VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV KOVOVÝCH A DŘEVĚNÝCH KONSTRUKCÍ
INSTITUTE OF METAL AND TIMBER STRUCTURES

KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S VAZBAMI VYBOČENÍ Z ROVINY OHYBU
LATERAL-TORSIONAL BUCKLING OF STEEL BEAMS WITH RESTRAINTS OUT OF BENDING PLANE

DISERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE / AUTHOR: Ing. Ivan Balázs

VEDOUCÍ PRÁCE / SUPERVISOR: prof. Ing. JINDŘICH MELCHER, DrSc.

BRNO 2017

ABSTRAKT

Disertační práce je zaměřena na problematiku stability ohýbaných ocelových tenkostěnných nosníků s vazbami vybočení z roviny ohybu a kroucení. V první části je nastíněn teoretický rámec řešení ztráty příčné a torzní stability ideálního tenkostěnného nosníku bez vazeb i s vazbami vybočení z roviny ohybu a kroucení. V další části se práce blíže soustředí na otázku stabilizace ocelových tenkostěnných nosníků plošnými prvky. Je shrnut současný stav poznání a jsou identifikovány některé problémy, které by bylo možné rozvíjet dalším výzkumem a přispět tak do této oblasti dalšími poznatky o skutečném chování těchto konstrukčních soustav.

Míru stabilitace lze obecně kvantifikovat prostřednictvím hodnot smykové a rotační tuhosti poskytnuté tenkostěnnému nosníku plošným prvkem. Je diskutován zejména problém rotačního podepření ocelových za studena tvarovaných tenkostěnných nosníků prostřednictvím sendvičových panelů pod zatížením. V případě sání působícího na sendvičové panely má být případná přítomnost rotační vazby ověřena experimentální analýzou. Jako příspěvek k této problematice byl navržen a proveden soubor experimentálního ověřování za účelem stanovení hodnot rotační tuhosti poskytnuté ocelovým za studena tvarovaným nosníkům sendvičovými panely. V rámci experimentů bylo ověřováno jak rotační podepření bez vlivu vnějšího zatížení působícího na sendvičové panely, tak i s vlivem sání. Provedené experimenty prokázaly prakticky využitelnou míru rotačního podepření i při sání na povrch panelů. Její využití v rámci statického výpočtu může vést k hospodárnějšímu výsledku a přispět tak k efektivnímu a spolehlivému konstrukčnímu návrhu. Vybrané problémy byly analyzovány s využitím numerického modelování v programovém systému založeném na metodě konečných prvků.

KLÍČOVÁ SLOVA

Experiment, klopení, kritický moment, nosník, ocel, rotační tuhost, sendvičový panel, stabilizace, tenkostěnné prvky

ABSTRACT

The doctoral thesis focuses on problem of stability of steel thin-walled beams with lateral and torsional restraints along the spans. Theoretical background of lateral-torsional buckling of an ideal beam with and without restraints preventing out-of-plane buckling is briefly described. In the following chapters the problem of stabilization of steel thin-walled beams by planar members is dealt with. The state of the art in this field is summarized and some open questions are identified. The research in this field could bring new findings about actual behavior of these structural systems.

The rate of stabilization can be quantified using values of shear and rotational stiffness provided to a thin-walled member by a planar member. In the frame of the thesis the problem of torsional restraint given to steel cold-formed members by sandwich panels under load is discussed. In case of the uplift load applied on the sandwich panels the torsional restraint should be verified by experimental analysis. To contribute to this field, experimental verification of rotational stiffness provided to steel cold-formed beams by sandwich panels was proposed and performed. Torsional restraint under no external load as well as under uplift load applied on the panels was investigated. The purpose was to obtain the values of the rotational stiffness provided by planar members. The performed tests indicate significant and practically applicable rate of the torsional restraint even in case of the uplift load on the surfaces of the panels. Utilization of the values of the rotational stiffness might result in more economical, effective and reliable structural design. Selected problems were investigated using numerical modeling in a finite element method based software.

KEYWORDS

Beam, critical moment, experiment, lateral-torsional buckling, rotational stiffness, sandwich panel, stabilization, steel, thin-walled members

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE VŠKP

Ing. Ivan Balázs *Klopení tenkostěnných ocelových nosníků s vazbami vybočení z roviny ohybu.* Brno, 2017. 161 s., 49 s. příl. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav kovových a dřevěných konstrukcí. Vedoucí práce prof. Ing. Jindřich Melcher, DrSc.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 3. 5. 2017

Ing. Ivan Balázs
autor práce

Poděkování

Na tomto místě bych velmi rád poděkoval především mému školiteli prof. Ing. Jindřichu Melcherovi, DrSc., za jedinečné odborné vedení mé práce, stálou podporu, trpělivost a mnoho neocenitelných rad, které mně během studia poskytl a které významně přispěly k obsahu této práce. Poděkování zaslouží také vyučující, které jsem poznal během dosavadního studia na Fakultě stavební. Bez toho, co jsem se na jejich přednáškách a cvičeních naučil, by tato práce nemohla vzniknout. Za občasné konzultace děkuji i kolegům ze společné kanceláře. Zvláštní poděkování náleží také kolektivu pracovníků ze zkušebny nosných konstrukcí Ústavu kovových a dřevěných konstrukcí, kteří mně značným dílem pomohli při provádění experimentů.

Je mně potěšením poděkovat také Ing. Andreji Belicovi, PhD., za velké množství cenných rad, nápadů a námětů týkajících se přípravy, realizace a vyhodnocení experimentů, a rovněž Dr.-Ing. Thomasovi Misiekovi za velmi přínosné konzultace v oblasti stabilizace ocelových nosníků prostřednictvím sendvičových panelů.

V neposlední řadě bych rád poděkoval mým rodičům a blízkým, kteří mně byli oporou.

