí)

4.5. Střední hodnota tangenciálního napětí a délkový parametr střední hodnoty

Abychom byli schopni spolehlivě určit směr iniciace trhliny, je třeba zavést tzv. střední hodnotu tangenciálního napětí. Ta slouží ke zmírnění vlivu polární souřadnice r na směr iniciace trhliny a zmenšení vlivu numerických chyb, které mohou při numerickém výpočtu nastat vlivem nepravidelné výpočtové sítě v okolí vrcholu koncentrátoru napětí. Střední hodnotu tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ získáme integrací rovnice tangenciálního napětí $\sigma_{\theta\theta,m}$ ze vztahu (10) přes r (Obr. 13). Vztah pro výpočet $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ pak vypadá následovně:

$$\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta) = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) dr \quad (12)$$

d ve vztahu (12) představuje průměrovací vzdálenost. Její velikost závisí na mechanismu porušení, jako například velikost plastické zóny, nebo velikost zrna materiálu. Podrobně je parametr d řešen prací [48] [49] [17] [50] [51].

Obr. 13) Střední hodnota tangenciálního napětí počítaná na průměrovací délce d

4.6. Kritérium směru iniciace trhliny

Vlivem kombinace deformačních módů může dojít k šíření trhliny v různých směrech. K určení těchto směrů používáme kritéria směru šíření trhliny, jakými je například kritérium maximálního tangenciálního napětí (MTS-kritérium) [52] [49] [17].

Představme si, že těleso s trhlinou zatěžujeme ve dvou různých směrech, které odpovídají deformačnímu módu I a II. Pak bude rozložení $\sigma_{\theta\theta}$ kolem vrcholu trhliny vyjádřeno ve tvaru rovnice (6) jako součet napětí pro mód I a II a po dosazení vztahu (3) a (4) vyjádřena následovně

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-1/2} f_{\theta\theta}^{(I)}(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} r^{-1/2} f_{\theta\theta}^{(II)}(\theta) \quad (13)$$

K určení směru iniciace trhliny $\theta = \theta_0$, při kterém dosahuje hodnota tangenciálního napětí $\sigma_{\theta\theta}$ své maximální hodnoty, je potřeba, aby byly splněny následující dvě podmínky:

$$\left(\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_0} = 0 \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} \right)_{\theta=\theta_0} < 0 \quad (15)$$

Rovnice (14) představuje nutnou a rovnice (15) postačující podmínku pro určení směru šíření trhliny. Derivací funkce (13) podle rovnice (14) za uvážení poměru součinitelů intenzity napětí K_I/K_{II} získáme hodnotu směru šíření trhliny θ_0 . Druhou derivací funkce (13), kde druhé derivace $\sigma_{\theta\theta}$ musí být záporné, splníme druhou, postačující podmínku k určení směru šíření trhliny.

Analogicky s případem trhliny v homogenním prostředí se předpokládá, že trhlina na vrcholu homogenního, resp. bi-materiálového V-vrubu je iniciovaná pod úhlem θ_0 , ve kterém střední hodnota tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta_0)$ dosáhne svého maxima. Pro určení směru iniciace trhliny z vrcholu takového koncentrátoru napětí musí pole napětí splňovat podmínky analogické těm, které jsou uvedené ve vztahu (14)(15)

$$\left(\frac{\partial \overline{\sigma_{\theta\theta}}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_0} = 0 \quad (16)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \overline{\sigma_{\theta\theta}}}{\partial \theta^2} \right)_{\theta=\theta_0} < 0 \quad (17)$$

Při znalosti exponentů singularity napětí a zobecněných faktorů intenzity napětí by bylo možno určit směr iniciace trhliny z podmínek (16) a (17). V našem případě studia vlivu volného povrchu jsme však pro určení předpokládaného směru iniciace trhliny použili inženýrský postup, tedy podrobné numerické výsledky v okolí vrcholu OSKN. V konečnoprvkovém programu odebíráme vzorky tangenciálních napětí v různých směrech $\theta \in (\omega_1 \dots -\omega_2)$, pro $r \in (0 \dots d)$ a integrujeme je podle (12). Tím získáme průběh $\overline{\sigma_{\theta\theta}}$ v závislosti na $\theta \in (\omega_1 \dots -\omega_2)$. Odečteme hodnotu θ pro maximální $\overline{\sigma_{\theta\theta}}$, tato hodnota θ je pak rovná hodnotě θ_0 , což odpovídá směru iniciace trhliny.

4.7. Kritérium stability

Kritérium stability nám udává, zda u zatíženého tělesa s vrubem dojde, či nedojde k iniciaci trhliny. Pokud počítaná hodnota zatížení překročí kritickou hodnotu, dojde k iniciaci trhliny z vrcholu vrubu nebo OSKN. Poté co trhlina vznikne, se řeší klasické kritérium stability trhlín, kterým provedeme úvod do této problematiky.

4.7.1. Obecný popis kritéria stability

Kritérium stability trhliny popisuje mezní stav šíření trhliny a sděluje, zdali se trhlina bude, či nebude šířit, a pokud ano, zda dojde ke stabilnímu, či nestabilnímu šíření trhliny z vrcholu singulárního koncentrátoru napětí. V lomové mechanice lze porovnávat mnoho různých parametrů, avšak nejvíce se osvědčilo porovnání součinitele faktoru intenzity napětí K_I s lomovou houževnatostí

K_{iC} . Index i určuje, o jaký deformační mód se v daném případě jedná, tedy $i = I, II$ nebo III . Poté platí následující podmínky. Pokud:

- $K_i < K_{iC}$ - hodnota SIN nedosáhne své kritické hodnoty a trhlina se šířit nebude.
- $K_i = K_{iC}$ - hodnota SIN je rovná své kritické hodnotě, trhlina se nešíří za předpokladu, že do soustavy nedodáváme žádnou energii ve formě vnější síly.
- $K_i > K_{iC}$ - hodnota SIN přesáhla kritickou hodnotu a trhlina se šíří nestabilně, nezávisle na tom, zda je těleso zatěžováno vnějšími silami, či není.

Pro případ obecných singulárních koncentrátorů napětí platí podobné podmínky, avšak v případě OSKN se neřeší stabilita šíření trhliny, ale podmínky iniciace trhliny. Proto si dále pro případ OSKN provedeme popis řešení bi-materiálových vrubů tzv. dvoukrokovou metodou za použití MTS-kritéria [15] [17] [21].

4.7.2. Standardní přístup řešení bi-materiálových vrubů

Směr iniciace trhliny θ_0 z vrcholu bi-materiálového vrubu je zjišťován MTS-kritériem [45]. Nejprve aplikujeme vztah (16), do kterého dosadíme tvar rovnice (10) pro $n = 2$. Algebraickou úpravou získáme vztah (18) obsahující poměr H_1/H_2 :

$$\frac{d^{-p_1}}{1-p_1} \frac{\partial F_{\theta\theta 1m}}{\partial \theta} + \frac{H_2}{H_1} \frac{d^{-p_2}}{1-p_2} \frac{\partial F_{\theta\theta 2m}}{\partial \theta} = 0 \Big|_{\theta=\theta_0} \quad (18)$$

kde

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{\theta\theta km}}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_0} &= (p_k^2 - 3p_k + 2) [(2 - p_k) \cdot \\ &\cdot (a_{mk} \cos((2 - p_k)\theta) - b_{mk} \sin((2 - p_k)\theta) - p_k (c_{mk} \cos(p_k\theta) + d_{mk} \sin(p_k\theta))] \end{aligned} \quad (19)$$

Dosazením geometrických a materiálových vlastností, parametru d , vypočtených hodnot exponentu singularity napětí získaných analyticky [18] [20], nebo numericky [53] [54] a numericky zjištěného úhlu θ_0 určíme z rovnice (18) hodnotu $\Gamma_{21} = H_2/H_1$.

Druhým krokem je určení samotných ZFIN. Toho dosáhneme tím, že rovnici (20) podělíme H_1

$$\overline{\sigma_{\theta\theta m}} = \frac{H_1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d^{-p_1}}{1-p_1} F_{\theta\theta 1m} + \frac{H_2}{\sqrt{2\pi}} \frac{d^{-p_2}}{1-p_2} F_{\theta\theta 2m} \quad (20)$$

Toho dosáhneme tím, že rovnici (20) podělíme H_1 , a tak získáme rovnici ve tvaru (21) pro výpočet H_1 .

$$H_1 = \frac{\overline{\sigma_{\theta\theta m}}}{\frac{d^{-p_1}}{1-p_1} \frac{F_{\theta\theta 1m}}{\sqrt{2\pi}} + \Gamma_{21} \frac{d^{-p_2}}{1-p_2} \frac{F_{\theta\theta 2m}}{\sqrt{2\pi}}} \quad (21)$$

Dosadíme numericky vypočtenou hodnotu $\overline{\sigma_{\theta\theta m}}$, která odpovídá úhlu směru iniciace θ_0 , tím získáme hodnotu H_1 . Úpravou vztahu $\Gamma_{21} = H_2/H_1$ získáme rovnici (22) pro výpočet H_2 .

$$H_2 = \Gamma_{21} / H_1 \quad (22)$$

Pro určení kritické střední hodnoty tangenciálního napětí využijeme vztahu (12), kde místo součinitele intenzity napětí použijeme hodnotu lomové houževnatosti K_{iC} pro daný materiál. Výsledný vztah (23) nám stanoví kritickou hodnotu středního tangenciálního napětí.

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta C} = \frac{2K_{IC}}{\sqrt{2\pi d}} \quad (23)$$

Dosazením vztahu (23) do vztahu (21) získáme vztah pro výpočet kritické hodnoty zobecněného součinitele intenzity napětí H_{IC} .

$$H_{IC} = \frac{2K_{IC}}{\frac{d^{\frac{1}{2}-p_1}}{1-p_1} F_{\theta\theta 1m}(\theta_0) + \Gamma_{21} \frac{d^{\frac{1}{2}-p_2}}{1-p_2} F_{\theta\theta 2m}(\theta_0)} \quad (24)$$

Porovnáním hodnoty H_1 získané vztahem (21) a H_{IC} získané vztahem (24) stanovíme kritérium stability trhliny

$$H_1(\sigma_{appl}) \leq H_{IC}(K_{IC}) \quad (25)$$

Pokud bude platit nerovnost ze vztahu (25), tak se trhlina iniciovat nebude, v opačném případě se trhlina bude iniciovat pod úhlem θ_0 .

Protože ZFIN jsou úzce spojeny s vnějším zatížením, je možné kritérium stability určovat pomocí porovnávání kritických a aplikovaných hodnot zatížení. Například pomocí vztahu (26).

$$\sigma_{appl,c} = \sigma_{appl} \frac{H_{IC}(K_{IC})}{H_1(\sigma_{appl})} \quad (26)$$

Zdali se trhlina bude, či nebude iniciovat z vrcholu bi-materiálového vrubu, posléze určíme nerovností (27), která je ekvivalentní ke vztahu (25):

$$\sigma_{appl} \leq \sigma_{appl,c} \quad (27)$$

4.7.3. Inženýrský přístup pomocí porovnávání řídicí veličiny

Inženýrský přístup je podrobně popsán v [47]. Přístup je založený na pozorování tzv. řídicí veličiny M . Ta se v lineární elastické lomové mechanice (LELM) používá k určení podmínek iniciace trhliny z vrcholu vrubu (homogenního, či bi-materiálového). Slouží k určení směru potenciální iniciace trhliny a k určování kritických hodnot zobecněných součinitelů intenzity napětí. Řídicí veličina musí splňovat následující podmínky:

- i. Veličina hraje řídicí roli v procesu iniciace trhliny.
- ii. Veličina má jasný a stejný fyzikální význam pro oba případy OSKN a trhliny.
- iii. Kritická hodnota veličiny M_c v případě šíření trhliny v homogenním tělese je závislá na lomové houževnatosti K_{IC} .

Řídicí veličinu mohou představovat veličiny jako velikost plastické zóny r_p , tangenciální napětí v dané vzdálenosti od vrcholu OSKN $\sigma_{\theta\theta}(r=d)$, střední hodnota tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\overline{d})$, hustota deformační energie $\Sigma(r=d)$, nebo střední hodnota hustoty deformační energie dané plochy $\overline{\Sigma}(\overline{d})$. Všechny tyto řídicí veličiny kvantifikujeme jako M

$$M = M(K) \in \{r_p, \sigma_{\theta\theta}(r=d), \overline{\sigma_{\theta\theta}}(\overline{d}), \Sigma(r=d), \overline{\Sigma}(\overline{d}), \text{atd.}\} \quad (28)$$

Pro účely splnění cílů zadané práce jsme z množiny (28) zvolili hodnotu středního tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ jako řídicí veličinu.

$$M = \overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta) = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_{\theta\theta}(r, \theta, MKP) dr \quad (29)$$

Aplikováním rovnice (23) získáme vztah pro výpočet kritické hodnoty řídicí veličiny pro materiál $m = 0, 1, 2$ kde 0 reprezentuje rozhraní materiálů bi-materiálového vrubu.

$$M_{c,m} = \overline{\sigma_{\theta\theta c,m}} = \frac{2K_{IC,m}}{\sqrt{2\pi d}} \quad (30)$$

Dosažením vypočtené řídicí veličiny M podle rovnice (26) a její kritické hodnoty $M_{c,m}$ dle (30) do vztahu podle rovnice (26), získáme výpočet kritického aplikovaného napětí pro materiál $m = 0,1,2$.

$$\sigma_{appl,c,m} = \sigma_{appl} \frac{M_c}{M} = \sigma_{appl} \frac{\overline{\sigma_{\theta\theta c,m}}(\theta_{0,m}^{trhlina} = 0)}{\overline{\sigma_{\theta\theta m}}(\theta_{0,m}^{OSKN})} \quad (31)$$

Analogicky ke vztahu (31), pokud místo aplikovaného napětí σ_{appl} použijeme aplikovanou sílu F_{appl} , získáme vztah pro výpočet kritické aplikované síly.

$$F_{appl,c,m} = F_{appl} \frac{M_c}{M} = F_{appl} \frac{\overline{\sigma_{\theta\theta c,m}}(\theta_{0,m}^{trhlina} = 0)}{\overline{\sigma_{\theta\theta m}}(\theta_{0,m}^{OSKN})} \quad (32)$$

Je třeba uvést, že v případě OSKN složených z více materiálových oblastí je třeba kritické hodnoty řídicí veličiny (v našem případě střední hodnoty tangenciálního napětí) určit nejen ve směru globálního maxima řídicí veličiny, ale také ve směru lokálních maxim v jednotlivých materiálových oblastech, jak je znázorněno na Obr. 14. K tomu, abychom určili kritické aplikované napětí pro daný bi-materiálový vrub, aplikujeme vztah (33). Kritické aplikované napětí je nejmenší hodnota ze všech kritických aplikovaných napětí počítaných pro materiál $m = 0,1,2$.

$$\sigma_{appl,c} = \min(\sigma_{appl,c,m}) \quad (33)$$

Následně dle kritéria stability platí porovnání aplikovaného napětí σ_{appl} s kritickou hodnotou aplikovaného napětí $\sigma_{appl,c}$ určeného vztahem (33). Aby nedošlo k iniciaci trhliny z vrcholu bi-materiálového vrubu, musí platit vztah (34).

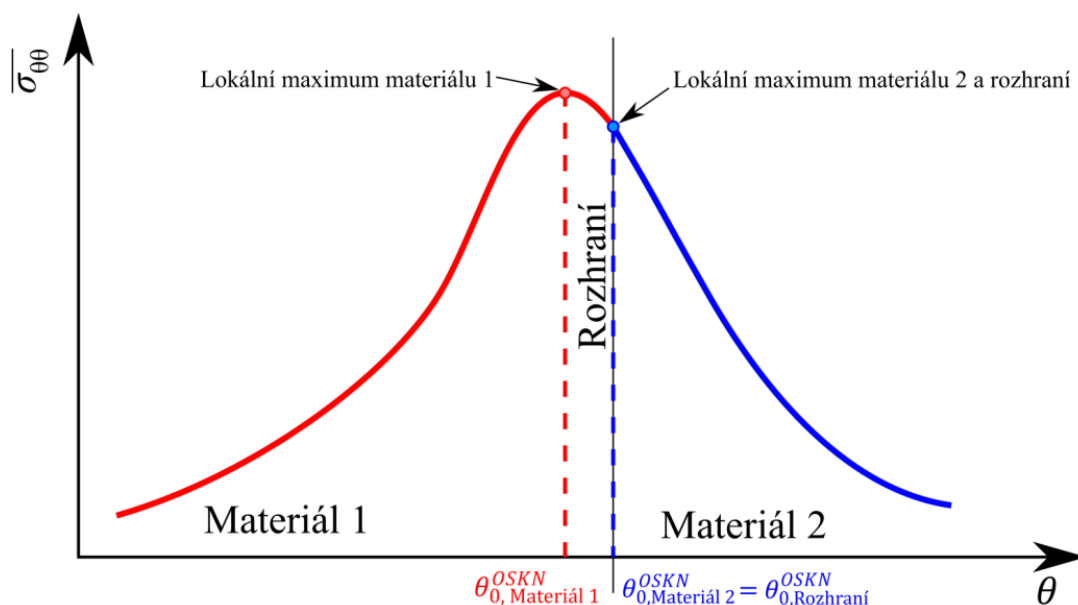
$$\sigma_{appl} \leq \sigma_{appl,c} \quad (34)$$

Stejným způsobem postupujeme při určování kritické aplikované síly $F_{appl,c}$. Pro tento případ platí rovnice (35).

$$F_{appl,c} = \min(F_{appl,c,m}) \quad (35)$$

Následně aplikujeme kritérium stability analogicky k (34), a to podle rovnice (36)

$$F_{appl} \leq F_{appl,c} \quad (36)$$



Obr. 14) Analýza lokálních maxim pole napětí obecného singulárního koncentrátoru napětí.

4.8. Konverze výsledků pro jiný materiál

Za účelem studie vlivu volného povrchu je počítáno s hodnotou lomové houževnatosti $K_{Ic,m}^* = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. K tomu, abychom určili skutečné chování bi-materiálového vrubu, je potřeba provést přepočet aplikovaných kritických hodnot napětí na reálně počítané pro reálné hodnoty lomových houževnatostí. K tomu nám slouží následující vztah.

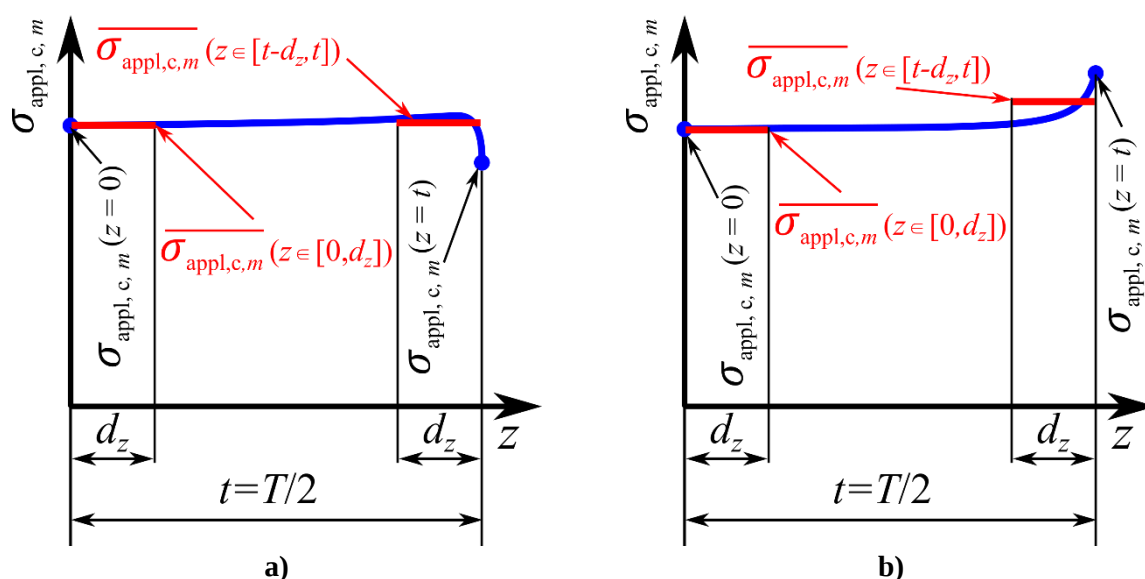
$$\sigma_{\text{appl},c}(m, n = 2) = \sigma_{\text{appl},c}(m, n = 1) \frac{K_{Ic}(m, n = 2)}{K_{Ic}(m, n = 1)} \quad (37)$$

Kde m , představuje materiálovou oblast vrubu, kde platí 0 pro bi-materiálové rozhraní, 1 pro materiál 1 a 2 pro oblast materiálu 2. n zde představuje materiál ve kterém je vrub počítaný a nabývá hodnoty 1 a materiál, do kterého se hodnoty kritického aplikovaného napětí přepočítávají nabývající hodnotu 2.

4.9. Střední hodnota kritického aplikovaného napětí

Bylo zjištěno, že napětí na volném povrchu se liší od napětí uprostřed vzorku [55] [56] [57]. Dále bylo zjištěno, že volný povrch má vliv na rozložení napětí blízko volného povrchu [58] [59] [60] [33]. Příklad trhliny na bi-materiálovém rozhraní je řešený třeba v [61] nebo [62]. Proto následujícím postupem definujeme algoritmus, který je schopný analyzovat jevy blízko volného povrchu a zároveň určit, zdali k iniciaci trhliny dojde uprostřed, nebo na volném povrchu pozorovaného tělesa.

Na základě MTS-kritéria stanovíme pro každou materiálovou oblast (materiál 1, materiál 2 a rozhraní) směr iniciace trhliny θ_0 , přičemž pro rozhraní platí $\theta_0 = 0^\circ$, a určíme hodnoty maximálního tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta_0)$. Následně pro všechny tři materiálové oblasti určíme, zda se trhlina bude iniciovat ze středu tělesa ($z/t = 0$), nebo z volného povrchu ($z/t = 1$). Za účelem porovnání výsledků ve všech třech oblastech. Provedeme to tak, že pomocí přístupu popsáno v kapitole 4.7.3 spočítáme kritické hodnoty aplikovaných napětí. Ty se v případě těles s konečnou tloušťkou počítají po tloušťce pro každou hladinu rovnoběžnou s volným povrchem. Přičemž hladiny se blízko k volnému povrchu zjemňují, abychom byli schopni zachytit jeho vliv. Postup odebrání vzorku po hladinách rovnoběžných k volnému povrchu je podobný [29], nebo [63].



Obr. 15) Znáznění pole kritických aplikovaných napětí $\sigma_{\text{appl},c}$ ovlivněných volným povrchem u
a) Homogenní vrub b) bi-materiálový vrub

Při výpočtu počítáme s jednotkovou hodnotu lomového parametru $K_{c,m} = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ pro $m = (1, 2, 0)$. Z důvodu použití jednotkové velikosti $K_{c,m} = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ označíme hodnotu kritického aplikovaného napětí hvězdičkou $\sigma_{\text{appl},c}^*$.

Uprostřed tělesa aplikujeme vztah pro kritickou hodnotu aplikovaného napětí $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=0, m)$ dle vztahu (38). Je tomu tak z toho důvodu, protože k výrazným změnám napětí po tloušťce dochází až v blízké vzdálenosti volného povrchu [58] [59] [60] (viz. Obr. 15).

$$\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=0 \div d_z, m) \square \sigma_{\text{appl},c}^*(z=0, m) = \overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=0, m) \quad (38)$$

Na volném povrchu tělesa aplikujeme vztah pro kritickou hodnotu aplikovaného napětí $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=1, m)$. Ta je počítaná dle vztahu (39).

$$\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z \in \langle t-d_z, t \rangle, m) = \frac{1}{d_z} \int_{t=d_z}^t \sigma_{\text{appl},c}^*(z, m) d_z = \overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z/t=1, m) \quad (39)$$

Výsledné hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*$ pro $z/t = 0$ a 1 a pro $m=0,1,2$ porovnáme dle vztahu (40) a jejich nejmenší hodnota určí kritickou aplikovanou hodnotu $\sigma_{\text{appl},c}^*$ pro daný bi-materiálový vrub.

$$\sigma_{\text{appl},c}^* = \min \left\{ \overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z, m) \right\} \quad (40)$$

Platí, že trhlina se bude iniciovat z volného povrchu, pokud platí následující nerovnost.

$$\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=1) < \overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=0) \quad (41)$$

Abychom byli schopni určit, v jakém poměru jsou hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*$ pro $z=0$ a 1 , zavádíme následující vztah, který nám dá informaci, jaký je vliv volného povrchu na iniciaci trhliny z povrchu OSKN.

$$i_\sigma = \frac{\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=0)}{\overline{\sigma_{\text{appl},c}}^*(z=1)} \quad (42)$$

Vliv volného povrchu chápeme následovně. Pokud hodnota i_σ bude nabývat hodnot kolem 1, chápeme vliv volného povrchu jako méně výrazný, poněvadž hodnoty napětí uprostřed tělesa a na volném povrchu jsou si velice podobné. Vliv volného povrchu narůstá, pokud se hodnoty i_σ začnou lišit od 1, tedy pokud i_σ je větší než 1, dojde s největší pravděpodobností k iniciaci trhliny z volného povrchu. Jestliže nabyde hodnoty menší než 1, tak se trhlina bude pravděpodobně iniciovat ze středu vzorku. Pokud je hodnota i_σ rovná 1, očekává se iniciace trhliny náhodně z libovolného bodu nacházejícího se na čele vrubu, protože napěťové podmínky si jsou po celé délce čela vrubu velmi podobné. Při porovnávání vlivu různých parametrů, jakými jsou poměr E-modulů, tloušťka materiálu, nebo směr zatěžování, nám poměr i_σ slouží jako míra vlivu volného povrchu na místo iniciace trhliny (ze středu nebo z volného povrchu).

Abychom byli schopni určit, ve kterém materiálu dojde k iniciaci trhliny ($m=0$ pro rozhraní, 1 pro materiál 1 a 2 pro materiál 2), je potřeba vypočítat reálnou hodnotu $\sigma_{\text{appl},c}$. Tu určíme pomocí vztahu

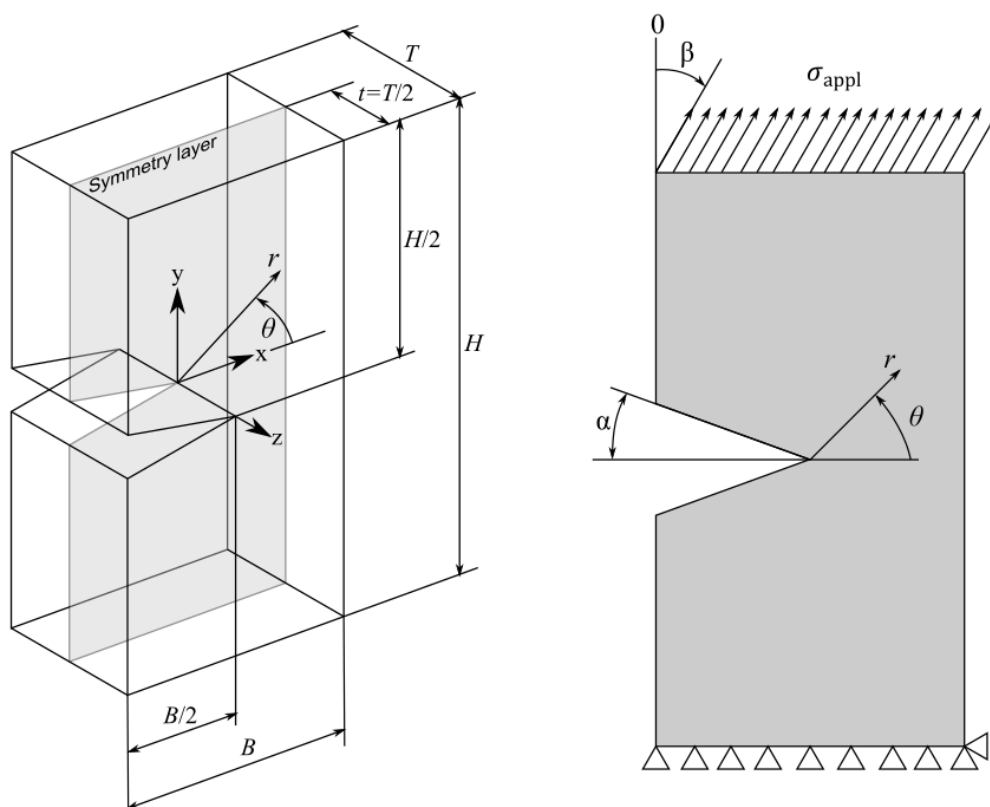
$$\sigma_{\text{appl},c,m} = \sigma_{\text{appl},c,m}^* \cdot K_{c,m}, \quad (43)$$

kde aplikujeme skutečnou hodnotu $K_{c,m}$ pro každý interval m . Parametr $K_{c,m}$ může být reprezentovaný lomovou houževnatostí $K_{Ic,m}$ pro případ křehkého lomu, nebo prahovou hodnotou faktoru intenzity napětí $K_{Ith,m}$ pro případ únavového lomu. Vztah (43) představuje speciální případ vztahu (37), kde $K_{Ic}(m, n=1)$ odpovídá jednotkové lomové houževnatosti $K_{c,m} = 1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ a $\sigma_{\text{appl},c}(m, n=1)$ odpovídá jednotkové hodnotě kritického aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$.

Postup určování střední hodnoty aplikovaného napětí bi-materiálových vrubů lze analogicky aplikovat na případy homogenních vrubů nebo trhlin. V tomto případě je posuzován pouze jeden materiál a m bude nabývat pouze jedné hodnoty, a to 1, reprezentující materiál daného homogenního tělesa s V-vrubem.

5. Řešený homogenní vrub

V této části se budeme zabývat numerickou studií chování homogenního V vrubu [64]. Tímto studiem se zabývali např. Maurizi a Berto v [38] [39], nebo De Matos a Nowell [58], kteří pozorovali vliv volného povrchu na rozdělení napětí po tloušťce vzorku v závislosti na měnící se hodnotě poissonova čísla. V rámci této práce se budeme zabývat porovnáním geometrického vlivu úhlu otevření vrubu α , tloušťkou vrubu T a směrem zatížení vrubu β na stabilitu a místo iniciace trhliny. Geometrie pozorovaného vzorku je zobrazená na Obr. 16. Šířka vrubu B je volena 10mm a výška H 20mm, analyzovaná tloušťka vzorku T je 1, 2 a 4 mm a úhel otevření vrubu α je 5° , 10° , 15° , 20° , 30° , 40° , 50° a 60° .



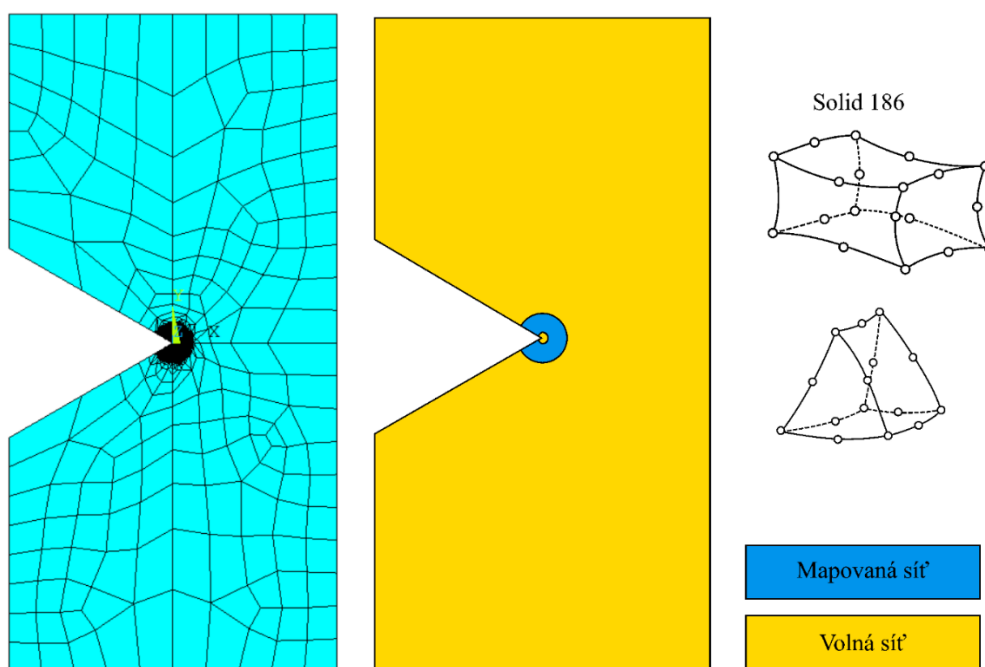
Obr. 16) Geometrie homogenního vrubu a okrajové podmínky zatížení a posuvů

Těleso bylo modelované ve výpočtovém prostředí ANSYS APDL [65]. Uprostřed je modelovaná symetrie, na jeho dolní ploše je nastavená okrajová podmínka posuvu, kde je zamezený posuv ve směru osy y . Aby bylo těleso v prostoru plně definované, na dolní pravé hraně je zamezený posuv ve směru osy x . Okrajové podmínky zatížení jsou definovány směrem zatížení β , který je v rozsahu 0° , 18° , 36° , 54° , 72° a 90° . Aplikovaná hodnota napětí je 10 MPa.

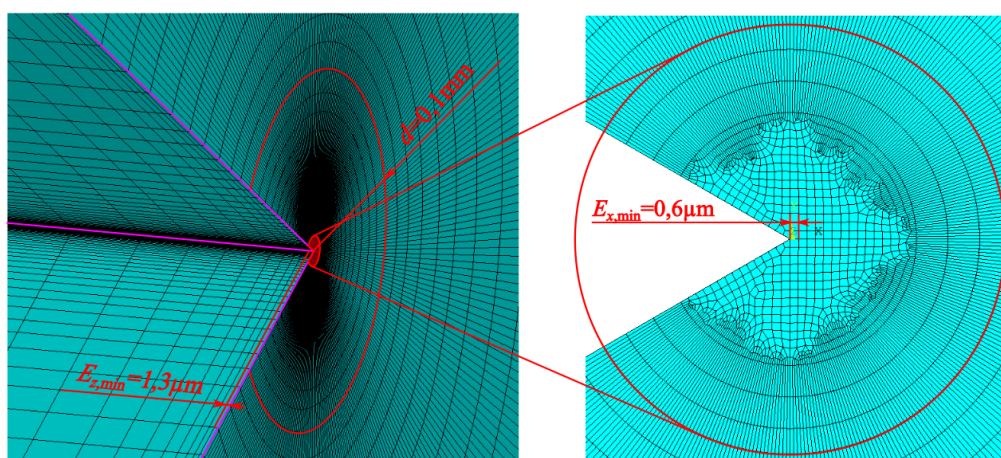
Pomocí MTS kritéria byly zjišťovány hodnoty maximálního tangenciálního napětí po tloušťce tělesa a směry iniciace. Dále byla posuzována stabilita trhliny pomocí využití inženýrského přístupu a určena kritická hodnota aplikovaného napětí.

Na základě získaných informací o stavu napjatosti daného homogenního vrubu byl zkoumán vliv rohové singularity na místo iniciace trhliny (ze středu tělesa, či z volného povrchu). K tomuto posouzení využijeme znalosti poměru kritických aplikovaných hodnot zjišťovaných uprostřed vzorku a na volném povrchu.

Výpočtová síť je tvořena kvadratickými elementy typu SOLID 186. V blízkém okolí vrubu (po rádiu $R = 1,73 \mu\text{m}$) je síťovaná volnou sítí. Mezi rádiusem $R = 1,73 \mu\text{m}$ a $R = 0,5 \text{ mm}$ je síť tvořena mapovanou sítí. Zbytek modelu je opět síťovaný volnou sítí s převažujícími hexagonálními elementy. Ve směru osy z je těleso síťované po hladinách paralelně k hladině symetrie, které k volnému povrchu houstnou, proto element na rovině symetrie má rozměr ve směru z $0,6 \text{ mm}$ a na volném povrchu $1,3 \mu\text{m}$.



Obr. 17) Výpočtová síť homogenního vrubu



Obr. 18: Detail výpočtové sítě ve vrcholu vrubu

5.1.MTS kritérium směru iniciace trhliny z vrcholu V-vrubu

Pro popis chování homogenního V-vrubu prezentovaného v této práci bylo použito MTS kritérium směru iniciace trhliny. Směr iniciace trhliny se očekává ve směru maximálního tangenciálního napětí $\sigma_{\theta\theta}$. V případě vrubu je směr maxima závislý na vzdálenosti r , kde se provádí vyhodnocení tangenciálního napětí. Abychom potlačili závislost $\sigma_{\theta\theta}$ na polární souřadnici r , počítáme střední hodnotu tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ popsanou rovnicí (12). Směr θ maximální hodnoty $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ označujeme za směr iniciace a označujeme jej θ_0 . Pro účely analýzy popsaného homogenního vrubu byla zvolena průměrovací vzdálenost $d = 0,1\text{mm}$, která byla použita pro výpočet $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ z rovnice (12). Hodnoty $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ jsou získávány přímo z numerického řešení. Směr θ_0 a jemu odpovídající maximální hodnota tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta_0)$ je následně získána postprocesorem v každé hladině kolmo na osu z .

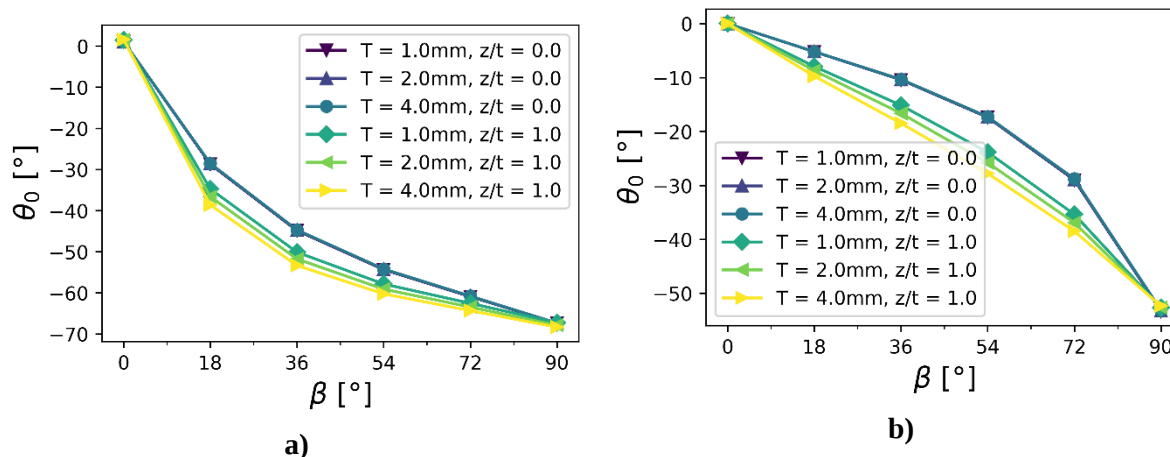
Tab. 1 nám ukazuje kompletní přehled směrů iniciace trhliny počítané pro centrální hladinu představující symetrii ($z/t = 0$) a pro hladinu na volném povrchu ($z/t = 1$) v závislosti na tloušťce T , úhlu otevření vrubu α a směru zatížení β . Vybrané výsledky směrů iniciace trhliny lze také zhlédnout na Obr. 19 a Obr. 20

Tab. 1: Potenciální směry iniciace trhliny θ_0

		$\alpha = 0 [^\circ]$					
		T = 1 mm		T = 2 mm		T = 4 mm	
$\alpha [^\circ]$	$\beta [^\circ]$	$z/t = 0$	$z/t = 1$	$z/t = 0$	$z/t = 1$	$z/t = 0$	$z/t = 1$
5	0	1,13	1,52	1,14	1,56	1,14	1,6
	18	-28,7	-34,72	-28,59	-36,6	-28,53	-38,62
	36	-44,85	-50,11	-44,75	-51,74	-44,69	-53,33
	54	-54,33	-57,84	-54,25	-59,1	-54,19	-60,25
	72	-60,9	-62,54	-60,83	-63,44	-60,78	-64,32
	90	-67,38	-67,26	-67,34	-67,88	-67,36	-68,32
10	0	1,05	1,46	1,05	-1,4	1,06	-1,42
	18	-26,64	-33,49	-26,53	-35,56	-26,47	-37,8
	36	-42,56	-48,81	-42,46	-50,58	-42,4	-52,32
	54	-52,26	-55,92	-52,18	-57,94	-52,13	-59,16
	72	-59,25	-61,53	-59,18	-62,45	-59,13	-63,23
	90	-66,04	-66,28	-66,09	-66,84	-66,04	-67,25
15	0	0,89	1,29	0,89	1,34	0,9	1,38
	18	-24,29	-31,76	-24,19	-34,01	-24,13	-36,45
	36	-39,74	-46,59	-39,76	-48,35	-39,7	-50,1
	54	-49,57	-54,6	-49,48	-55,97	-49,4	-57,23
	72	-57,33	-60,1	-57,27	-61,14	-57,22	-61,97
	90	-64,69	-65,12	-64,66	-65,64	-64,61	-66,02
20	0	0	-0,02	-0,01	-0,03	-0,01	-0,03
	18	-22,63	-30,29	-22,53	-32,49	-22,48	-34,9
	36	-37,06	-44,66	-36,96	-46,62	-36,89	-48,58
	54	-46,95	-52,09	-46,85	-54,29	-46,78	-55,65
	72	-55,17	-58,69	-55,11	-59,65	-55,06	-60,48
	90	-63,19	-63,71	-63,16	-64,19	-62,99	-64,53
30	0	0,02	0,03	0,02	0,03	0,02	0,04
	18	-17,17	-24,83	-17,09	-27,15	-17,04	-29,77
	36	-30,33	-39,02	-30,23	-41,26	-30,15	-43,56
	54	-40,65	-47,22	-40,55	-48,85	-40,47	-50,49
	72	-50,22	-54,67	-50,16	-55,7	-50,09	-56,63

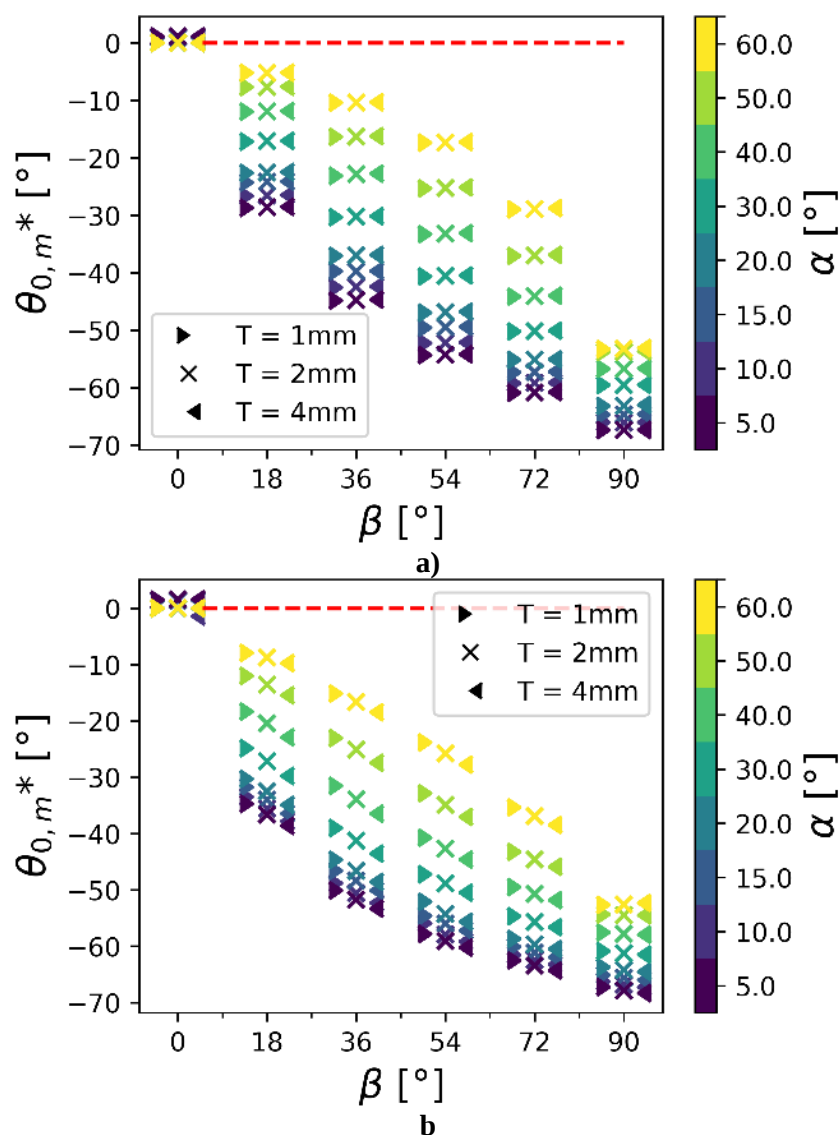
	90	-59,53	-60,88	-59,53	-61,24	-59,51	-61,49
40	0	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01	0,03
	18	-11,97	-18,34	-11,92	-20,44	-11,87	-22,91
	36	-23,14	-31,53	-22,84	-33,92	-22,75	-36,47
	54	-33,29	-40,73	-33,2	-42,68	-33,1	-44,62
	72	-44,16	-49,5	-44,09	-50,72	-43,99	-51,82
	90	-56,73	-57,55	-56,71	-57,79	-56,64	-57,94
50	0	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02
	18	-7,69	-12,01	-7,65	-13,54	-7,61	-15,44
	36	-16,34	-23,02	-16,29	-25,08	-16,22	-27,43
	54	-25,32	-32,85	-25,25	-34,89	-25,14	-37,04
	72	-37,06	-43,25	-37	-44,6	-36,88	-45,9
	90	-53,8	-54,35	-53,76	-54,47	-53,67	-54,5
60	0	0	0,01	0	0,01	0	0,01
	18	-5,2	-7,93	-5,2	-8,71	-5,18	-9,74
	36	-10,4	-15,13	-10,38	-16,62	-10,32	-18,45
	54	-17,37	-23,83	-17,33	-25,77	-17,25	-27,76
	72	-28,97	-35,35	-28,9	-36,9	-28,75	-38,47
	90	-53,28	-52,66	-53,24	-52,58	-53,12	-52,32

Obr. 19 znázorňuje iniciace trhliny u vrubů s úhlem otevření 5° a 60° . Křivky v každém z grafů popisují závislost úhlu iniciace trhliny θ_0 na směru zatížení β . Uvedené hodnoty byly získané pro tloušťky vzorku $T = 1, 2$ a 4 mm a pro obě hladiny, centrální ($z/t = 0$) a volný povrch ($z/t = 1$). Z grafů je patrné, že hodnoty získané pro centrální hladinu ($z/t = 0$) se překrývají a jsou tím pádem nezávislé na tloušťce T . Jinak je tomu u hodnot získaných z hladiny volného povrchu ($z/t = 1$). Ty v absolutních hodnotách oproti centrální hladině narůstají a jsou částečně závislé na tloušťce vzorku T .



Obr. 19: Směry iniciace trhliny θ_0 u vrubů s úhlem otevření vrubu a) $\alpha = 5^\circ$ b) $\alpha = 60^\circ$
Průběhy θ_0 v závislosti na β lze taktéž porovnat na obrázku

Obr. 20a pro centrální hladinu a Obr. 20b pro volný povrch. Body jsou zde vykresleny pro všechny počítané úhly otevření vrubu α a tloušťky T . Průběhové trendy grafů v Obr. 20 jsou si celkem podobné, avšak jejich hodnoty se liší. Na obrázku Obr. 20 a se potvrzuje chování vrubu uprostřed tělesa, kde je znázorněný vliv úhlu β . Směr iniciace θ_0 není závislý na tloušťce T a hodnoty se překrývají. Obr. 20b naopak ukazuje, jaký je vliv úhlu β a zároveň tloušťky T na směr iniciace u hodnot získaných z hladiny volného povrchu.



Obr. 20: Směry iniciace trhliny θ_0 z vrcholu homogenního vrubu pro a) $z/t = 0$ b) $z/t = 1$

Je třeba zmínit, že pro směr zatížení $\beta = 0^\circ$ je očekávaný směr iniciace trhliny $\theta_0 = 0^\circ$. Malé rozdíly oproti této hodnotě uvedeny v Tab. 1 jsou způsobeny nesymetrickým rozdělením konečno prvkové sítě. Hodnoty θ_0 slouží jako vstupní hodnoty pro výpočet kritických aplikovaných napětí potřebných k tvorbě trhlin. Tyto hodnoty budou vyhodnocovány v centrálních a povrchových rovinách, abychom byli schopni určit, zdali k iniciaci trhliny dojde uprostřed, nebo z vrcholu na volném povrchu tělesa.

5.2. Kritická hodnota aplikovaného napětí a podmínky iniciace trhliny

Známe-li potenciální směry iniciace trhliny, jsme schopni určit úroveň vnějšího zatížení, při kterém dojde ke vzniku trhliny. K tomu používáme tzv. kritickou hodnotu aplikovaného napětí, která je počítaná podle vztahu (31), případně (32) uvažujeme-li místo napětí kritickou aplikovanou sílu. Pro případ tělesa s konečnou tloušťkou je následně třeba provést analýzu, která určuje, zda k iniciaci trhliny dojde ze středu tělesa, nebo z volného povrchu.

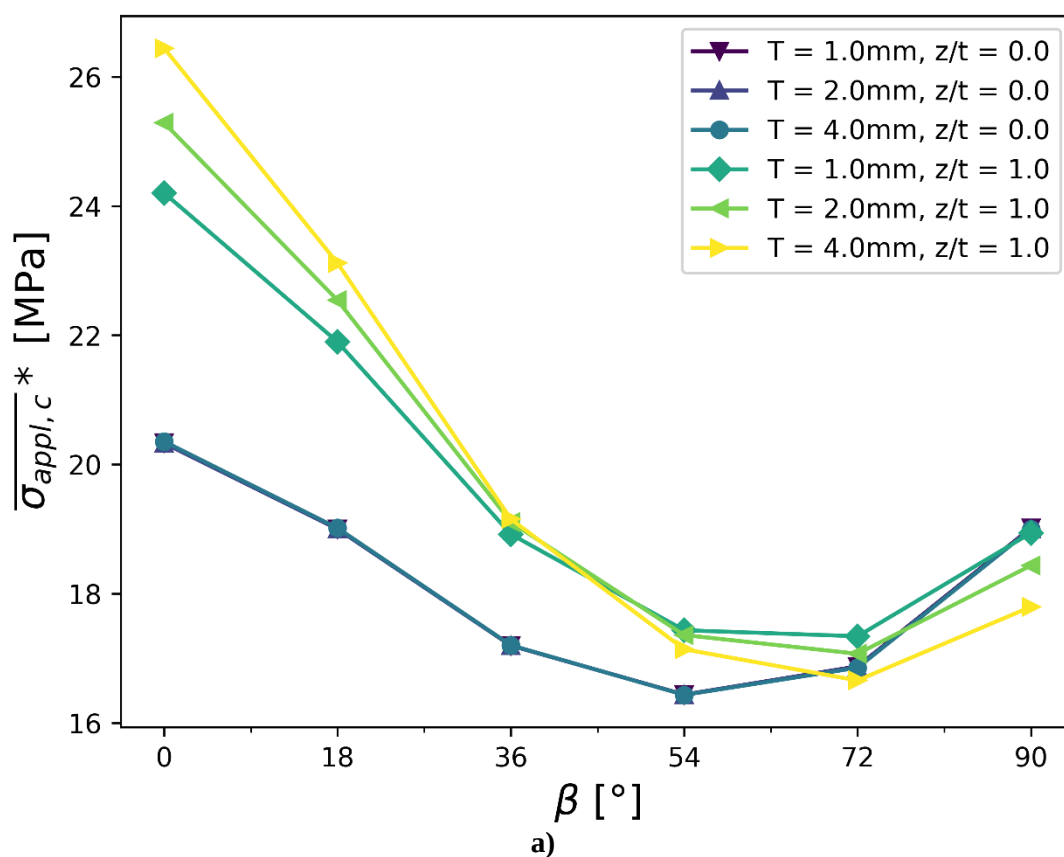
Hodnotu kritického aplikovaného napětí je třeba spočítat pro střed tělesa (centrální hladinu) $\sigma_{appl,c}(z=0, m)$ podle vztahu (38) a pro volný povrch (hladinu volného povrchu)

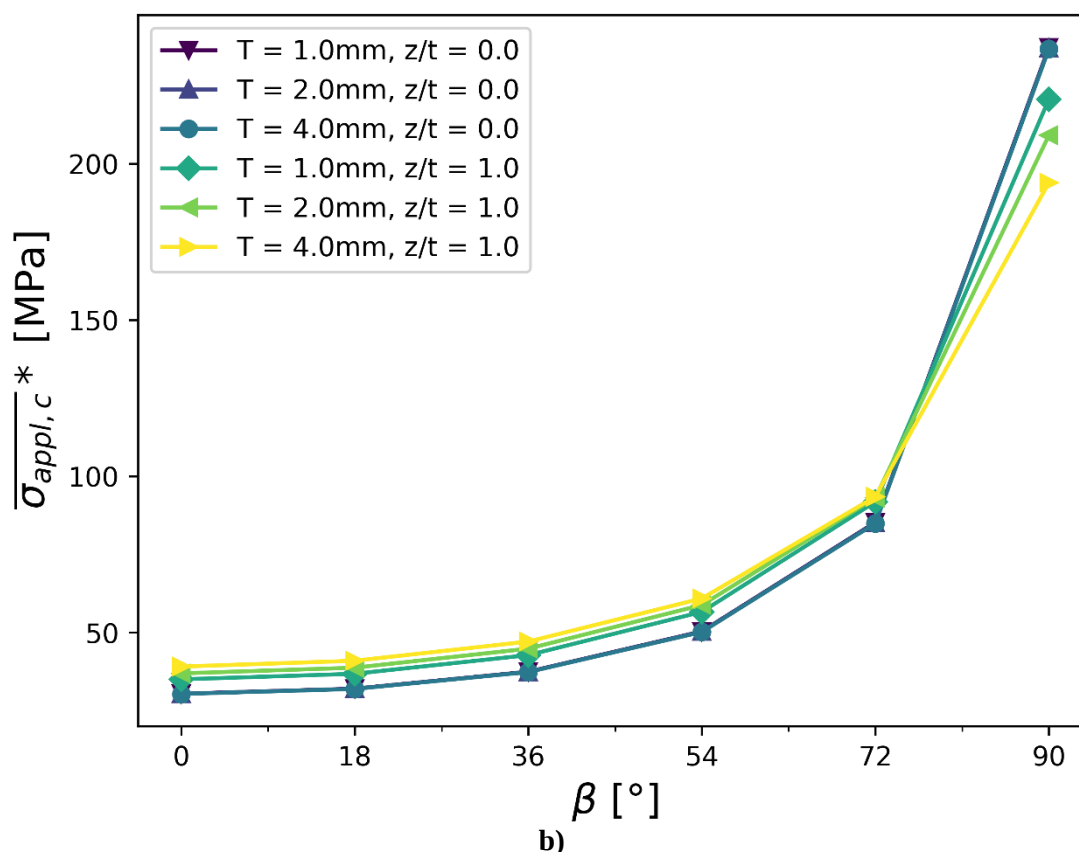
Tab. 2 Kritické hodnoty aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl,c}}$

		$\sigma_{\text{appl,c}} \text{ [MPa]}$					
		$T = 1 \text{ mm}$		$T = 2 \text{ mm}$		$T = 4 \text{ mm}$	
α [°]	β [°]	$z/t = 0$	$z/t = 1$	$z/t = 0$	$z/t = 1$	$z/t = 0$	$z/t = 1$
5	0	20,34	39,22	20,33	41,50	20,36	43,25
5	18	19,00	31,59	19,00	32,12	19,02	32,27
5	36	17,20	23,53	17,20	23,10	17,20	22,45
5	54	16,44	19,48	16,44	18,77	16,43	17,96
5	72	16,87	17,78	16,87	16,92	16,85	16,05
5	90	19,02	17,91	19,00	16,88	19,00	15,89
10	0	20,29	39,95	20,28	42,61	20,30	44,76
10	18	19,27	32,86	19,27	33,62	19,28	33,95
10	36	17,90	25,02	17,90	24,63	17,90	23,99
10	54	17,50	20,83	17,50	20,23	17,49	19,36
10	72	18,34	19,32	18,34	18,39	18,32	17,41
10	90	21,11	19,61	21,13	18,45	21,09	17,32
15	0	20,26	40,46	20,25	43,44	20,27	45,96
15	18	19,56	34,19	19,55	35,21	19,56	35,78
15	36	18,54	26,51	18,69	26,23	18,69	25,62
15	54	18,63	22,73	18,62	21,97	18,61	21,04
15	72	20,17	21,35	20,16	20,30	20,14	19,20
15	90	23,87	21,87	23,86	20,55	23,82	19,25
20	0	20,31	40,96	20,29	44,22	20,29	47,07
20	18	19,82	35,19	19,80	36,47	19,80	37,29
20	36	19,48	28,62	19,47	28,46	19,46	27,92
20	54	20,10	24,95	20,09	24,31	20,08	23,32
20	72	22,42	23,89	22,42	22,75	22,39	21,50
20	90	27,43	24,83	27,42	23,31	27,33	21,78
30	0	20,67	41,07	20,64	44,63	20,64	47,91
30	18	20,78	37,93	20,76	39,94	20,75	41,52
30	36	21,67	33,73	21,65	34,08	21,64	33,89
30	54	23,87	31,32	23,86	30,70	23,83	29,67
30	72	28,70	31,54	28,69	30,17	28,66	28,54
30	90	38,58	34,37	38,56	32,22	38,50	29,96
40	0	21,83	41,13	21,80	44,69	21,79	48,10
40	18	22,42	40,39	22,39	43,06	22,37	45,49
40	36	24,37	39,77	24,57	40,99	24,54	41,59
40	54	29,08	40,47	29,06	40,36	29,02	39,59
40	72	38,52	44,38	38,50	42,85	38,45	40,78
40	90	59,89	52,84	59,87	49,43	59,81	45,74
50	0	24,54	42,25	24,52	45,60	24,49	48,91
50	18	25,57	43,22	25,54	46,25	25,50	49,26
50	36	28,97	45,99	28,94	48,24	28,88	50,05
50	54	36,82	53,08	36,77	54,03	36,70	54,16
50	72	54,82	66,44	54,77	65,15	54,66	62,82
50	90	106,65	92,59	106,59	86,41	106,47	79,55
60	0	30,45	46,47	30,42	49,54	30,38	52,63
60	18	32,07	48,52	32,03	51,60	31,98	54,76
60	36	37,50	55,52	37,45	58,54	37,38	61,34
60	54	50,39	71,00	50,32	73,49	50,20	75,33
60	72	85,28	106,28	85,16	106,01	84,94	103,91
60	90	237,25	196,53	237,03	182,45	236,69	166,28

$\overline{\sigma}_{appl,c}(z=1,m)$ podle vztahu (39). Pro případ homogenního vrubu index m nabývá pouze hodnoty 1, protože se jedná o homogenní vrub. Konečnou hodnotu $\sigma_{appl,c}^*$ získáme porovnáním hodnot $\overline{\sigma}_{appl,c}$ pro centrální hladinu ($z/t=0$) a pro volný povrch ($z/t=1$). Použitím vztahu (40) zjistíme, která z těchto dvou hodnot je menší, a tím určíme místo iniciace trhliny. Hodnoty $\overline{\sigma}_{appl,c}$ pro střed tělesa ($z/t = 0$) a pro volný povrch ($z/t = 1$) námi studovaného homogenního vrubu v závislosti na tloušťce T , úhlu otevření vrubu α a směru zatížení β , jsou uvedené v Tab. 2. Hodnoty $\overline{\sigma}_{appl,c}$ jsou počítány pro střed tělesa ($z/t = 0$) a pro volný povrch ($z/t = 1$), menší z těchto hodnot je označena červenou barvou a udává potenciální místo iniciace trhliny. Z tabulky je patrné, že ve většině případů dojde k iniciaci trhliny ze středu tělesa. Pouze pro výrazně nakloněný směr zatížení ($\beta = 90^\circ$ a ojedinele $\beta = 75^\circ$) dochází k iniciaci trhliny z volného povrchu.

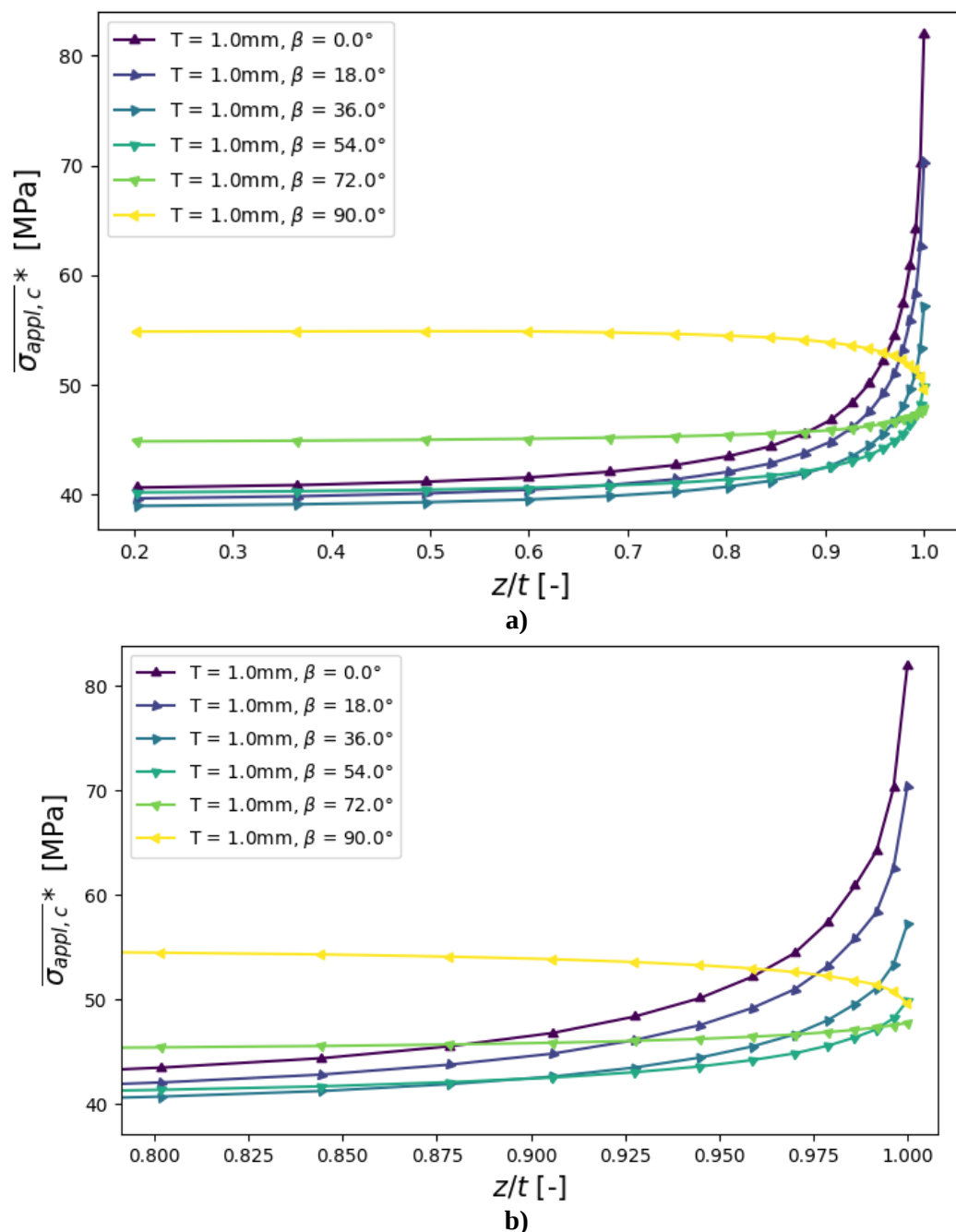
Místo iniciace lze také určit vztahem (42). Pokud hodnota i_σ překročí hodnotu 1, můžeme předpokládat, že k iniciaci dojde z volného povrchu. Pokud se hodnota i_σ bude rovnat 1, dojde k rovnoměrnému lomu skrz celou délku vrubu. Pokud je hodnota i_σ menší než 1, dojde k iniciaci trhliny ze středu tělesa. Průměrovací vzdálenost d_z byla v tomto případě volena 0,1 podle velikosti oblasti ovlivněné rohovou singularitou.





Obr. 21) Výsledky kritických aplikovaných napětí homogeního vrubu s úhlem otevření vrubu a) $\alpha = 5^\circ$ b) $\alpha = 60^\circ$

Vybrané výsledky průběhů napětí v závislosti na směru zatížení lze shlédnout na Obr. 21. Jsou zde zobrazeny výsledky pro úhel otevření vrubu $\alpha = 5^\circ$ a $\alpha = 60^\circ$ a průběhy $\overline{\sigma_{appl,c}}$ v závislosti na směru zatížení β . Uvedené křivky jsou pro hodnoty získané ve středu ($z/t = 0$) a na volném povrchu tělesa ($z/t = 1$) pro tloušťky vzorku $T = 1, 2$ a 4mm . Z grafů je patrný vliv volného povrchu a tloušťky vzorku na kritickou hodnotu aplikovaného napětí. Je zde vidět, že hodnoty získané pro střed tělesa ($z/t = 0$) se překrývají nezávisle na tloušťce vzorku. Uprostřed tělesa předpokládáme stav rovinné deformace a toto chování povrzuje, že napětí uprostřed tělesa není ovlivněno volným povrchem.



Obr. 22) Výsledky průběhů kritických aplikovaných napětí pro vrub s úhlem otevření vrubu $\alpha = 20^\circ$ a $T=1\text{mm}$ a) pro celý rozsah tloušťky vzorku a b) detail zobrazující rozsah $z/t = 0,8 \dots 1$, vykreslené pro různé směry zatěžování β

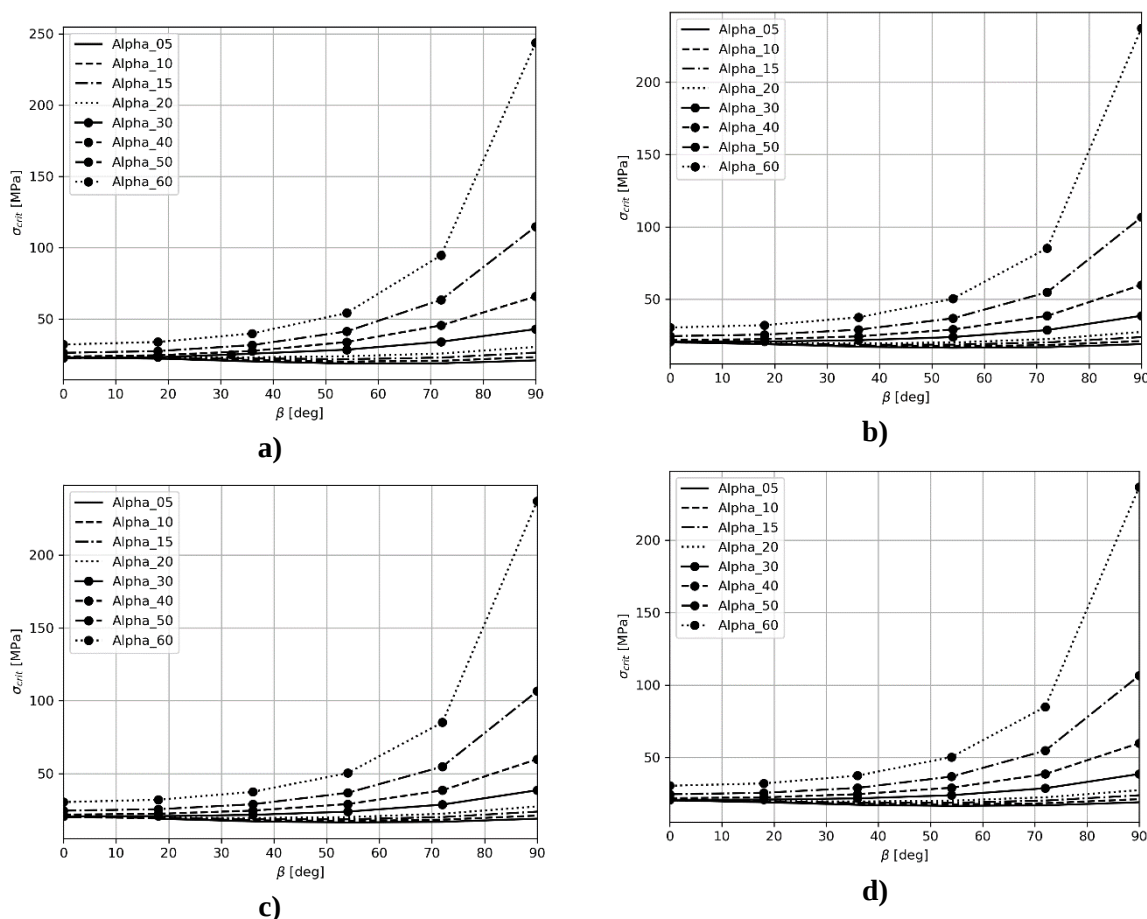
U hodnot získaných pro $(z/t = 1)$, je naopak patrný vliv volného povrchu a vliv tloušťky vzorku. Pozorujeme-li průběh křivek vrubu $\alpha = 5^\circ$ pro centrální hladinu a pro hladinu volného povrchu, lze odpozorovat, že u velkých úhlů beta hodnoty $\sigma_{\text{appl},c}$ křivek pro hladinu volného povrchu spadají pod hodnoty $\sigma_{\text{appl},c}$ počítané pro centrální hladinu. To indikuje, že v tomto případě se trhlina pravděpodobně bude iniciovat z volného povrchu. Nejkritičtější směr zatížení nastává při $\beta = 54^\circ$, stejný trend je partný i v případě $\alpha = 60^\circ$. Zde dochází převážně k iniciaci trhliny z volného povrchu a při velkých úhlech β se trhlina bude iniciovat ze středu tělesa. Nejkritičtější namáhání je však při $\beta = 0^\circ$

Experimentálně se chování homogenních V-vrubů věnovali Kotousov, He a Fanciulli [60], jejichž výsledky porovnávali s 3D simulacemi a které odpovídají chování homogenních vrubů

prezentovaných v této práci. Tedy, že intenzita napětí uprostřed tělesa je vyšší než na volném povrchu, proto kritické aplikované napětí u vrubu s úhlem otevření vrubu $\alpha = 20^\circ$ při zatížení směrem $\beta = 0^\circ$ v blízkosti volného povrchu stoupá.

5.3. Porovnání 2D a 3D výsledků

V rámci studie 3D homogenních vrubů byla prováděna podrobná analýza chování hladin vrubu mezi střední hladinou pozorovaného vzorku kde poměr $z/t = 0$, a hladinou volného povrchu, pro kterou platí $z/t = 1$. Výsledky byly následně porovnány s 2D řešením. Tomuto tématu se věnovali autoři v [66] [67] [68] [69].



Obr. 23) Výsledky kritických napětí homogenního vrubu a) 2D řešení s uvažováním rovinné deformace a imaginární tloušťky $T=1\text{mm}$ b) 3D řešení tělesa o tloušťce $T=1\text{mm}$ na souřadnici $z/t=0$ c) 3D řešení tělesa o tloušťce $T=2\text{mm}$ na souřadnici $z/t=0$ d) 3D řešení tělesa o tloušťce $T=4\text{mm}$ na souřadnici $z/t=0$

Hladiny se směrem k volnému povrchu zjemňovaly, abychom zachytili změny napětí, ke kterým v jeho blízkosti dochází. Směrem od středu tělesa k volnému povrchu byly pozorovány spojitě monotónní přechody pozorovaných hodnot, jak je znázorněno na Obr. 22. Z tohoto důvodu bylo dále pracováno s hodnotami ze střední hladiny a z hladiny volného povrchu. Dalo by se tvrdit, že na místo výsledků získaných ze střední hladiny 3D výpočtu by mohlo být z důvodu jednoduchosti výpočtu počítáno s 2D geometrií vrubu a uvažováním stavu rovinné deformace (SRD) [70]. V případě volného povrchu by se 3D výpočet mohl nahradit 2D výpočtem a uvažováním stavu rovinné napjatosti (SRN) [70]. Z tohoto důvodu bylo provedeno porovnání získaných hodnot 2D a 3D řešení, které jsou zaznamenány v Tab. 3. Rozdíly mezi hodnotami získanými z 2D a 3D řešení jsou vyjádřeny pomocí $\Delta\sigma$:

Tab. 3) Porovnání 2D a 3D výsledků počítaných homogenních V vrubů

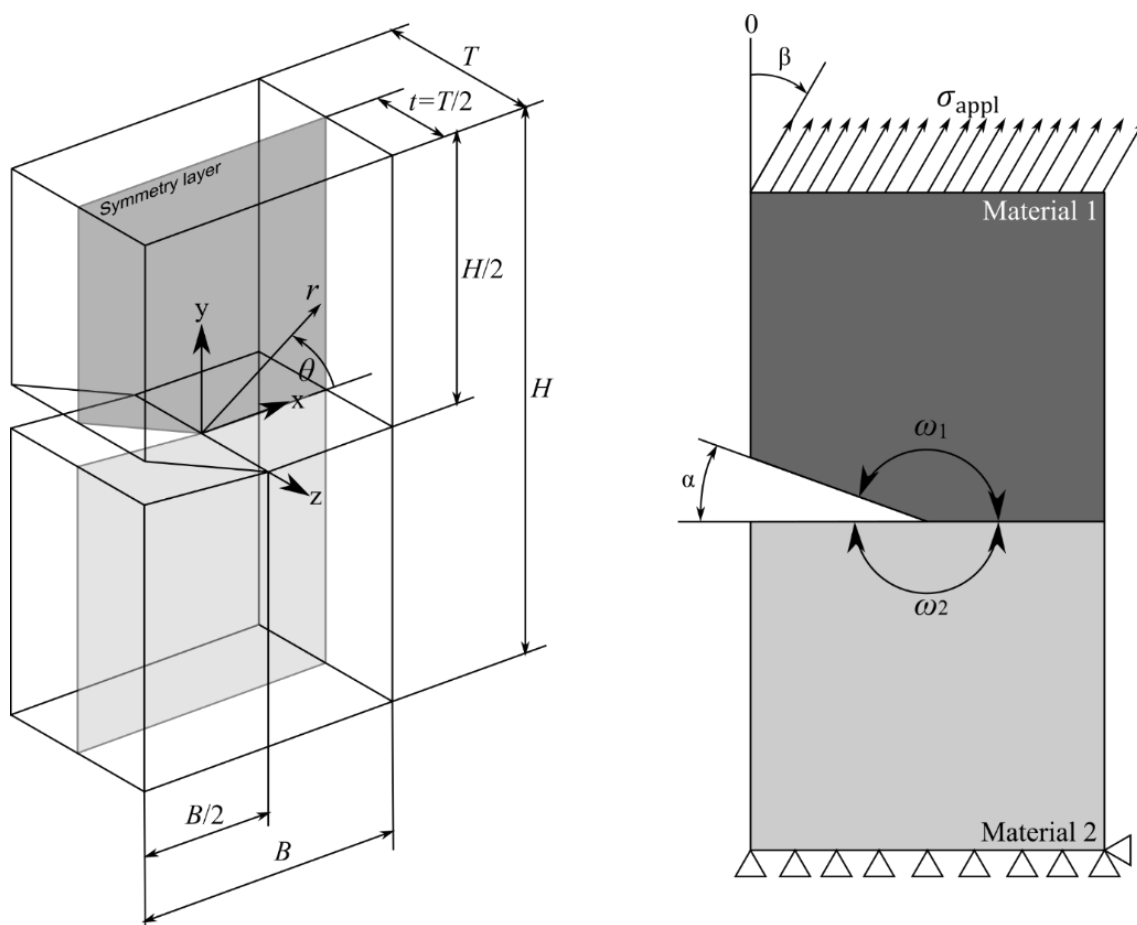
		$\sigma_{\text{appl,c}}$ [MPa]			$\sigma_{\text{appl,c}}$ [MPa]		
α [°]	β [°]	3D ($z/t = 0$)	2D (SRD)	$\Delta\sigma$ [%]	3D ($z/t = 1$)	2D (SRN)	$\Delta\sigma$ [%]
5	0	20,34	22,91	13%	39,22	22,91	-42%
	18	19,00	22,11	16%	31,59	22,21	-30%
	36	17,20	20,08	17%	23,53	20,21	-14%
	54	16,44	18,59	13%	19,48	18,72	-4%
	72	16,87	18,76	11%	17,78	18,90	6%
	90	19,02	20,76	9%	17,91	20,92	17%
10	0	20,29	22,73	12%	39,95	22,73	-43%
	18	19,27	22,19	15%	32,86	22,29	-32%
	36	17,90	21,05	18%	25,02	21,19	-15%
	54	17,50	19,94	14%	20,83	20,09	-4%
	72	18,34	20,49	12%	19,32	20,66	7%
	90	21,11	23,08	9%	19,61	23,27	19%
15	0	20,26	22,58	11%	40,46	22,58	-44%
	18	19,56	22,30	14%	34,19	22,40	-34%
	36	18,54	22,16	20%	26,51	22,31	-16%
	54	18,63	21,59	16%	22,73	21,77	-4%
	72	20,17	22,70	13%	21,35	22,90	7%
	90	23,87	26,11	9%	21,87	26,35	20%
20	0	20,31	22,49	11%	40,96	22,49	-45%
	18	19,82	22,46	13%	35,19	22,56	-36%
	36	19,48	22,94	18%	28,62	23,11	-19%
	54	20,10	23,61	17%	24,95	23,82	-5%
	72	22,42	25,50	14%	23,89	25,76	8%
	90	27,43	30,09	10%	24,83	30,40	22%
30	0	20,67	22,64	10%	41,07	22,64	-45%
	18	20,78	23,05	11%	37,93	23,15	-39%
	36	21,67	24,80	14%	33,73	25,01	-26%
	54	23,87	28,14	18%	31,32	28,47	-9%
	72	28,70	33,60	17%	31,54	34,03	8%
	90	38,58	42,35	10%	34,37	42,87	25%
40	0	21,83	23,65	8%	41,13	23,65	-42%
	18	22,42	24,40	9%	40,39	24,51	-39%
	36	24,37	27,29	12%	39,77	27,54	-31%
	54	29,08	33,35	15%	40,47	33,81	-16%
	72	38,52	44,70	16%	44,38	45,49	3%
	90	59,89	64,62	8%	52,84	65,76	24%
50	0	24,54	26,26	7%	42,25	26,26	-38%
	18	25,57	27,34	7%	43,22	27,46	-36%
	36	28,97	31,39	8%	45,99	31,66	-31%
	54	36,82	40,64	10%	53,08	41,26	-22%
	72	54,82	62,01	13%	66,44	63,44	-5%
	90	106,65	111,89	5%	92,59	114,78	24%
60	0	30,45	32,07	5%	46,47	32,07	-31%
	18	32,07	33,75	5%	48,52	33,86	-30%
	36	37,50	39,52	5%	55,52	39,80	-28%
	54	50,39	53,45	6%	71,00	54,16	-24%
	72	85,28	92,40	8%	106,28	94,70	-11%
	90	237,25	235,73	-1%	196,53	243,65	24%

Z výsledků porovnání 2D a 3D řešení vyplývá, že výsledné průběhy kritických napětí, získané z 3D řešení v centrální hladině, si jsou s průběhy pocházejícími z 2D řešení stavu rovinné deformace

podobné (Obr. 23). Je zde vidět, že výsledné hodnoty 2D řešení jsou přibližně o 15% vyšší než výsledky získané z 3D řešení. Jiný stav nastává při porovnání 2D řešení stavu rovinné napjatosti s výsledky 3D řešení získané z oblasti volného povrchu. Zde se výsledky 2D řešení výrazně liší a rozdíly hodnot narůstají až k 45%. Z porovnání 2D a 3D výsledků je zjevné, že 3D výpočet dodává kvalitativně rozdílné a více přesné výsledky s ohledem na to, že výsledné hodnoty 2D výpočtu stavu rovinné deformace se nevýrazně liší od výsledků stavu rovinné napjatosti viz. Tab. 3.

6. Řešený bi-materiálový vrub

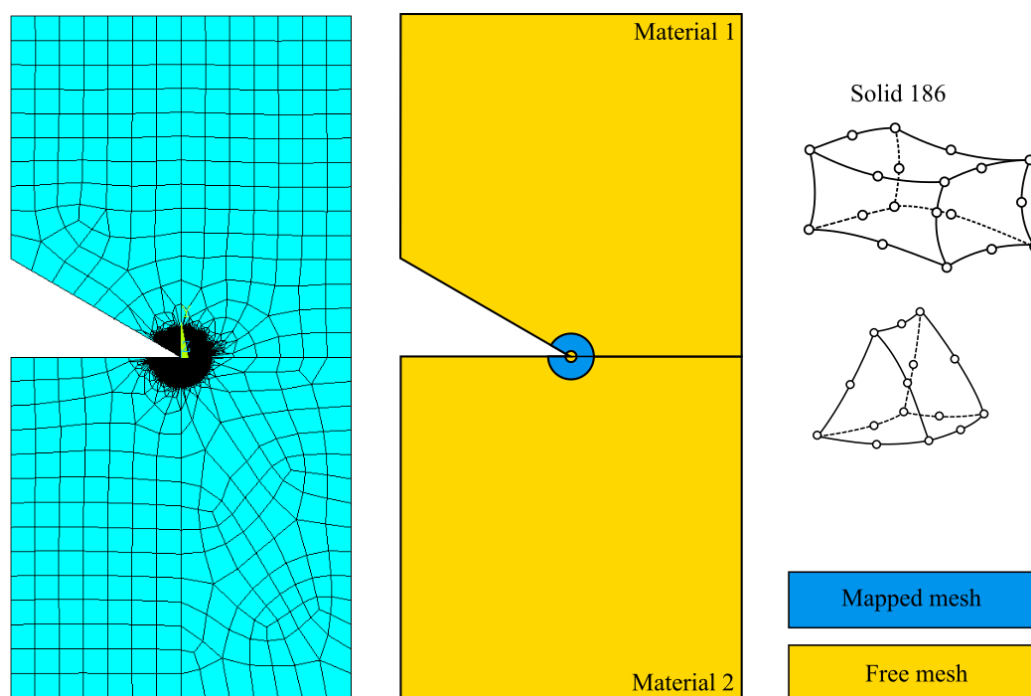
V této části se budeme zabývat chováním bi-materiálového vrubu. Stejně jako v kapitole 5 se jedná o těleso o šířce $B = 10$ mm a výšce $H = 20$ mm. Zkoumaný bi-materiálový vrub má rozvětvení vrubu na straně materiálu 1, a to $\alpha = (5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90)^\circ$. Tloušťky T , které v této kapitole budeme pozorovat, jsou stejné jako v případě homogenního vrubu 1, 2 a 4 mm (Obr. 24).



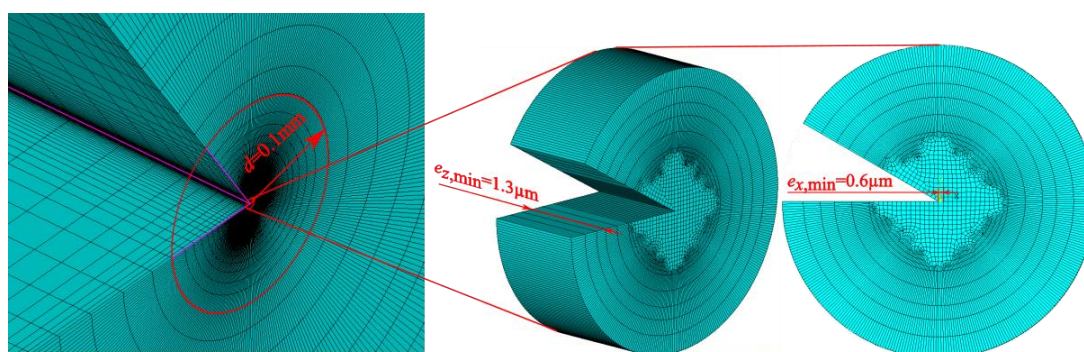
Obr. 24) Geometrie bi-materiálového vrubu a okrajových podmínek

Nejprve se budeme zabývat chováním vrubu s různými poměry E – modulů v rozsahu $i_E = 0,1 \dots 0,5$. Následně rozšíříme naše poznatky a zaměříme se na vyhodnocování vlivu směru zatížení, na lomové chování bi-materiálového vrubu. Směry zatížení, ve kterých budeme vruby posuzovat, budou v rozsahu $\beta = 0^\circ$ až 90° . Na závěr provedeme posouzení vlivu tloušťky bi-materiálového tělesa s vrubem na iniciaci trhliny.