Ing. Ivan Balázs

OBSAH

1. ÚVOD

Využívání kovových prutů tenkostěnného průřezu ve stavebnictví umožňuje navrhovat lehké a efektivní konstrukce, na druhé straně jsou však tyto průřezy náchylné k problémům stability a jejich odolnost může být proto nižší než při elementárním výpočtu prosté únosnosti. Obsáhlá problematika stability zahrnuje jednak problémy globální (ztráta stability při tlaku či ohybu charakterizovaná štíhlostí prutu jako celku) a jednak problémy lokální v důsledku vysoké štíhlosti stěn tenkostěnného průřezu (boulení). Není-li ztrátě stability konstrukčně zabráněno, nebo pokud štíhlost není dostatečně nízká, mají být problémy možné ztráty stability vždy zahrnuty ve statickém výpočtu.

Ve stavební praxi se setkáváme s případy, kdy jsou ke kovovým prutům tenkostěnného průřezu připojeny plošné prvky (např. prvky střešního nebo stěnového opláštění, příp. stropní konstrukce). Tyto prvky tvoří pro prut vazby proti posunutí a natočení, které do jisté míry nebo plně brání přetvoření průřezu. Tato skutečnost má příznivý vliv na odolnost průřezů s uvážením problémů ztráty stability. Správné zohlednění vlivu těchto prvků může vést k hospodárnějšímu a efektivnějšímu návrhu průřezu. Tato práce se blíže zaměří na ohýbané kovové pruty tenkostěnného průřezu s příčnými a rotačními vazbami proti vybočení z roviny ohybu a kroucení.

V úvodu práce je naznačeno teoretické pozadí problému ztráty příčné a torzní stability ideálního samostatného ohýbaného prutu a prutu s příčným a rotačním podepřením v úseku mezi podporami. Pozornost je věnována i příslušným ustanovením v normativních dokumentech pro návrh ocelových konstrukcí. Další kapitola se zaměřuje na vybrané praktické aplikace příčně podepřených nosníků a shrnuje současný stav poznání a výzkumu v této oblasti. Jsou identifikovány některé problémy a otevřené otázky, které lze rozvíjet dalším výzkumem. Na základě těchto východisek jsou formulovány cíle dizertační práce. Vybrané problémy jsou popsány včetně aktuálního stavu poznání. Je navržen soubor experimentálního ověřování, který by mohl přispět k současnému stavu poznání a přinést některé nové poznatky. Na základě výsledků realizovaných experimentů, které tvoří důležitou část disertační práce, jsou formulovány závěry.

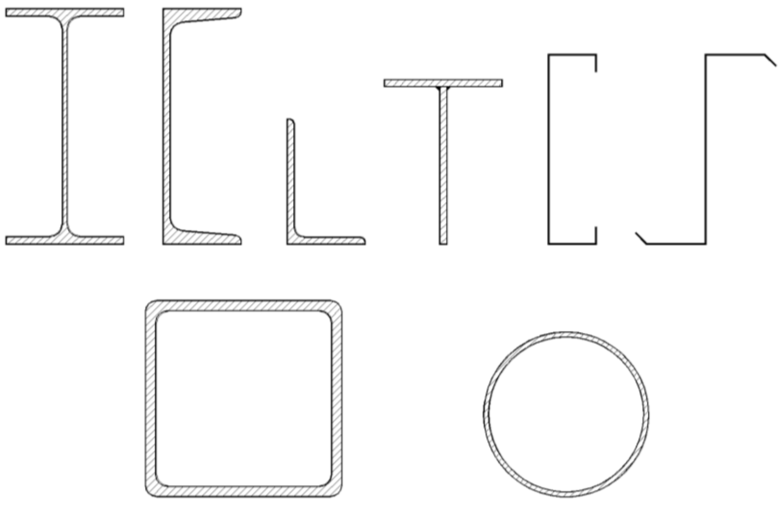
2. CHARAKTERISTIKA TENKOSTĚNNÉHO PRUTU

Technologický pokrok ve zpracování kovů a produkci kovových výrobků v 19. a 20. století umožnil snížit hmotnost konstrukčních prvků využitím štíhlejších průřezů, resp. průřezů, které jsou složeny z několika relativně tenkých částí. Chování těchto typů průřezů se však v mnoha ohledech liší od průřezů masivních, což se týká zejména problémů stability. Tato skutečnost později vedla k rozpracování rozsáhlé teorie tenkostěnných prutů a konstrukcí, která zavedla základní předpoklady a metody jejich výpočtu.

Z hlediska teorie konstrukcí se jako prut označuje konstrukční prvek, jehož jeden rozměr (délka) je řádově větší, než zbývající dva (šířka a výška), které se od sebe navzájem svými rozměry příliš neliší [1]. V případě, že se prut skládá z několika spolupůsobících prvků (stěn), jejichž tloušťka je řádově nižší než jejich šířka, je nazýván jako tenkostěnný. Obecně lze za tenkostěnný prut považovat takový konstrukční prvek, pro který je splněna podmínka (2.1) [2], kde t je tloušťka stěny, h je charakteristický rozměr příčného řezu (šířka nebo výška) a l je délka prutu:

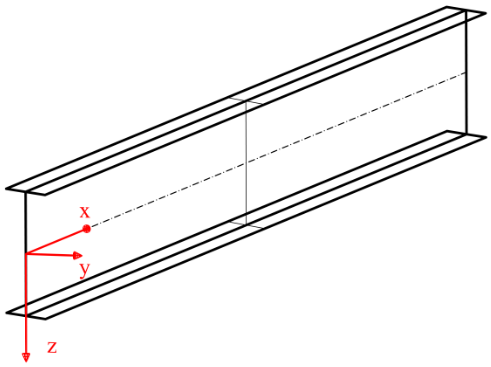
$$t : h : l \leq 1 : 10 : 100. \tag{2.1}$$

Na základě tvaru střednice průřezu (linie půlící tloušťky stěn průřezu) rozeznáváme tenkostěnné pruty s otevřeným průřezem a s uzavřeným průřezem. Pruty tenkostěnného průřezu mohou být vyrobeny válcováním za tepla, tvarováním za studena nebo mohou být svařeny z jednotlivých dílčích stěn, obvykle rovinných. Některé typy tenkostěnných průřezů jsou znázorněny na Obr. 2.1.