Budeme pozorovat, zda dochází k iniciaci trhliny uprostřed tělesa, či na jeho povrchu a tím se pokusíme objasnit vliv volného povrchu na iniciaci trhliny z vrcholů bi-materiálových těles s V-vrubem. Toto lomové chování budeme posuzovat u tloušťky tělesa $T = 1$ mm, 2 mm a 4 mm.



Obr. 25) Výpočtová síť bi-materiálového vrubu



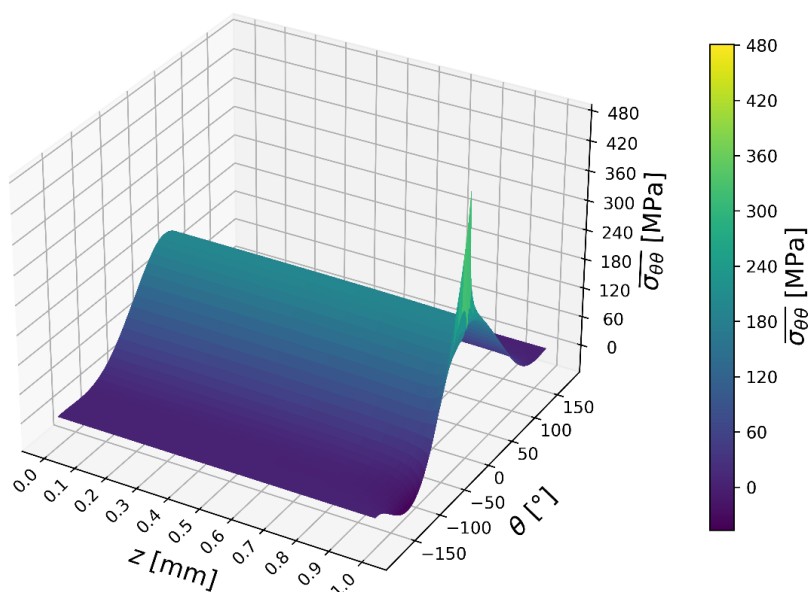
Obr. 26) Detail výpočtové sítě v blízkém okolí vrcholu bi-materiálového vrubu.

Pro numerický výpočet používáme MKP prostředí ANSYS APDL. Výpočtová síť je tvořena stejným způsobem jako v případě homogenního vrubu. V blízkém okolí vrcholu vrubu je tvořena volnou sítí, na kterou se váže mapovaná síť. Zbytek tělesa je síťovaný opět volnou sítí a opakovaně bylo použito kvadratických elementů SOLID 186 (Obr. 25)

Tloušťka nejmenšího elementu ve směru osy z , se rovná $1,3\mu\text{m}$ a nachází se na volném povrchu. Nejmenší element v radiálním směru se nachází ve vrcholu vrubu a má velikost $0,6\mu\text{m}$. Průměrovací vzdálenost d byla volená $0,1\text{mm}$ (Obr. 26).

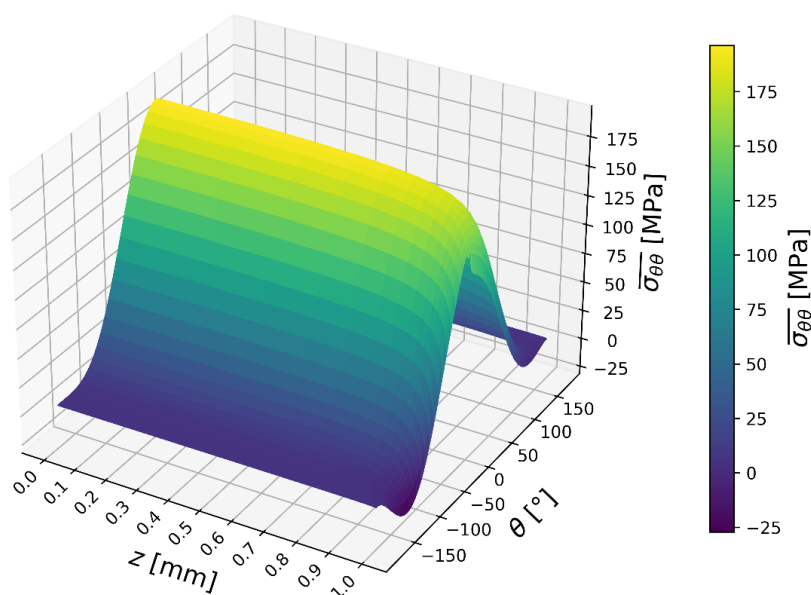
6.1. Porovnání pole napětí bi-materiálového vrubu s homogenním

Pole napětí se u bi-materiálových vrubů liší od pole napětí homogenních vrubů. Jak již bylo zmíněno v kapitole pojednávající o homogenních vrubech, v blízké vzdálenosti od volného povrchu hodnota tangenciálního napětí klesá. Hodnota kritického aplikovaného napětí tím pádem narůstá, to je způsobeno vlivem volného povrchu, který způsobuje ve vrcholu vrubu rohovou singularitu. V případě bi-materiálového vrubu tomu je nápodobně. U bi-materiálových vrubů dochází ve vrcholu vrubu na volném povrchu vlivem nehomogenity materiálů ke skokovému nárůstu tangenciálního napětí ve směru iniciace trhliny. K tomuto nárůstu dochází přibližně $0,01\text{mm}$ od volného povrchu. Bylo zjištěno, že tento efekt je nejvíce patrný u bi-materiálových vrubů, jejichž poměr E-modulů je výrazný ($E_1/E_2 = 0,1$).

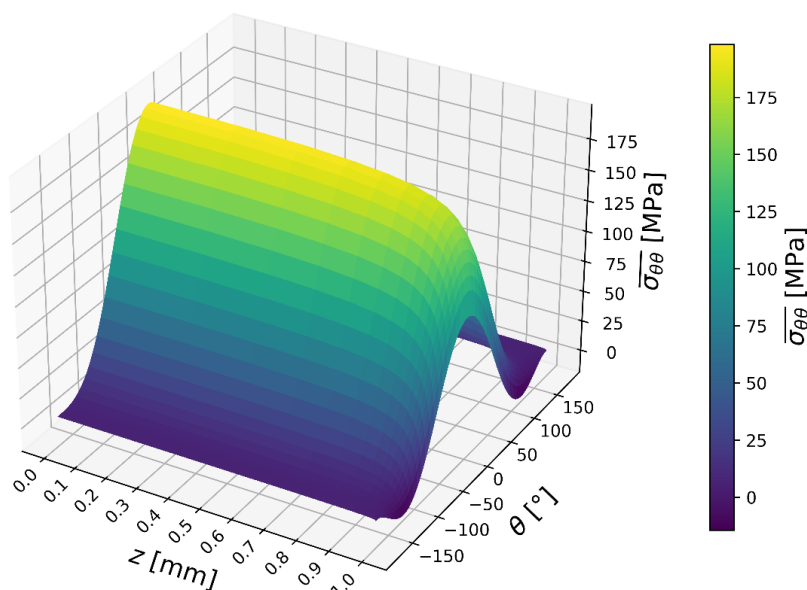


Obr. 27) Pole napětí u bi-materiálového vrubu s poměrem E-modulů 0,1, tloušťky vzorku $T=2\text{mm}$ zatíženým ve směru úhlu $\beta = 0^\circ$ a úhlem otevření vrubu $\alpha=5^\circ$

U méně výrazných poměrů E-modulu ($E_1/E_2 = 0,5$) je nárůst napětí v blízké vzdálenosti od volného povrchu výrazně mírnější (Obr. 28), resp. podobný tomu u homogenních vrubů (Obr. 29).



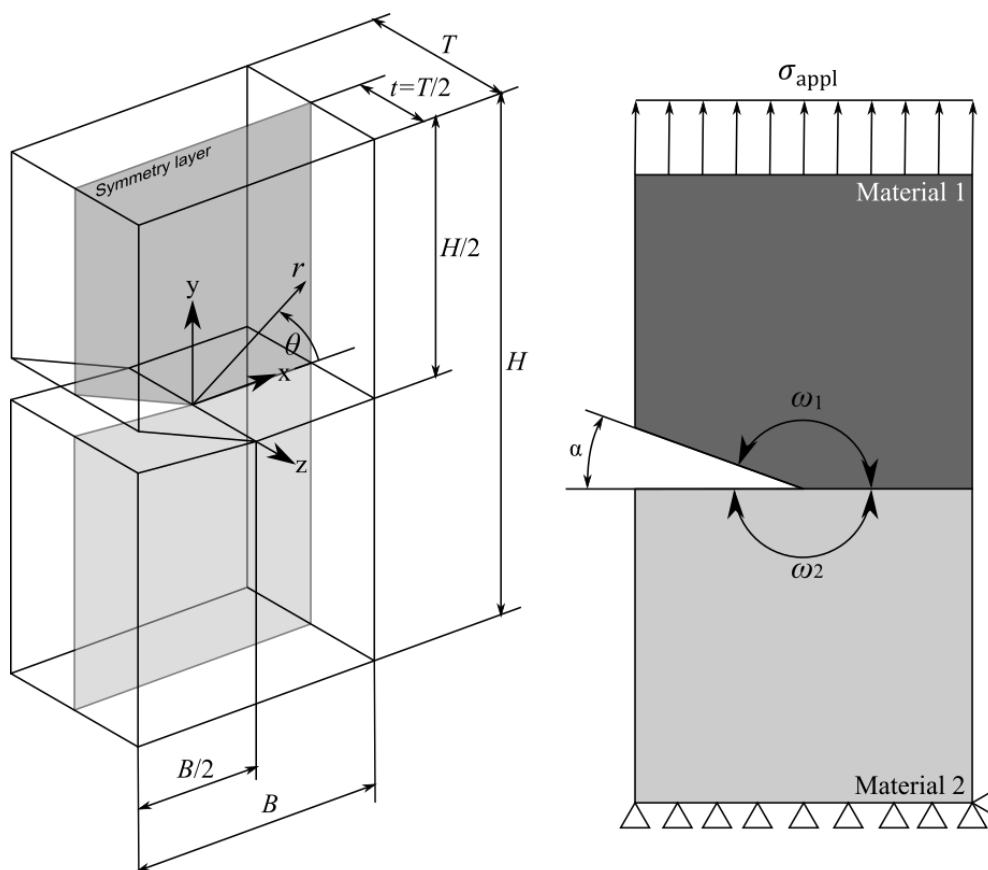
Obr. 28) Pole napětí u bi-materiálového vrubu s poměrem E-modulů 0,5, tloušťky vzorku $T=2\text{mm}$ zatíženým ve směru úhlu $\beta = 0^\circ$ a úhlem otevření vrubu $\alpha=5^\circ$



Obr. 29) Pole napětí homogenního vrubu s tloušťkou vzorku $T = 2\text{mm}$, zatíženým ve směru úhlu $\beta = 0^\circ$ a úhlem otevření vrubu $\alpha = 5^\circ$

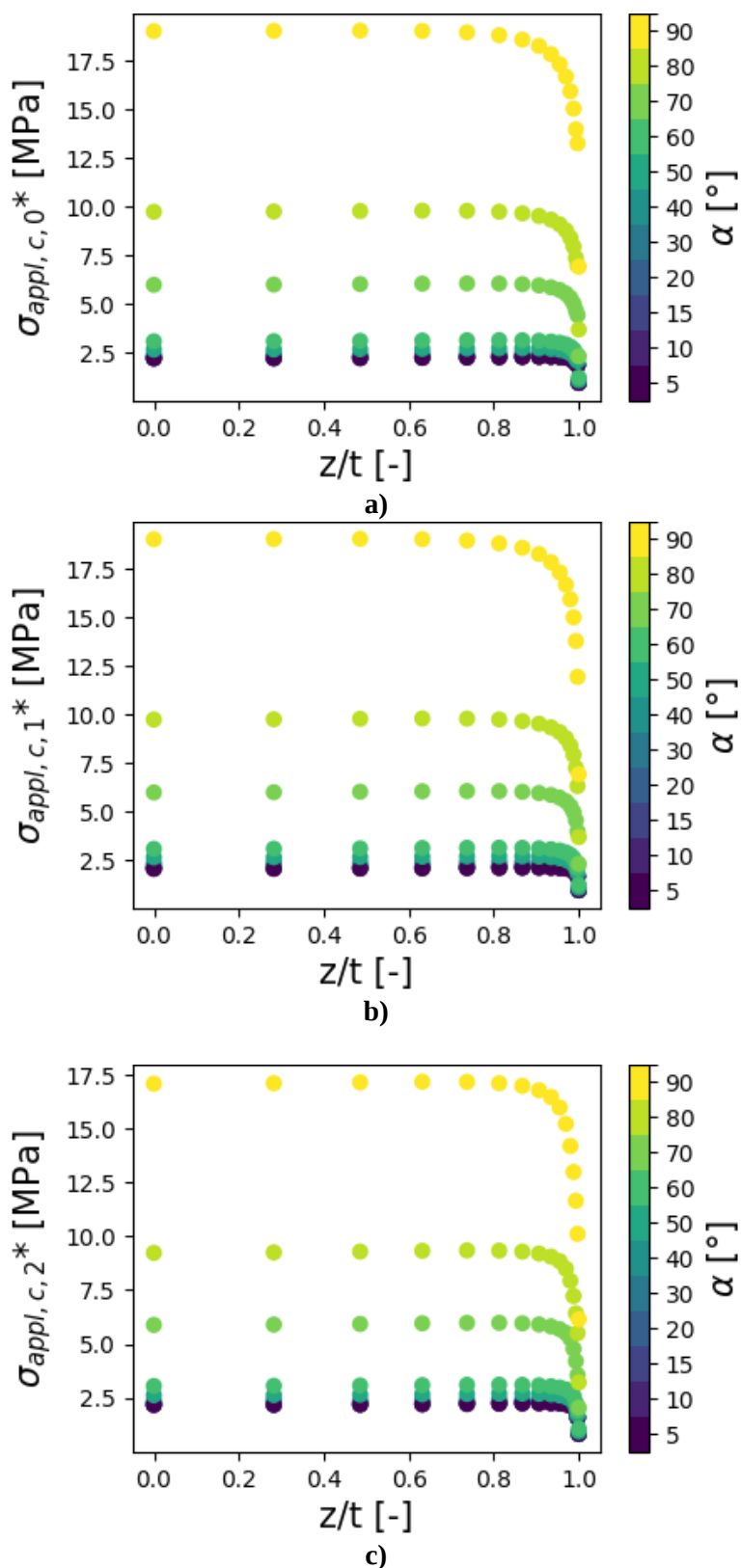
6.2. Numerická studie vlivu poměru E-modulu na chování 3D bi-materiálového vrubu

V této části se budeme zabývat vlivem poměru E-modulu E_1/E_2 na chování 3D bi-materiálového vrubu. Byly publikovány studie zabývající se touto tematikou v případě 2D vrubů [71] [72]. Pro případ 3D vrubu byl proveden parametrický MKP výpočet na vzorku o tloušťce $T = 2\text{mm}$ a úhlem otevření vrubu α od 5° do 90° . Vzorek byl zatížen v pozitivním směru osy z napětím $\sigma_{\text{appl}} = 10\text{MPa}$, jak je znázorněno na Obr. 30.



Obr. 30) Geometrie a okrajové podmínky

Byla provedena MTS-analýza směru iniciace trhliny a výsledky následně analyzovány na odolnost vrubu proti iniciaci trhlín. Pro tyto účely byl pomocí programovacího jazyku Python za pomoci balíčků Numpy [73] a Scipy [74] naprogramován postprocesor. Díky tomu bylo možné toto velké množství dat zpracovat a vizualizovat jednotlivé vlivy všech parametrů, převážně tedy poměru E-modulu.



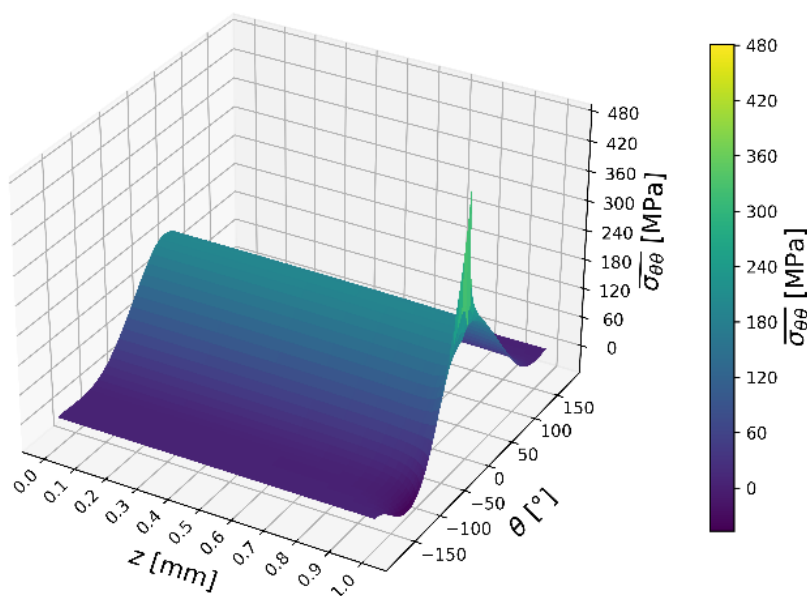
Obr. 31) Rozdělení $\sigma_{appl,c,m}^*$ po tloušťce vzorku s poměrem materiálů $E_1/E_2 = 0.1$ s úhlem otevření vrubu $\alpha = (5^\circ \dots 90^\circ)$ pro a) $m = 0$ b) $m = 1$ c) $m = 2$

Pro potřeby MTS-analýzy byla volena průměrovací vzdálenost $d = 0,1\text{mm}$ a za účelem posouzení vlivu volného povrchu byla zvolena průměrovací vzdálenost $d_z = 0,1\text{mm}$. Velikost průměrovacích vzdáleností v obou směrech odpovídá očekávané iniciační velikosti trhliny. Pro materiál 1 byly voleny materiálové vlastnosti E-modulu 10, 20, 30, 40 a 50 GPa. E-modul materiálu 2 byl volen 100 GPa, abychom získali přesné poměry E-modulu 0,1 až 0,5. Poissonův poměr byl pro všechny materiály a jejich konfigurace volený stejně a to $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$. Tab. 4 nám ukazuje výsledky pro $\sigma_{\text{appl},c,m}$, i_σ a θ_0 ve všech třech intervalech ($m = 1, 2, 0$) bi-materiálového vrubu s poměrem E-modulu $E_1/E_2 = 0,1$. Na základě hodnoty i_σ můžeme dedukovat, jestli k iniciaci trhliny dojde ve středu, nebo na volném povrchu tělesa.

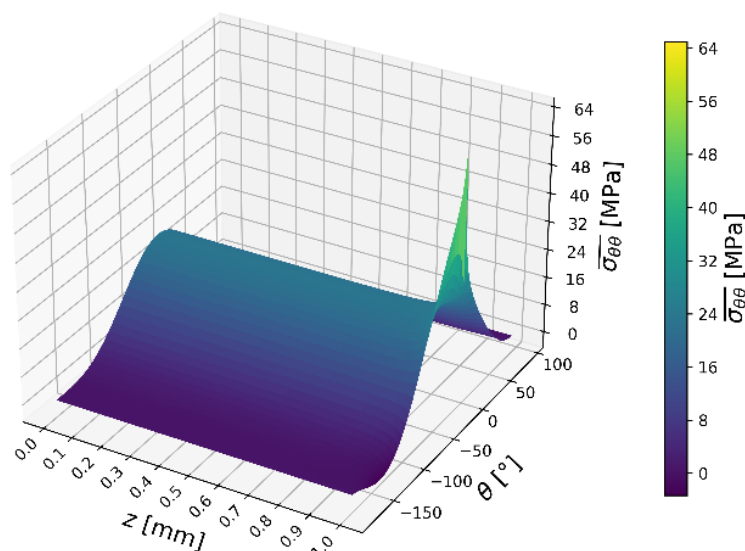
Tab. 4: Výsledné hodnoty směrů, místa iniciace trhliny a kritických aplikovaných hodnot napětí pro materiálový poměr $E_1/E_2 = 0,1$

α [°]	Material 1			Rozhraní			Material 2		
	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
5	4.009	1.008	18.378	4.347	1.000	0.000	4.324	1.006	-0.702
10	4.023	1.009	18.255	4.357	1.000	0.000	4.335	1.005	-0.703
15	4.046	1.012	17.822	4.371	1.000	0.000	4.349	1.005	-0.705
20	4.085	1.016	17.209	4.393	1.001	0.000	4.370	1.007	-0.712
30	4.222	1.026	15.329	4.481	1.008	0.000	4.455	1.014	-0.732
40	4.487	1.039	12.539	4.679	1.019	0.000	4.650	1.026	-0.770
50	4.948	1.053	8.852	5.065	1.035	0.000	5.029	1.043	-0.822
60	5.727	1.065	3.971	5.781	1.055	0.000	5.729	1.064	-2.004
70	11.008	1.083	0.658	11.064	1.077	0.000	10.897	1.080	-6.434
80	17.577	1.106	0.309	17.644	1.102	0.000	16.857	1.094	-16.235
90	33.580	1.133	0.174	33.707	1.129	0.000	30.529	1.118	-22.562

Pro případy malých úhlů α se hodnota poměru napětí i_σ velice blíží k hodnotě 1 (rozdíl hodnot i_σ je menší než 2%) a pravděpodobnost iniciace trhliny uprostřed, nebo na povrchu tělesa je téměř stejná.



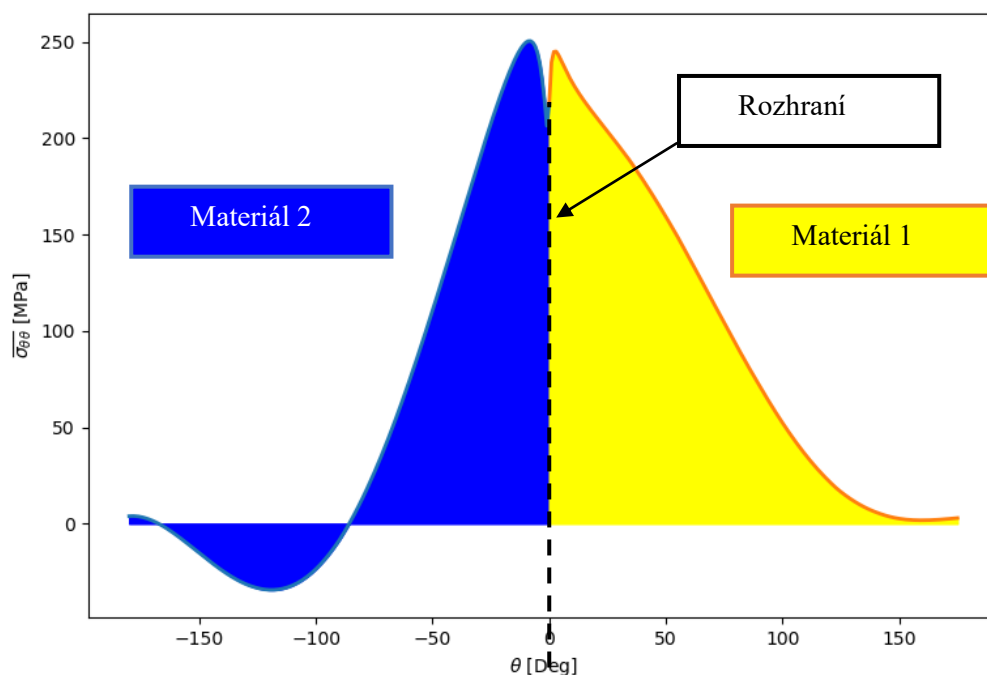
a)



b)

Obr. 32) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,1$ a) $\alpha = 5^\circ$ b) $\alpha = 90^\circ$

U materiálu 1 ($m = 1$) se to týká úhlů $\alpha \leq 20^\circ$, u rozhraní ($m = 0$) se to týká úhlů $\alpha \leq 40^\circ$ a u materiálu 2 ($m = 2$) se to týká úhlů $\alpha \leq 30^\circ$. Platí, že čím větší úhel otevření vrubu α , tím větší pravděpodobnost iniciace trhliny z volného povrchu. Je třeba si uvědomit, že Tab. 4 nám neříká nic o tom, ve kterém materiálu se trhlina bude iniciovat. Každý z těchto tří oblastí (materiál1, rozhraní a materiál 2) má ve skutečnosti vlastní lomovou charakteristiku danou lomovou houževnatostí $K_{Ic,m}$, nebo prahovou hodnotou faktoru intenzity napětí $K_{Ith,m}$, konečné hodnoty kritických aplikovaných napětí je třeba dopočítat pomocí vztahu (43). V předchozí části, kde byly prezentovány výsledky pro případ homogenního vrubu, nastávala iniciace ze středu tělesa. Oproti tomu v případě bi-materiálového vrubu iniciace nastává také na volném povrchu ($z/t = 1$). To je zapříčiněno napětíovými stavy v blízkosti volného povrchu, kde výrazně rostou hodnoty tangenciálního napětí $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$. Pro případ $E_1/E_2 = 0,1$ je průběh napětí zobrazen na Obr. 32.



Obr. 33) Rozdělení napětí $\bar{\sigma}_{\theta\theta}(\theta)$ v oblasti $z/t = 0.99718$ u vrubu s úhlem otevření $\alpha = 5^\circ$, tloušťce $T = 2$ mm a materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,1$

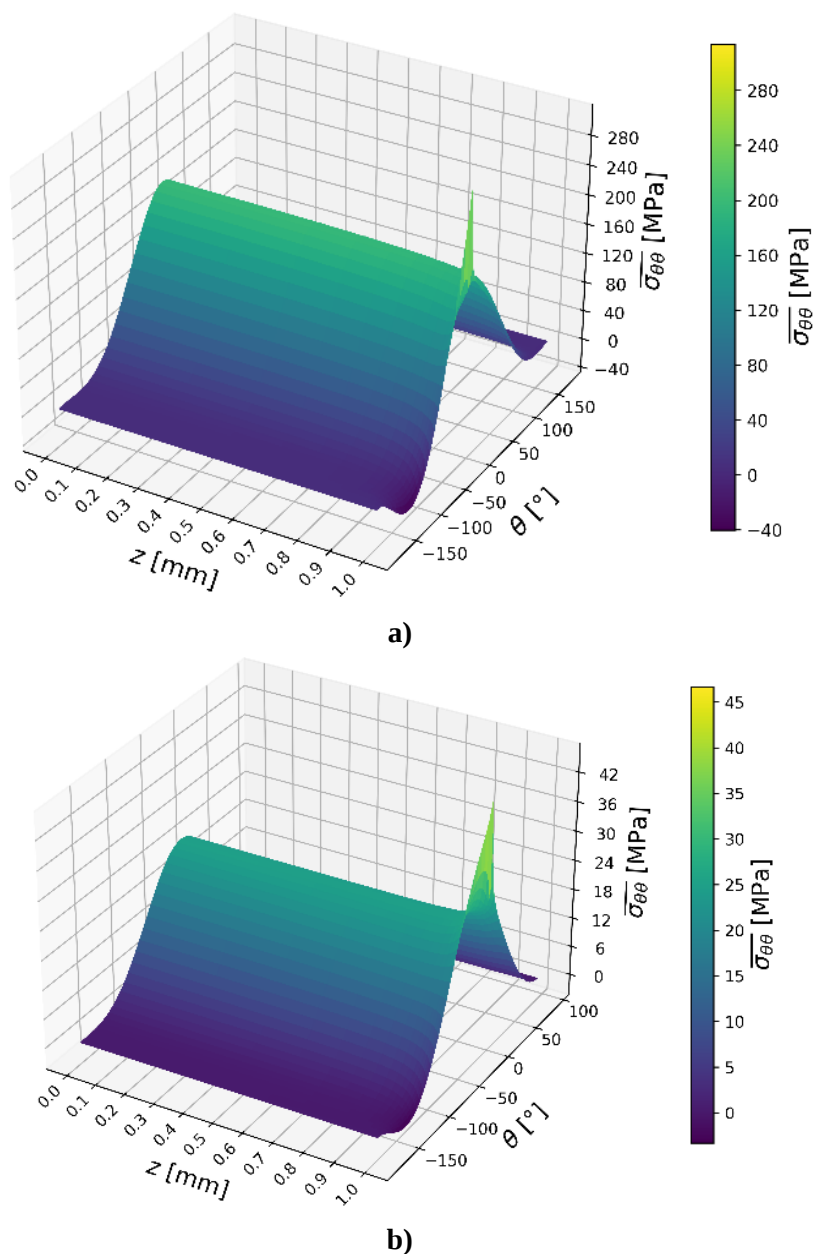
V Tab. 4 jsou uvedeny hodnoty směrů iniciace trhliny θ_0 . Jsou počítány z hodnot maximálních tangenciálních napětí pro každou materiálovou oblast a chovají se velice nestandardně. Typický úhlový rozdělení tangenciálního napětí registruje jedno globální maximum a hladký pokles hodnot na obou stranách od daného globálního maxima. Tohle chování lze registrovat u většiny případů bi-materiálových vrubů. Nicméně v případě významného rozdílu modulů pružnosti materiálů lze pozorovat zvláštní případ rozdělení tangenciálního napětí, kde k iniciaci dochází z volného povrchu, jak je zobrazeno na Obr. 33 pro případ $E_1/E_2 = 0,1$, $\alpha = 5^\circ$ a $z/t = 0,997$. Zde můžeme pozorovat globální maximum v materiálu 2 ($\theta_0 = -8,4^\circ$) a také lokální maximum blízko rozhraní materiálů v materiálu 1 ($\theta_0 = 2,5^\circ$). Průběhy směru iniciace lze také zhlédnout na Obr. 38. Tyto hodnoty můžeme taktéž nalézt v Tab. 5, Tab. 6 a pro $E_1/E_2 = 0,2, 0,3$, kde lze spatřit nenulové hodnoty směrů iniciace jak v materiálu 1, tak v materiálu 2. Jedna z těchto hodnot vždy odpovídá globálnímu maximu a druhá lokálnímu maximu středních hodnot tangenciálního napětí. V Tab. 4 leží globální maximum v materiálu 1 u úhlů $\alpha < 60^\circ$ a v materiálu 2 u úhlů $\alpha \geq 60^\circ$. Přítomnost dvou maxim je důsledek komplexních napětíových stavů nastávajících ve vrcholu bi-materiálových vrubů blízko volného povrchu, jehož průběh lze taktéž zhlédnout na Obr. 32.

Analogicky k předchozímu textu Tab. 5 reprezentuje výsledky pro $E_1/E_2 = 0,2$. Trhlina se zde s největší pravděpodobností bude iniciovat z volného povrchu (for $i_\sigma > 1$, $z/t = 1$) pro konfigurace úhlu otevření vrubu α od 70° do 90° . To platí pro všechny tři materiálové oblasti.

Tab. 5: Výsledné hodnoty směrů a místa iniciace trhliny a kritických aplikovaných hodnot napětí pro materiálový poměr $E_1/E_2 = 0,2$

α [°]	Material 1			Rozhraní			Material 2		
	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
5	4,043	0,950	17,679	4,251	0,948	0,000	4,251	0,951	0,000
10	4,055	0,951	17,353	4,256	0,946	0,000	4,256	0,949	0,000
15	4,079	0,952	16,769	4,265	0,946	0,000	4,265	0,949	0,000
20	4,119	0,955	16,054	4,287	0,947	0,000	4,287	0,950	0,000
30	4,265	0,963	13,003	4,382	0,951	0,000	4,382	0,955	0,000
40	4,540	0,973	8,966	4,599	0,961	0,000	4,599	0,965	0,000
50	5,003	0,985	3,696	5,014	0,975	0,000	5,014	0,980	0,000
60	5,772	0,997	0,000	5,772	0,993	0,000	5,768	0,998	-2,152
70	10,987	1,017	0,293	11,016	1,014	0,000	10,853	1,012	-8,009
80	17,412	1,041	0,138	17,443	1,039	0,000	16,648	1,030	-16,385
90	33,369	1,074	0,087	33,435	1,071	0,000	30,362	1,058	-22,065

S poměrem E-modulu $E_1/E_2 = 0,2$ je rozdíl napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*(z/t = 0)$ a $\sigma_{\text{appl},c,m}^*(z/t = 1)$ méně výrazný, než u $E_1/E_2 = 0,1$, viz. Obr. 34. Bi-materiálové rozhraní vede ke koncentracím napětí a tím pádem v některých případech k iniciaci trhliny z hladiny volného povrchu. V ostatních případech je výrazná koncentrace napětí stále blízko volnému povrchu, nicméně průměrovacím parametrem d_z jsou výsledné hodnoty tangenciálního napětí na volném povrchu nižší než v hladině symetrie, viz. Obr. 35.



Obr. 34) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub $\alpha = 5^\circ$ (a) a $\alpha = 90^\circ$ (b) s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,2$

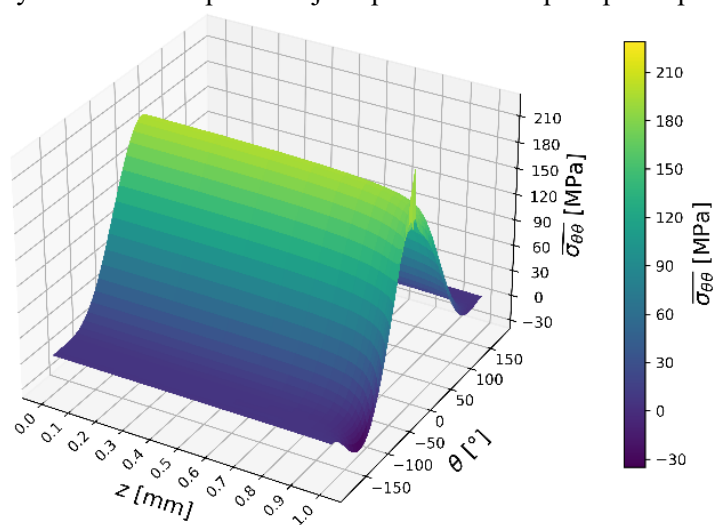
U vrubů s materiálovými kombinacemi poměrů E-modulů i_E 0,3 až 0,5 je chování vrubu jiné. Pro $E_1/E_2 = 0,3$ se očekává iniciace z volného povrchu pouze u vrubů s úhlem otevření vrubu $\alpha = 90^\circ$, viz. Tab. 6. Nachází se zde pouze jedno globální maximum směřující u menších úhlů α ve směru iniciace trhliny do materiálu 1, směr iniciace v materiálu 2 je rovný 0° .

Tab. 6: Výsledné hodnoty směrů a místa iniciace trhliny a kritických aplikovaných hodnot napětí pro materiálový poměr $E_1/E_2=0.3$

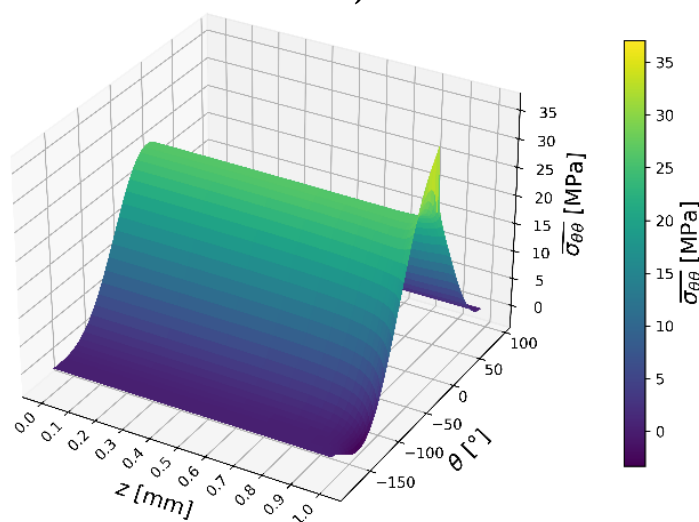
α [°]	Material 1			Rozhraní			Material 2		
	$\sigma_{appl,c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{appl,c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{appl,c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
5	4,052	0,912	15,207	4,189	0,911	0,000	4,189	0,913	0,000
10	4,058	0,912	14,818	4,192	0,909	0,000	4,192	0,911	0,000
15	4,074	0,912	14,338	4,198	0,908	0,000	4,198	0,911	0,000

20	4,105	0,914	13,293	4,215	0,909	0,000	4,215	0,911	0,000
30	4,221	0,920	10,866	4,294	0,912	0,000	4,294	0,914	0,000
40	4,454	0,928	6,725	4,485	0,920	0,000	4,485	0,923	0,000
50	4,852	0,938	1,500	4,854	0,932	0,000	4,854	0,935	0,000
60	5,537	0,950	0,000	5,537	0,948	0,000	5,524	0,950	-4,475
70	10,602	0,969	0,000	10,602	0,968	0,000	10,380	0,963	-12,286
80	17,073	0,993	0,000	17,073	0,992	0,000	16,093	0,981	-19,256
90	32,894	1,026	0,059	32,932	1,025	0,000	29,961	1,009	-21,788

V praxi to znamená, že pokud dojde k iniciaci do materiálu 2 ve směru $\theta_0 = 0^\circ$, trhlina povede v tomto směru v materiálu 2 paralelně k rozhraní. Po překročení patřičné velikosti úhlu otevření vrubu α dochází k překlopení směru iniciace do materiálu 2, přičemž směr iniciace v materiálu 1 je roven 0° . Pro materiál 1 platí stejný mechanismus porušení jako pro materiál 2 před překlopením



a)



b)

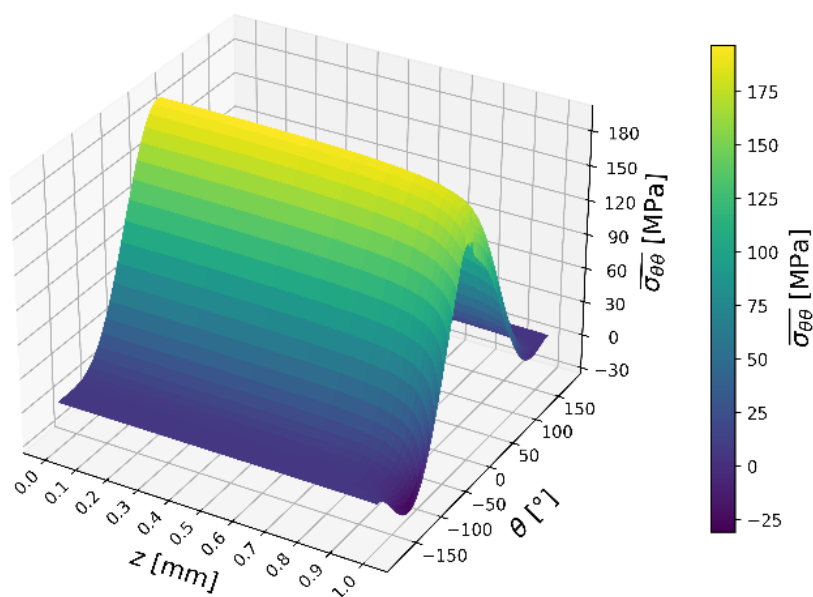
Obr. 35) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub $\alpha = 5^\circ$ (a) a $\alpha = 90^\circ$ (b) s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,3$

Se zmenšujícím se poměrem E-modulů také ubývá vlivu rohové singularity. To lze vidět při porovnávání výsledků pro všechny poměry E_1/E_2 . Hodnoty napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta_0)$, které vznikají vlivem rohové singularity na volném povrchu, ubývají na intenzitě a jejich extrémní hodnoty nemají tak významný vliv na iniciaci trhliny. Hodnoty $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}(z=1, m)$ pak oproti $\overline{\sigma_{\text{appl},c}}(z=0, m)$ nabývají menších hodnot.

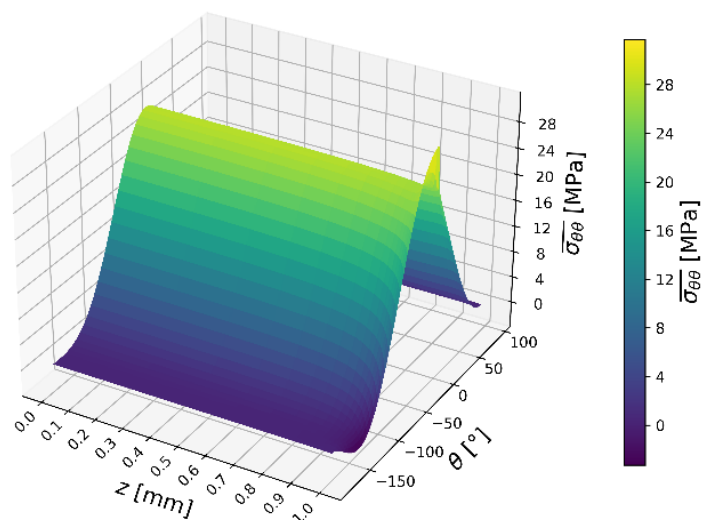
V případě poměrů $E_1/E_2 = 0,4$ a $0,5$ nastává iniciace trhliny ze středu tělesa pro všechny materiálové intervaly a všechny úhly otevření vrubu α , viz. Tab. 7 a Tab. 8. Materiálová a geometrická konfigurace nezpůsobuje takové stavy napětí, které by vedly k iniciaci trhliny z volného povrchu. Rozložení tangenciálních napětí bi-materiálových vrubů je podobné jako u vrubů homogenních, kde tangenciální napětí v blízkosti volného povrchu klesá, viz. Obr. 36 a Obr. 37.

Tab. 7: Výsledné hodnoty směrů a místa iniciace trhliny a kritických aplikovaných hodnot napětí pro materiálový poměr $E_1/E_2=0,4$

α [°]	Material 1			Rozhraní			Material 2		
	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
5	4,061	0,887	12,293	4,150	0,886	0,000	4,150	0,888	0,000
10	4,064	0,885	12,124	4,150	0,884	0,000	4,150	0,885	0,000
15	4,074	0,885	11,691	4,154	0,882	0,000	4,154	0,884	0,000
20	4,097	0,886	11,023	4,167	0,882	0,000	4,167	0,883	0,000
30	4,191	0,889	8,292	4,234	0,884	0,000	4,234	0,886	0,000
40	4,389	0,896	4,649	4,403	0,891	0,000	4,403	0,892	0,000
50	4,737	0,904	0,000	4,737	0,901	0,000	4,737	0,903	0,000
60	5,360	0,916	0,000	5,360	0,915	0,000	5,335	0,914	-6,247
70	10,157	0,934	0,000	10,157	0,933	0,000	9,909	0,926	-13,188
80	16,206	0,956	0,000	16,206	0,956	0,000	15,233	0,943	-19,630
90	31,909	0,989	0,000	31,909	0,989	0,000	28,553	0,971	-24,700



a)

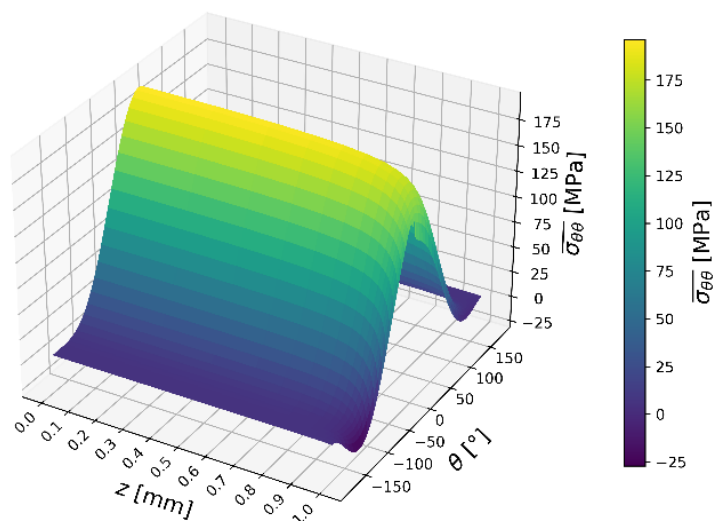


b)

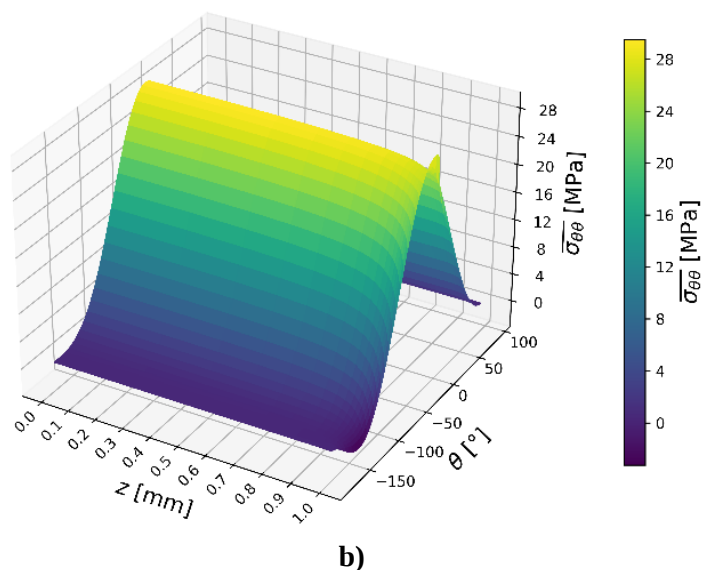
Obr. 36) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub $\alpha = 5^\circ$ (a) a $\alpha = 90^\circ$ (b) s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,4$

Tab. 8: Výsledné hodnoty směrů a místa iniciace trhliny a kritických aplikovaných hodnot napětí pro materiálový poměr $E_1/E_2=0.5$

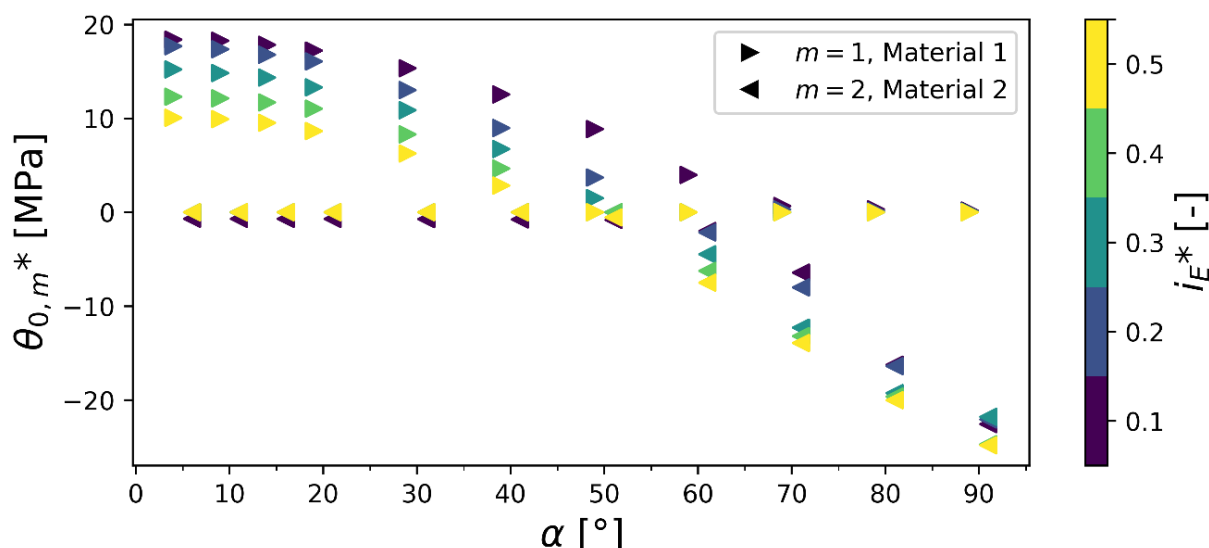
α [°]	Material 1			Rozhraní			Material 2		
	σ_{appl,c^*} [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	σ_{appl,c^*} [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	σ_{appl,c^*} [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
5	4,069	0,869	10,051	4,123	0,868	0,000	4,123	0,869	0,000
10	4,069	0,867	9,913	4,122	0,865	0,000	4,122	0,866	0,000
15	4,075	0,866	9,517	4,124	0,863	0,000	4,124	0,864	0,000
20	4,092	0,866	8,643	4,134	0,863	0,000	4,134	0,863	0,000
30	4,169	0,868	6,256	4,192	0,864	0,000	4,192	0,865	0,000
40	4,339	0,873	2,841	4,344	0,869	0,000	4,344	0,870	0,000
50	4,648	0,879	0,000	4,648	0,878	0,000	4,648	0,880	-0,551
60	5,222	0,891	0,000	5,222	0,890	0,000	5,185	0,888	-7,503
70	9,797	0,908	0,000	9,797	0,907	0,000	9,528	0,899	-13,925
80	15,481	0,928	0,000	15,481	0,928	0,000	14,518	0,914	-20,012
90	30,256	0,960	0,000	30,256	0,959	0,000	27,050	0,941	-24,811



a)



Obr. 37) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub $\alpha = 5^\circ$ (vlevo) a $\alpha = 90^\circ$ (vpravo) s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,5$



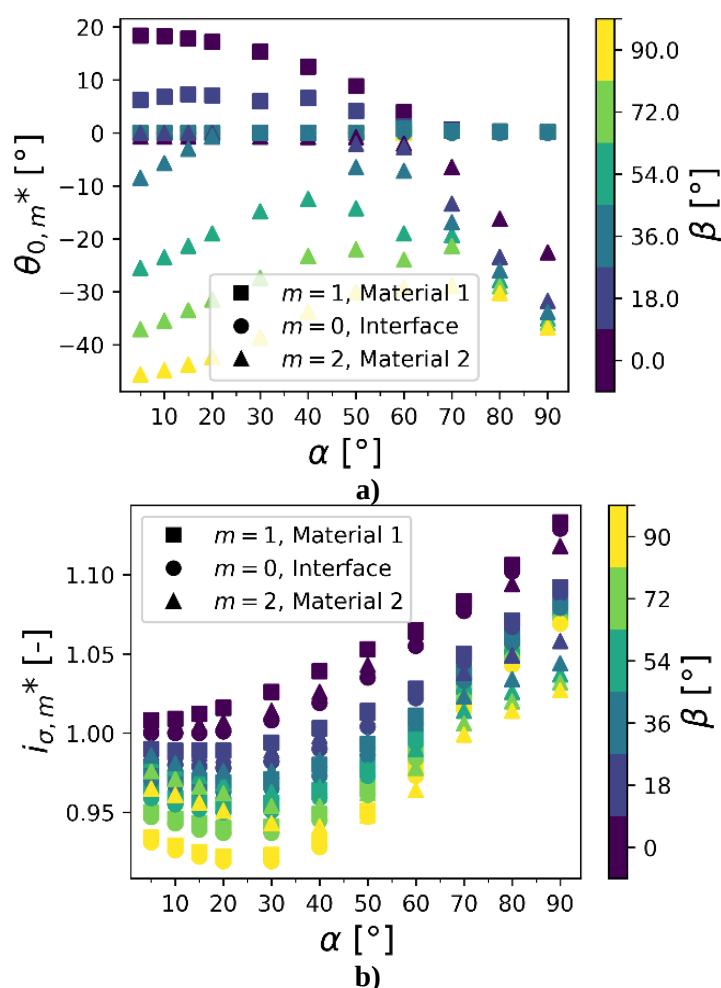
Obr. 38: Směry iniciace trhliny $\theta_{0,m}$ v závislosti na úhlu otevření bi-materiálového vrubu α . Barevné rozlišení představují různé poměry E-modulu i_E

6.3. Numerická studie vlivu směru zatížení β na chování bi-materiálového vrubu

Směr zatížení má vliv na nárůst tangenciálního napětí a chování bi-materiálového vrubu [49]. V této části rozšíříme výsledky předchozí studie vlivu poměru modulů pružnosti E na iniciaci trhliny z vrcholu bi-materiálového vrubu o vliv směru zatížení β ve směrech 0° , 18° , 36° , 54° , 72° a 90° . Budeme posuzovat vliv úhlu β na směr iniciace trhliny θ_0 a dále pozorováním kritických aplikovaných napětí ve středu tělesa a na hladině volného povrchu sledovat vliv β na místo iniciace trhliny. V předchozí části jsme zjistili, že s rostoucím poměrem E-modulů roste pravděpodobnost iniciace trhliny z vrcholu vrubu na volném povrchu. Vliv volného povrchu a rohové singularity u menších poměrů E-modulů ($i_E > 0,3$) není tak výrazný, a proto zde dochází k iniciaci trhliny ze středu tělesa. Nejprve se podíváme na výsledky studie MTS-kritéria, pomocí kterého byly určeny směry iniciace trhliny, a posoudíme, jaký vliv má směr zatížení β na směr iniciace trhliny θ_0 .

Nejprve se zaměříme na chování bi-materiálového vrubu s poměrem E-modulů 0,1, u kterého bylo v předchozí kapitole komplexně popsáno jeho chování při aplikaci zatížení ve směru $\beta = 0^\circ$. Bylo zjištěno, že při této konfiguraci materiálů a směru zatížení dochází k iniciaci trhliny v celém rozsahu úhlů otevření vrubu α z volného povrchu. Na Obr. 39 můžeme vlevo vidět výsledky směrů iniciace trhliny pro celý rozsah úhlů otevření vrubu $\alpha = 5^\circ$ až 90° a celý rozsah směrů zatížení $\beta = 0^\circ$ až 90° .

Na Obr. 39b pak můžeme pozorovat závislost na poměru napětí na parametrech α a β . Z obrázku je patrné, že s rostoucím směrem zatížení vrubu β poměr kritických aplikovaných napětí klesá. Z toho můžeme usoudit, že se vliv rohové singularity způsobené volným povrchem v závislosti na směru zatížení β mění. Pro úhel $\beta = 18^\circ$ se vliv volného povrchu změnil tak, že u úhlů $\alpha = 5^\circ$ až 30° dojde s největší pravděpodobností k iniciaci trhliny ze středu tělesa. Následně pro $\alpha = 40^\circ$ je vliv volného povrchu minimální a dále až po $\alpha = 90^\circ$ narůstá, a to tak, že k iniciaci dochází z volného povrchu a hodnota $i_\sigma > 1$



Obr. 39) Směry iniciace trhliny (a) a poměr napětí uprostřed a na volném povrchu (b) v závislosti na úhlu otevření a směru zatížení bi-materiálového vrubu s poměrem $E_1/E_2 = 0,1$

S rostoucím úhlem směru zatížení hodnoty i_σ klesají. Tedy se zvyšuje pravděpodobnost iniciace trhliny uprostřed tělesa. Pro každý úhel β existuje úhel α , ve kterém jsou hodnoty i_σ blízké hodnotě 1. Jedná se o přechodovou oblast mezi iniciací uprostřed a na povrchu (zde jsou napěťové podmínky z hlediska iniciace trhliny po celé délce čela vrubu podobné a vliv volného povrchu je minimální). Například při zatížení ve směru $\beta = 90^\circ$ se trhlina iniciuje z volného povrchu pouze u úhlů otevření vrubu $\alpha = 70^\circ$ až 90° , kde pro $\alpha = 70^\circ$ je vliv volného povrchu minimální. Pro $\alpha \leq 60^\circ$ naopak k iniciaci dochází ze středu tělesa. U konfigurací bi-materiálového vrubu α a β , kde k iniciaci trhliny dochází z volného povrchu, vznikají dvě maxima hodnot tangenciálního napětí, která byla zjištěná pomocí MTS-kritéria, a to jedno globální a jedno lokální, viz. Obr. 39a.

Tab. 9) Vybrané úhly otevření vrubu a směru iniciace trhliny, u kterých dochází k iniciaci trhliny z volného povrchu. U vrubů s poměrem E-Modulů 0,1

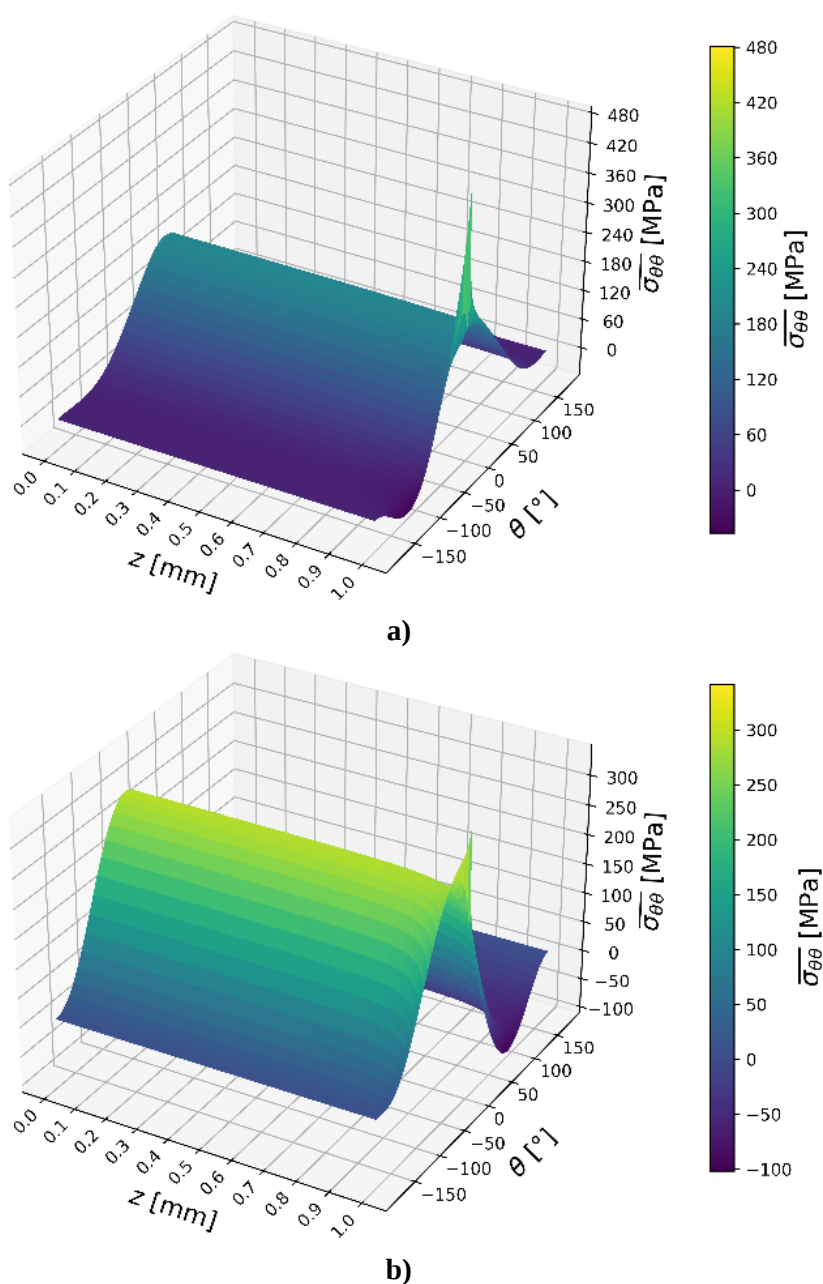
α [°]	β [°]	Material 1			Rozhraní			Material 2		
		$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
40	0	4,487	1,039	12,539	4,679	1,019	0,000	4,650	1,026	-0,770
40	18	3,349	1,003	6,583	3,366	0,990	0,000	3,366	0,998	0,000
50	0	4,948	1,053	8,852	5,065	1,035	0,000	5,029	1,043	-0,822
50	18	3,483	1,014	4,145	3,516	1,004	0,000	3,484	1,013	-2,083
60	0	5,727	1,065	3,971	5,781	1,055	0,000	5,729	1,064	-2,004
60	18	3,709	1,028	1,248	3,732	1,022	0,000	3,688	1,028	-2,711
60	36	2,9543	1,01	0,81	2,9703	1,01	0	2,9240	1,01	-7,15
70	0	11,008	1,083	0,658	11,064	1,077	0,000	10,897	1,080	-6,434
70	18	5,753	1,050	0,474	5,780	1,045	0,000	5,634	1,038	-13,383
70	36	4,1701	1,04	0,42	4,1898	1,03	0	4,0524	1,02	-16,90
70	54	3,542	1,031	0,400	3,559	1,026	0,000	3,421	1,014	-19,282
70	72	3,365	1,025	0,393	3,381	1,021	0,000	3,232	1,006	-21,350
70	90	3,535	1,020	0,366	3,551	1,015	0,000	3,367	0,999	-28,855
80	0	33,580	1,133	0,174	33,707	1,129	0,000	30,529	1,118	-22,562
80	18	8,574	1,071	0,298	8,606	1,067	0,000	8,003	1,049	-23,424
80	36	5,8782	1,06	0,29	5,9002	1,06	0	5,4229	1,03	-25,99
80	54	4,832	1,055	0,292	4,850	1,051	0,000	4,424	1,026	-27,802
80	72	4,474	1,051	0,291	4,490	1,047	0,000	4,071	1,020	-28,980
80	90	4,582	1,046	0,289	4,599	1,043	0,000	4,144	1,014	-30,235
90	0	17,577	1,106	0,309	17,644	1,102	0,000	16,857	1,094	-16,235
90	18	11,646	1,092	0,167	11,690	1,088	0,000	10,034	1,058	-31,747
90	36	7,4883	1,08	0,17	7,5164	1,08	0	6,3480	1,04	-33,86
90	54	5,947	1,079	0,165	5,969	1,075	0,000	4,997	1,037	-35,064
90	72	5,368	1,076	0,165	5,388	1,072	0,000	4,481	1,032	-35,977
90	90	5,370	1,073	0,164	5,391	1,069	0,000	4,456	1,027	-36,806

Jak již bylo zmíněno, u úhlů otevření vrubu $\alpha = 5^\circ$ a $\beta = 0^\circ$ bylo zjištěno, že poměr i_σ , udávající poměr mezi aplikovanými napětími uprostřed tělesa ($z/t = 0$) a volným povrchem ($z/t = 1$), je 1,008. To znamená, že vliv volného povrchu je zde velice malý, pouhých 0,8 %. Napětíové podmínky jsou zde z hlediska iniciace trhliny po celé délce čela vrubu téměř stejné. Nicméně trhlina se iniciuje pouze z jednoho bodu, proto k iniciaci trhliny dojde s největší pravděpodobností z volného povrchu. Podíváme-li se na pole napětí u směru zatížení $\beta = 0^\circ$ (Obr. 40a), vidíme, že pole napětí ovlivněné volným povrchem se zde výrazně liší od pole napětí u směru zatížení $\beta = 90^\circ$ (Obr. 40b).

Vezmeme-li jako příklad úhel otevření vrubu $\alpha = 5^\circ$ a směr zatížení $\beta = 0^\circ$ bude poměr napětí ve středu tělesa a na povrchu vypadat pro oblast materiálu 1, rozhraní a materiálu 2 následovně. Poměr napětí i_σ se zde nacházejí nad hodnotou 1 ve všech oblastech, což znamená, že kritické aplikované napětí $\sigma_{\text{appl},c}^*$ potřebné pro iniciaci trhliny je na povrchu nižší, než ve středu tělesa. Tomu odpovídá pole rozdělení tangenciálních napětí zobrazených na Obr. 40a. Vlivem volného povrchu tangenciální napětí výrazně naroste. Výsledkem je menší hodnota $\sigma_{\text{appl},c}^*$ na povrchu v porovnání se středem vzorku. Zaměříme-li se nyní na konkrétní veličiny i_σ v jednotlivých oblastech, zjistíme, že oblast materiálu 1 zaznamenává poměr i_σ s hodnotou 1,008, rozhraní hodnotu 1,000 a materiál 2 hodnotu

1,006. To znamená, že při této konfiguraci vrubu nastává s největší pravděpodobností případ iniciace trhliny popsany pro hodnotu i_σ rovnou 1, tedy že iniciace trhliny nastane náhodně z jakéhokoliv libovolného bodu po celé délce čela trhliny.

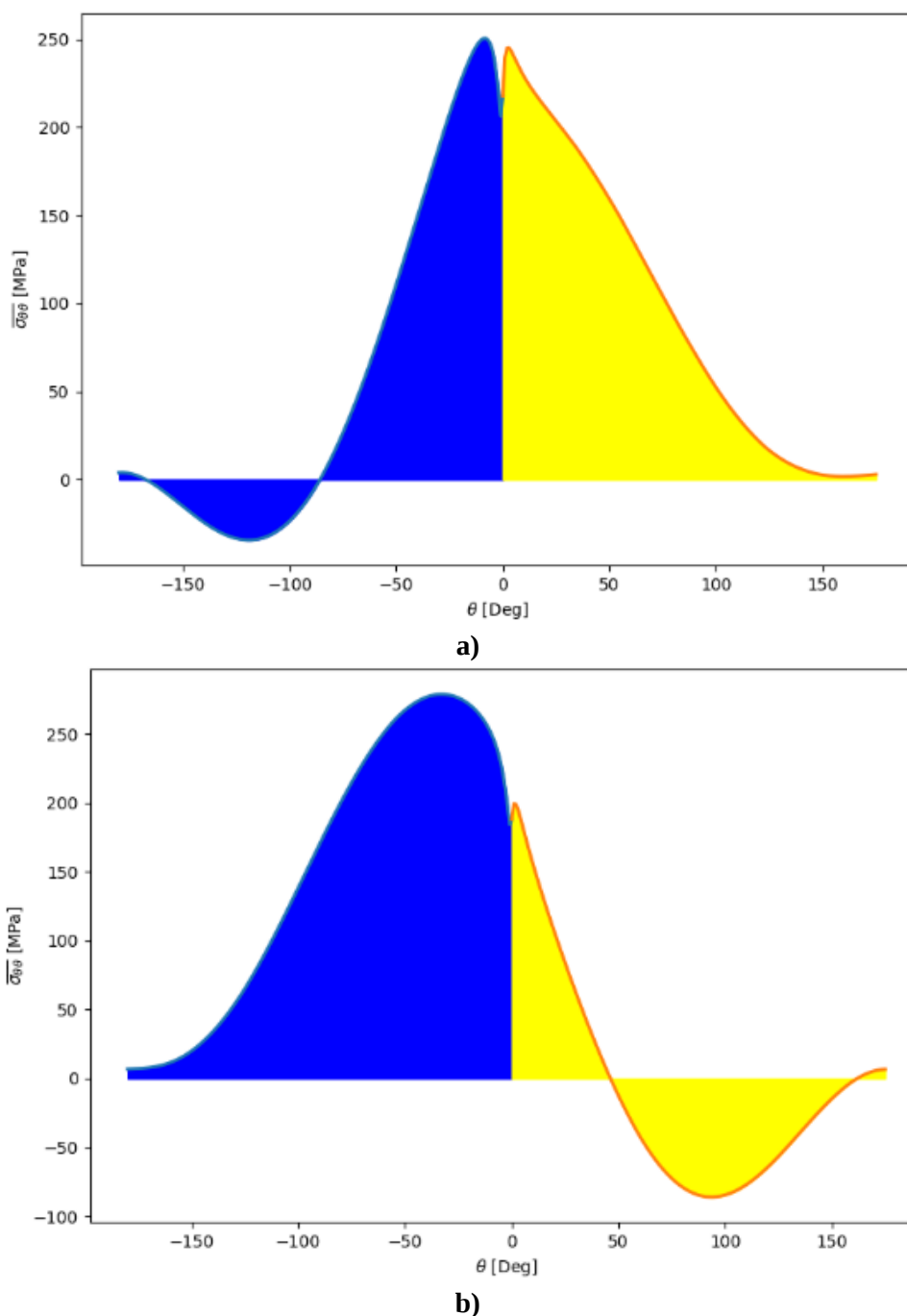
Vezmeme-li jako příklad úhel otevření vrubu $\alpha = 5^\circ$ a směr zatížení $\beta = 90^\circ$. Hodnoty i_σ se zde nacházejí pod hodnotou 1 pro všechny materiálové oblasti, pro materiál 1 nabývá hodnoty 0,97, a má tedy vliv 3 %. Pro rozhraní nabývá hodnoty 0,96 (vliv volného povrchu je zde 4 %) a pro materiál 2 hodnoty 0,94 (vliv volného povrchu je zde 6 %). To má za důsledek, že u těchto konfigurací dojde s největší pravděpodobností k iniciaci trhliny ze středu vzorku. Nárůst tangenciálního napětí blízko volného povrchu není tak výrazný, což má za důsledek, že hodnota kritického aplikovaného napětí v blízkosti volného povrchu dosáhne, i přes nárůst tangenciálního napětí v blízkosti volného povrchu, vyšších hodnot, než uprostřed tělesa, konkrétně o tolik procent, jako bylo zmíněno výše.



Obr. 40) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub $\alpha = 5^\circ$ s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,1$. Směr zatížení a) $\beta = 0^\circ$ b) $\beta = 90^\circ$

Vliv volného povrchu je také patrný z ukázky rozložení tangenciálních napětí (Obr. 41) zjištěných těsně pod hladinou volného povrchu o souřadnici $z/t = 0,997$. Zde je patrná výrazná změna tangenciálního napětí závislosti na θ mezi zatížením $\beta = 0^\circ$ (Obr. 41 a) a $\beta = 90^\circ$ (Obr. 41 b). Pro

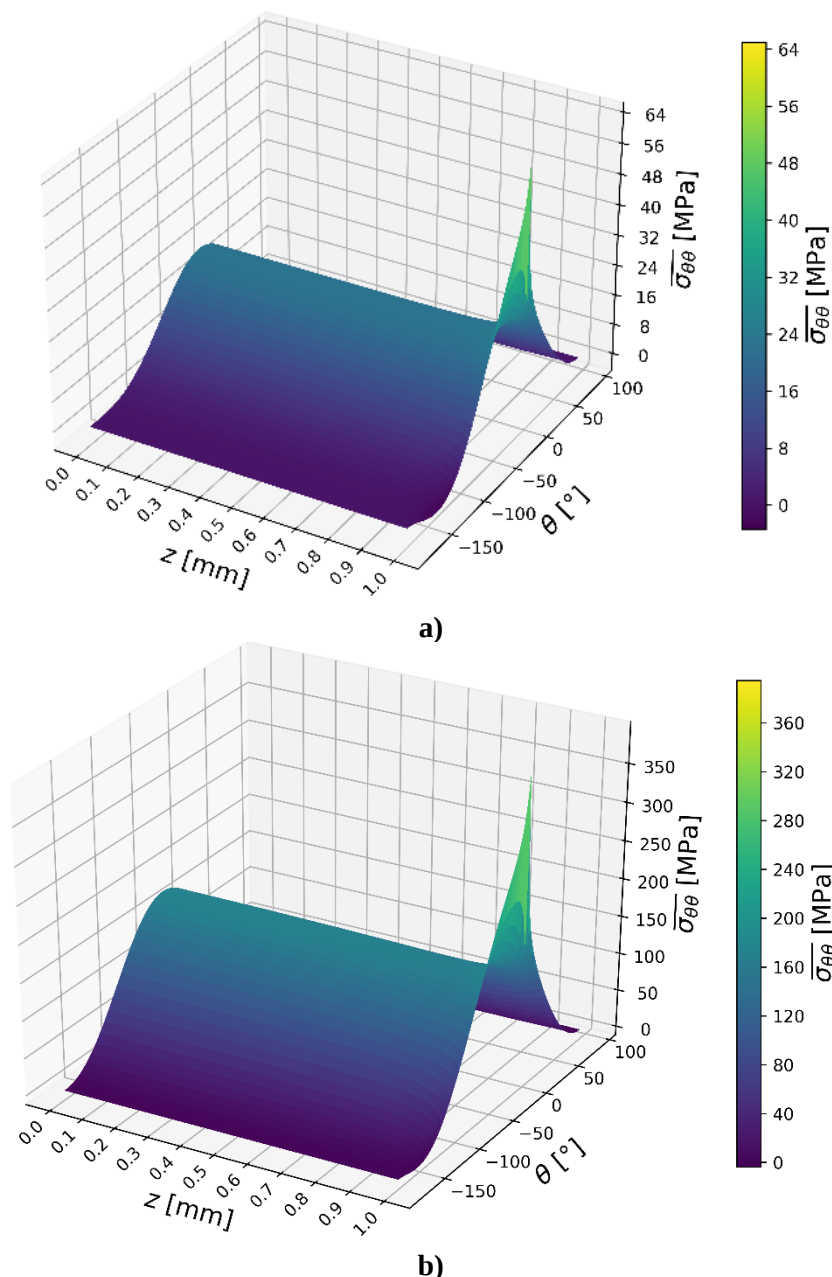
případ $\beta = 0^\circ$ byly pomocí MTS kritéria zjištěna dvě maxima. Globální v materiálu 2 a lokální v materiálu 1. Tato maxima jsou velice blízko rozhraní materiálu. $\theta_{0,m=1} = 5^\circ$ a $\theta_{0,m=2} = -10^\circ$. Absolutní hodnoty tangenciálních napětí v materiálu 1 i 2 jsou si velmi podobné a je registrovaný výrazný pokles napětí na rozhraní.



Obr. 41) Rozdělení napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ v oblasti $z/t = 0.997$ u vrubu s úhlem otevření $\alpha = 5^\circ$, tloušťce $T = 2$ mm a materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,1$ se směrem zatížení a) $\beta = 0^\circ$ b) $\beta = 90^\circ$

V případě $\beta = 90^\circ$ je průběh tangenciálních napětí úplně jiný. Nachází se zde jedno výrazné globální maximum v materiálu 2 ve směru iniciace $\theta_{0,m=2} = -32.9^\circ$ a druhé méně výrazné lokální maximum v materiálu 1 ve směru iniciace $\theta_{0,m=1} = 1.4^\circ$. Uvážíme-li jednotkovou lomovou houževnatost $K_{Ic} = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{-0.5}$, je zde vzhledem k absolutní hodnotě tangenciálního napětí patrné, že nebezpečné zde bude napětí v materiálu 2. Napětí v materiálu 1 a na rozhraní jsou si podobná, přičemž

napětí na rozhraní je nižší. V případě, že si jsou napětí velice podobná, rozhodne o iniciaci skutečná hodnota lomové houževnatosti dané materiálové oblasti.

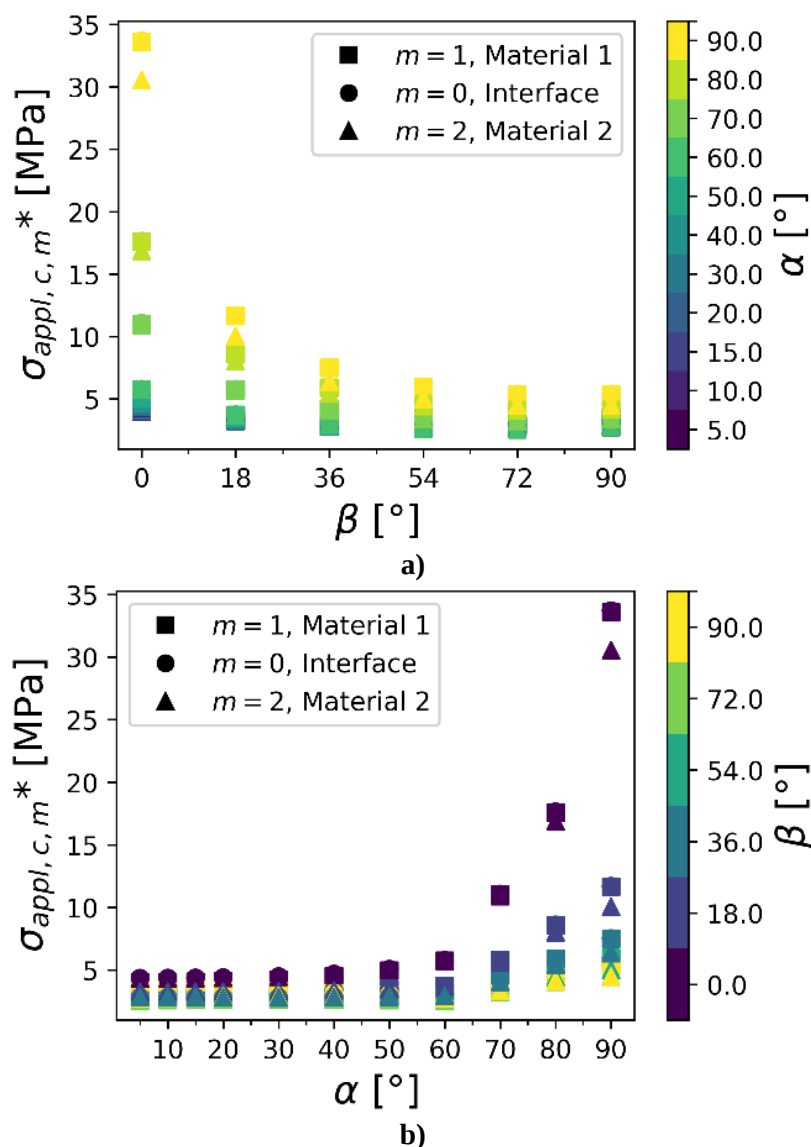


Obr. 42) 3D zobrazení rozdělení tangenciálního napětí pro vrub $\alpha = 90^\circ$ s materiálovou kombinací $E_1/E_2 = 0,1$. Směr zatížení a) $\beta = 0^\circ$ b) $\beta = 90^\circ$

Obr. 42 nám ukazuje chování bi-materiálového vrubu s úhlem otevření $\alpha = 90^\circ$. Vidíme, že charakter pole tangenciálních napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ se mezi směrem zatížení $\beta = 0^\circ$ (Obr. 42a) a $\beta = 90^\circ$ (Obr. 42b) nemění. Čeho si můžeme všimnout, je nárůst absolutních hodnot tangenciálních napětí při změně směru iniciace trhliny z $\beta = 0^\circ$ na 90° (až sedminásobný nárůst napětí), což zásadním způsobem ovlivňuje podmínky iniciace trhliny, poněvadž hodnoty $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ přímo ovlivňují hodnoty kritických aplikovaných napětí $\sigma_{\text{appl},c}^*$. Čím vyšší hodnota $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$, tím nižší hodnota $\sigma_{\text{appl},c}^*$. Z případu znázorněného na Obr. 42 vyplývá, že úhel směru zatížení $\beta = 90^\circ$ je z hlediska pevnosti výrazně náchylnější na lom než směr $\beta = 0^\circ$.

Zaměříme-li se na poměry napětí $\sigma_{\text{appl},c}^*$ uprostřed a na volném povrchu vycházející z hodnot tangenciálních napětí zobrazených na Obr. 42, můžeme pozorovat následující chování. Bi-materiálový vrub s konfigurací $\alpha = 90^\circ$ a směrem zatížení $\beta = 0^\circ$ má poměr napětí ve středu tělesa a na jeho

volném povrchu i_σ pro oblast materiálu 1 rovnou 1,133, tedy zde se očekává iniciace s největší pravděpodobností z volného povrchu. To samé nastává u poměru pro rozhraní, kde nabývá i_σ hodnoty 1,129 a pro materiál 2 hodnoty 1,118.



Obr. 43) Vývoj napětí v závislosti na a) β a b) α s materiálovou kombinací vrubu $E_1/E_2 = 0,1$

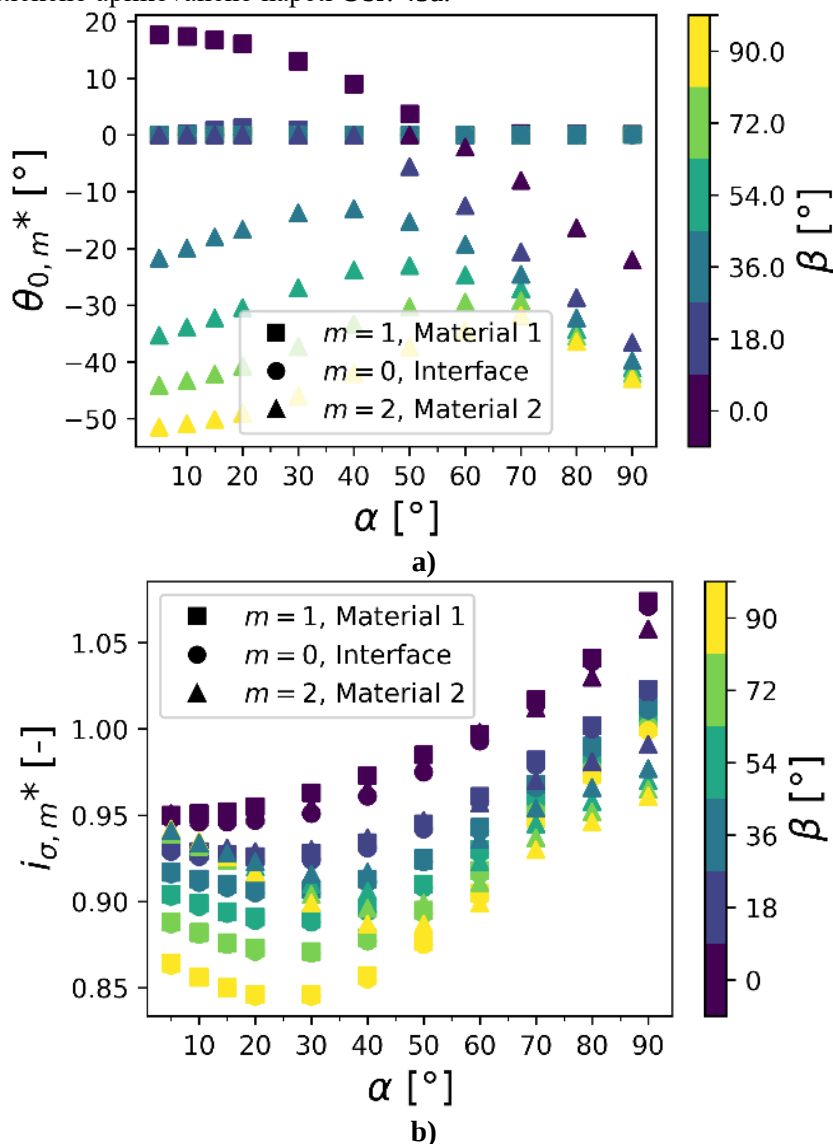
Vezmeme-li stejnou konfiguraci úhlu otevření vrubu, tedy $\alpha = 90^\circ$ a poměr E-modulu $E_1/E_2 = 0,1$ s změním směru zatížení na $\beta = 90^\circ$, dojde k celkem znatelné změně rozdělení napětí, což se projeví na hodnotách i_σ . Ty totiž klesnou na hodnoty 1,073 pro materiál 1, 1,069 pro rozhraní a 1,027 pro materiál 2.

Změna směru zatížení z β rovno 0° na 90° , má tedy vliv na poměr kritických aplikovaných napětí i_σ , jehož hodnoty s touto změnou klesají. U vybraných úhlů Obr. 39b pak tyto hodnoty klesnou pod hodnotu 1, což zvyšuje pravděpodobnost iniciace trhliny ze středu tělesa.

Vývoj kritických aplikovaných napětí v závislosti na směru iniciace je znázorněn na Obr. 43a a pro zjednodušení orientace v závislosti na úhlu otevření vrubu Obr. 43b. Zde je patrný výrazný pokles kritických aplikovaných napětí při změně směru zatížení z $\beta = 0^\circ$ na $\beta = 90^\circ$.

Vývoj směrů iniciace trhliny θ_0 a poměrů napětí i_σ u bi-materiálového vrubu s poměrem E-modulů 0,2 je zobrazený na Obr. 44. Vliv volného povrchu je patrný i zde. K iniciaci trhlín z volného povrchu zde u úhlů $\beta > 0$ teoreticky nastává až od úhlů $\alpha = 90^\circ$, a to v materiálu 1 a na rozhraní. Poměr i_σ se zde však pohybuje kolem hodnoty $1 \pm 2\%$, což znamená, že u těchto úhlů α dojde k iniciaci trhliny se

stejnou pravděpodobností kdekoli po celé délce čela vrubu. Změna směru zatížení β od 0° do 90° , způsobuje takové napěťové podmínky, u kterých dochází ke zmenšování rozdílu napětí $\sigma_{\text{appl},c}^*$ uprostřed tělesa a na volném povrchu. Hodnota i_σ zde opět s rostoucím úhlem β klesá Obr. 44b. Taktéž klesá hodnota kritického aplikovaného napětí Obr. 45a.