Obr. 2.1 Příklady otevřených a uzavřených tenkostěnných průřezů

Každý bod průřezu lze jednoznačně definovat pomocí souřadnic *x*, *y* a *z* v pravoúhlém souřadném systému. Osa *x* je rovnoběžná s podélnou osou prutu, osy *y* a *z* jsou osy příčného řezu prutu. Orientace osového systému je patrná z Obr. 2.2. Každý průřez je charakterizován několika důležitými body. V této práci bude používáno zejména těžiště a střed smyku průřezu.



Obr. 2.2 Orientace souřadného systému

2.1 Těžiště průřezu

Těžiště průřezu je definováno jako statický střed rovinné soustavy rovnoběžných sil, které se rovnají velikostem jednodušších dílčích částí průřezu a působí v jejich těžištích [3]. V této práci bude těžiště označováno symbolem C_g. Je-li *A* průřezová plocha příčného řezu prutu, lze obě souřadnice těžiště obecně určit ze vztahů (2.2) a (2.3) [3]:

$$y_{\mathrm{Cg}} = \frac{\iint_A y \mathrm{d}y\mathrm{d}z}{\iint_A \mathrm{d}y\mathrm{d}z}, \tag{2.2}$$

$$z_{\mathrm{Cg}} = \frac{\iint_A z \mathrm{d}y\mathrm{d}z}{\iint_A \mathrm{d}y\mathrm{d}z}. \tag{2.3}$$

2.2 Střed smyku

Střed smyku je definován jako výslednice smykových napětí v průřezu, která je v rovnováze s působící posouvající silou. Je to bod, kterým musí procházet vektor příčného zatížení, aby byl průřez namáhán pouze ohybem [2]. V opačném případě je průřez namáhaný také kroucením. Střed smyku je označován symbolem C_s.

3. STABILITA KOVOVÝCH PRUTŮ

Vysoká pevnost kovů jako konstrukčních materiálů dovoluje významně snížit průřezovou plochu prvků, případně vytvořit průřez tenkostěnný, který se skládá z několika dílčích částí o tloušťce řádově menší, než ostatní rozměry. Takové zvyšování *štíhlosti* kovových prutů je však spojeno také s jistými problémy, se kterými se u prutů masivních nesetkáváme. Únosnost štíhlých prutů je zpravidla nižší, než únosnost, která by byla získána podle elementární teorie. Příčinou jsou ztráty stability, hovoříme o problémech vzpěrné odolnosti.

Je zaveden předpoklad centricky tlačeného oboustranně kloubově uloženého ideálního prutu, tj. prutu dokonale přímého, bez jakýchkoli počátečních nahodilých odchylek tvaru průřezu a materiálových charakteristik (je to tedy jistá abstrakce, která je však nutná pro porozumění problému). Osová síla bude označena N a délku prutu L. Jako první se stabilitou takového prutu zabýval Euler v práci [4], ve které položil základy matematického pojetí teorie stability. Vyšel ze vztahu pro závislost křivosti ohybové čáry $1 / r$ na ohybovém momentu M (3.1) [4], kde v je funkce průhybu prutu a $E \cdot I$ ohybová tuhost:

$$\frac{1}{r} = -\frac{M}{E \cdot I}, \tag{3.1}$$

kde křivost $1 / r$ vyjádřil výrazem (3.2):

$$\frac{1}{r} = v''. \tag{3.2}$$

Po dosazení je problém definován pomocí homogenní diferenciální rovnice druhého řádu (3.3) s okrajovými podmínkami (3.4) pro prut oboustranně kloubově uložený:

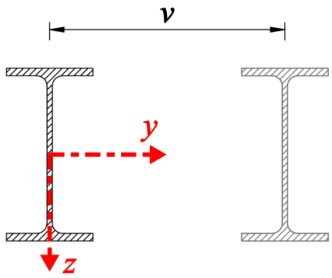
$$E \cdot I \cdot v'' + N \cdot v = 0, \tag{3.3}$$

$$v(0) = v(L) = 0. \tag{3.4}$$

Řešením problému vlastní hodnoty diferenciální rovnice (3.3) získal Euler tzv. spektrum vlastních hodnot a s nimi spjatých příslušných vlastních funkcí (ohybových čar). Eulerovo řešení uvažuje pouze s rovinnými ohybovými křivkami (posunutí průřezu z počáteční polohy má pouze jednu nenulovou složku). Kritická síla udává velikost zatížení, při které nastane ztráta stability ideálního centricky tlačeného prutu. Nejnižší hodnota kritické síly N_{cr} je dána známým Eulerovým vztahem (3.5) [4]:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}. \tag{3.5}$$

Při dosažení kritické síly ztratí ideální prut stabilitu při celkovém nadměrném přetvoření (průhybu) v jedné z hlavních rovin setrvačnosti – rovinným vzpěrem. Až do tohoto okamžiku se ideální prut nedeformuje. Okamžik ztráty stability je také označován jako tzv. bod bifurkace (rozdvojení) rovnováhy.



Obr. 3.1 Vybočení průřezu při rovinném vzpěru

Nejobecněji rozpracoval teorii tenkostěnných prutů Vlasov v díle [1]. Pro centricky tlačené pruty uvažoval nejen rovinné tvary ztráty stability, nýbrž i prostorové, při kterých má přetvoření příčného řezu v nejobecnějším případě tři složky – posunutí ve směru osy y, posunutí ve směru osy z a natočení. Eulerovo řešení je tak pouze zvláštním případem této obecnější teorie. Vlasovovo řešení bere v potaz i možnou odlišnou polohu středu smyku C_s od těžiště C_g. Obecné diferenciální rovnice stability uvažují i s tuhostmi v prostém a vázaném kroucení (které mají u tenkostěnných průřezů velký význam) a mají tvar (3.6) až (3.8) [1]:

$$E \cdot I_z \cdot w^{IV} + N \cdot w'' + N \cdot a_z \cdot \varphi'' = 0, \tag{3.6}$$

$$E \cdot I_y \cdot v^{IV} + N \cdot v'' - N \cdot a_y \cdot \varphi = 0, \tag{3.7}$$

$$E \cdot I_\omega \cdot \varphi^{IV} + (N \cdot i_0^2 - G \cdot I_t) \cdot \varphi'' + N \cdot a_z \cdot w'' + N \cdot a_y \cdot v'' = 0, \tag{3.8}$$

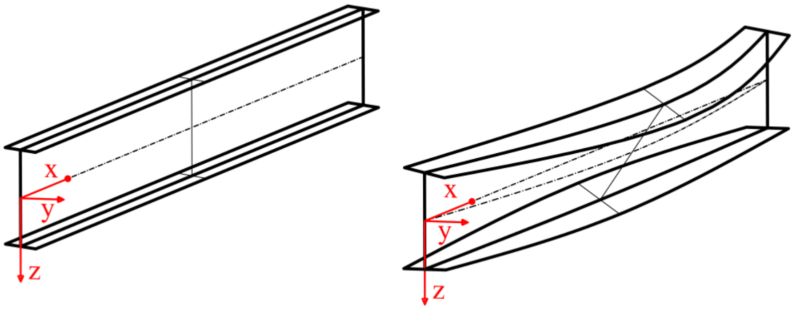
kde $E{\cdot}I_y$ a $E{\cdot}I_z$ jsou ohybové tuhosti pro ohyb v hlavních osách setrvačnosti, $E{\cdot}I_\omega$ tuhost ve vázaném kroucení, $G{\cdot}I_t$ tuhost v prostém kroucení, a_y a a_z souřadnice středu smyku vztažené k těžišti průřezu, i_0 je polární poloměr setrvačnosti a v, w a φ jsou složky přetvoření příčného řezu (dva posuny a pootočení). Těmto diferenciálním rovnicím příslušejí okrajové podmínky dané způsobem uložení prutu. Nejnižší hodnota kritické síly je opět dána řešením problému vlastních hodnot (vlastních čísel) výše uvedených homogenních diferenciálních rovnic čtvrtého řádu s příslušnými okrajovými podmínkami.

Ztráta stability prutu jako celku může nastat i při jiných způsobech namáhání. Tato práce se dále zaměří na problém ztráty stability ohýbaných prutů tenkostěnného průřezu.

3.1 Stabilita ideálního ohýbaného nosníku bez vazeb proti vybočení z roviny ohybu a kroucení

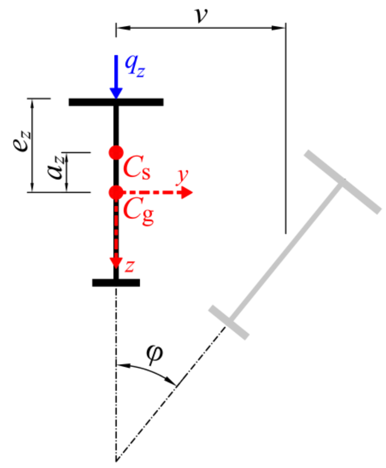
3.1.1 Teoretický rámec a stručný přehled vývoje poznání

U štíhlých ohýbaných prutů, které nejsou po délce zajištěny spojitými nebo diskrétními příčnými vazbami, může nastat jev, kdy jejich únosnost není limitována vyčerpáním plné únosnosti v prostém ohybu, nýbrž ztrátou stability celkovým nadměrným prostorovým přetvořením prutu z roviny ohybu – ztrátou příčné a torzní stability (klopením) [5]. Tento jev je charakterizován posunutím průřezu v rovině kolmé na rovinu ohybu současně s natočením. Ilustrace tohoto jevu na příkladu nosníku dvojose symetrického průřezu je patrná na Obr. 3.2. Ohybem tlačená část průřezu má snahu příčně vybočit z roviny ohybu, zatímco tažená část průřez stabilizuje. Analogicky jako v případě ideálního tlačeného prutu, který ztratí stabilitu při dosažení kritické síly N_{cr}, nastává ztráta stability ideálního ohýbaného nosníku při dosažení kritického momentu M_{cr} (při tzv. bifurkaci rovnováhy).



Obr. 3.2 Ilustrace jevu ztráty příčné a torzní stability

Popisovaná situace je znázorněna také na Obr. 3.3 na příkladu příčného řezu jednoose symetrického průřezu namáhaného svislým příčným zatížením q_z (v rovině XZ) za předpokladu kloubového uložení jak v ohybu, tak v kroucení. Paprsek svislého zatížení protíná střed smyku průřezu. Celková prostorová deformace průřezu má dvě složky: příčné posunutí v a úhel natočení (zkroucení) φ. Kóta a_z na Obr. 3.3 je vzdálenost těžiště od středu smyku a kóta e_z je vzdálenost působiště zatížení od těžiště. Vybočení z roviny prvotního ohybu a pootočení prutu je na obrázku naznačeno.



Obr. 3.3 Ztráta příčné a torzní stability ideálního nosníku – příčný řez

Problém stability ohýbaného nosníku řešil již na konci 19. století Prandtl pro případ konzoly úzkého obdélníkového průřezu [6]. K rozvoji tehdejšího poznání přispěl Timošenko [7], který řešil problém stability ideálního ohýbaného prutu pro nosníky průřezu I. Případem nosníku jednoose symetrického průřezu I se zabýval Winter [8]. Velmi významný je příspěvek Vlasova [1], který vypracoval rozsáhlou obecnou teorii tenkostěnných prutů. Vlasov odvodil diferenciální rovnice stability libovolného tenkostěnného prutu otevřeného průřezu namáhaného současně ohybem a osovou silou. Po úpravě pro prut namáhaný pouze ohybem je potom obecný problém definovaný pomocí tří homogenních diferenciálních rovnic čtvrtého řádu (3.9), (3.10) a (3.11) [1], kterým náleží příslušné okrajové podmínky závislé na způsobu uložení. Rovnice (3.9) a (3.10) vyjadřují rovnováhu ohybových momentů, rovnice (3.11) rovnováhu kroutících momentů:

$$E \cdot I_y \cdot u^{IV} + (M_z \cdot \varphi)'' = 0, \tag{3.9}$$

$$E \cdot I_z \cdot v^{IV} + (M_y \cdot \varphi)'' = 0, \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} &E \cdot I_\omega \cdot \varphi^{IV} + \left[\left(2 \cdot b_y \cdot M_z - 2 \cdot b_z \cdot M_y - G \cdot I_t\right) \cdot \varphi'\right]' + \\ &+ \left[q_z \cdot (e_z - a_z) + q_y \cdot \left(e_y - a_y\right)\right] \cdot \varphi + M_y \cdot v'' + M_z \cdot u'' = 0 \end{aligned}, \tag{3.11}$$

kde E je modul pružnosti v tahu a tlaku, G modul pružnosti ve smyku, I_z moment setrvačnosti průřezu k ose z, I_ω výsečový moment setrvačnosti, I_t moment setrvačnosti v prostém kroucení, q_z příčné zatížení působící v rovině XZ, M_y ohybový moment v téže rovině, q_y příčné zatížení působící v rovině XY, M_z ohybový moment v téže rovině, u, v a φ neznámé funkce přetvoření (odpovídají příčným posunutím a natočení průřezu) po délce nosníku a b_y a b_z jsou tzv. charakteristické úsečky zohledňující nesymetrii průřezu[1]. Jsou definovány pomocí výrazů (3.12) a (3.13) [5] s použitím výrazů (3.14) a (3.15), kde A je průřezová plocha:

$$b_y = \frac{U_z}{2 \cdot I_z} - a_y , \tag{3.12}$$

$$b_z = \frac{U_y}{2 \cdot I_y} - a_z , \tag{3.13}$$

$$U_y = \int_A y \cdot \left(y^2 + z^2\right) \mathrm{d}A = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} y \cdot \left(y^2 + z^2\right) \mathrm{d}z\mathrm{d}y , \tag{3.14}$$

$$U_z = \int_A z \cdot \left(y^2 + z^2\right) \mathrm{d}A = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} z \cdot \left(y^2 + z^2\right) \mathrm{d}z\mathrm{d}y . \tag{3.15}$$

Za předpokladu ohybu pouze v rovině XZ (tedy $M_z = 0$) bude problém popsán pomocí diferenciálních rovnic (3.10) a (3.11), přičemž rovnice (3.11) se po úpravě zjednoduší na tvar (3.16). Všechny proměnné v rovnicích jsou derivovány podle x.

$$E \cdot I_\omega \cdot \varphi^{IV} + \left[\left(-2 \cdot b_z \cdot M_y - G \cdot I_t\right) \cdot \varphi'\right]' + \left[q_z \cdot \left(e_z - a_z\right)\right] \cdot \varphi + M_y \cdot v'' = 0 , \tag{3.16}$$

Výsledným rovnicím (3.10) a (3.16) příslušejí okrajové podmínky dané způsobem uložení prutu. Okrajové podmínky (3.17) se uplatní pro prut o délce L, který je prostě uložený jak v ohybu, tak v kroucení. Pro oboustranně vetknutý platí okrajové podmínky (3.18):

$$v(0) = v(L) = 0, v''(0) = v''(L) = 0, \varphi(0) = \varphi(L) = 0, \varphi''(0) = \varphi''(L) = 0 , \tag{3.17}$$

$$v(0) = v(L) = 0, v'(0) = v'(L) = 0, \varphi(0) = \varphi(L) = 0, \varphi'(0) = \varphi'(L) = 0 . \tag{3.18}$$

V československé literatuře byla teorie a problematika stability tenkostěnných prutů rozvíjena např. prostřednictvím Březiny [5], Mrázika [9], Melchera [10; 11], Baláže [12].

---

[1] Označují se také jako Wagnerovy koeficienty [62].

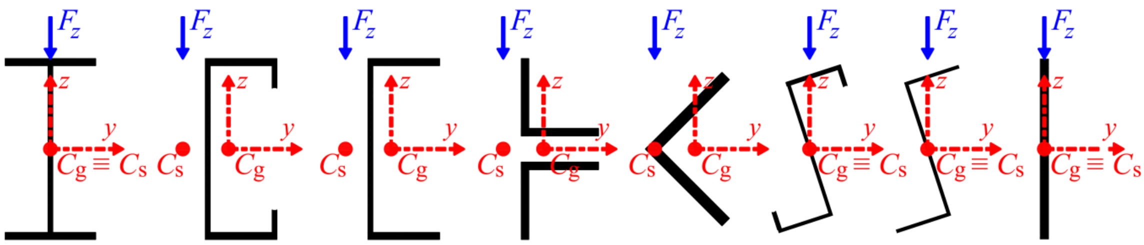
Z matematického hlediska je kritický moment M_{cr}, při kterém nastane ztráta příčné a torzní stability ideálního nosníku ohýbaného v rovině XZ, dán řešením náročné úlohy problému vlastní hodnoty homogenních diferenciálních rovnic čtvrtého řádu (3.10) a (3.16) s příslušnými okrajovými podmínkami. Odvození prakticky použitelných vztahů pro kritický moment pro v praxi běžně používané průřezy je uvedeno např. v [5] nebo [10]. Ztrátou příčné a torzní stability nosníku průřezu U se zabývá práce [13] (publikováno v roce 1970), této problematice je věnován prostor i v práci [10] a v článku [14].

Postup odvození kritického momentu variační metodou je na vybraných případech klopení podrobněji ukázán v příloze A.

3.1.2 Ustanovení v normativních dokumentech

Aktuálně platné normy pro navrhování ocelových konstrukcí [15] a [16] uvádí v národních přílohách vztah pro určení kritického momentu nosníků alespoň jednoose symetrických průřezů zatížených příčným zatížením procházejícím středem smyku průřezu pro různé okrajové podmínky a různé průběhy ohybových momentů, na nichž hledaná hodnota kritického momentu také závisí. Jsou zde uvedeny typy průřezů, pro které lze normový postup výpočtu kritického momentu použít (Obr. 3.4, [15]).