Obr. 44) Směry iniciace trhliny θ_0 (a) a poměr napětí uprostřed a na volném povrchu i_σ (b) v závislosti na úhlu otevření a směru zatížení bi-materiálového vrubu s poměrem $E_1/E_2 = 0,2$

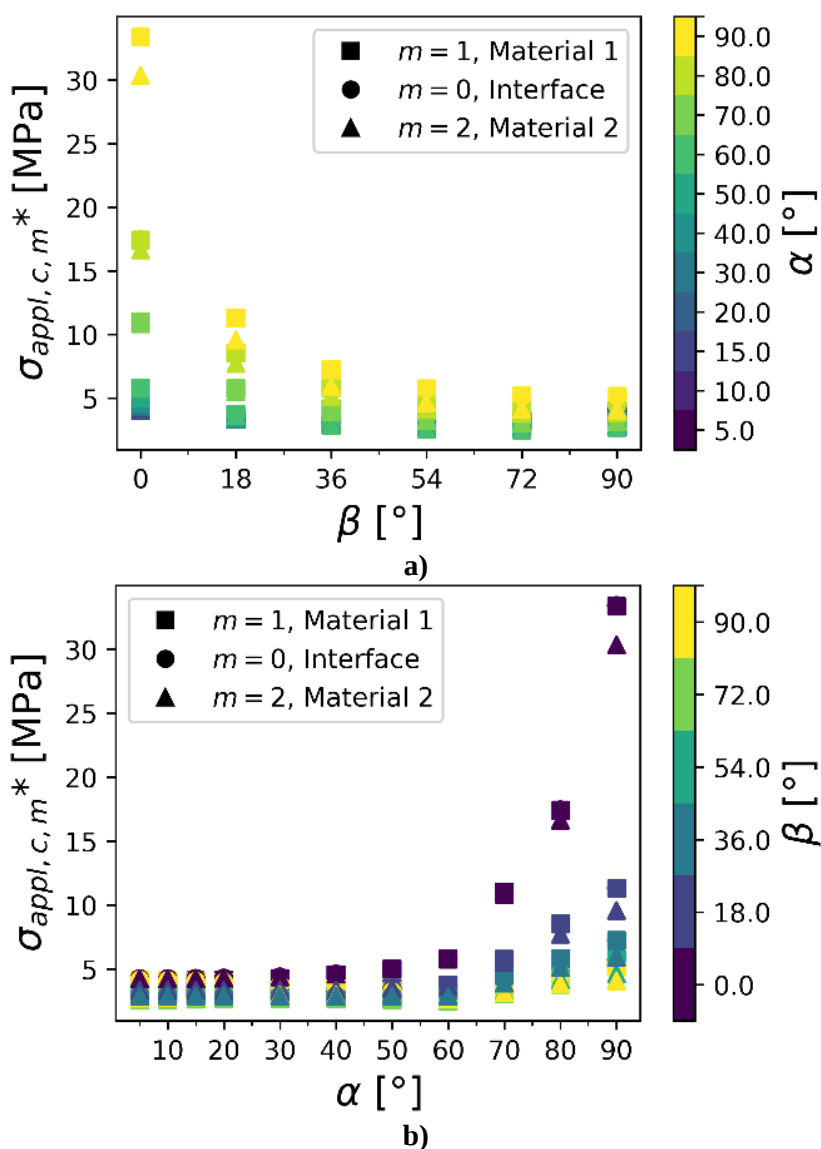
Přehled aplikovaných napětí $\sigma_{\text{appl},c}^*$, poměrů napětí i_σ a směrů iniciace θ_0 pro poměr modulů pružnosti $E_1/E_2 = 0,2$, kde dochází ke změnám iniciace trhliny vlivem volného povrchu, jsou uvedeny v Tab. 10. Tyto změny jsou registrované pro směr zatížení $\beta > 0$ a úhly $\alpha = 80^\circ$ a 90° .

Tab. 10) Vybrané úhly otevření vrubu a směry iniciace trhliny, u kterých dochází k iniciaci trhliny z volného povrchu. U vrubů s poměrem E-Modulu 0,2

α [°]	β [°]	Materiál 1			Rozhraní			Materiál 2		
		$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	$\sigma_{\text{appl},c}^*$ [MPa]	i_σ [-]	θ_0 [°]
80	0	17.412	1.041	0.138	17.443	1.039	0.000	16.648	1.030	-16.385
80	18	8,5325	1,00	0,13	8,5454	1,00	0	7,7204	0,98	-28,67
80	36	5,7989	0,99	0,00	5,7989	0,99	0	5,1431	0,97	-32,27
80	54	4,7394	0,98	0,00	4,7394	0,98	0	4,1563	0,96	-34,31

80	72	4,3691	0,98	0,00	4,3691	0,98	0	3,7968	0,95	-35,52
80	90	4,4569	0,97	0,00	4,4569	0,97	0	3,8392	0,95	-36,44
90	0	33,369	1,074	0,087	33,435	1,071	0,000	30,362	1,058	-22,065
90	18	11,2965	1,02	0,08	11,3185	1,02	0	9,5766	0,99	-36,63
90	36	7,2249	1,01	0,08	7,2390	1,01	0	5,9348	0,98	-39,79
90	54	5,7227	1,01	0,08	5,7338	1,01	0	4,6238	0,97	-41,12
90	72	5,1555	1,00	0,08	5,1654	1,00	0	4,1160	0,97	-42,08
90	90	5,1490	1,00	0,08	5,1533	1,00	0	4,0663	0,96	-42,97

Zaměříme-li se na úhel otevření vrubu $\alpha = 80^\circ$, zaznamenáme výraznější změny v chování u materiálu 1 a rozhraní. Jak je vidět v Tab. 10, u těchto materiálových oblastí se očekává iniciace trhliny po cele délce vrubu při směru zatížení $\beta = 18^\circ$ u ostatních úhlů β uvedených v tabulce, dojde s mírně větší pravděpodobností k iniciaci trhliny ze středu tělesa. Materiál 2 žádné výrazné změny nezaznamenává a k iniciaci dochází ze středu tělesa s rostoucím úhlem β . U vrubů s úhlem otevření $\alpha = 80^\circ$ registrujeme se zvětšujícím úhlem β rostoucí vliv volného povrchu.

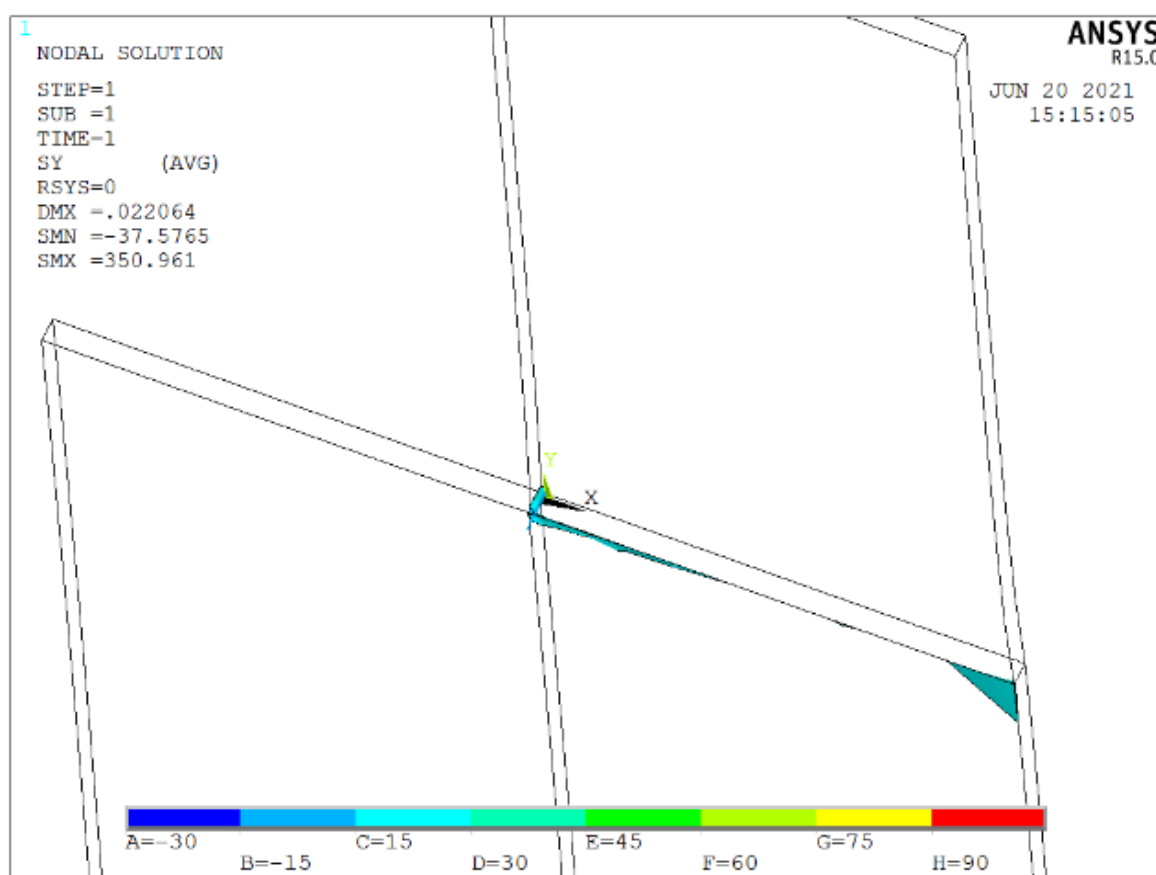


Obr. 45) Vývoj napětí $\sigma_{appl,c}^*$ v závislosti na β (vlevo) a α (vpravo) s materiálovou kombinací vrubu $E_1/E_2 = 0,2$

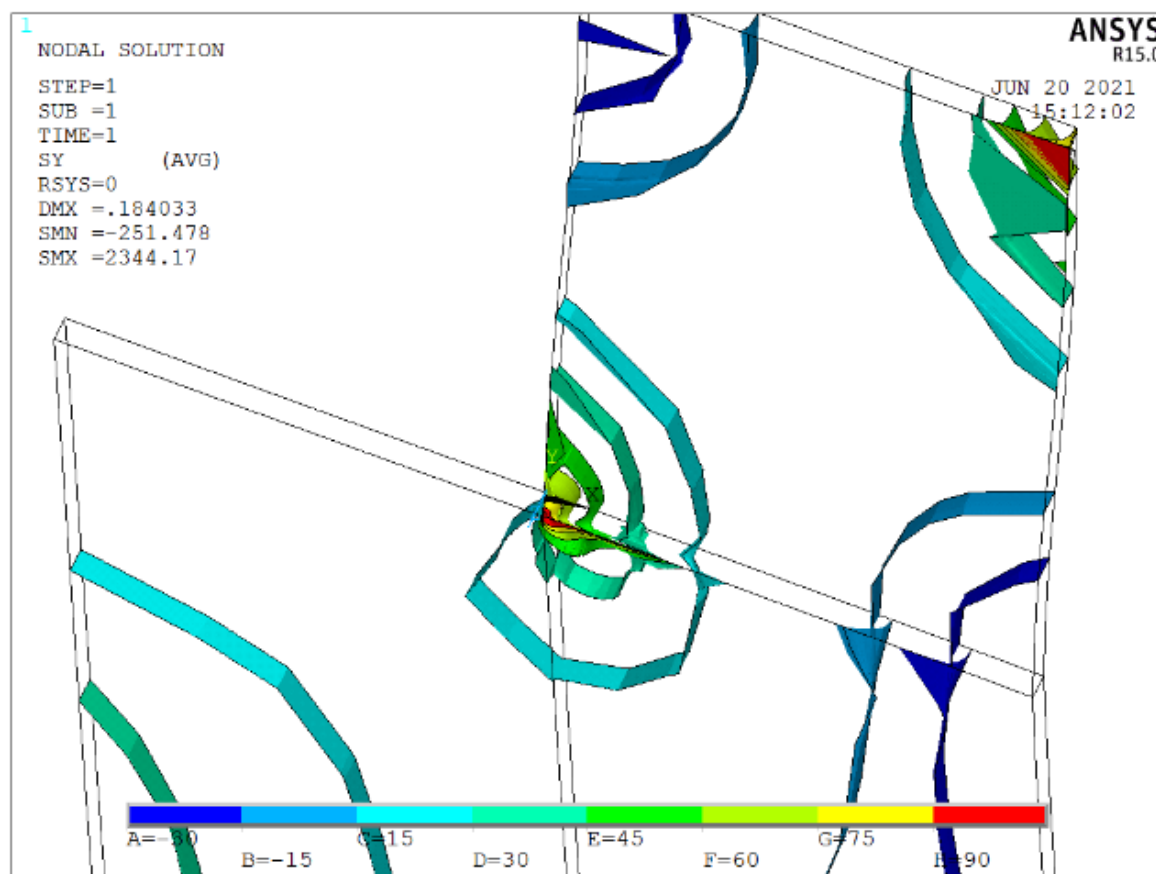
Úhly $\alpha = 90^\circ$ jsou u poměru E-modulu 0,2 stále ovlivňovány volným povrchem, hodnoty i_σ s rostoucím β klesají. U materiálu 1 a rozhraní se předpokládá iniciace z volného povrchu u směrů $\beta = 18^\circ$ až 54° . Hodnoty i_σ u úhlů $\beta = 72^\circ$ a 90° nabývají hodnot blízkých 1, z čehož se dá usoudit, že k iniciaci dojde se stejnou pravděpodobností z libovolného bodu, po celé délce čela vrubu. Hodnoty kritických aplikovaných napětí $\sigma_{\text{appl},c}^*$ jsou zde téměř totožné jak pro střed tělesa, tak pro volný povrch. Vliv volného povrchu je zde velice malý. U materiálu 2 a úhlů směru zatížení $\beta > 0^\circ$ se dle výsledků očekává iniciace trhliny ze středu vzorku. S rostoucím úhlem β velikost i_σ nadále klesá, podobně jako pro případ $\alpha = 80^\circ$. Materiál 1 a rozhraní se v závislosti na zvětšujícím se β chovají stejně, což znamená, že o tom v jaké materiálové oblasti dojde k iniciaci trhliny rozhodne přepočít na skutečné hodnoty aplikovaného kritického napětí, podle skutečných hodnot $K_{C,m}$.

Vývoj průběhů kritického napětí v závislosti na β je velice podobný pro poměr E-modulů 0,1 (Obr. 43) a 0,2 (Obr. 45). S rostoucím úhlem β je patrný pokles hodnot kritického aplikovaného napětí (Obr. 43, Obr. 45, Obr. 48, Obr. 50 a Obr. 52). Tento pokles se dá vysvětlit tím, že při změně směru zatížení β dochází k výrazné změně charakteru zatížení, která způsobí výrazný nárůst tangenciálních napětí v blízkosti vrcholu vrubu.

Změnu charakteru zatížení chápeme následujícím způsobem. Při zatížení ve směru $\beta = 0^\circ$ docházelo k plošnému zatížení rozhraní, při kterém vznikl koncentrátor napětí ve vrcholu vrubu amplifikovaný volným povrchem a vznikem rohové singularity. V případě zatížení ve směru $\beta = 90^\circ$ je napětí na rozhraní materiálů rozloženo jinak. V rozsahu souřadnice x od 0 až 5 mm registrujeme ve směru normálového napětí σ_y tahová (pozitivní) napětí a v rozsahu 5 až po hodnotu $B/2 = 10$ mm tlaková (negativní) napětí (Obr. 46b).



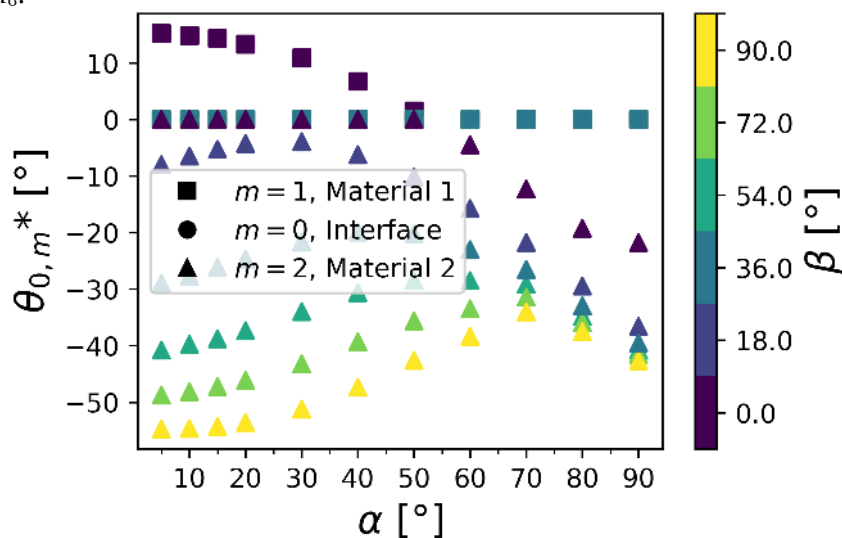
a)

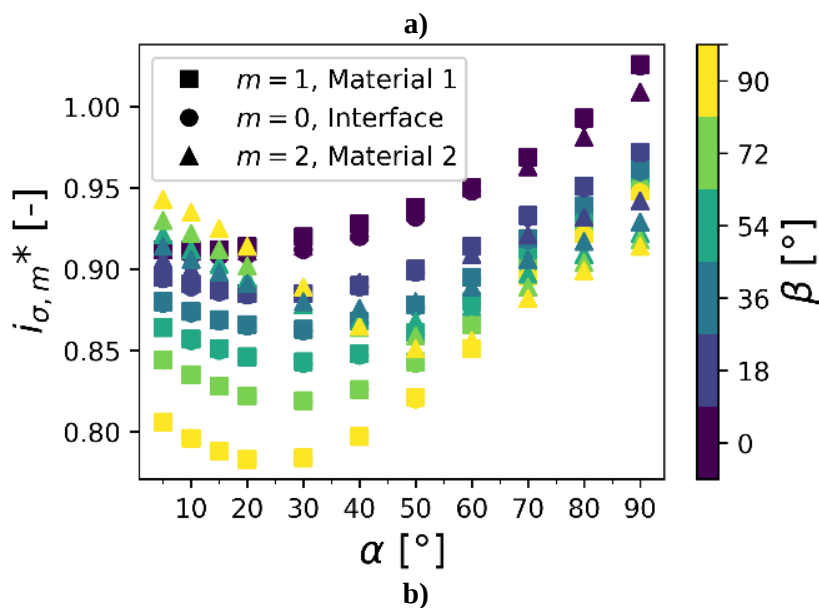


b)

Obr. 46) Rozložení normálového napětí ve směru y, bi-materiálového vrubu s poměrem $E_1/E_2 = 0,1$, při směru zatížení a) $\beta = 0^\circ$ b) $\beta = 90^\circ$

Směry iniciace trhliny θ_0 a poměry napětí uprostřed a na volném povrchu i_σ pro poměr modulů pružnosti $E_1/E_2 = 0,3$ jsou zobrazeny na Obr. 47. Z obrázku je patrné, že při tomto poměru modulů pružnosti vliv volného povrchu narůstá, a indikuje u převážné většiny konfigurací úhlu otevření vrubu α a směrů zatížení β iniciaci ze středu tělesa. Výjimka se zde týká úhlu $\alpha = 90^\circ$ a směru zatížení $\beta = 0^\circ$. Zde dochází vlivem volného povrchu k potenciální iniciaci trhliny z volného povrchu jak u materiálu 1, tak na rozhraní, resp. materiálu 2. Indikace trhliny ze střední hladiny je nejvíce patrná u směru zatížení $\beta = 90^\circ$, u hodnot i_σ pro materiál 1 a rozhraní. U materiálu 2 dochází pouze k minimálním změnám hodnot i_σ .

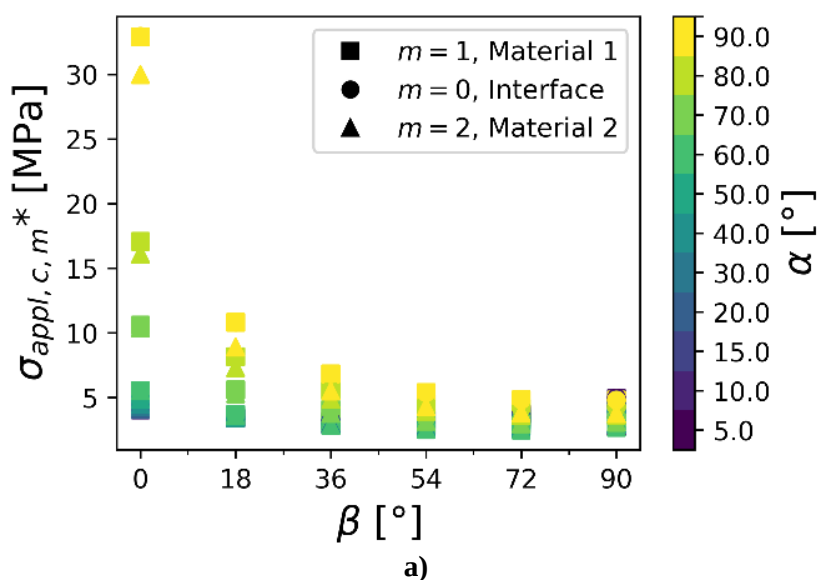


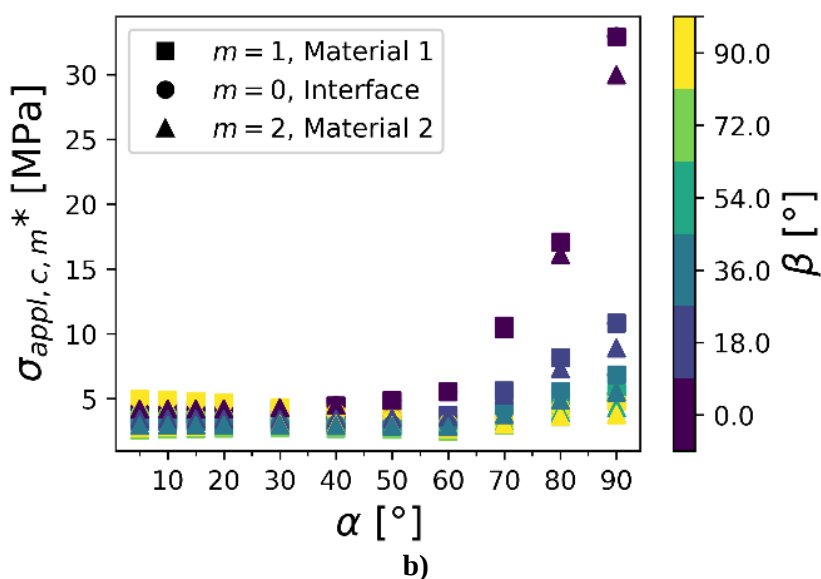


Obr. 47) Směry iniciace trhliny θ_0 (a) a poměr napětí uprostřed a na volném povrchu i_σ (b) v závislosti na úhlu otevření a směru zatížení bi-materiálového vrubu s poměrem $E_1/E_2 = 0,3$

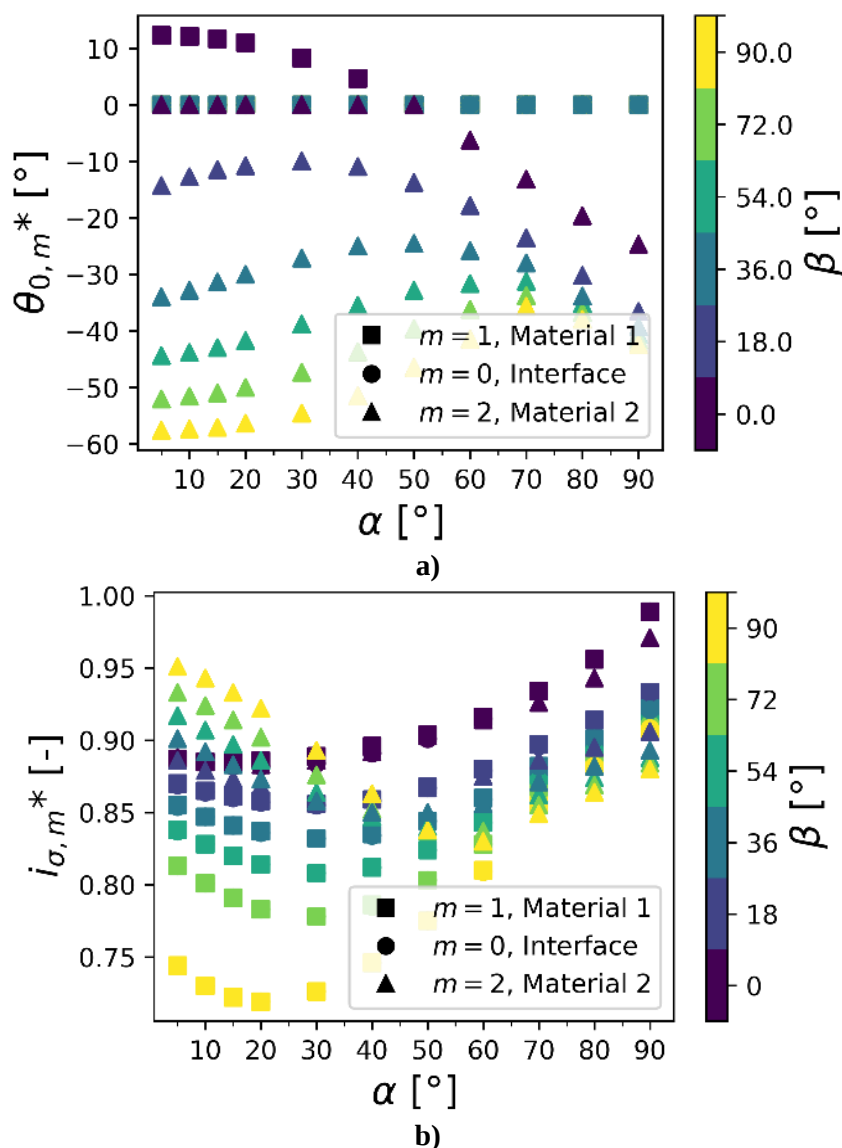
Obr. 48 zobrazuje vývoj kritických aplikovaných napětí v závislosti na α a β . Trend závislosti $\sigma_{appl, c, m}^*$ na směru zatížení β se oproti předchozím poměrům modulů pružnosti výrazně neliší. K minimálním změnám hodnot $\sigma_{appl, c, m}^*$ dochází při směru zatížení $\beta = 90^\circ$ v rozsahu úhlů α od 5° do 30° , zde hodnoty $\sigma_{appl, c, m}^*$ nabývají vyšších hodnot než u ostatních směrů zatížení β .

Poměr modulů pružnosti $E_1/E_2 = 0,4$ nám ukazuje, že porovnáme-li hodnoty i_σ pro $E_1/E_2 = 0,3$ (Obr. 47b) a $E_1/E_2 = 0,4$ (Obr. 49b), zjistíme, že hodnota i_σ nabývá v případě $E_1/E_2 = 0,4$ ještě menších absolutních hodnot, než poměr $E_1/E_2 = 0,3$. Zejména pak u materiálu 1 a rozhraní ve směru $\beta = 90^\circ$ dochází k výrazné změně, kde křivka pro hodnoty i_σ celkově klesla při změně poměru $E_1/E_2 = 0,3$ na $E_1/E_2 = 0,4$ o hodnotu 0,05 pro všechny úhly otevření vrubu α , a tím zvyšuje pravděpodobnost vzniku iniciace trhliny uprostřed tělesa.





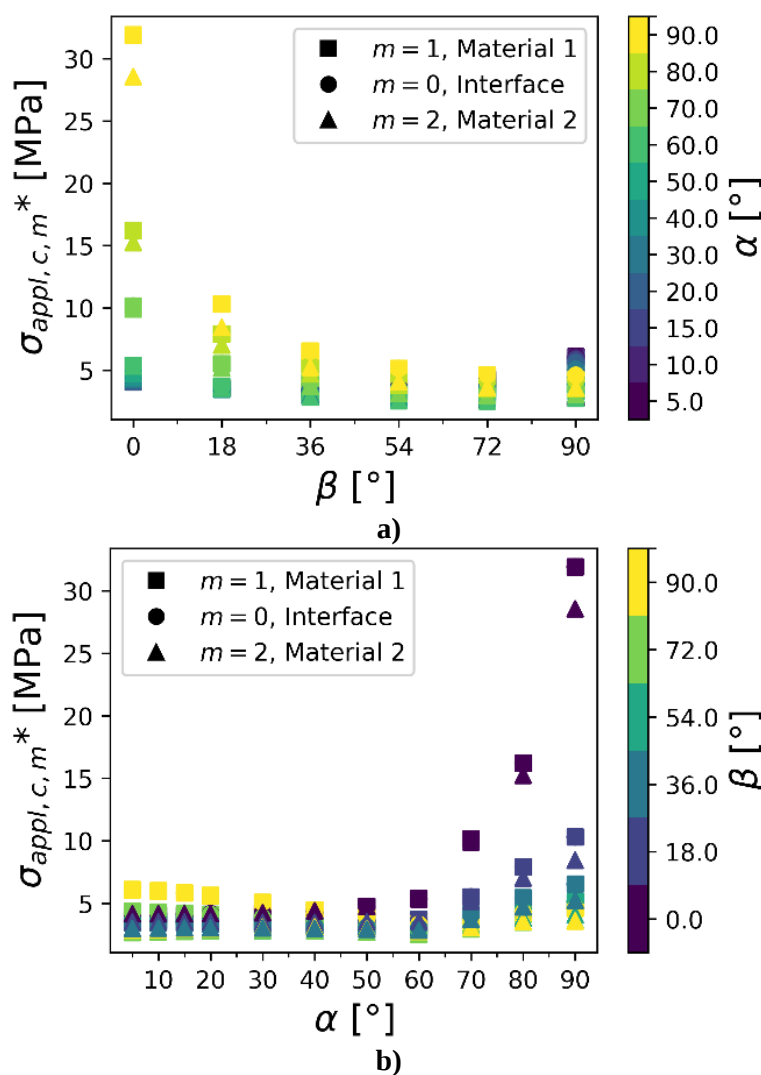
Obr. 48) Vývoj napětí $\sigma_{appl,c,m}^*$ v závislosti na β (a) a α (b) s materiálovou kombinací vrubu $E_1/E_2 = 0,3$



Obr. 49) Směry iniciace trhliny θ_0 (a) a poměr napětí uprostřed a na volném povrchu i_σ (b) v závislosti na úhlu otevření a směru zatížení bi-materiálového vrubu s poměrem $E_1/E_2 = 0,4$

Je to způsobeno rozdílem napětí $\sigma_{appl,c,m}^*$, kde hodnoty $\sigma_{appl,c,m}^*$ nabývají na povrchu tělesa větších hodnot, než hodnoty $\sigma_{appl,c,m}^*$ získávané uprostřed tělesa, i přes to, že v blízkosti volného povrchu dochází k lokálnímu nárůstu $\overline{\sigma_{\theta\theta}(\theta)}$. V případě materiálu 2 je také registrován pokles hodnot i_σ u všech směrů zatížení β , avšak tato změna je minimální (v rámci tisícín hodnoty i_σ), proto vliv změny E-modulu v materiálu 2 je pro všechny směry zatížení β minimální. Tento opakující se jev nám signalizuje, že při změně směru zatížení, se chování tužšího materiálu 2 při měnícím se poměru E-modulů ovlivňuje pouze minimálně. Výrazně je však ovlivněný stav napjatosti na rozhraní, resp. v materiálu 1, kde hodnoty i_σ klesají (pod hodnotu 1) při měnícím se poměru E-modulu z 0,1 na 0,5. Zvětšující se směr zatěžování způsobuje výraznější nárůst rozdílu mezi napětím $\sigma_{appl,c,m}^*$ uprostřed a na povrchu tělesa, přičemž hodnota $\sigma_{appl,c,m}^*$ uprostřed s rostoucím úhlem zatížení je výrazně menší než hodnota $\sigma_{appl,c,m}^*$ na volném povrchu.

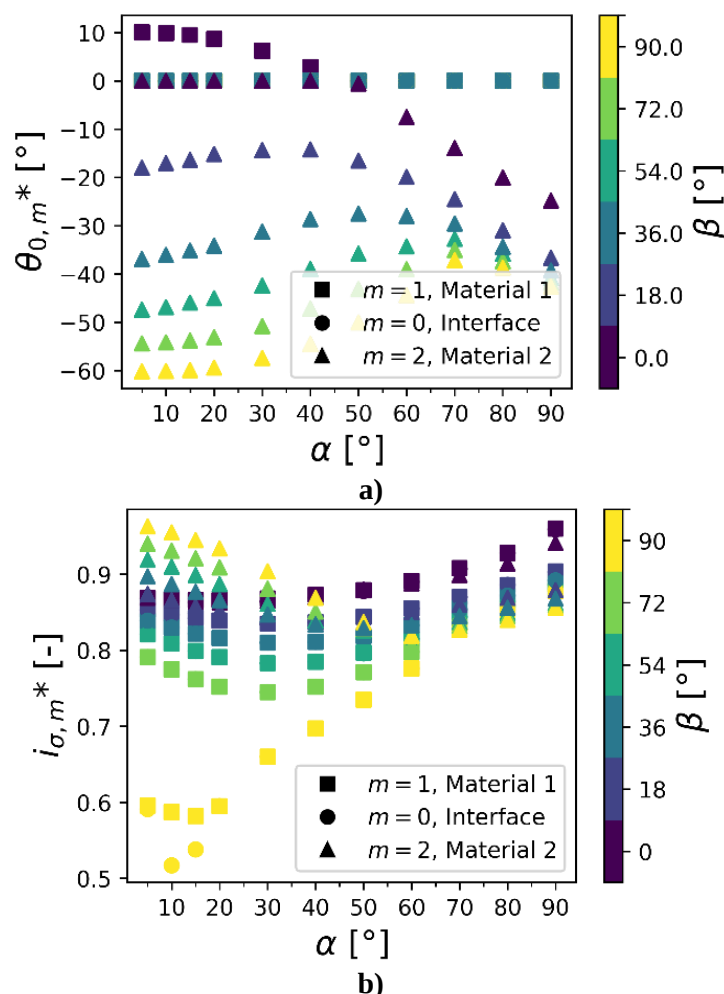
U poměru $E_1/E_2 = 0,4$ dochází k dalšímu minimálnímu navýšení aplikovaných kritických napětí $\sigma_{appl,c,m}^*$ v porovnání s poměrem $E_1/E_2 = 0,3$. V porovnání s např. poměrem $E_1/E_2 = 0,1$ se však jedná o výraznou změnu. $\sigma_{appl,c,m}^*$ pro α od 5° do 40° zde registrují pro směr $\beta = 90^\circ$ větší hodnoty než u ostatních směrů β . U úhlů α od 50° do 90° je zde naopak registrovaný pokles hodnot $\sigma_{appl,c,m}^*$ v porovnání s ostatními směry β .



Obr. 50) Vývoj napětí $\sigma_{appl,c}^*$ v závislosti na β (a) a α (b) s materiálovou kombinací vrubu $E_1/E_2 = 0,4$

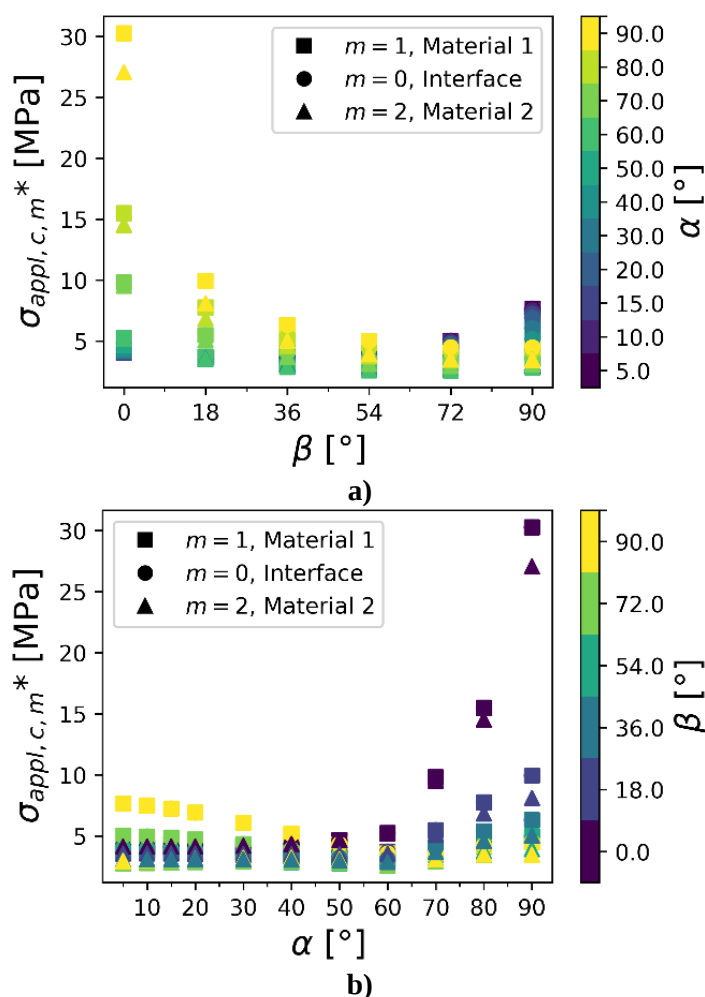
Dalším krokem je zjištění chování vrubu s poměrem modulů pružnosti $E_1/E_2 = 0,5$. Vliv volného povrchu se zde v závislosti na β dále mění. Pro materiál 1 resp. rozhraní zde hodnota i_σ oproti poměru

$E_1/E_2 = 0,4$ dále klesá. V rozsahu úhlů otevření vrubu α od 5° do 60° dochází s rostoucím směrem zatížení β od 0° do 90° k výraznějšímu nárůstu rozdílů napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$ počítaných na volném povrchu a ve středu tělesa, kde napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$ ve středu tělesa je nižší, než napětí na volném povrchu při porovnání s ostatními poměry E_1/E_2 (0,1 až 0,4).



Obr. 51) Směry iniciace trhliny θ_0 (a) a poměr napětí uprostřed a na volném povrchu i_σ (b) v závislosti na úhlu otevření a směru zatížení bi-materiálového vrubu s poměrem $E_1/E_2 = 0,5$

V případě materiálu 2 jsou změny i_σ opět minimální. Celková hodnota i_σ klesá pro $E_1/E_2 = 0,5$ oproti $E_1/E_2 = 0,4$ pouze v řadu 1 až 3%. Změny popsané pro případ předchozích poměrů E_1/E_2 se zde opakují a zesilují. Poměr i_σ zde nabývá výrazných změn pro materiál 1 a rozhraní a pro materiál 2 pouze minimální. $\sigma_{\text{appl},c}^*$ pro materiálovou kombinaci vrubu $E_1/E_2 = 0,5$ můžeme zpozorovat další nárůst napětí pro malé úhly α a naopak pokles pro velké úhly α při směru zatížení $\beta = 90^\circ$. Celkově se toto chování pomalu přibližuje chování homogenního vrubu, poněvadž u homogenních vrubů při směru zatížení $\beta = 90^\circ$ nabývají hodnoty $\sigma_{\text{appl},c}^*$ největších hodnot pro dané úhly otevření vrubu α . Chování, které zde můžeme pozorovat v závislosti na změně poměru modulů pružnosti E_1/E_2 v rozsahu od 0,1 do 0,5, se dá chápat jako postupný přechod mezi bi-materiálovým chováním vrubu do chování homogenních vrubů. Kde až na výjimky iniciace trhliny nastává převážně ze středu tělesa.



Obr. 52) Vývoj napětí $\sigma_{appl,c}^*$ v závislosti na β (a) a α (b) s materiálovou kombinací vrubu $E_1/E_2 = 0,5$

6.4. Numerická studie vlivu tloušťky T (bi-materiálový vrub Epoxid / Hliník)

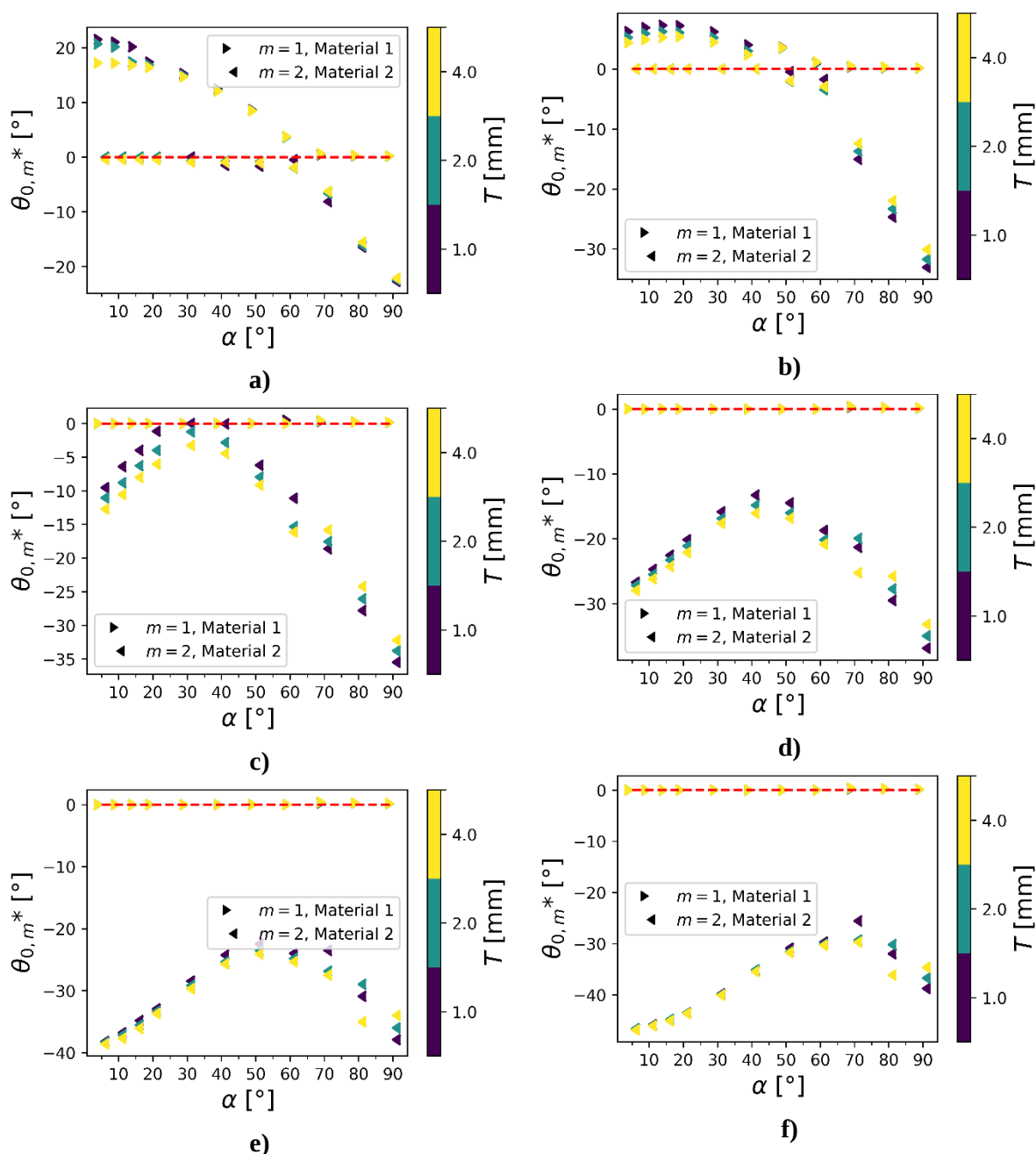
Pro posouzení vlivu tloušťky bi-materiálového tělesa byla zvolena materiálová kombinace Epoxid/Hliník. Materiálové vlastnosti modulů pružnosti jsou pro epoxid 8GPa a hliník 70GPa. Poissonův poměr obou materiálů byl zvolen 0,3. Poměr modulů pružnosti je tedy při této materiálové konfiguraci $E_1/E_2 = 0,11$. Pro zjednodušení interpretace výsledků a posouzení vlivu tloušťky byla lomová houževnatost K_{IC}^* uvažovaná 1 MPa·m^{1/2}. Průměrovací parametry d a d_z zde byly pro tento případ voleny 0,1 mm.

Těleso bylo zatěžováno ve směrech zatížení $\beta = 0^\circ, 18^\circ, 36^\circ, 54^\circ, 72^\circ$ a 90° aplikovaným napětím $\sigma_{appl} = 10$ MPa. V dolní části pozorovaného vzorku byla aplikovaná okrajová podmínka posuvů, zamezující pohyb tělesa ve směru osy x a y (viz. Obr. 24).

Pomocí MTS-kritéria byly zjištěny směry iniciace trhliny θ_0 a jim odpovídající střední hodnoty tangenciálních napětí. Dále byly počítány hodnoty kritického aplikovaného napětí $\sigma_{appl,c,m}^*$ pro materiál m rovno 1, 2 a pro rozhraní, kde m je rovno 0. Ty byly průměrovány přes vzdálenost d_z , aby byl zachycen vliv volného povrchu pomocí jedné hodnoty kritického aplikovaného napětí. Výsledné hodnoty $\sigma_{appl,c,m}^*$ pro střed tělesa ($z/t = 0$) a volný povrch ($z/t = 1$) byly porovnávány poměrem aplikovaných napětí a byl počítán jejich poměr i_σ , který pomáhá určit vliv volného povrchu na iniciaci trhliny.

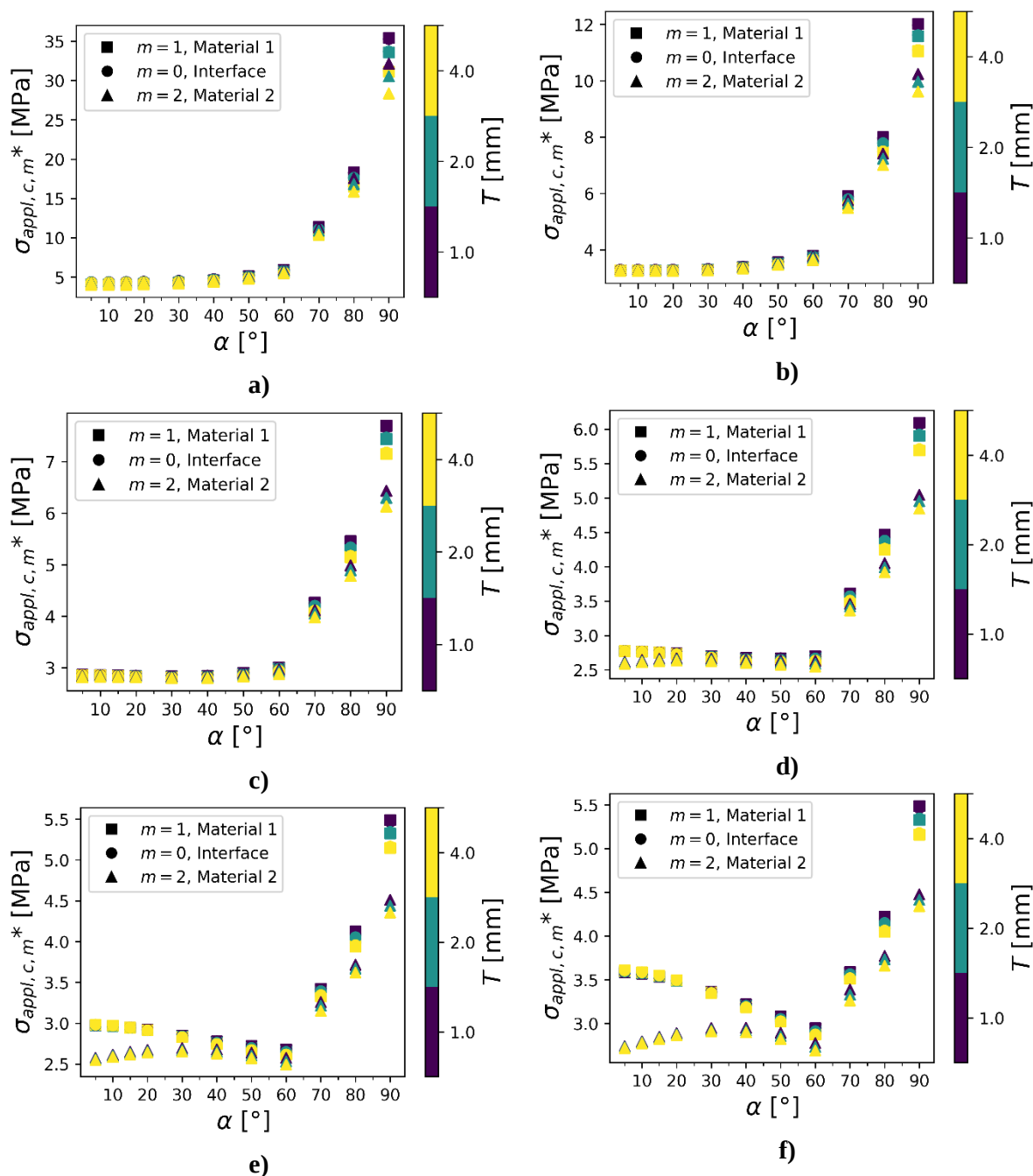
Směry iniciace trhliny pro materiálovou kombinaci Epoxid/Hliník jsou podobné materiálové kombinaci s poměrem $E_1/E_2 = 0,1$, která byla podrobně studovaná v předchozí části. Vzhledem k tomu, že poměr E-modulu poměru materiálů Epoxid/Hliník E_1/E_2 je roven hodnotě 0,11, která je

velice blízko poměru E_1/E_2 je roven 0,1, jsou výsledky pro poměr $E_1/E_2 = 0,11$ takřka stejné. Zaměříme-li se na směry iniciace trhliny, zjistíme, že průběhy napětí indikují ve směrech zatížení $\beta \leq 36^\circ$ dvě maxima směru iniciace trhliny, tedy jak do materiálu 1, tak do materiálu 2. Při zatížení $\beta \geq 54^\circ$ se pak objevuje pouze jedno maximum, a to pouze do materiálu 2, uvážíme-li reálné hodnoty lomových houževnatostí a materiál 1 bude např. epoxidová pryskyřice a materiál 2 bude hliník, je nepravděpodobné, že by se trhlina iniciovala za těchto podmínek do materiálu 2. Vliv změny tloušťky je zde patrný při všech směrech β . Není však tak výrazný a jedná se o rozdíl pouze v jednotkách stupňů. Obr. 53 znázorňuje rozložení směrů iniciace trhliny v závislosti na úhlu otevření vrubu α , tloušťce T a směru zatížení β . Z tohoto chování je patrné, že tloušťka materiálu má vliv na směr iniciace trhliny, jak se však dalo očekávat, projevuje se zde intenzivněji závislost na směru zatížení β resp. také na úhlu otevření vrubu α . Nárůst tloušťky vzorku má v porovnání s ostatními parametry menší vliv na směr iniciace trhliny.



Obr. 53) Směry iniciace trhliny θ_0 v závislosti na α a T pro β a) 0° , b) 18° , c) 36° , d) 54° , e) 72° , f) 90°

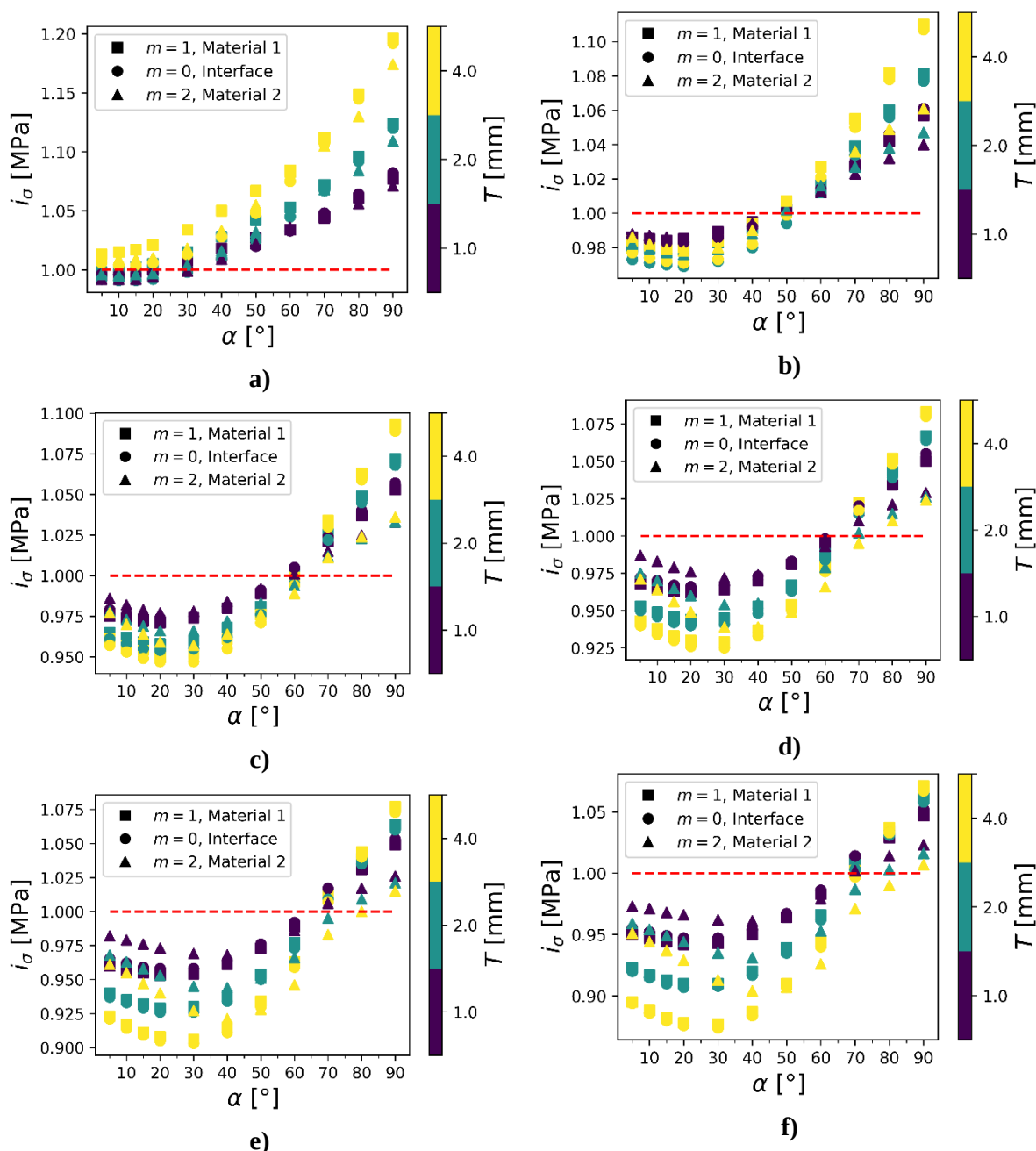
Z grafů kritických aplikovaných napětí (Obr. 54) je patrné, že s rostoucí tloušťkou klesá velikost kritického aplikovaného napětí, což odpovídá poklesu celkové odolnosti analyzovaného vzorku vůči porušení lomem. Toto chování je nejvýraznější u úhlů otevření vrubu $\alpha > 60^\circ$. Vliv tloušťky se u úhlů s otevřením $\alpha < 30^\circ$ víceméně nemění. Nejkritičtější je zde varianta vrubu s tloušťkou $T = 4$ mm a nejméně kritická je zde varianta s tloušťkou $T = 1$ mm.



Obr. 54) Kritické hodnoty aplikovaných napětí $\sigma_{appl,c,m}^*$, v závislosti na α a T pro β a) 0° , b) 18° , c) 36° , d) 54° , e) 72° , f) 90°

Chování vrubu s poměrem $E_1/E_2 = 0,11$ je téměř totožné s chováním vrubu s poměrem E-modulu $E_1/E_2 = 0,1$. Při změně směru zatížení $\beta \geq 54^\circ$ dochází ke vzniku výrazných rozdílů mezi aplikovanými napětími a mezi materiálem $m = 2$ a materiály $m = 0$ a 1 , ale pouze do úhlu $\alpha = 60^\circ$, to však nemění nic na tom, že vliv tloušťky materiálu se výrazněji projevuje až od úhlu otevření $\alpha > 60^\circ$, a to pro všechny úhly β .

Zaměříme-li se na poměr aplikovaných napětí i_σ (Obr. 55), zjistíme, že změna tloušťky materiálu má taktéž vliv na místo iniciace po tloušťce tělesa a ovlivňuje, zdali k iniciaci trhliny dojde uprostřed tělesa ($z/t = 0$), což je indikováno poměrem i_σ menším než 1, nebo z volného povrchu ($z/t = 1$), což ukazuje poměr i_σ větší než 1. Poměr aplikovaných napětí i_σ , stejně tak jak směry iniciace θ_0 a hodnoty aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$, jsou pro materiálovou kombinaci epoxid a hliník ($E_1/E_2 = 0,11$) opět velmi podobná případu bi-materiálového vrubu s poměrem E-modulů $E_1/E_2 = 0,1$.



Obr. 55) Výsledné hodnoty i_σ v závislosti na α a T pro β a) 0° , b) 18° , c) 36° , d) 54° , e) 72° , f) 90°

V závislosti na úhlu otevření vrubu α dochází k přesunu směru iniciace trhliny do středu vzorku, respektive k volnému povrchu, a to v celém rozsahu zatěžovacích směrů β . Místo, kdy dojde k překlopení tohoto trendu (Příčný úhel α), je však závislé na směru zatížení tělesa β . Pro $T = 1\text{ mm}$ a úhel $\beta = 0^\circ$ se dostaví přesun iniciace ze středu na volný povrch při úhlu $\alpha = 40^\circ$ v případě materiálu 2. U vrubu s $T = 4\text{ mm}$ k iniciaci dochází u všech materiálových oblastí a úhlů α na povrchu. Pro úhel $\beta = 90^\circ$ se iniciace na povrchu poprvé projeví u úhlu $\alpha = 70^\circ$. Celkové výsledky jsou zpracované v Tab. 11, kde bílá pole reprezentují konfigurace bi-materiálového vrubu, u kterých je předpoklad iniciace

trhliny ze středu tělesa a kde červená pole indikují iniciaci trhliny z volného povrchu. Tyto indikační hodnoty jsou celkově závislé na volbě materiálu pro danou materiálovou oblast, abychom byli schopni říct, zda daný poměr kritických aplikovaných napětí významně ovlivňuje místo iniciace trhliny (ze středu, resp. z volného povrchu vzorku). Teprve použitím lomové houževnatosti každé oblasti (materiálu 1, 2, resp. rozhraní), můžeme správně určit, s jakou pravděpodobností dojde k iniciaci trhliny z volného povrchu, nebo ze středu tělesa. To se především týká výsledných hodnot i_σ , jejichž hodnoty se pohybují velice blízko hodnotě 1.

Jako příklad si představme konfiguraci vrubu $\alpha = 5^\circ$, $\beta = 0^\circ$ a $T=1\text{mm}$. Poměr napětí i_σ je zde 0,9948. Představme si, že výsledná hodnota kritického aplikovaného napětí na volném povrchu $\sigma_{\text{appl},c,m}^*(z/t=1)$ je 1MPa, což znamená, že hodnota kritického aplikovaného napětí uprostřed tělesa $\sigma_{\text{appl},c,m}^*(z/t=0)$ bude 0,9948 MPa. Tento rozdíl napětí je celkem nevýznamný a iniciace trhliny se bude očekávat v náhodném z libovolného bodu po celé délce čela vrubu. Představme si jinou situaci, u které nám díky vysoké hodnotě lomové houževnatosti nastane na volném povrchu hodnota napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*(z/t=1)$ rovna 100MPa. V tomto případě hodnota $\sigma_{\text{appl},c,m}^*(z/t=0)$ vychází 99,48 MPa. Rozdíl napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$ je stále relativně malý, ale podle okolností by mohl být rozhodující v tom, že k iniciaci trhliny dojde při této konfiguraci právě ze středu tělesa.

Jak již bylo zmiňováno v předchozí části pojednávající o vlivu směru zatížení na iniciaci trhliny z vrcholu bi-materiálového vrubu, i zde dochází vlivem úhlu β k rozdílům mezi hodnotami $i_{\sigma,1}$ pro materiál 1 a $i_{\sigma,2}$ pro materiál 2, respektive $i_{\sigma,0}$ pro rozhraní. V případě hodnot poměru i_σ , dochází s rostoucí tloušťkou T a rostoucím úhlem β k rozdílům mezi jednotlivými $i_{\sigma,m}$. Z předchozího víme, že směr zatížení β má vliv na napěťové poměry uprostřed a na volném povrchu tělesa, a proto větší úhly β ovlivňují napěťové podmínky blízko volného povrchu tak, že u velkých úhlů β dochází spíše k iniciaci trhliny ze středu tělesa spíše než z volného povrchu. Podíváme-li se na Tab. 11, můžeme vidět, že rostoucí tloušťka vzorku ovlivňuje poměry napětí uprostřed a na volném povrchu tělesa, avšak nárůst tloušťky vzorku není tak výrazný jako například změna směru zatížení β , resp. úhel otevření vrubu α .

Tab. 11) Poměry i_σ u pozorovaného bi-materiálového vrubu o tloušťce $T = 1, 2$ a 4 mm

α [°]	β [°]	Materiál $m = 1$			Rozhraní $m = 0$			Material $m = 2$		
		$T = 1\text{mm}$	$T = 2\text{mm}$	$T = 4\text{mm}$	$T = 1\text{mm}$	$T = 2\text{mm}$	$T = 4\text{mm}$	$T = 1\text{mm}$	$T = 2\text{mm}$	$T = 4\text{mm}$
5	0	0,9948	0,9979	1,0133	0,9961	0,9915	1,0058	0,9924	0,9964	1,0105
5	18	0,9856	0,9802	0,9840	0,9858	0,9734	0,9773	0,9884	0,9817	0,9860
5	36	0,9751	0,9648	0,9614	0,9786	0,9608	0,9575	0,9860	0,9780	0,9771
5	54	0,9678	0,9528	0,9430	0,9722	0,9496	0,9399	0,9866	0,9755	0,9708
5	72	0,9603	0,9401	0,9231	0,9652	0,9373	0,9207	0,9819	0,9683	0,9614
5	90	0,9503	0,9225	0,8954	0,9555	0,9203	0,8938	0,9725	0,9591	0,9512
10	0	0,9960	0,9993	1,0146	0,9956	0,9907	1,0044	0,9920	0,9955	1,0090
10	18	0,9847	0,9785	0,9813	0,9842	0,9711	0,9739	0,9867	0,9788	0,9819
10	36	0,9732	0,9617	0,9570	0,9764	0,9575	0,9528	0,9824	0,9728	0,9701
10	54	0,9653	0,9489	0,9375	0,9695	0,9456	0,9343	0,9830	0,9702	0,9637
10	72	0,9572	0,9354	0,9167	0,9620	0,9326	0,9141	0,9791	0,9635	0,9546
10	90	0,9466	0,9171	0,8881	0,9518	0,9148	0,8864	0,9706	0,9543	0,9444
15	0	0,9980	1,0017	1,0173	0,9958	0,9908	1,0043	0,9924	0,9956	1,0089
15	18	0,9845	0,9779	0,9799	0,9833	0,9695	0,9715	0,9857	0,9770	0,9792
15	36	0,9718	0,9594	0,9535	0,9748	0,9550	0,9491	0,9793	0,9686	0,9639
15	54	0,9635	0,9458	0,9330	0,9674	0,9424	0,9296	0,9794	0,9649	0,9563
15	72	0,9549	0,9317	0,9113	0,9595	0,9288	0,9086	0,9761	0,9585	0,9473

15	90	0,9438	0,9128	0,8821	0,9489	0,9104	0,8801	0,9683	0,9491	0,9369
20	0	1,0007	1,0052	1,0214	0,9968	0,9921	1,0058	0,9937	0,9970	1,0104
20	18	0,9851	0,9783	0,9799	0,9832	0,9691	0,9705	0,9854	0,9764	0,9779
20	36	0,9714	0,9582	0,9514	0,9740	0,9536	0,9468	0,9772	0,9660	0,9595
20	54	0,9624	0,9439	0,9299	0,9662	0,9403	0,9264	0,9761	0,9599	0,9494
20	72	0,9535	0,9293	0,9075	0,9579	0,9262	0,9046	0,9731	0,9534	0,9398
20	90	0,9420	0,9100	0,8778	0,9469	0,9074	0,8756	0,9658	0,9437	0,9287
30	0	1,0083	1,0153	1,0336	1,0014	0,9984	1,0133	0,9993	1,0036	1,0181
30	18	0,9887	0,9828	0,9843	0,9856	0,9720	0,9730	0,9878	0,9792	0,9802
30	36	0,9735	0,9602	0,9522	0,9755	0,9550	0,9470	0,9782	0,9659	0,9574
30	54	0,9638	0,9448	0,9292	0,9670	0,9408	0,9253	0,9724	0,9537	0,9393
30	72	0,9545	0,9296	0,9061	0,9584	0,9262	0,9028	0,9686	0,9455	0,9267
30	90	0,9429	0,9105	0,8767	0,9473	0,9075	0,8741	0,9616	0,9346	0,9130
40	0	1,0179	1,0282	1,0496	1,0094	1,0096	1,0276	1,0088	1,0155	1,0332
40	18	0,9949	0,9911	0,9940	0,9918	0,9802	0,9824	0,9944	0,9876	0,9898
40	36	0,9795	0,9680	0,9606	0,9812	0,9624	0,9548	0,9840	0,9724	0,9638
40	54	0,9698	0,9525	0,9373	0,9727	0,9482	0,9328	0,9743	0,9553	0,9389
40	72	0,9609	0,9378	0,9147	0,9643	0,9340	0,9109	0,9682	0,9436	0,9213
40	90	0,9502	0,9201	0,8874	0,9541	0,9167	0,8842	0,9610	0,9312	0,9038
50	0	1,0273	1,0416	1,0672	1,0202	1,0253	1,0483	1,0218	1,0321	1,0552
50	18	1,0022	1,0016	1,0072	1,0016	0,9936	0,9985	1,0044	1,0024	1,0070
50	36	0,9891	0,9813	0,9764	0,9912	0,9760	0,9708	0,9918	0,9829	0,9757
50	54	0,9806	0,9671	0,9544	0,9833	0,9626	0,9497	0,9817	0,9646	0,9490
50	72	0,9728	0,9540	0,9340	0,9759	0,9499	0,9298	0,9741	0,9509	0,9280
50	90	0,9638	0,9389	0,9103	0,9672	0,9351	0,9065	0,9664	0,9371	0,9074
60	0	1,0343	1,0533	1,0842	1,0334	1,0446	1,0746	1,0365	1,0534	1,0832
60	18	1,0122	1,0169	1,0269	1,0145	1,0115	1,0210	1,0131	1,0161	1,0230
60	36	1,0024	0,9999	0,9995	1,0051	0,9951	0,9944	1,0009	0,9939	0,9892
60	54	0,9955	0,9880	0,9803	0,9984	0,9835	0,9755	0,9926	0,9787	0,9656
60	72	0,9894	0,9774	0,9632	0,9925	0,9732	0,9588	0,9857	0,9663	0,9461
60	90	0,9827	0,9658	0,9446	0,9860	0,9618	0,9404	0,9785	0,9534	0,9262
70	0	1,0453	1,0719	1,1121	1,0481	1,0670	1,1066	1,0439	1,0683	1,1045
70	18	1,0273	1,0387	1,0550	1,0305	1,0342	1,0501	1,0227	1,0269	1,0364
70	36	1,0207	1,0266	1,0342	1,0239	1,0223	1,0296	1,0146	1,0116	1,0109
70	54	1,0168	1,0192	1,0217	1,0201	1,0150	1,0171	1,0096	1,0022	0,9954
70	72	1,0135	1,0134	1,0116	1,0169	1,0092	1,0072	1,0056	0,9946	0,9831
70	90	1,0104	1,0076	1,0017	1,0138	1,0035	0,9974	1,0016	0,9871	0,9709
80	0	1,0606	1,0961	1,1492	1,0642	1,0919	1,1446	1,0559	1,0844	1,1302
80	18	1,0421	1,0597	1,0823	1,0459	1,0558	1,0780	1,0323	1,0378	1,0485
80	36	1,0366	1,0492	1,0629	1,0405	1,0453	1,0588	1,0248	1,0235	1,0239
80	54	1,0337	1,0433	1,0522	1,0375	1,0395	1,0482	1,0206	1,0153	1,0102
80	72	1,0314	1,0389	1,0442	1,0353	1,0351	1,0401	1,0173	1,0091	0,9999
80	90	1,0293	1,0348	1,0366	1,0331	1,0310	1,0326	1,0141	1,0033	0,9903

90	0	1,0773	1,1237	1,1962	1,0816	1,1199	1,1920	1,0707	1,1088	1,1740
90	18	1,0569	1,0809	1,1105	1,0613	1,0773	1,1066	1,0401	1,0473	1,0608
90	36	1,0526	1,0718	1,0925	1,0570	1,0682	1,0887	1,0327	1,0334	1,0364
90	54	1,0504	1,0673	1,0835	1,0548	1,0637	1,0797	1,0288	1,0262	1,0240
90	72	1,0489	1,0640	1,0771	1,0532	1,0605	1,0733	1,0259	1,0211	1,0153
90	90	1,0475	1,0612	1,0713	1,0519	1,0576	1,0675	1,0234	1,0164	1,0075

6.5. Konverze výsledků na reálné hodnoty lomové houževnatosti

V předchozí části byl počítán bi-materiálový vrub s materiálovou kombinací epoxid/hliník. Byly počítány hodnoty směru iniciace trhliny na základě MTS-kritéria a následně jednotlivé hodnoty kritického aplikovaného napětí za účelem jednoduššího pochopení chování tohoto bi-materiálového vrubu. Hodnota $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$ byla v předchozí kapitole počítána pro lomovou houževnatost $K_{\text{IC},m}^* = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$, abychom navázali na sérii výpočtů vlivu poměru E-modulu, respektive vlivu směru zatížení a hladiny $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$ byli ekvivalentní a porovnatelné k ostatním výsledkům. V této části se zaměříme na finální výpočtový krok, popisující reálné chování bi-materiálového vrubu za použití vypočtených reálných kritických aplikovaných napětí aplikováním vztahu (43) na základě reálných hodnot lomových houževnatostí příslušné oblasti. Tím zjistíme, v jaké oblasti (materiál 1, materiál 2, rozhraní) se trhlina bude iniciovat.

Tab. 12 nám dává přehled materiálových vlastností materiálu $m = 1$ a 2, kde materiál 1 je epoxid a materiál 2 hliník, a taktéž nám udává lomovou houževnatost pro rozhraní $m = 0$. Rozhraní může být ve skutečnosti chápáno jako tenká vrstva lepidla, nebo také spojení dvou materiálů, například při odlévání elektrických transformátorů, kde proudovodná část, skládána z hliníku nebo mědi, je zalévána izolačním epoxidem. MKP simulace prezentovaná v této práci uvažuje ideální adhezi na rozhraní dvou materiálů. Nicméně napětí, která nám na rozhraní vznikají, můžeme dále vyhodnocovat. Tento přístup nám dá informaci, jakým způsobem může dojít k porušení tělesa a co může být nejslabší článek v celém pevnostním řetězci.

Tab. 12 Materiálové vlastnosti zkoumaného bi-materiálového vrubu

Materiál	m	E_m	μ_m	$K_{\text{IC},m}$
Epoxidová pryskyřice [75]	1	8 GPa	0,3	$2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$
Rozhraní	0	n/a	n/a	$1,8 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$
Hliník [75]	2	70 GPa	0,3	$10 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$

Výsledky přepočtu na reálné hodnoty kritického aplikovaného napětí jsou zaneseny v Tab. 13. Lomová houževnatost materiálu 2 (hliník) je oproti materiálu 1 (epoxid) respektive z rozhraní výrazně větší. Barevné schéma popisuje rozvoj kritických aplikovaných napětí dané materiálové oblasti (materiál 1 – epoxidová pryskyřice, materiál 2 – hliník, rozhraní) v závislosti na úhlu otevření vrubu α , směru zatížení β a tloušťce vzorku T . Barevný přechod nám ukazuje rozvoj hodnot kritických aplikovaných napětí od nejnižších hodnot (modrá barva) po nejvyšší hodnoty (červená barva), a to pro každou materiálovou oblast zvlášť. Je zde také patrné, jak moc dochází s rostoucí tloušťkou vzorku k poklesu, resp. nárůstu hodnot kritických aplikovaných napětí, tyto nárůsty nejsou vůbec výrazné a pohybují se do 5 %. Volba materiálu se projevuje na výsledných hodnotách kritických aplikovaných napětí, kde v případě materiálové kombinace dle Tab. 12 materiál 2 nepředstavuje výrazné riziko iniciace trhliny, a to z toho důvodu, že lomová houževnatost hliníku je několikanásobná oproti lomové houževnatosti epoxidové pryskyřice, resp. volené lomové houževnatosti rozhraní. Kritické jsou v tomto případě materiál 1 a rozhraní. Lomové houževnatosti materiálu 1 a rozhraní jsou si v našem případě velice blízké ($2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$ pro epoxid a $1,8 \text{ pro MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$ rozhraní). Výsledné hodnoty, které

vychází výpočtem, indikují iniciaci trhliny po rozhraní (delaminaci). Samozřejmě lomová houževnatost je materiálová charakteristika, u které při měření dochází k rozptylu hodnot a výsledné hodnoty jsou průměrovou hodnotou sady měření. Navíc závisí na vhodné volbě měřicí metody, která nám prozradí, jaké jsou správné materiálové charakteristiky [76] [77] [78] [79] [80]. Proto při malých rozdílech těchto materiálových vlastností, kde výsledné hodnoty aplikovaných napětí si jsou tak blízko, jak znázorněno v Tab. 13, nelze jednoznačně určit, zdali iniciace nastane opravdu na rozhraní, avšak že pravděpodobnost je velice vysoká.

Tab. 13) Výsledné hodnoty kritických aplikovaných napětí pozorovaného bi-materiálového vrubu, s uvážením reálných hodnot lomových houževnatostí

α [°]	β [°]	Materiál $m = 1$			Rozhraní $m = 0$			Material $m = 2$		
		T = 1mm	T = 2mm	T = 4mm	T = 1mm	T = 2mm	T = 4mm	T = 1mm	T = 2mm	T = 4mm
5	0	8,0803	8,0801	7,9871	7,8485	7,7965	7,7188	43,6026	43,3139	42,6843
5	18	6,5333	6,5186	6,5135	5,9149	5,8911	5,8786	32,8604	32,7284	32,6587
5	36	5,7223	5,7094	5,7047	5,1500	5,1384	5,1342	28,4468	28,3038	28,1946
5	54	5,5480	5,5438	5,5455	4,9932	4,9894	4,9909	26,1616	25,9938	25,8550
5	72	5,9493	5,9537	5,9628	5,3543	5,3583	5,3665	25,7323	25,5901	25,4626
5	90	7,1694	7,1891	7,2109	6,4525	6,4702	6,4898	27,3917	27,2935	27,1907
10	0	8,1234	8,1185	8,0084	7,8661	7,8105	7,7395	43,7005	43,3916	42,8011
10	18	6,5280	6,5109	6,5040	5,9168	5,8904	5,8752	32,8713	32,7243	32,6400
10	36	5,7173	5,7012	5,6945	5,1456	5,1311	5,1250	28,5107	28,3712	28,2702
10	54	5,5376	5,5299	5,5299	4,9838	4,9769	4,9769	26,4233	26,2473	26,1086
10	72	5,9316	5,9322	5,9395	5,3384	5,3390	5,3456	26,1463	25,9913	25,8614
10	90	7,1383	7,1527	7,1730	6,4245	6,4374	6,4557	27,9566	27,8465	27,7438
15	0	8,1935	8,1690	8,0441	7,8942	7,8348	7,7600	43,8567	43,5265	42,9153
15	18	6,5229	6,5027	6,4923	5,9163	5,8863	5,8680	32,8686	32,7015	32,6000
15	36	5,7030	5,6831	5,6736	5,1327	5,1148	5,1063	28,4918	28,3529	28,2567
15	54	5,5125	5,5008	5,4981	4,9613	4,9507	4,9483	26,5920	26,4067	26,2711
15	72	5,8924	5,8882	5,8926	5,3031	5,2994	5,3033	26,4849	26,3158	26,1850
15	90	7,0722	7,0797	7,0964	6,3650	6,3717	6,3868	28,4714	28,3449	28,2427
20	0	8,2978	8,2440	8,1057	7,9466	7,8829	7,7923	44,1479	43,7941	43,0933
20	18	6,5282	6,5038	6,4894	5,9212	5,8875	5,8658	32,8957	32,7082	32,5880
20	36	5,6864	5,6624	5,6493	5,1177	5,0961	5,0844	28,4288	28,2878	28,1898
20	54	5,4792	5,4629	5,4567	4,9313	4,9166	4,9111	26,6726	26,4761	26,3380
20	72	5,8380	5,8280	5,8284	5,2542	5,2452	5,2456	26,7289	26,5419	26,4067
20	90	6,9782	6,9776	6,9889	6,2804	6,2798	6,2900	28,9069	28,7581	28,6500
30	0	8,6009	8,5107	8,3338	8,1470	8,0862	7,9222	45,3266	44,7605	43,8048
30	18	6,5889	6,5537	6,5262	5,9655	5,9237	5,8918	33,1416	32,9092	32,7324
30	36	5,6608	5,6274	5,6039	5,0947	5,0647	5,0435	28,3038	28,1350	28,0037
30	54	5,4011	5,3742	5,3571	4,8610	4,8368	4,8214	26,6272	26,3999	26,2348
30	72	5,6975	5,6745	5,6618	5,1278	5,1070	5,0956	26,9305	26,6966	26,5295
30	90	6,7247	6,7055	6,6987	6,0522	6,0349	6,0288	29,4769	29,2640	29,1167
40	0	9,1753	9,0322	8,7959	8,5348	8,4510	8,2297	47,4451	46,6772	45,4732
40	18	6,7706	6,7210	6,6753	6,1083	6,0571	6,0124	33,9352	33,6504	33,4025
40	36	5,6888	5,6451	5,6080	5,1199	5,0806	5,0472	28,4441	28,2137	28,0083
40	54	5,3469	5,3088	5,2775	4,8122	4,7779	4,7498	26,4769	26,2065	25,9880

40	72	5,5571	5,5204	5,4915	5,0014	4,9683	4,9423	26,7834	26,4944	26,2737
40	90	6,4405	6,4023	6,3739	5,7965	5,7621	5,7365	29,5128	29,2190	29,0028
50	0	10,1594	9,9403	9,6157	9,2766	9,1377	8,8443	51,4592	50,4264	48,8171
50	18	7,0960	7,0313	6,9255	6,3904	6,3386	6,2776	35,4035	35,1289	34,6324
50	36	5,8015	5,7470	5,6939	5,2214	5,1723	5,1245	28,9413	28,6144	28,3058
50	54	5,3406	5,2912	5,2439	4,8065	4,7621	4,7195	26,3670	26,0338	25,7373
50	72	5,4407	5,3915	5,3447	4,8967	4,8523	4,8102	26,3724	26,0232	25,7274
50	90	6,1594	6,1045	6,0535	5,5434	5,4940	5,4482	28,9309	28,5534	28,2456
60	0	11,8096	11,4761	11,0171	10,6381	10,4140	10,0036	58,9266	57,3701	55,1269
60	18	7,5806	7,4639	7,3034	6,8076	6,7533	6,6110	37,6974	37,0910	36,3346
60	36	6,0094	5,9570	5,8856	5,3939	5,3613	5,2971	29,6675	29,2584	28,8325
60	54	5,3920	5,3317	5,2674	4,8528	4,7985	4,7407	26,2789	25,8725	25,4882
60	72	5,3548	5,2942	5,2301	4,8193	4,7648	4,7071	25,7341	25,3248	24,9469
60	90	5,8906	5,8233	5,7526	5,3016	5,2410	5,1773	27,7561	27,3117	26,9107
70	0	22,8126	22,0128	20,9441	20,4758	19,9033	18,9430	113,0131	108,9281	103,7501
70	18	11,7990	11,5290	11,1835	10,5866	10,4210	10,1118	57,5451	56,3546	54,8383
70	36	8,5198	8,3645	8,1746	7,6436	7,5599	7,3904	41,1426	40,5354	39,7983
70	54	7,2198	7,1091	6,9801	6,4768	6,4250	6,3101	34,6029	34,2231	33,6345
70	72	6,8457	6,7565	6,6589	6,1409	6,1060	6,0195	32,5767	32,1481	31,5187
70	90	7,1761	7,0993	7,0232	6,4370	6,4156	6,3319	33,8790	33,2905	32,6317
80	0	36,6603	35,0887	33,0098	32,8808	31,7009	29,8282	175,5833	168,2915	158,6698
80	18	15,9847	15,5101	14,9271	14,3343	14,0114	13,4871	74,1244	72,3244	70,0773
80	36	10,9035	10,6230	10,2954	9,7772	9,5963	9,3020	49,8614	48,9411	47,8426
80	54	8,9371	8,7273	8,4918	8,0137	7,8837	7,6724	40,5121	39,9015	39,2036
80	72	8,2565	8,0767	7,8824	7,4032	7,2959	7,1218	37,1586	36,6964	36,1918
80	90	8,4398	8,2697	8,0940	7,5674	7,4702	7,3129	37,7133	37,3382	36,6068
90	0	70,8310	67,1421	62,2290	63,4932	60,6345	56,2056	321,3138	305,2250	283,4558
90	18	24,0400	23,1600	22,1054	21,5471	20,9148	19,9652	102,3856	99,6603	96,1491
90	36	15,3841	14,8735	14,2907	13,7883	13,4315	12,9071	64,3177	62,9679	61,2910
90	54	12,1883	11,8054	11,3811	10,9240	10,6608	10,2791	50,4455	49,5372	48,4374
90	72	10,9818	10,6507	10,2931	9,8425	9,6181	9,2964	45,1142	44,3982	43,5549
90	90	10,9703	10,6514	10,3166	9,8320	9,6187	9,3177	44,7549	44,1307	43,4207

Jak se vyvíjí pravděpodobnost iniciace do materiálu 1 resp. rozhraní, je znázorněno v Tab. 14. Zde jsou počítány rozdíly napětí mezi aplikovaným kritickým napětím v materiálu 1 $\sigma_{\text{appl},c,1}$ a kritickým aplikovaným napětím na rozhraní $\sigma_{\text{appl},c,0}$ pro rozsah lomových houževnatostí $K_{\text{IC},0} = 1,85$ až $2,05 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$, za předpokladu, že lomová houževnatost materiálu 1 zůstává konstantní $K_{\text{IC},1} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$. V tabulce zobrazené pozitivní hodnoty (bílé pole) indikují iniciaci trhliny na rozhraní, poněvadž $\sigma_{\text{appl},c,0}$ nabývá menších hodnot než $\sigma_{\text{appl},c,1}$. Záporné hodnoty (červené pole) pak odpovídá iniciaci do materiálu 1, kde naopak kritická aplikovaná napětí v materiálu 1 je menší a tím pádem kritičtější na iniciaci trhliny.