K obsahu národní přílohy normy významně přispěl Melcher. Problematice se věnuje i Baláž, v příspěvku [12] rozebírá vztah pro výpočet kritického momentu a obsahuje i koeficienty potřebné pro výpočet M_{cr} i pro další případy průběhu ohybových momentů. Ty byly implementovány do slovenské národní přílohy normy [16].



Obr. 3.4 Průřezy, pro které jsou platná normová ustanovení (podle [15])

Kritický moment M_{cr} se dle [15] určí vztahem (3.19), ve kterém μ_{cr} je bezrozměrný kritický moment definovaný vztahem (3.20) a součinitele κ_{wt}, ζ_g a ζ_j pomocí vztahů (3.21), (3.22) a (3.23):

$$M_{cr} = \mu_{cr} \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}}{L}, \tag{3.19}$$

$$\mu_{\mathrm{cr}} = \frac{C_1}{k_z} \cdot \left[\sqrt{1 + \kappa_{\mathrm{wt}}^2 + \left(C_2 \cdot \zeta_{\mathrm{g}} - C_3 \cdot \zeta_{\mathrm{j}} \right)^2} - \left(C_2 \cdot \zeta_{\mathrm{g}} - C_3 \cdot \zeta_{\mathrm{j}} \right) \right], \tag{3.20}$$

$$\kappa_{\mathrm{wt}} = \frac{\pi}{k_{\mathrm{w}} \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_{\omega}}{G \cdot I_{\mathrm{t}}}}, \tag{3.21}$$

$$\zeta_{\mathrm{g}} = \frac{\pi \cdot z_{\mathrm{g}}}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_{\mathrm{t}}}}, \tag{3.22}$$

$$\zeta_{\mathrm{j}} = \frac{\pi \cdot z_{\mathrm{j}}}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_{\mathrm{t}}}}. \tag{3.23}$$

Hodnota z_{g} značí polohu působiště zatížení vzhledem ke středu smyku (v notaci podle Vlasova je tato veličina značena e_z) a z_{j} je označení pro charakteristickou úsečku (b_z). Ta se neuplatní v případě dvojose symetrických profilů a profilů symetrických okolo osy *y*. Ve vztahu (3.20) se pro průřezy jednoose symetrické okolo osy *z* uplatňuje člen $C_3 \cdot \zeta_{\mathrm{j}}$.

V praxi časté jsou i případy, kdy vektor příčného zatížení neprochází středem smyku průřezu. V těchto případech nelze pro výpočet kritického momentu aplikovat postup podle normy [15]. Odborná literatura poskytuje postupy i pro tyto případy. V nedávné době byla úloha příčné a torzní stability ohýbaného nosníku průřezu U se zatížením působícím excentricky ke středu smyku průřezu řešena např. v [17] (s pomocí numerických modelů založených na metodě konečných prvků).

3.2 Stabilita ideálního ohýbaného nosníku s vazbami proti vybočení z roviny ohybu a kroucení

3.2.1 Obecně o nosnících s vazbami proti vybočení

V praxi jsou časté případy, kdy k průřezu tenkostěnného nosníku jsou v úseku mezi jeho podporami připojeny další prvky, ať už to jsou jiné nosníky, nejčastěji v kolmém směru (např. stropnice připojené po určitých vzdálenostech k průvlakům, vaznice uložené na vazníku apod.) nebo prvky plošného charakteru (stropní konstrukce, prvky střešního nebo stěnového opláštění). Může se tedy jednat o dva odlišné typy vazeb – diskrétní nebo spojité. Je zřejmé, že připojením dalších prutových nebo plošných prvků je určitým způsobem omezeno přetvoření daného nosníku, tedy že již neplatí předpoklady pro samostatný (izolovaný) nosník, který byl stručně rozebrán v kapitole 3.1. Omezením (nebo úplným zabráněním) přetvoření je příznivě ovlivněna vzpěrná odolnost nosníku. To může umožnit hospodárnější konstrukční návrh průřezu tenkostěnného nosníku. Správné uvážení diskrétních nebo spojitých vazeb má tedy velký význam pro spolehlivost a efektivnost konstrukčního návrhu.

Diskrétní nebo spojitá vazba může poskytnout podepření proti příčnému posunutí a proti natočení průřezu. Takové podepření může být úplné nebo částečné. Příčné podepření je charakterizováno určitou hodnotou smykové tuhosti S poskytnuté plošným prvkem (např. připojenými plošnými profily) a rotační podepření je charakterizováno určitou hodnotou rotační tuhosti $C_{\vartheta,k}$ poskytnuté plošným profilem. Velikost těchto tuhostí má vliv na míru podepření proti příčnému posunutí a proti natočení (zkroucení).

3.2.2 Ustanovení v normativních dokumentech

V aktuálně platné normě pro navrhování ocelových konstrukcí ČSN EN 1993-1-1 [15] se spojitým podepřením nosníků (prostřednictvím plošných profilů) zabývá příloha BB. Pro spojité příčné podepření (podepření proti příčnému posunu) je uvedena podmínka (3.24) pro minimální hodnotu smykové tuhosti S poskytnuté plošným profilem k pásnici nosníku. Pokud je tato smyková tuhost zajištěná plošným profilem vyšší než uvedená minimální hodnota, lze uvažovat, že nosník o délce L je plně zajištěn proti příčnému posunutí (v rovině plošného prvku). V podmínce (3.24) vystupují průřezové charakteristiky nosníku, rozpětí L, výška průřezu h a materiálové charakteristiky:

$$S \geq \left(E \cdot I_\omega \cdot \frac{\pi^2}{L^2} + G \cdot I_t + E \cdot I_z \cdot \frac{\pi^2}{L^2} \cdot 0{,}25 \cdot h^2 \right) \cdot \frac{70}{h^2}. \tag{3.24}$$

Obdobná podmínka je uvedena i pro rotační podepření (podepření proti zkroucení), které je charakterizováno rotační tuhostí $C_{\vartheta,k}$ poskytnutou plošným profilem. Podmínka pro minimální hodnotu na jednotku délky pro plné podepření proti zkroucení má tvar (3.25):