V případě $K_{\text{IC},0} = 1,85 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$ dojde s velkou pravděpodobností k iniciaci trhliny na rozhraní, a to v celém rozsahu úhlů otevření vrubu α a směrů zatížení β . Opačný případ, kdy v celém rozsahu nastane s největší pravděpodobností iniciace trhliny do materiálu 1, nastane při $K_{\text{IC},0} = 2,05 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$. Mezi tímto rozsahem byly počítány i hodnoty $K_{\text{IC},0} = 1,9, 1,95$ a $2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$. Hodnoty 1,9 indikují iniciaci trhliny do materiálu 1 pouze u směrů zatížení $\beta = 0$ a 18° , a to v rozsahu úhlů $\alpha = 5$ až 30° , kde u $\alpha = 30^\circ$ a $\beta = 0^\circ$ nastane iniciace do materiálu 1 pouze u tloušťky vzorku $T = 2$ a 4 mm . U hodnoty

$K_{IC,0} = 1,95 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$ přibývá do oblastí iniciace trhliny do materiálu 1 položka $\alpha = 40^\circ$ a $\beta = 0^\circ$, pro všechny tloušťky T pozorovaného vzorku, jinak nedochází k zásadním změnám chování oproti $K_{IC,0} = 1,9 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$. K výraznější změně způsobující iniciaci trhliny do materiálu 1 nastává při $K_{IC,0} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$, zde dochází k iniciaci u směrů zatížení $\beta = 0$ a 18° , a to v rozsahu úhlů $\alpha = 5$ až 60° , přičemž u $\beta = 18^\circ$, $\alpha = 60^\circ$ pouze u $T = 2$ a 4 mm . $\alpha = 70$ až 90° registruje iniciaci trhliny v celém rozsahu β pro $T = 2$ a 4 mm . Tímto porovnáním je viditelný vliv materiálových vlastností na tvorbu trhliny na rozhraní dvou materiálů. Dále je z prezentovaných výsledků patrné, jak citlivé může být rozhraní dvou materiálů na přesnou hodnotu lomové houževnatosti pro danou oblast. Rozdíl mezi nejnížší a nejvyšší hodnotou lomové houževnatosti rozhraní je zde pouhých 10%, a to u relativně malých hodnot lomových houževnatostí analyzovaných oblastí (materiál 1 a rozhraní), taková odchylka v měření lomových houževnatostí může způsobit špatnou interpretaci výsledků a tím pádem nepřesnou předpověď lomového chování pozorovaného tělesa. Proto je potřeba věnovat hodnotám lomové houževnatosti, které si jsou tak podobné, větší pozornost.

Tab. 14) Přehled rozvoje iniciace trhliny do materiálu 1 a rozhraní, měnící se hodnotě $K_{IC,0}$

$\sigma_{appl,c,1} - \sigma_{appl,c,0} [\text{MPa}]$																
$K_{IC,1}$		$2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$														
$K_{IC,0}$		$1,85 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$			$1,9 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$			$1,95 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$			$2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$			$2,05 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$		
α [°]	β [°]	T [mm]			T [mm]			T [mm]			T [mm]			T [mm]		
		1	2	4	1	2	4	1	2	4	1	2	4	1	2	4
5	0	0,01	0,07	0,05	-0,20	-0,15	-0,16	-0,42	-0,37	-0,37	-0,64	-0,58	-0,59	-0,86	-0,80	-0,80
5	18	0,45	0,46	0,47	0,29	0,30	0,31	0,13	0,14	0,15	-0,04	-0,03	-0,02	-0,20	-0,19	-0,18
5	36	0,43	0,43	0,43	0,29	0,29	0,29	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
5	54	0,42	0,42	0,42	0,28	0,28	0,28	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
5	72	0,45	0,45	0,45	0,30	0,30	0,30	0,15	0,15	0,15	0,00	0,00	0,00	-0,15	-0,15	-0,15
5	90	0,54	0,54	0,54	0,36	0,36	0,36	0,18	0,18	0,18	0,00	0,00	0,00	-0,18	-0,18	-0,18
10	0	0,04	0,09	0,05	-0,18	-0,13	-0,16	-0,40	-0,34	-0,38	-0,62	-0,56	-0,59	-0,84	-0,78	-0,81
10	18	0,45	0,46	0,47	0,28	0,29	0,30	0,12	0,13	0,14	-0,05	-0,03	-0,02	-0,21	-0,20	-0,19
10	36	0,43	0,43	0,43	0,29	0,29	0,28	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
10	54	0,42	0,41	0,41	0,28	0,28	0,28	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
10	72	0,44	0,44	0,45	0,30	0,30	0,30	0,15	0,15	0,15	0,00	0,00	0,00	-0,15	-0,15	-0,15
10	90	0,54	0,54	0,54	0,36	0,36	0,36	0,18	0,18	0,18	0,00	0,00	0,00	-0,18	-0,18	-0,18
15	0	0,08	0,12	0,07	-0,14	-0,10	-0,15	-0,36	-0,32	-0,36	-0,58	-0,54	-0,58	-0,80	-0,75	-0,79
15	18	0,44	0,45	0,46	0,28	0,29	0,30	0,11	0,13	0,14	-0,05	-0,04	-0,03	-0,22	-0,20	-0,19
15	36	0,43	0,43	0,43	0,29	0,28	0,28	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
15	54	0,41	0,41	0,41	0,28	0,28	0,27	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
15	72	0,44	0,44	0,44	0,29	0,29	0,29	0,15	0,15	0,15	0,00	0,00	0,00	-0,15	-0,15	-0,15
15	90	0,53	0,53	0,53	0,35	0,35	0,35	0,18	0,18	0,18	0,00	0,00	0,00	-0,18	-0,18	-0,18
20	0	0,13	0,14	0,10	-0,09	-0,08	-0,12	-0,31	-0,30	-0,34	-0,53	-0,51	-0,55	-0,75	-0,73	-0,77
20	18	0,44	0,45	0,46	0,28	0,29	0,30	0,11	0,13	0,13	-0,05	-0,04	-0,03	-0,22	-0,20	-0,19
20	36	0,43	0,42	0,42	0,28	0,28	0,28	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
20	54	0,41	0,41	0,41	0,27	0,27	0,27	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
20	72	0,44	0,44	0,44	0,29	0,29	0,29	0,15	0,15	0,15	0,00	0,00	0,00	-0,15	-0,15	-0,15
20	90	0,52	0,52	0,52	0,35	0,35	0,35	0,17	0,17	0,17	0,00	0,00	0,00	-0,17	-0,17	-0,17
30	0	0,23	0,20	0,19	0,00	-0,02	-0,03	-0,23	-0,25	-0,25	-0,45	-0,47	-0,47	-0,68	-0,70	-0,69
30	18	0,46	0,47	0,47	0,29	0,30	0,31	0,13	0,14	0,14	-0,04	-0,03	-0,02	-0,21	-0,19	-0,18
30	36	0,42	0,42	0,42	0,28	0,28	0,28	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14

30	54	0,41	0,40	0,40	0,27	0,27	0,27	0,14	0,13	0,13	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,13	-0,13
30	72	0,43	0,43	0,42	0,28	0,28	0,28	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
30	90	0,50	0,50	0,50	0,34	0,34	0,33	0,17	0,17	0,17	0,00	0,00	0,00	-0,17	-0,17	-0,17
40	0	0,40	0,35	0,34	0,17	0,11	0,11	-0,07	-0,12	-0,12	-0,31	-0,36	-0,35	-0,54	-0,59	-0,58
40	18	0,49	0,50	0,50	0,32	0,33	0,33	0,15	0,16	0,16	-0,02	-0,01	-0,01	-0,19	-0,18	-0,17
40	36	0,43	0,42	0,42	0,28	0,28	0,28	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
40	54	0,40	0,40	0,40	0,27	0,27	0,26	0,13	0,13	0,13	0,00	0,00	0,00	-0,13	-0,13	-0,13
40	72	0,42	0,41	0,41	0,28	0,28	0,27	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,14	-0,14
40	90	0,48	0,48	0,48	0,32	0,32	0,32	0,16	0,16	0,16	0,00	0,00	0,00	-0,16	-0,16	-0,16
50	0	0,63	0,55	0,53	0,37	0,29	0,28	0,11	0,04	0,03	-0,15	-0,21	-0,21	-0,41	-0,47	-0,46
50	18	0,53	0,52	0,47	0,35	0,34	0,30	0,17	0,16	0,12	0,00	-0,01	-0,05	-0,18	-0,19	-0,22
50	36	0,44	0,43	0,43	0,29	0,29	0,28	0,15	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,15	-0,14	-0,14
50	54	0,40	0,40	0,39	0,27	0,26	0,26	0,13	0,13	0,13	0,00	0,00	0,00	-0,13	-0,13	-0,13
50	72	0,41	0,40	0,40	0,27	0,27	0,27	0,14	0,13	0,13	0,00	0,00	0,00	-0,14	-0,13	-0,13
50	90	0,46	0,46	0,45	0,31	0,31	0,30	0,15	0,15	0,15	0,00	0,00	0,00	-0,15	-0,15	-0,15
60	0	0,88	0,77	0,74	0,58	0,48	0,46	0,29	0,19	0,18	-0,01	-0,10	-0,10	-0,31	-0,38	-0,38
60	18	0,58	0,52	0,51	0,39	0,34	0,33	0,21	0,15	0,14	0,02	-0,04	-0,04	-0,17	-0,23	-0,23
60	36	0,47	0,45	0,44	0,32	0,30	0,29	0,17	0,15	0,15	0,02	0,00	0,00	-0,13	-0,15	-0,15
60	54	0,40	0,40	0,40	0,27	0,27	0,26	0,13	0,13	0,13	0,00	0,00	0,00	-0,13	-0,13	-0,13
60	72	0,40	0,40	0,39	0,27	0,26	0,26	0,13	0,13	0,13	0,00	0,00	0,00	-0,13	-0,13	-0,13
60	90	0,44	0,44	0,43	0,29	0,29	0,29	0,15	0,15	0,14	0,00	0,00	0,00	-0,15	-0,15	-0,14
70	0	1,77	1,56	1,47	1,20	1,00	0,95	0,63	0,45	0,42	0,06	-0,10	-0,10	-0,51	-0,65	-0,63
70	18	0,92	0,82	0,79	0,62	0,53	0,51	0,33	0,24	0,23	0,04	-0,05	-0,05	-0,26	-0,34	-0,33
70	36	0,66	0,59	0,58	0,45	0,38	0,37	0,24	0,17	0,17	0,03	-0,04	-0,04	-0,19	-0,25	-0,24
70	54	0,56	0,51	0,49	0,38	0,33	0,32	0,20	0,15	0,14	0,02	-0,03	-0,03	-0,16	-0,21	-0,21
70	72	0,53	0,48	0,47	0,36	0,31	0,31	0,19	0,14	0,14	0,02	-0,03	-0,03	-0,15	-0,20	-0,20
70	90	0,56	0,51	0,52	0,38	0,33	0,34	0,20	0,15	0,16	0,02	-0,03	-0,01	-0,15	-0,21	-0,19
80	0	2,87	2,51	2,35	1,95	1,63	1,52	1,04	0,75	0,70	0,13	-0,13	-0,13	-0,79	-1,02	-0,96
80	18	1,25	1,11	1,07	0,85	0,72	0,69	0,46	0,33	0,32	0,06	-0,06	-0,06	-0,34	-0,45	-0,43
80	36	0,85	0,76	0,73	0,58	0,49	0,48	0,31	0,23	0,22	0,04	-0,04	-0,04	-0,23	-0,31	-0,30
80	54	0,70	0,62	0,61	0,48	0,41	0,39	0,26	0,19	0,18	0,03	-0,03	-0,03	-0,19	-0,25	-0,25
80	72	0,65	0,58	0,56	0,44	0,38	0,36	0,24	0,17	0,17	0,03	-0,03	-0,03	-0,17	-0,23	-0,23
80	90	0,66	0,59	0,58	0,45	0,38	0,37	0,24	0,18	0,17	0,03	-0,03	-0,03	-0,18	-0,24	-0,23
90	0	5,57	4,82	4,46	3,81	3,14	2,90	2,05	1,45	1,34	0,28	-0,23	-0,22	-1,48	-1,91	-1,78
90	18	1,89	1,66	1,59	1,30	1,08	1,03	0,70	0,50	0,48	0,10	-0,08	-0,08	-0,50	-0,66	-0,63
90	36	1,21	1,07	1,03	0,83	0,70	0,67	0,45	0,32	0,31	0,06	-0,05	-0,05	-0,32	-0,42	-0,41
90	54	0,96	0,85	0,82	0,66	0,55	0,53	0,35	0,26	0,25	0,05	-0,04	-0,04	-0,25	-0,34	-0,33
90	72	0,87	0,77	0,74	0,59	0,50	0,48	0,32	0,23	0,22	0,05	-0,04	-0,04	-0,23	-0,30	-0,29
90	90	0,87	0,77	0,74	0,59	0,50	0,48	0,32	0,23	0,22	0,05	-0,04	-0,04	-0,23	-0,30	-0,30

Kombinaci materiál 1 (epoxydová pryskyřice), resp. rozhraní vůči materiálu 2 (hliník), nebylo v tomto počítaném případě nutné detailně analyzovat. Hodnota lomová houževnatost hliníku v námi zvolené materiálové konfiguraci má vůči epoxidu resp. rozhraní několikanásobně větší hodnotu. Jak je patrné z výsledků kritických aplikovaných napětí počítaných pro všechny tři materiálové oblasti (Tab. 13), oblast materiálu 2 nabývá oproti oblasti materiálu 1 resp. rozhraní několikanásobně vyšších

hodnot. Z toho plyne, že při statistické odchylce měření lomové houževnatosti 10%, nemůže dojít k iniciaci trhliny do materiálu 2..

7. Citlivostní analýzy

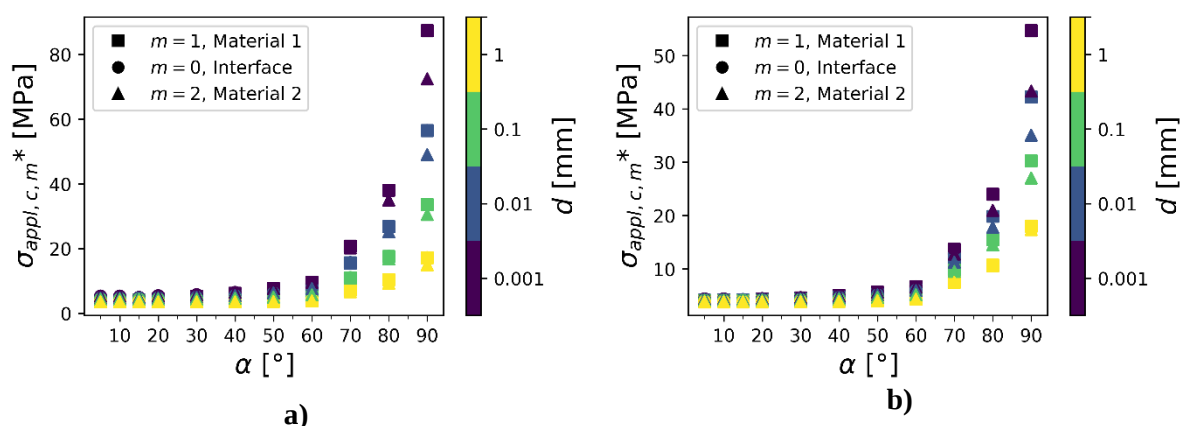
V rámci této práce pracujeme s průměrovacími vzdálenostmi d a d_z . Tyto průměrovací vzdálenosti mají přímý vliv na výsledné hodnoty směru iniciace trhliny θ_0 a kritické aplikované hodnoty napětí $\sigma_{appl,c}^*$. Vzdálenost d aplikujeme hned v prvním kroku, tedy při použití MTS kritéria, při výpočtu střední hodnoty tangenciálního napětí a následnému určení směru iniciace trhliny. Vzdálenost d_z pak následně používáme při posouzení vlivu volného povrchu z důvodu komplikovaných napěťových poměrů ve vrcholu vrubu v blízkosti volného povrchu.

7.1. Citlivostní analýza volby průměrovací vzdálenosti d

V předkládané práci jsou střední hodnoty tangenciálního napětí $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(\theta)$ počítány pro $d = 0,1$ mm, a to jak pro studii homogenního vrubu, tak pro studii bi-materiálového vrubu. V případě bi-materiálové studie byl parametr d volen 0,1 mm s ohledem na materiálovou kombinaci, nejčastěji používanou v elektrotechnických aplikacích, jako je epoxid/měď, epoxid/hliník, nebo kombinace mědi a hliníku často používaná při konstrukci přípojníc v proud vodné dráze, kde je použit drát s hliníkovým jádrem povlakování tenkou vrstvou mědi, navařováním. V případě aplikací ve stavebnictví můžeme volit větší hodnotu parametru d (hodnota 1 mm pro kombinaci kámen/beton). Ve stavebnictví se často používá beton vyztužený ocelovými dráty, pokud je tomu tak, lze použít i dvě hodnoty parametru d . Jednu pro oblast betonu s hodnotou 1 mm [81] [82] a druhou pro ocelovou výztuž s hodnotou 0,1mm [50] [51].

Vliv délkového parametru d na aplikované kritické napětí $\sigma_{appl,c}^*$ poměr i_σ a směr iniciace θ_0 je zobrazeno pro hodnoty d volené 0,001, 0,01 0,1 a 1mm, pokrývající typické hodnoty d materiálů, používaných v inženýrské praxi.

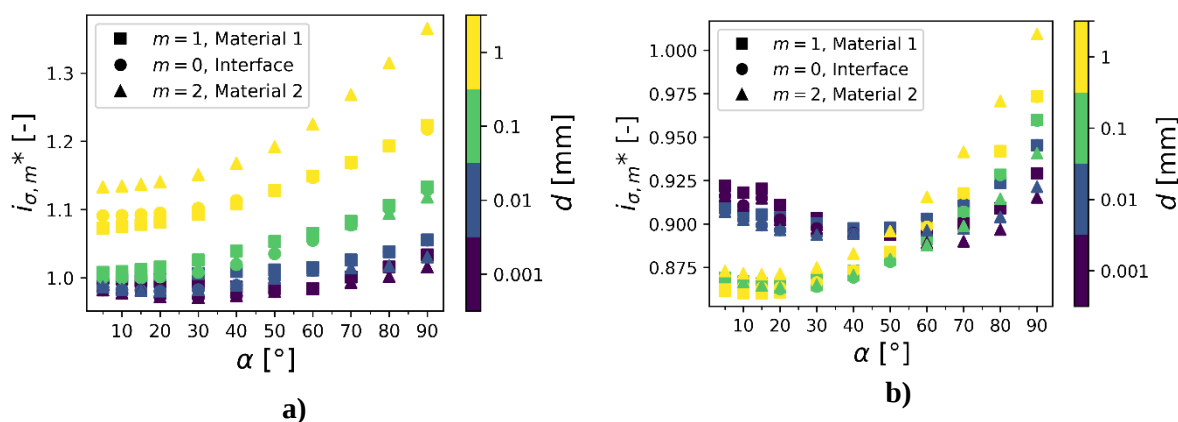
Vliv parametru d na $\sigma_{appl,c}^*$ je zobrazený na Obr. 56. Pro velké d nabývají hodnoty $\sigma_{appl,c}^*$ malých hodnot. Toto chování pozorujeme jak pro poměr E-modulu 0,1, tak pro 0,5. Pro hodnoty $\alpha > 40^\circ$ se hodnoty $\sigma_{appl,c}^*$ s měnícím se parametrem d pohybují poměrně blízko u sebe. Pro $\alpha > 40^\circ$ jsou hodnoty $\sigma_{appl,c}^*$ rozptýlené s měnícím se d .



Obr. 56) Kritické aplikované napětí $\sigma_{appl,c,m}^*$ a) $E_1/E_2 = 0.1$ b) $E_1/E_2 = 0.5$

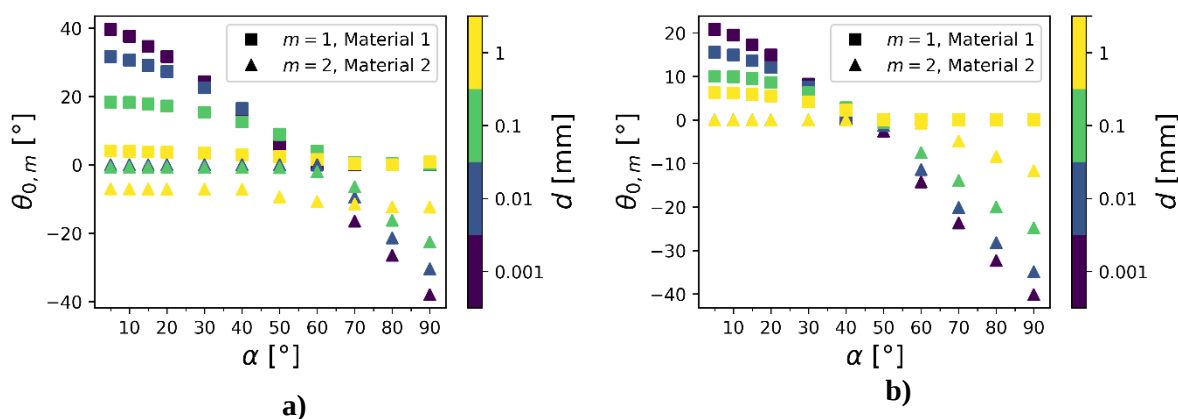
Obr. 57 nám popisuje silnou závislost i_σ na d , především výrazný rozdíl mezi $d = 1$ mm a ostatními. Dále je u $d = 1$ mm vidět velký rozptyl mezi hodnotami pro materiál 1, rozhraní a materiál 2, přičemž u ostatních hodnot ($d = 0,1, 0,01$ a $0,001$ mm) je tento rozptyl poměrně malý. Bylo očekávané, že závislost i_σ na d je významnější kvůli výraznějšímu poměru E-modulů ($E_1/E_2 = 0.1$). Zajímavější je chování závislosti i_σ na d u poměru E-modulu 0,5, kde je zaregistrovaná slabá závislost na d u úhlu α okolo 55° . To je způsobeno nesymetrickou geometrií a bi-materiálovým rozhraním. To však není z fyzikálního hlediska tak podstatné, poněvadž všechny hodnoty i_σ se zde pohybují pod hodnotou 1 (s

jednou výjimkou, a to $\alpha = 90^\circ$, $d = 1\text{mm}$), což znamená, že k iniciaci trhliny dojde v oblasti centrální hladiny, tedy ze středu tělesa. Je třeba se zde více zabývat případem s poměrem E-modulu 0,1, kde volba d může kvalitativně ovlivňovat výsledky bez ohledu na tom, zdali se trhlina má iniciovat ze středu tělesa, či z volného povrchu tělesa.



Obr. 57) Poměr napětí i_σ a) $E_1/E_2 = 0.1$ b) $E_1/E_2 = 0.5$

Je třeba si uvědomit, že jak kritická hodnota aplikovaného napětí je závislá na proměřovací vzdálenosti d , tak pozice maximálního tangenciálního napětí závisí na d . Obr. 58 nám zobrazuje vliv parametru d na směr iniciace trhliny θ_0 . Je zde vidět, že menší hodnoty d vedou k výraznějším odchylkám směru iniciace trhliny ve směru z rozhraní a naopak. Dále platí, že pro všechny α a $E_1/E_2 = 0,5$ existuje pouze jedno maximum tangenciálního napětí kde $\theta_0 \neq 0^\circ$. Maximum je orientováno do jednoho z materiálů $m = 1$ nebo 2 , přičemž do druhého materiálu je lokální maximum orientováno do $\theta_0 = 0^\circ$. To však neplatí pro $E_1/E_2 = 0,1$, kde se nacházejí dva směry iniciace, pro které platí $\theta_{0, m=1} \neq 0^\circ$ and $\theta_{0, m=2} \neq 0^\circ$.



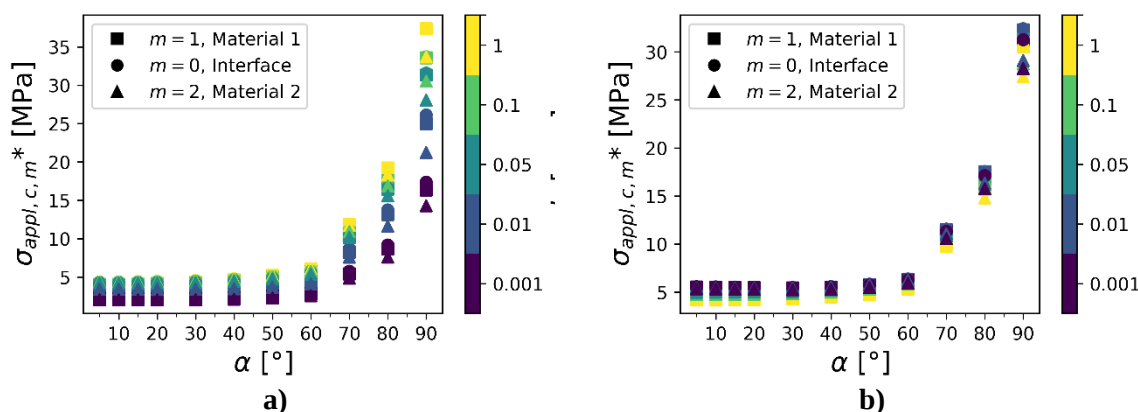
Obr. 58) Směry iniciace trhliny θ_0 pro a) $E_1/E_2 = 0.1$ b) $E_1/E_2 = 0.5$

7.2. Citlivostní analýza volby průměrovací vzdálenosti d_z

Hodnoty aplikovaných napětí $\sigma_{\text{appl}, c, m}^*$ počítaných u homogenních i bi-materiálových vrubů jsou závislé na volbě průměrovací vzdálenosti d_z .

Protože u 3D vrubů je pole napětí ovlivněno volným povrchem a je registrován výrazný nárůst hodnot tangenciálního napětí blízko u volného povrchu bi-materiálového vrubu, respektive pokles v případě homogenního vrubu, je třeba volit parametr d_z opatrně, s ohledem na očekávaný mechanismus porušení [50] [51]. Za statických iniciačních podmínek dochází k velkému nárůstu napětí na malé oblasti, která se pohybuje řádu setin mikrometrů. U cyklického zatěžování může velice malá oblast napěťových špiček způsobit lokální změnu v materiálových vlastnostech a vznik

mikrotrhlin, které koneckonců povedou k porušení. Proto se v této části budeme zabývat volbou průměrového parametru d_z a jeho výsledným vlivem na hodnoty kritických aplikovaných napětí.



Obr. 59) Výsledné $\sigma_{appl,c,m}^*$ pro materiál $m = 1$ a 2 a pro rozhraní $m = 0$ a) $E_1/E_2 = 0.1$ b) $E_1/E_2 = 0.5$

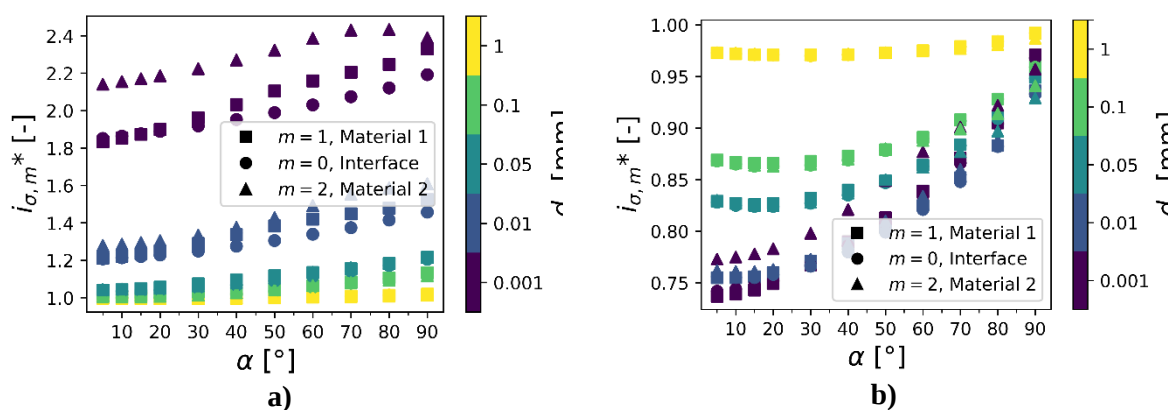
Výsledky aplikovaného napětí $\sigma_{appl,c}^*$, i_σ , a θ_0 pro $E_1/E_2 = 0.1$ a 0.5 , a měnící se $d_z = 1, 0.1, 0.05, 0.01$ and 0.001 mm byly analyzovány a porovnávány. Poměry $E_1/E_2 = 0.1$ a 0.5 byly voleny z důvodu výrazného rozdílu materiálových charakteristik.

Obr. 59 zobrazuje výsledky $\sigma_{appl,c,m}^*$ pro $E_1/E_2 = 0.1$ (levý graf) a 0.5 (pravý graf) pro celý rozsah studovaných úhlů otevření vrubu α . Je třeba si zde uvědomit, že lokální nárůst nebo pokles kritických aplikovaných napětí je inverzně proporcionální ke změnám průměrné hodnoty aplikovaného napětí viz. také rovnice (31). Zároveň lze pozorovat citlivost malých hodnot d_z na střední hodnotě tangenciálního napětí. Pro $E_1/E_2 = 0.1$ hodnota středního tangenciálního napětí v blízkosti volného povrchu narůstá (viz Obr. 32), proto je hodnota středního aplikovaného napětí $\sigma_{appl,c,m}^*$ menší pro malé d_z . V opačném případě, kde $E_1/E_2 = 0.5$, střední hodnota tangenciálního napětí ubývá od středu k volnému povrchu na hodnotě. To je také důvod, proč pro většinu úhlů α hodnoty $\sigma_{appl,c,m}^*$ narůstají pro malé d_z a naopak klesají pro velké d_z . Výjimkou jsou zde úhly α větší než 50° , u kterých je registrovaný lokální nárůst tangenciálních napětí blízko volného povrchu $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(z/t=1)$ (viz. Obr. 37 vpravo).

Pro $E_1/E_2 = 0.1$, rozptyl hodnot $\sigma_{appl,c,m}^*$, v závislosti na d_z narůstá s rostoucím α . To je způsobeno řádem singularity napětí u vrubů s menšími úhly α , který se liší od toho pro případ trhliny iniciujícího se z vrubů s většími úhly α . Ze stejného důvodu je rozptyl hodnot $\sigma_{appl,c,m}^*$ větší pro výraznější poměr modulů pružnosti jako například $E_1/E_2 = 0.1$. Dále je třeba zmínit, že hodnoty grafů na Obr. 59b představují výsledné kritické hodnoty, u kterých iniciace trhliny nastane ze středu tělesa ($z/t = 0$), kde hodnoty tangenciálního napětí jsou téměř konstantní a $\sigma_{appl,c,m}^*$ je téměř nezávislé na d_z .

Bavíme-li se o místě iniciace trhliny po tloušťce, tak pravděpodobnost ze středu či z volného povrchu je záležitostí diskuze a je odhaleno poměrem i_σ na Obr. 60. Ten vysvětluje, jak je lokální pokles $\sigma_{appl,c,m}^*$ způsobený lokálním nárůstem tangenciálního napětí blízko u volného povrchu $\overline{\sigma_{\theta\theta}}(z/t=1)$. Počítáme-li tedy s $d_z = 0.001$ mm, mluvíme o iniciaci trhliny s plochou kolem $1 \mu\text{m}$. Tato plocha obvykle nestačí k iniciaci křehkého lomu, nicméně v případě cyklického namáhání by tato plocha mohla být dostatečná k iniciaci mikrostrukturálních změn, které by mohli vést k tvorbě mikroskopických trhlin a následně ke vzniku makro trhliny. Vliv volby parametru d_z na místo iniciace trhliny je zřejmý z Obr. 60.

Poměr kritických aplikovaných napětí uprostřed a na volném povrchu je popsán vztahem (42) a popisuje měřítko převažující pravděpodobnosti iniciace trhliny uprostřed $z/t = 0$, nebo na volném povrchu $z/t = 1$. Speciální případ $i_\sigma = 1$ znamená stejnou pravděpodobnost iniciace trhliny jak ze středu tělesa, tak z volného povrchu.



Obr. 60) Výsledné i_{σ} pro materiál $m = 1$ a 2 a pro rozhraní $m = 0$ a) $E_1/E_2 = 0.1$ b) $E_1/E_2 = 0.5$

Hodnoty $i_{\sigma} < 1$ a $i_{\sigma} > 1$ určují místo iniciace trhliny ze středu, respektive z volného povrchu. Zatímco závislost hodnoty $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$ na d_z je poměrně malá, závislost i_{σ} je poměrně velká. Je patrné a zároveň očekávané, že volba malého d_z výrazně zvýší pravděpodobnost indikace iniciace trhliny z volného povrchu u tělesa s poměrem $E_1/E_2 = 0,1$ a zároveň indikace iniciace trhliny ze středu tělesa u tělesa s poměrem $E_1/E_2 = 0,5$. Například pro $E_1/E_2 = 0,1$, volbou $d_z = 0,01$ mm, získáme napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}^*$, která jsou ve středu tělesa 1,2 až 1,4 krát větší než na volném povrchu. Zvolíme-li $d_z = 0,001$ mm, hodnota $\sigma_{\text{appl},c,m}^*(z/t = 0)$ je až 2 krát větší než $\sigma_{\text{appl},c,m}^*(z/t = 1)$.

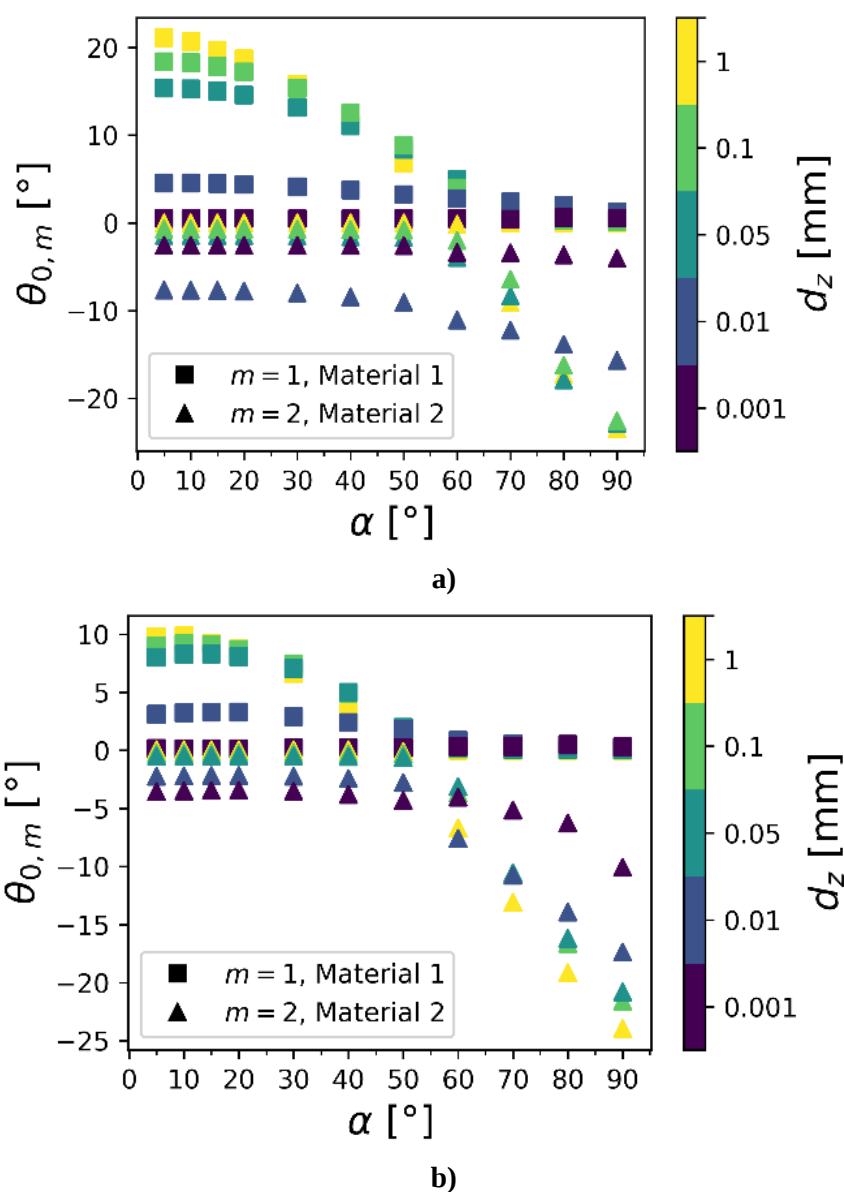
Tab. 15 Výsledné hodnoty místa iniciace trhliny i_{σ} pro $E_1/E_2 = 0,1$ v závislosti na d_z .

i_{σ} [-]	Iniciace trhliny v materiálu 1					Iniciace trhliny na rozhraní					Iniciace trhliny v materiálu 2				
	d_z [mm]					d_z [mm]					d_z [mm]				
α [°]	1	0.1	0.05	0.01	0.001	1	0.1	0.05	0.01	0.001	1	0.1	0.05	0.01	0.001
5	0,998	1,008	1,040	1,212	1,833	0,997	1,000	1,033	1,207	1,851	0,997	1,006	1,044	1,279	2,141
10	0,998	1,009	1,044	1,222	1,852	0,996	1,000	1,034	1,213	1,863	0,996	1,005	1,045	1,285	2,155
15	0,998	1,012	1,049	1,235	1,873	0,996	1,000	1,036	1,220	1,876	0,995	1,005	1,047	1,294	2,170
20	0,998	1,016	1,056	1,250	1,899	0,996	1,001	1,040	1,228	1,889	0,995	1,007	1,051	1,304	2,186
30	0,998	1,026	1,074	1,289	1,961	0,996	1,008	1,051	1,249	1,918	0,995	1,014	1,063	1,334	2,224
40	1,000	1,039	1,095	1,336	2,032	0,997	1,019	1,067	1,275	1,952	0,997	1,026	1,081	1,375	2,270
50	1,001	1,053	1,117	1,383	2,104	1,000	1,035	1,089	1,305	1,989	1,000	1,043	1,105	1,427	2,323
60	1,003	1,065	1,134	1,419	2,159	1,003	1,055	1,114	1,339	2,030	1,003	1,064	1,135	1,492	2,386
70	1,007	1,083	1,154	1,448	2,205	1,008	1,077	1,142	1,374	2,074	1,005	1,080	1,160	1,553	2,430
80	1,012	1,106	1,182	1,479	2,247	1,013	1,102	1,172	1,415	2,121	1,008	1,094	1,184	1,586	2,433
90	1,018	1,133	1,215	1,523	2,330	1,019	1,129	1,205	1,457	2,192	1,013	1,118	1,217	1,608	2,389

Obě tyto hodnoty indikují iniciaci trhliny na volném povrchu, avšak u $d_z = 0,001$ mm je pravděpodobnost vzniku trhliny na volném povrchu větší. Na Obr. 60 vlevo je vidět, že pouze u velkých hodnot d_z nastává iniciace ze středu tělesa, konkrétně u $d_z = 1$ mm a $\alpha \leq 40^\circ$ kde poměr $i_{\sigma} < 1$. Avšak nejnižší hodnota i_{σ} zde dosahuje hodnoty $i_{\sigma} = 0,996$ (viz. Tab. 15), což znamená, že zde je téměř stejná pravděpodobnost iniciace trhliny jak ze středu, tak z volného povrchu. Opačných výsledků dosáhneme u $E_1/E_2 = 0,5$, kde hlavní roli hrají velké hodnoty d_z . Pro $d_z < 0.1$ mm se hodnoty i_{σ} pohybují víceméně pod hranicí 0,95, což vede k iniciaci trhliny ze středu tělesa Obr. 60 vpravo. Pro $d_z = 1$ mm jsou hodnoty i_{σ} přibližně 1, z čehož plyne, že k iniciaci dojde s největší pravděpodobností najednou, po celé délce vrubu. Délkový parametr d_z hraje podobnou roli při určování směru možné iniciace trhliny θ_0 . Směr je určený pomocí kritéria maximálního tangenciálního napětí (MTS-kritéria).

Závislost θ_0 na d_z je zde zpracovaná pro $E_1/E_2 = 0,1$ a $0,5$, jako příklad popisující chování bi-materiálového vrubu s různými poměry E-modulu.

Obr. 61 ukazuje porovnání θ_0 pro d_z v rozsahu 0,001 až 1 mm. Stejně jako u poměru i_σ , tak i u θ_0 se projevuje výrazná závislost výsledků na volbě d_z . Je třeba tedy volit hodnotu d_z uvážene. V rámci této dizertační práce byla hodnota d_z volena 0,1 mm. Tato volba, stejně tak jako její sousedící hodnoty 0,05 a 1 mm, vede k výraznému globálnímu maximum v obou materiálech $m = 1$ a 2. Naopak volbou malých hodnot d_z v rozsahu 0,01 až 0,001 mm, jsou hodnoty θ_0 blízko rozhraní s indikací globálního a lokálního minima, kde platí $\theta_0 \neq 0$ (jedno v materiálu 1 a druhé v materiálu 2). Toto chování pro d_z v rozsahu 0,01 až 0,001 mm je způsobeno velkým gradientem tangenciálního napětí, který se v těchto rozsazích nachází v blízké vzdálenosti volného povrchu a rozhraní.



Obr. 61) Výsledné hodnoty θ_0 pro materiál $m = 1$ a 2 a) $E_1/E_2 = 0.1$ b) $E_1/E_2 = 0.5$

8. Shrnutí výsledků

V rámci studia vlivu volného povrchu na iniciaci trhliny z vrcholu obecného singulárního koncentrátoru napětí jsme se zabývali dvěma typy těchto koncentrátorů, homogenním V-vrubem a bi-materiálovým V-vrubem.

Za účelem tohoto studia byly koncentrátory modelovány v MKP software ANSYS jako 3D tělesa. Všechny materiálové a geometrické konfigurace byly počítány s tloušťkou $T = 1, 2$ a 4 mm. Taktéž byl posuzován vliv směru zatížení β a v případě bi-materiálových vrubů vliv poměru modulu pružnosti E_1/E_2 . Sít' v oblasti singulárního koncentrátoru byla pečlivě zjemněná, aby bylo dosaženo největší možné přesnosti výpočtu. Pro určení směru potenciální iniciace trhliny bylo využito MTS-kritéria. Z hodnot středního tangenciálního napětí, které působí ve zjištěném směru iniciace, se dále počítaly kritické hodnoty aplikovaného napětí.

Výsledky 3D studie homogenního V-vrubu byly porovnány s 2D řešením a byl zjištěn výrazný vliv volného povrchu na lomové chování tělesa s vrubem. 3D řešení dává v případě homogenních vrubů kvalitativně rozdílné výsledky než 2D řešení. Výpočtovým modelováním bylo zjištěno, že za předpokladu rovinné deformace se 2D výsledky od 3D výsledků zjišťovaných ze středu tělesa liší až o 15%. Za předpokladu stavu rovinné napjatosti se výsledky 2D simulace od výsledků 3D simulace na volném povrchu liší dokonce až o 45%. Proto můžeme říci, že pokud chceme určit životnost tělesa s vrubem přesně, je 3D výpočet nutností.