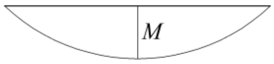
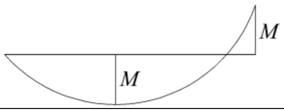
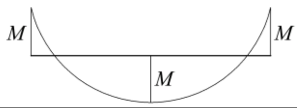
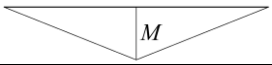
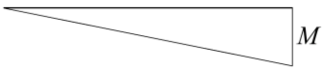
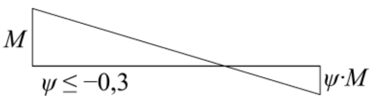
$$C_{\vartheta,k} > \frac{M_{pl,k}^2}{E \cdot I_z} \cdot K_\vartheta \cdot K_u, \tag{3.25}$$

kde $M_{pl,k}$ je charakteristická plastická únosnost nosníku v ohybu, K_u je součinitel podle druhu analýzy (K_u = 0,35 pro pružnostní analýzu, K_u = 1,00 pro plasticitní analýzu) a K_ϑ je součinitel závislý na průběhu ohybového momentu a typu podepření pásnice (viz [15]).

Rotační tuhost lze potom určit ze vztahu (3.26), kde $C_{\vartheta R,k}$ je rotační tuhost v důsledku spojení nosníku se stabilizačním prostředím (např. připojeným plošným prvkem), $C_{\vartheta C,k}$ je rotační tuhost spojů mezi nosníkem a stabilizačním prostředím a $C_{\vartheta D,k}$ je rotační tuhost vyplývající z distorze příčného řezu nosníku (u běžných válcovaných profilů lze distorzi zanedbat, tedy $C_{\vartheta D,k} = \infty$, zato u za studena tvarovaných tenkostěnných průřezů nikoli).

$$\frac{1}{C_{\vartheta,\mathrm{k}}} = \frac{1}{C_{\vartheta,\mathrm{Rk}}} + \frac{1}{C_{\vartheta,\mathrm{Ck}}} + \frac{1}{C_{\vartheta,\mathrm{Dk}}} \,. \tag{3.26}$$

Pro podrobnější informace je odkázáno na normu [18], která v části 10 a v příloze E poskytuje ustanovení pro stabilizaci tenkostěnných nosníků plošnými profily. Tato ustanovení jsou platná pro za studena tvarované nosníky otevřeného příčného řezu tvaru Z, C, Σ, U a kloboukového příčného řezu. Tato problematika se úzce dotýká cílů disertační práce a bude podrobněji rozebrána v části 4.2.

případ	rozdělení momentu	bez podepření proti posunutí	s podepřením proti posunutí
1		4,0	0
2a		3,5	0,12
2b			0,23
3		2,8	0
4		1,6	1,0
5		1,0	0,7

Tab. 3.1 Součinitel K_ϑ (podle [15])

Podrobnější podklady pro navrhování tenkostěnných nosníků s translačním a rotačním podepřením uvádí německá norma DIN 18800-2 [19]. Pro dostatečné translační podepření poskytnuté kovovým nosníkům konstrukcí připojenou k tlačené pásnici nosníku o výšce h je podle této normy třeba, aby tloušťka připojené konstrukce byla alespoň $0{,}3 \cdot h$. Dále je pro posouzení úplného translačního podepření uvedena podmínka (3.24). Pro rotační podepření uvádí norma [19] podmínku (3.25) a dále hlouběji rozvádí stanovení rotační tuhosti, označené $c_{\vartheta,k}$. Ta je dána vztahem (3.27), uvedeným i v [15], avšak pouze s popisem jednotlivých složek a s odkazem na normu [18]; jedná se o analogický vztah (3.26):

$$\frac{1}{c_{\vartheta,\mathrm{k}}}=\frac{1}{c_{\vartheta\mathrm{M,k}}}+\frac{1}{c_{\vartheta\mathrm{A,k}}}+\frac{1}{c_{\vartheta\mathrm{P,k}}}, \tag{3.27}$$

kde $c_{\vartheta\mathrm{M,k}}$ je rotační tuhost vyplývající z ohybové tuhosti plošného prvku (za předpokladu tuhého spojení) o rozpětí *a*, kterou lze určit podle vztahu (3.28):

$$c_{\vartheta\mathrm{M,k}}=k\cdot\frac{\left(E_\mathrm{a}\cdot I_\mathrm{a}\right)}{a}, \tag{3.28}$$

kde $k = 2$ pro prostý nosník nebo spojitý nosník o dvou polích, $k = 4$ pro spojitý nosník o třech nebo více polích a $E_\mathrm{a}\cdot I_\mathrm{a}$ je ohybová tuhost plošného prvku. Další složka, $c_{\vartheta\mathrm{A,k}}$, je rotační tuhost vyplývající ze spojení plošného prvku a nosníku. Dokument [19] uvádí podrobné údaje pro její stanovení pro případ trapézových plechů a také sendvičových panelů s ocelovými povrchovými plechy. Složka $c_{\vartheta\mathrm{P,k}}$ odpovídá rotační tuhosti plynoucí z distorze příčného řezu nosníku. V případě standardních válcovaných průřezů je možné tuto složku zanedbat, čili uvažovat $c_{\vartheta\mathrm{P,k}} = \infty$, stejný postup se uplatní v případě, že je tlačená pásnice stabilizovaná [15].

3.3 Stabilita skutečného ohýbaného nosníku s nahodilými odchylkami

V částech 3.1 a 3.2 byl popsán problém příčné a torzní stability ideálního ohýbaného prutu, kdy ztráta stability nastane při dosažení kritického zatížení (rozdvojení rovnováhy – bifurkace). Matematicky jde tedy o problém vlastní hodnoty [5]. V případě skutečného nosníku je situace poněkud jiná. Prakticky nelze dosáhnout toho, aby byl prut dokonale přímý a jeho uložení dokonale odpovídalo předpokladu. Skutečný nosník se vyznačuje počátečními odchylkami, tzv. imperfekcemi, které výrazně snižují jeho odolnost. Imperfekce lze rozdělit do několika skupin [20]:

1. Geometrické (tolerance rozměrů průřezu, počáteční zakřivení osy prutu);
2. Strukturální (tolerance mechanických vlastností, reziduální napětí po svařování a válcování);
3. Konstrukční (např. excentricity ve styčnících).