Studie vlivu směru zatížení na iniciaci trhliny prozradila, že zatížení pod náklonem ($\beta > 0^\circ$) je nebezpečnější než normálové zatížení ve směru $\beta = 0^\circ$. Je to z toho důvodu, protože zatížení pod náklonem způsobuje větší otevírací napětí ve vrcholu vrubu. Dále bylo zjištěno, že chování vrubu v blízkosti volného povrchu je velice nestandardní a u homogenních vrubů nastává výrazný pokles hodnot tangenciálního napětí v oblasti volného povrchu. To má za důsledek zvýšení odolnosti vůči tvorbě trhlin z volného povrchu a iniciaci trhlin ze středu (roviny symetrie) tělesa u většiny studovaných případů. Pro směry zatížení kolem $\beta = 90^\circ$ však může nastat iniciace trhliny z volného povrchu. U vzorků s větší tloušťkou ($T = 4\text{ mm}$) je tento efekt výraznější. Přiblížíme-li si situaci u vrubu s úhlem otevření $\alpha = 20^\circ$, můžeme říci, že u úhlů $\beta = 0^\circ$ až 54° je očekávaná iniciace trhliny ze středu studované tělesa. Kritické aplikované napětí v oblasti blízké volnému povrchu narůstá a tím pádem volný povrch funguje jako překážka k iniciaci trhliny. Ve směru $\beta = 72^\circ$ jsou kritická aplikovaná napětí po tloušťce téměř konstantní, takže se dá očekávat iniciace trhliny kdekoli po celé délce čela vrubu. Zatěžujeme-li těleso směrem $\beta = 90^\circ$, nízké hodnoty kritického aplikovaného napětí blízko volného povrchu vedou k pravděpodobné iniciaci trhliny v oblasti volného povrchu.

Při studiu bi-materiálových vrubů jsme se nejprve zabývali vlivem poměru modulu pružnosti na podmínky iniciace. Zjistili jsme, že v případě bi-materiálových vrubů hodnoty tangenciálního napětí ve směru iniciace trhliny registrují výrazný nárůst hodnot v oblasti volného povrchu. Tento nárůst má za následek pokles kritického aplikovaného napětí v dané oblasti. Pokles kritického aplikovaného napětí je velmi lokalizován a vzdálenost od volného povrchu (vzdálenost menší než $0,1$ mm) někdy nestačí k tomu, aby došlo k iniciaci trhliny z volného povrchu. Abychom byli schopni správně zaznamenat a objektivně porovnávat napjatost uprostřed a na volném povrchu, byla zavedena průměrná hodnota kritického aplikovaného napětí. Tato hodnota je počítána jako průměrná hodnota zjištěných kritických aplikovaných napětí přes vzdálenost d_z . Přesněji řečeno integrací mezi dvěma hladinami kolmými na osu z , a to hladinou volného povrchu a hladinou ve vzdálenosti d_z , která je paralelní s hladinou volného povrchu (index z představuje souřadnicovou osu identickou s čelem vrubu). Vliv průměrovací vzdálenosti d_z byl testovaný citlivostní analýzou. V rámci této práce byla volená vzdálenost $d_z = 0,1$ mm. Jsem přesvědčen, že parametr d_z může být volený stejně jako průměrovací vzdálenost d , používaná pro výpočet střední hodnoty tangenciálního napětí v rámci studia směrů iniciace trhliny MTS-kritériem. Je třeba zmínit, že citlivostní analýza byla taktéž provedena na parametru d , který byl v rámci této práce volen $d = 0,1$ mm. V rámci studia místa a směru iniciace trhliny byly počítány hodnoty kritických aplikovaných napětí podél čela vrubu. Vzhledem k charakteru kritických aplikovaných napětí a jejich střední hodnoty podél čela vrubu byly brány

v potaz pouze hodnoty ze středu a z volného povrchu. Nejpravděpodobnější místo iniciace odpovídá menší hodnotě $\sigma_{\text{appl,c}}$ zjištěné od střední hladiny ($z/t = 0$) a od volného povrchu ($z/t = 1$).

Z důvodu zjednodušení interpretace výsledků a jednotlivých vlivů na iniciaci trhliny bylo počítáno s jednotkovou lomovou charakteristikou $K_c = 1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Materiálový parametr K_c může být reprezentovaný lomovou houževnatostí K_{Ic} v případě statického zatěžování a křehkého lomu [12] [66], nebo prahovou hodnotou K_{Ith} , v případě dynamického zatěžování a únavového lomu [83] [13]. Konečná hodnota kritického aplikovaného napětí může být patřičně dopočítána podle požadované materiálové charakteristiky dle vztahu (37) respektive (43).

Ze série rozsáhlých numerických studií můžeme říci, že poměr modulů pružnosti E_1/E_2 , stejně tak, jako úhel otevření vrubu α hrají klíčovou roli pro výsledné pole napětí, a tudíž mají vliv na místo iniciace trhliny.

Pro bi-materiálové vruby s výrazným rozdílem E-modulů (E_1/E_2 od 0,1 do 0,3) je nárůst tangenciálních napětí v oblasti blízko volnému povrchu dostatečně velký k tomu, aby docházelo ke vzniku trhliny z volného povrchu. Jinak tomu je v případě malého rozdílu E-modulů, kde více nastávají případy iniciace trhliny ze středu tělesa. Například poměr E-modulů $E_1/E_2 = 0,5$ má takový charakter rozdělení napětí podél čela vrubu, který je podobný tomu v okolí homogenního vrubu. Iniciace trhliny je v tomto případě vždy očekávána ze středu tělesa.

Co se týče vlivu úhlu otevření vrubu α , můžeme říci, že větší úhly vedou k napětovým stavům náchylným k iniciaci trhliny spíše z volného povrchu než ze středu tělesa.

Za účelem zjištění místa iniciace po tloušťce byl uveden a počítán poměr i_σ . Tento poměr vyjadřuje nejen, kde se trhlina iniciuje, ale také dává informaci, jak moc se stav napjatosti ve středu tělesa liší od napětí u volného povrchu. Pro $i_\sigma > 1$ se iniciace trhliny očekává na povrchu tělesa, pro $i_\sigma < 1$ zase uprostřed pozorovaného vzorku. Hodnoty blízké 1 indikují podobný stav napjatosti uprostřed a na povrchu, a tím udávají stejnou pravděpodobnost iniciace trhliny na volném povrchu jako uprostřed tělesa. Z počítaných výsledků je patrné, že přesun z povrchové k centrální iniciaci trhliny reprezentuje celkem velký počet případů se skoro stejnou pravděpodobností iniciace trhliny po celé délce čela vrubu.

Studii vlivu směru zatížení u bi-materiálového vrubu bylo zjištěno, že s rostoucím úhlem β odolnost vrubu vůči iniciaci trhliny výrazně klesá. Je to zapříčiněno stejným nárůstem napětí na čele vrubu jako v případě homogenního vrubu. Při zatížení $\beta = 90^\circ$ nastává výrazný nárůst tangenciálních napětí. Na odvrácené straně vrubu vznikají tlaková napětí, která napětí v čele vrubu ještě zesilují.

Co se týče místa iniciace, s rostoucím úhlem β se iniciace trhliny u velké části vzorků přesouvá do středu tělesa. Když si vezmeme příklad na poměru E-modulů $E_1/E_2 = 0,1$, kde při zatížení ve směru $\beta = 0^\circ$ docházelo k pravděpodobné iniciaci trhliny z volného povrchu prakticky u všech úhlů α , tak u úhlu $\beta = 90^\circ$ dochází k iniciaci z volného povrchu pouze u velkých úhlů otevření vrubu α . Dalším příkladem jsou úhly $\alpha = 40^\circ$ a 50° , kde se iniciace z volného povrchu očekává kromě $\beta = 0^\circ$ také u úhlu $\beta = 18^\circ$. Zatěžujeme-li tyto úhly směrem $\beta > 18^\circ$, iniciace trhliny se bude očekávat ze středu tělesa. Úhel $\alpha = 60^\circ$ registruje iniciaci trhliny z volného povrchu navíc u směru $\beta = 36^\circ$. Pro úhly $\alpha > 60^\circ$ očekáváme iniciaci stále z volného povrchu, avšak hodnota i_σ se výrazně přibližuje hodnotě 1, tedy vzrůstá pravděpodobnost vzniku trhliny kdekoli po celé délce čela vrubu. Pro úhly $\alpha < 40^\circ$ zase naopak očekáváme iniciaci ze středu tělesa pro všechny β .

S rostoucím úhlem β dochází k ještě jinému jevu, a to k rostoucímu rozdílu mezi i_σ pro materiál 1 a materiál 2. Materiál 2 má tendenci pohybovat se kolem hodnoty 0,95 pro všechny poměry E-modulů, kdežto u materiálu 1 při poměru $E_1/E_2 = 0,5$ může hodnota i_σ v závislosti na rostoucím úhlu β klesnout z hodnoty 0,95 až na 0,6.

Podobné chování lze pozorovat při studiu vlivu tloušťky bi-materiálového vzorku. Zde byla počítána celá série výpočtů s poměrem modulů pružnosti $E_1/E_2 = 0,11$, který odpovídá poměru modulů pružnosti materiálů Epoxid/Hliník. Vliv tloušťky na chování bi-materiálového vrubu byl počítán s hodnotou lomové houževnatosti $1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$, poté byli hodnoty aplikovaných kritických napětí přepočítány na reálné hodnoty, aby bylo možné určit oblast, ve které se bude iniciovat trhlina. Bylo

zjištěno, že rozdíl i_σ mezi materiály 1 a 2 narůstá s rostoucí tloušťkou vzorku. Můžeme tedy tvrdit, že s rostoucí tuhostí vzorku přibývá pravděpodobnost iniciace trhliny ze středu tělesa.

Bylo také zjištěno, že s rostoucí tloušťkou vzorku, přibývá u těles s výrazným poměrem E-modulů pravděpodobnost iniciace trhliny z volného povrchu. Avšak o tom, Zda zjištěný poměr kritických aplikovaných napětí uprostřed a na volném povrchu i_σ je vypovídající o tom, jestli k iniciaci trhliny dojde z volného povrchu, nebo ze středu tělesa, rozhodne volba materiálu a jeho lomová houževnatost. Rozdíly napětí mohou být v rámci několika procent, tudíž při malých hodnotách lomových houževnatostí může být rozdíl mezi hodnotami $\sigma_{\text{appl},c,m}$ uprostřed a na povrchu tělesa zanedbatelný, protože absolutní hodnoty $\sigma_{\text{appl},c,m}$ budou velmi malé. Naopak u velkých hodnot lomových houževnatostí, může rozdíl napětí $\sigma_{\text{appl},c,m}$ uprostřed a na volném povrchu důležitý při rozhodování, zdali k iniciaci trhliny dosde z volného povrchu, nebo ze středu tělesa.

Pozorujeme-li kritické hodnoty kritického aplikovaného napětí obou typů vrubu, homogenního i bi-materiálového, můžeme konstatovat, že vlivem rostoucí tloušťky vzorku hodnoty kritického aplikovaného napětí klesají. U homogenních vrubů tento pokles není nijak výrazný, avšak u bi-materiálového vzorku s kombinací materiálů epoxid/hliník se u úhlů $\alpha > 60^\circ$ mohou projevit rozdíly až v řádu 1 až 2 MPa. Podle aplikace by takový rozdíl mohl mít vliv na chování konstrukce.

Bylo zjištěno, že analýza homogenních vrubů oproti bi-materiálovým je poněkud jednodušší, protože variabilita konfigurací přicházející s poměry E-modulů velice rychle narůstá, ale výpočtové postupy, které byly v této práci použité a uvedené jsou aplikovatelné na oboje typy vrubů. Nicméně komplexita výsledků, které sebou přináší analýza bi-materiálových vrubů je několikanásobně větší.

9. Závěr

V souladu s cíli této dizertační práce byly studovány 3D vlivy na podmínky iniciace trhliny z vrcholu OSKN v tělese s konečnou tloušťkou. Byl nalezen vhodný postup popisu napjatosti ve vrcholu OSKN využitím inženýrského přístupu pomocí porovnávání řídicí veličiny. Ten byl následně rozšířený pro účely aplikace na 3D tělesa. Byla uvedena střední hodnota kritického aplikovaného napětí, která slouží ke kvantifikování kritických aplikovaných napětí v těsné blízkosti volného povrchu, poněvadž napěťové stavy v blízkosti volného povrchu jsou velice komplikované. Byly provedeny citlivostní studie volby průměrovací délky d a d_z . Pro materiály použité v této práci vyplývá, že volba obou parametrů 0,1 mm je vhodná pro popis stavu napjatosti jak homogenních, tak bi-materiálových vrubů, řešených v rámci této práce.

Výpočtovým 3D modelem se podařilo popsat stav napjatosti po celé délce čela vrubu a tím pádem zachytit vliv volného povrchu na podmínky iniciace trhliny. Porovnáním 2D a 3D MKP simulace ostrého homogenního vrubu a při následné analýze výsledků bylo zjištěno, že 2D výpočtový model stavu rovinné deformace celkem dobře popisuje stav napjatosti na hladině symetrie 3D modelu (uprostřed tělesa), kde se stav rovinné deformace očekává. Hodnoty kritických aplikovaných napětí jsou však u 2D řešení o 5 až 15% vyšší, než hodnot kritického aplikovaného napětí získávaného z centrální roviny 3D tělesa. Následně byly porovnávány výsledky 2D výpočtu stavu rovinné napjatosti s výsledky 3D řešení na volném povrchu. Porovnáním těchto výsledků můžeme konstatovat, že 2D řešení stavu rovinné napjatosti není schopné popsat jevy odehrávající se na volném povrchu 3D tělesa a výsledné hodnoty kritických aplikovaných napětí se liší v řádu 20 až 100%. Výpočtové 3D modelování je v porovnání s 2D modelováním přesnější, protože dokáže přesněji popsat stav napjatosti po celé délce čela vrubu a zaznamenat vliv volného povrchu. Navíc 2D řešení dodává vyšší hodnoty kritických aplikovaných napětí než 3D řešení, takže se nedá říct, že by 2D řešení bylo v tomto případě konzervativní a bezpečné.

Posouzením vlivu volného povrchu u ostrých homogenních vrubů bylo zjištěno, že u většiny vrubů nastane iniciace trhliny ze středu tělesa. Kritická aplikovaná napětí uprostřed tělesa nabývají menších hodnot, než na volném povrchu. S rostoucí tloušťkou tělesa se kritická aplikovaná napětí uprostřed tělesa nemění, ale na volném povrchu tyto hodnoty v rozsahu úhlu β od 0 do 54° narůstají a v rozsahu od 72 do 90° klesají. S rostoucím úhlem β se také mění napěťové poměry uprostřed a na volném povrchu tělesa a hodnoty kritických aplikovaných napětí uprostřed a na volném povrchu se vzájemně přibližují. V rozsahu tlouštěk $T = 1$ mm a 2 mm pak při směru zatížení $\beta=90^\circ$ nastane iniciace z volného povrchu. U tloušťky 4mm může u úhlů otevření vrubu do 30° nastat iniciace trhliny z volného povrchu už od úhlu $\beta=72^\circ$ a více, poněvadž kritické aplikované napětí na volném povrchu je menší, než uprostřed tělesa. Z toho se dá vyvodit závěr, že u většiny ostrých homogenních vrubů bude volný povrch iniciaci trhliny brzdít. Změna směru zatížení ovlivňuje podmínky a místo iniciace trhliny. V závislosti na způsobu zatěžování tělesa, může správná volba tloušťky pozitivně ovlivnit pevnost konstruované součásti.

U bi-materiálových vrubů byla zjištěna největší závislost místa iniciace trhliny (uprostřed tělesa nebo na volném povrchu) na poměru modulů pružnosti. Iniciace z volného povrchu jsou pozorovány u poměrů E_1/E_2 od 0,1 do 0,3. U poměrů 0,4 a 0,5 je pozorována iniciace trhliny pouze ze středu součásti, resp. náhodně z libovolného bodu čela vrubu, pokud poměr kritických aplikovaných napětí je velice blízký hodnotě 1. Hodnoty kritických aplikovaných napětí s rostoucím poměrem E -modulů od hodnoty 0,1 do 0,5 klesají a to zejména u velkých úhlů otevření vrubu. Rozdíl mezi poměrem E_1/E_2 0,1 a 0,5 zde může být až 10%. U malých úhlů jsou rozdíly do 2%. S rostoucím úhlem β od 0 do 90° hodnoty kritických aplikovaných napětí převážně klesají, výjimky jsou poměry E_1/E_2 0,4 a 0,5, kde pro úhly otevření vrubu 5 až 40° naopak kritická aplikovaná napětí rostou. Změna tloušťky má také vliv na chování bi-materiálových vrubů. Nebudeme-li zohledňovat místo iniciace trhliny, můžeme říct, že až na výjimky s rostoucí tloušťkou klesá únosnost vzorku s vrubem a to zejména u úhlů otevření vrubu od 60° do 90°. U menších úhlů než 60° jsou rozdíly velice malé, téměř zanedbatelné.

U bi-materiálových vrubů je velice těžké nalézt opakující se vzor chování. Je potřeba zvážit základní vstupní parametry a podle toho se dá volit správná konfigurace vrubu. Jako vstupní parametry slouží působící zatížení a jeho směr. Konfigurační parametry jsou pak geometrie vrubu (úhel otevření vrubu a tloušťka tělesa), poměr materiálů a jejich materiálové vlastnosti (modul pružnosti, hodnota lomové houževnatosti). Tím se dá využít různorodosti vlastností bi-materiálových těles a využít jejich velký potenciál.

Výzkum ostrých vrubů s konečnou tloušťkou nabízí celou řadu neprobádaných oblastí, které je třeba prozkoumat. Příkladem může být vliv hodnoty Poissonova poměru, nebo vliv tepelného zatěžování a teplotní roztažnosti materiálu na podmínky iniciace. Všechny tyto oblasti v sobě skrývají plno neznámých, které je potřeba pochopit, abychom byli schopni využít potenciál jak homogenních tak bi-materiálových vrubů.

10. Publikační činnost

Článek v časopise s impakt faktorem:

3D assessment of surface influence on crack initiation in sharp notches under a mixed mode of loading
Klusák, J. , Kopp, D.
Theoretical and Applied Fracture Mechanics , 2021, 112, 102920

Článek na konferenci (evidovaný v databázi Scopus):

Bi-material notches under various normal-shear loading modes
Klusák, J , Kopp, D. , Profant, T.
Key Engineering Materials , 2014, 577-578, pp. 361–364

Abstrakt na konferenci:

The role of the surface in crack initiation in sharp and bi-material notches
Klusák, J , Kopp, D.
Book of Abstracts of 20th International Colloquium on Mechanical Fatigue of Metals, 2021,
Wroclaw
Poland

Článek na konferenci:

The role of the surface in crack initiation in sharp and bi-material notches
Klusák, J , Kopp, D.
Conference Proceedings of the ICMFM20 entitled "Structural Integrity and Fatigue Failure Analysis",
Springer Publishing, 2021

Článek zaslaný do časopisu s impakt faktorem:

3D analysis of the influence of Young's moduli ratio on a crack initiation at a front of bi-material notch
Kopp, D., Klusák, J.
International Journal of Solids and Structures
Zasláno dne 26-08-2021

11. Seznam použitých veličin a symbolů

V seznamu jsou uvedena označení a zkratky vyskytující se v celém textu. V případě že se v textu vyskytují některé další označení, vztahují se pouze k dané části a jejich význam je tamtéž vysvětlen.

α	[°]	
β	[°]	
d	[mm]	Průměrovací vzdálenost
d_z	[mm]	Průměrovací vzdálenost po tloušťce 3D tělesa
E	[GPa]	Modul pružnosti
f_{ij}	[-]	Tvarová funkce
σ_{ij}	[MPa]	Složka tenzoru napětí
$\sigma_{\theta\theta}$	[MPa]	Tangenciální napětí
$\overline{\sigma_{\theta\theta}}$	[MPa]	Střední hodnota tangenciálního napětí
σ_{appl}	[MPa]	Hodnota aplikovaného napětí
F_{appl}	[MPa]	Hodnota aplikované síly
$\sigma_{appl,c}$	[MPa]	Kritická hodnota aplikovaného napětí
$\sigma_{appl,c}^*$	[MPa]	Kritická hodnota aplikovaného napětí počítaná pro hodnotu lomové houževnatosti $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{-1/2}$
$F_{appl,c}$	[N]	Kritická hodnota aplikované síly
$\overline{\sigma_{appl,c}}$	[MPa]	Střední hodnota kritického aplikovaného napětí
$\overline{\sigma_{appl,c}^*}$	[MPa]	Střední hodnota kritického aplikovaného napětí počítaná pro hodnotu lomové houževnatosti $1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{-1/2}$
i_σ	[-]	Poměr kritických aplikovaných napětí uprostřed a na volném povrchu tělesa
FIN	[-]	Faktor intenzity napětí
θ	[°]	Polární souřadnice
r	[mm]	Polární souřadnice
θ_0	[°]	Úhel iniciace trhliny
Γ_{21}	[-]	Poměr zobecněných faktorů intenzity napětí
$K_{I,II,III}$	[MPa·m ^{-1/2}]	Faktor intenzity napětí pro jednotlivé módy namáhání I, II a III
K_{IC}	[MPa·m ^{-1/2}]	Kritická hodnota faktoru intenzity napětí (lomová houževnatost)
p_k	[-]	Exponent singularity napětí
H_k	[MPa·m ^{-p_k}]	Zobecněný faktor intenzity napětí
H_{kC}	[MPa·m ^{-p_k}]	Kritická hodnota zobecněného faktoru intenzity napětí
LELM	[-]	Lineární elastická lomová mechanika
MKP	[-]	Metoda konečných prvků
MTS	[-]	Kritérium maximálního tangenciálního napětí
OSKN	[-]	Obecný singulární koncentrátor napětí

12. Použitá literatura

- [1] COTTERELL, Brian. The past, present, and future of fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics*. 2002, **69**(5), 533-553. ISSN 0013-7944. Dostupné z: doi:10.1016/S0013-7944(01)00101-1
- [2] INGLIS, Charles Edward. Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners. *Royal Inst. of Naval Architects* [online]. 1913, **44**(3), 219–230 [cit. 2021-08-25]. Dostupné z: https://imechanica.org/files/1913%20Inglis%20Stress%20in%20a%20plate%20due%20to%20the%20presence%20of%20cracks%20and%20sharp%20corners_0.pdf
- [3] GRIFFITH, Arnold a Geoffrey TAYLOR. VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* [online]. Royal Society, 1997, (221), 163-198 [cit. 2021-08-25]. ISSN 2053-9258. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>
- [4] WESTERGAARD, H.M. Bearing pressures and cracks. *J. Applied Mechanics*. 1936, **6**(1), 49-53, 49-53 s.
- [5] WILLIAMS, M.L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *J. Appl. Mech.* 1952, **19**(1952), 526–528.
- [6] ERDOGAN, F. a G. SIH. On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear. *Journal of Basic Engineering*. 1963, **85**(4), 519-525. Dostupné z: doi:10.1115/1.3656897
- [7] ANDERSON, Ted L. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. 3. 6000 Broken Sound Parkway NW, Suite 300, Boca Raton: CRC Press, 2005, 630 s. ISBN 9781420058215.
- [8] CARPINTERI, A., P. CORNETTI, N. PUGNO, A. SAPORA a D. TAYLOR. A finite fracture mechanics approach to structures with sharp V-notches. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008, **75**(7), 1736-1752.
- [9] CORNETTI, P., A. SAPORA a A. CARPINTERI. Mode mixity and size effect in V-notched structures. *International Journal of Solids and Structures*. 2013, **50**(10), 1562-1582. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijsolstr.2013.01.026
- [10] KLUSÁK, Jan. *Lineární elastická lomová mechanika V-vrubu*. Brno, 2001. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Prof. RNDr. Zdeněk Knésl CSc.
- [11] DUNN, M.L., W. SUWITO a S. CUNNINGHAM. Fracture initiation at sharp notches: correlation using critical stress intensities. *International Journal of Solids and Structures*. 1997, **34**(29), 3873–3883.
- [12] SEWERYN, A. Brittle fracture criterion for structures with sharp notches. *Engineering Fracture Mechanics*. 1994, **47**(5), 673-681.
- [13] LAZZARIN, P. a P. LIVIERI. Notch stress intensity factors and fatigue strength of aluminium and steel welded joints. *International Journal of Fatigue*. 2001, **23**(3), 225-232.
- [14] FISCHER, C., W. FRICKE a C.M. RIZO. Review of the fatigue strength of welded joints based on the notch stress intensity factor and SED approaches. *Int. J. Fatigue*. 1991, **48**(1991), 59-66.
- [15] KNÉSL, Z. A criterion of V-notch stability. *Int. J. Fracture*. 1991, **48**(1991), 79-83.
- [16] WU, Z. a Y. LIU. Singular stress field near interface edge in orthotropic/isotropic bi-materials. *International Journal of solid and structures*. 2010, **47**(1), 2328-2335.
- [17] KOPP, Dalibor. *Stanovení podmínek porušení bi-materiálových vrubů při kombinovaném módu zatížení*. Brno, 2011, 62 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně: Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Doc. Ing. Jan Klusák, PhD.

- [18] KNĚSL, Zdeněk, Jan KLUSÁK a Luboš NÁHLÍK. Crack Initiation Criteria for Singular Stress Concentrations Part I: A Universal Assessment of Singular Stress Concentrations. *Engineering Mechanics* [online]. 2010a, **14**(6), 399-408 [cit. 2021-08-25]. ISSN 1802-1484. Dostupné z: http://www.im.fme.vutbr.cz/pdf/14_6_399.pdf
- [19] QIAN, Z.Q. a A.R. AKISANYA. Wedge corner stress behaviour of bonded dissimilar materials. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 1999, **32**(3), 209-222. ISSN 0167-8442. Dostupné z: doi:[https://doi.org/10.1016/S0167-8442\(99\)00041-5](https://doi.org/10.1016/S0167-8442(99)00041-5)
- [20] KLUSÁK, J. Reliability assessment of a bi-material notch: Strain energy density factor approach. *Theor. Appl. Fract. Mech.* 2010b, **52**(2), 89-93.
- [21] KLUSÁK, J., Z. KNĚSL a L. NÁHLÍK. Crack Initiation Criteria for Singular Stress Concentrations, Part II: Stability of Sharp and Bi-Material Notches. *Engineering Mechanics* [online]. 2010a, **14**(6), 409-422 [cit. 2021-08-25]. ISSN 1802-1484. Dostupné z: http://www.im.fme.vutbr.cz/pdf/14_6_409.pdf
- [22] CORNETTI, P., N. PUGNO, A. SAPORA a D. TAYLOR. Finite fracture mechanics: a coupled stress and energy failure criterion. *Engineering Fracture Mechanics*. 2006, **73**(14), 1736-1752.
- [23] NÁHLÍK, Luboš, Kněsl ZDENĚK a Klusák JAN. Crack Initiation Criteria for Singular Stress Concentrations. Part III: An Application to a Crack Touching a Bimaterial Interface. *Engineering Mechanics* [online]. 2010, **15**(2), 99-114 [cit. 2020-05-01]. ISSN 1802-1484. Dostupné z: http://www.im.fme.vutbr.cz/pdf/15_2_099.pdf
- [24] KNĚSL, Zdeněk, Luboš NÁHLÍK a Pavel BAREŠ. Crack Initiation Criteria for Singular Stress Concentrations. Part IV: Applications To Fracture Of Coated Structures. *Engineering Mechanics* [online]. 2010b, **15**(4), 263-270 [cit. 2020-05-01]. ISSN 1802-1484. Dostupné z: http://www.im.fme.vutbr.cz/pdf/15_4_263.pdf
- [25] POOK, L.P. Some implications of corner point singularities. *Engineering Fracture Mechanics*. 1994, **48**(3), 367-378. Dostupné z: doi:10.1016/0013-7944(94)90127-9
- [26] HUTAŘ, P., M. ŠEVČÍK, L. NÁHLÍK a Z. KNĚSL. Fatigue Crack Shape Prediction Based on the Stress Singularity Exponent. *Key Engineering Materials*. 2011a, **488-489**(-), 178-181. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.488-489.178>
- [27] HUTAŘ, P., M. ŠEVČÍK, L. NÁHLÍK, M. ZOUHAR, S. SEITL, Z. KNĚSL a A. FERNÁNDEZ-CANTELI. Fracture mechanics of the three-dimensional crack front: vertex singularity versus out of plain constraint descriptions. *Procedia Engineering*. 2010a, **2**(1), 2095-2102.
- [28] HUTAŘ, Pavel, Luboš NÁHLÍK a Zdeněk KNĚSL. Quantification of the influence of vertex singularities on fatigue crack behavior. *Computational Materials Science*. 2009, **45**(3), 653-657. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2008.08.009>
- [29] HUTAŘ, P., L. NÁHLÍK a Z. KNĚSL. The effect of a free surface on fatigue crack behaviour. *International Journal of Fatigue*. 2010b, **32**(8), 1265-1269. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2010.01.009>
- [30] HUTAŘ, Pavel, Zdeněk KNĚSL a Stanislav SEITL. The influence of vertex singularities on fatigue crack shape. In: *17th European Conference on Fracture 2008: Multilevel Approach to Fracture of Materials, Components and Structures*. Brno: European Structural Integrity Society (ESIS) Czech Chapter, 2011b, s. 2629. ISBN 9781617823190. ISSN n/a.
- [31] HEYDER, M. a G. KUHN. 3D fatigue crack propagation: Experimental studies. *International Journal of Fatigue*. 2006, **28**(5-6), 627-634.
- [32] HEYDER, M., K. KOLK a G. KUHN. Numerical and experimental investigations of the influence of corner singularities on 3D fatigue crack propagation. *Engineering Fracture Mechanics*. 2005, **72**(13), 2095-2105.

- [33] SHIVAKUMAR, K.N. a I.S. RAJU. Treatment of singularities in cracked bodies. *International Journal of Fracture*. 1990, (48), 159-178. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1007/BF00693347>
- [34] OPLT, T., P. HUTAŘ, P. POKORNÝ, L. NÁHLÍK, Z. CHLUP a F. BERTO. Effect of the free surface on the fatigue crack front curvature at high stress asymmetry. *International Journal of Fatigue*. 2019, **118**(2019), 249-261.
- [35] BRANCO, R. a F.V. ANTUNES. Finite element modelling and analysis of crack shape evolution in mode-I fatigue Middle Cracked Tension specimens. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008, **75**(10), 3020-3037. Dostupné z: doi:[10.1016/j.engfracmech.2007.12.012](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.12.012)
- [36] LEBAHN, J., H. HEYER a M. SANDER. Numerical stress intensity factor calculation in flawed round bars validated by crack propagation tests. *Engineering Fracture Mechanics*. 2013, (109), 37-49. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2013.04.013>
- [37] POOK, L. P. A 50-year retrospective review of three-dimensional effects at cracks and sharp notches. 2013, **36**(8), 699-723. ISSN 8756758X. Dostupné z: doi:[10.1111/ffe.12074](https://doi.org/10.1111/ffe.12074)
- [38] MAURIZI, Marco a Filippo BERTO. 3D effects on Fracture Mechanics. *Procedia Structural Integrity*. 2020b, **25**(1), 268-281. ISSN 24523216. Dostupné z: doi:[10.1016/j.prostr.2020.04.032](https://doi.org/10.1016/j.prostr.2020.04.032)
- [39] MAURIZI, M. a F. BERTO. 3D effects on Fracture Mechanics: corner point singularities. *Procedia Structural Integrity*. 2020a, **26**, 336-347. Dostupné z: doi:[https://doi.org/10.1016/0013-7944\(94\)90127-9](https://doi.org/10.1016/0013-7944(94)90127-9)
- [40] GARCIA, I.G., B.J. CARTER, A.R. INGRAFFEA a V. MANTIČ. A numerical study of transverse cracking in cross-ply laminates by 3D finite fracture mechanics. *Composites Part B: Engineering*. 2016, **95**(15), 475-487.
- [41] DOITRAND, A. a D. LEGUILLON. Comparison between 2D and 3D applications of the coupled criterion to crack initiation prediction in scarf adhesive joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*. 2018, **85**, 69-76.
- [42] BIGGERS, S. a S. PAGEAU. A finite element approach to three-dimensional singular stress states in anisotropic multi-material wedges and junctions. *International Journal of Solids and Structures*. 1996, **33**(1), 33-47.
- [43] XU, Jin-Quan, Yi-Hua LIU a Xiao-Gui WANG. Numerical methods for determination of stress intensity factors of singular stress field. *Numerical methods for the determination of multiple stress singularities and related stress intensity coefficients*. 1999a, **63**(6), 775-790. Dostupné z: doi:[https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(99\)00044-2](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(99)00044-2)
- [44] XU, Jin-Quan, Yi-Hua LIU a Xiao-Gui WANG. Numerical methods for the determination of multiple stress singularities and related stress intensity coefficients. *Engineering Fracture Mechanics*. 1999b, **63**(6), 775-790. Dostupné z: doi:[https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(99\)00044-2](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(99)00044-2)
- [45] KLUSÁK, Jan, Tomáš PROFANT a Michal KOTOUL. Various methods of numerical estimation of generalized stress intensity factors of bi-material notches. *Applied and Computational Mechanics* [online]. 2009, **3**(-), 297-304 [cit. 2021-08-25]. Dostupné z: <https://www.kme.zcu.cz/acm/acm/article/view/51/10>
- [46] AYATOLLAHI, M.R. a M. NEJATI. An over-deterministic method for calculation of coefficients of crack tip asymptotic field from finite element analysis. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2011, **34**(3), 159-176. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2010.01504.x>
- [47] KLUSÁK, Jan, Ondřej KREPL a Tomáš PROFANT. An easy and engineering stability criterion of general singular stress concentrators. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* [online]. 2019, **104**(102341), 0-11 [cit. 2020-04-28]. ISSN 0167-8442. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2019.102341>

- [48] KLUSÁK, J. a Z. KNĚSL. Determination of crack initiation direction from a bi-material notch based on the strain energy density concept. *Computational Materials Science*. 2007, **39**(1), 214-218.
- [49] KLUSÁK, J., D. KOPP a T. PROFANT. Bi-Material Notches under Various Normal-Shear Loading Modes. *Key Engineering Materials*. 2013, (577-578), 316-364. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.577-578.361>
- [50] TAYLOR, D. The theory of critical distances. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008, **75**(7), 1696-1705.
- [51] TAYLOR, D. The Theory of Critical Distances: A link to micromechanisms. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2017, **90**, 228-233.
- [52] QIAN, J. a A. FATEMI. Mixed Mode Fatigue Crack Growth: A literature survey. *Engineering Fracture Mechanics*. 1996, **55**(6), 969-990.
- [53] KOGUCHI, H. Stress singularity analysis in three-dimensional bonded structure. *International Journal of Solids and Structures*. 1997, **34**(4), 461-480.
- [54] KOGUCHI, H. a T. MURAMOTO. The order of stress singularity near the vertex in three-dimensional joints. *International Journal of Solids and Structures*. 2000, **37**(1), 4737-4762.
- [55] KOTOUSOV, A. Effect of plate thickness on stress state at sharp notches and the strength paradox of thick plates. *International Journal of Solids and Structures*. 2010, **47**(14-15), 1916-1923.
- [56] KOTOUSOV, A. Fracture in plates of finite thickness. *International Journal of Solids and Structures*. 2007, **44**(25-26), 8259-8273.
- [57] KOTOUSOV, A. a Ch. WANG. Three-dimensional stress constraint in an elastic plate with a notch. *International Journal of Solids and Structures*. 2002, **39**(16), 4311-4326. Dostupné z: doi:[https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(02\)00340-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00340-2)
- [58] DE MATOS, P.F.P. a D. NOWELL. The influence of the Poisson's ratio and corner point singularities in three-dimensional plasticity-induced fatigue crack closure: A numerical study. *International Journal of Fatigue*. 2008, **30**(10-11), 1930-1943. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2008.01.009>
- [59] HE, Z., A. KOTOUSOV, F. BERTO a R. BRANCO. A brief review of recent three-dimensional studies of brittle fracture. *Physical Mesomechanics*. 2016, **19**(19), 6-20.
- [60] KOTOUSOV, Andrei, Zhuang HE a Andrea FANCIULLI. Application of digital image correlation technique for investigation of the displacement and strain fields within a sharp notch. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2015, **79**, 51-57. Dostupné z: doi:[10.1016/j.tafmec.2015.05.012](https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2015.05.012)
- [61] BARSOUM, R.S. a T. CHEN. Three dimensional surface singularity of an interface crack. *International Journal of Fracture*. 1991, **50**(1), 221-237.
- [62] LEE, Y.J. a A.J. ROARKIS. Interfacial Cracks in plates: A Three-dimensional numerical investigation. *International Journal of Structures*. 1993, **30**(22), 3139-3158.
- [63] LUENGARPA, Ch. a H. KOGUCHI. Analysis of three-dimensional dissimilar material joint with one real singularity using conservative integral. *International Journal of Solids and Structures*. 2014, **51**(1), 2908-2919.
- [64] KLUSÁK, J. a D. KOPP. 3D assessment of surface influence on crack initiation in sharp notches under a mixed mode of loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2021, **112**(2021), 102920.
- [65] *ANSYS HELP: 1POST - Crack Analysis*. ANSYS 16.2 Help: Release 16.2 - © SAS IP, Inc., 2016.
- [66] LEGUILLON, D. An attempt to extend the 2D coupled criterion for crack nucleation in brittle

- materials to the 3D case. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2014, **74**, 7-17.
- [67] NAVARRO, C., J. VÁZQUEZ a J. DOMÍNGUEZ. 3D vs. 2D fatigue crack initiation and propagation in notched plates. *International Journal of Fatigue*. 2014, **58**(1), 40-46. ISSN 01421123. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijfatigue.2013.02.024
- [68] SEITL, Stanislav, Petr MIARKA, Jakub SOBEK a Jan KLUSÁK. A numerical investigation of the stress intensity factor for a bent chevron notched specimen: Comparison of 2D and 3D solutions. *Procedia Structural Integrity*. 2017, **5**, 737-744. ISSN 24523216. Dostupné z: doi:10.1016/j.prostr.2017.07.164
- [69] FERRO, Paolo, Filippo BERTO a Giovanni MENEGHETTI. Calculation of 3D residual notch stress intensity factors by means of the peak stress method. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2019, **100**(1), 377-382. ISSN 01678442. Dostupné z: doi:10.1016/j.tafmec.2019.01.032
- [70] SADD, Martin H. *Elasticity: Theory, Applications and Numerics*. 3. Oxford: Academic Press, 2014. ISBN 979-0-12-408136-9.
- [71] LAN, Xin, Nao-Aki NODA, Kengo MITHINAKA a Yu ZHANG. The effect of material combinations and relative crack size to the stress intensity factors at the crack tip of a bi-material bonded strip. *Engineering Fracture Mechanics*. 2011, **78**(14), 2572-2584. Dostupné z: doi:10.1016/j.engfracmech.2011.06.017
- [72] CHENG, Changzheng, Wei PAN, Yifan HUANG, Jialin SUN a Zhongrong NIU. Influence of geometry and material on the stress intensity of an interfacial crack propagating from a bi-material notch. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020, **111**, 206-211. ISSN 09557997. Dostupné z: doi:10.1016/j.enganabound.2019.10.016
- [73] HARRIS, Charles, K. MILLMAN, Stéfan VAN DER WALT et al. Array programming with NumPy. *Nature*. 2020, **585**(7825), 357-362. ISSN 0028-0836. Dostupné z: doi:10.1038/s41586-020-2649-2
- [74] JONES, E., T. OLIPHANT, P. PETERSON a KOL. *SciPy: Open Source Scientific Tools for Python* [online]. [cit. 2021-06-24]. Dostupné z: <http://www.scipy.org>
- [75] KORBEL, J., N. ZANT, J. KLUSÁK a Z. KNĚSL. Fracture analysis of epoxy-aluminum spacers exposed to pressure loads. *Computational Materials Science*. 2012, **64**, 244-247. ISSN 09270256. Dostupné z: doi:10.1016/j.commatsci.2012.02.010
- [76] WANG, W., S.T. DE FREITAS, J.A. POULIS a D. ZAROUCAS. A review of experimental and theoretical fracture characterization of bi-material bonded joints. *Composites Part B: Engineering*. 2021, **206**(1), 108537.
- [77] LIU, Jiong, Manoj CHAUDHURY, Douglas BERRY, Jill SEEBERGH, Joseph OSBORNE a Kay BLOHOWIAK. Fracture behavior of an epoxy/aluminum interface reinforced by sol-gel coatings. *Journal of Adhesion Science and Technology*. 2006, **20**(4), 277-305. ISSN 0169-4243. Dostupné z: doi:10.1163/156856106776381811
- [78] FERNLUND, G. a J.K. SPELT. Mixed-mode fracture characterization of adhesive joints. *Composites Science and Technology*. 1994, **50**(4), 441-449. ISSN 02663538. Dostupné z: doi:10.1016/0266-3538(94)90052-3
- [79] CAO, H.C. a A.G. EVANS. An experimental study of the fracture resistance of bimaterial interfaces. *Mechanics of Materials*. 1989, **7**(4), 295-304. ISSN 01676636. Dostupné z: doi:10.1016/0167-6636(89)90020-3
- [80] LAMBROS, J. a A.J. ROSAKIS. Dynamic decohesion of bimaterials: Experimental observations and failure criteria. *International Journal of Solids and Structures*. 1995, **32**(17-18), 2677-2702. ISSN 00207683. Dostupné z: doi:10.1016/0020-7683(94)00291-4
- [81] ALANAZI, N. a L. SUSMEL. Estimating static/dynamic strength of notched unreinforced

- concrete under mixed-mode I/II loading. *Engineering Fracture Mechanics*. 2020, **240**. ISSN 00137944. Dostupné z: doi:10.1016/j.engfracmech.2020.107329
- [82] PELEKIS, Iason a Luca SUSMEL. The Theory of Critical Distances to assess failure strength of notched plain concrete under static and dynamic loading. *Engineering Failure Analysis*. 2017, **82**, 378-389. ISSN 13506307. Dostupné z: doi:10.1016/j.engfailanal.2017.07.018
- [83] SAPORA, A., P. CORNETTI, A. CAMPAGNOLO a G MENEGHETTI. Fatigue limit: Crack and notch sensitivity by Finite Fracture Mechanics. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2020, **105**(1), 102407.