Skutečný ohýbaný nosník se vzhledem k imperfekcím, zejména počátečnímu zakřivení prutu, deformuje již od počátku zatěžování a rozdvojení rovnováhy ve smyslu ideálního prutu ve skutečnosti nenastává. Jedná se o přechod od ideálního nosníku popsaného problémem vlastní hodnoty (kritického zatížení) ke skutečnému, kdy je řešen problém jeho pevnosti. To je efektivně řešitelné např. v dostupných programových systémech pro výpočty konstrukcí s využitím teorie II. řádu (na deformované konstrukci). Vzhledem ke složitosti zohlednění všech výše uvedených imperfekcí při výpočtu vnitřních sil a deformací se postupuje tak, že se všechny imperfekce nahradí pouze jedinou, a sice počátečním zakřivením osy prutu ve tvaru sinusoidy s určitou amplitudou. Aktuálně platná norma [15] uvádí velikosti amplitud pro různé typy průřezů v závislosti na typu analýzy (pružnostní, plasticitní) ve formě e_0 / L, kde e_0 je amplituda a L je délka prutu. Pro tvar počátečního zakřivení je možné použít první vlastní tvar. Programové systémy pro výpočty konstrukcí zpravidla umožňují modifikovat původní geometrii konstrukce (prutu) podle výsledků analýzy vlastních tvarů (stabilitní analýza) s ohledem na zadanou amplitudu počátečního zakřivení. Po tomto kroku je již možný geometricky nelineární[2], příp. geometricky a materiálově nelineární[3] výpočet imperfektní konstrukce a provedení pevnostního posouzení (ověření, že napětí v nejvíce namáhaném průřezu nepřesahuje mez kluzu) [21].

Posouzení ohýbaných prutů podle normy [15] je možné provést výpočtem vnitřních sil podle teorie I. řádu (na nedeformované konstrukci) a imperfekce zohlednit pomocí součinitele klopení χ_{LT}, který může nabývat hodnoty v intervalu $(0; 1\rangle$ a kterým se násobí únosnost v prostém ohybu. Postup je takový, že se pomocí pružného kritického momentu M_{cr} určí poměrná štíhlost při klopení vztahem (3.29) a následně (pomocí součinitele Φ_{LT} a součinitele imperfekce při klopení α_{LT}) součinitel klopení χ_{LT}. Ten je využit pro určení návrhového momentu únosnosti na klopení $M_{\mathrm{b,Rd}}$.

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}} = \sqrt{\frac{f_{\mathrm{y}}}{\sigma_{\mathrm{cr,m}}}} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_{\mathrm{y}}}{M_{\mathrm{cr}}}}\,, \tag{3.29}$$

$$\Phi_{\mathrm{LT}} = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha_{\mathrm{LT}} \cdot \left(\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{\mathrm{LT}}^2\right], \tag{3.30}$$

---

[2] GNIA analýza (Geometrically Nonlinear Analysis with Imperfections)

[3] GMNIA analýza (Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections)

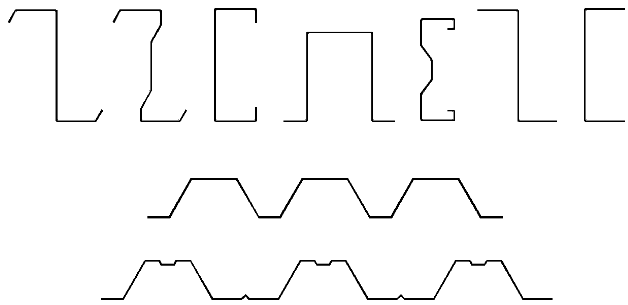
$$\chi_{\mathrm{LT}} = \frac{1}{\Phi_{\mathrm{LT}} + \sqrt{\Phi_{\mathrm{LT}}^2 - \overline{\lambda}_{\mathrm{LT}}^2}}, \tag{3.31}$$

$$M_{\mathrm{b,Rd}} = \chi_{\mathrm{LT}} \cdot W_y \cdot \frac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}. \tag{3.32}$$

3.4 Stabilita tenkostěnných za studena tvarovaných profilů

3.4.1 Stručná charakteristika za studena tvarovaných profilů

Snaha o co největší hospodárnost vedla k dalšímu snižování tloušťky konstrukčních profilů. Tvarováním za studena lze vyrobit profily, jejichž tloušťka může být i menší než 1 mm (aktuálně platná norma pro tenkostěnné za studena tvarované prvky [18] připouští nejmenší tloušťku 0,45 mm, přičemž chování prvků s ještě menšími tloušťkami je nutné ověřit zkouškami). Tato technologie byla výjimečně využita již v 19. století, největší rozmach však nastal až ve 20. století, kdy se tyto profily začaly rutinně využívat [22]. V současné době patří k progresivním konstrukčním prvkům. Jejich výroba spočívá v lisování plechů na ohraňovacích lisech až do požadovaného tvaru, válcováním za studena, příp. tažením za studena [22]. Ukázky ze široké škály vyráběných profilů jsou na Obr. 3.5. Dostupné jsou jak tyčové, tak plošné prvky (např. trapézové plechy). Z hlediska zatřídění průřezů podle [15] se obvykle jedná o průřezy třídy 4.

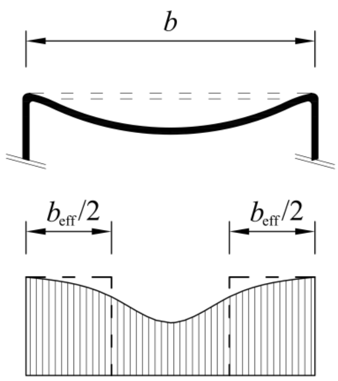


Obr. 3.5 Příklady profilů tvarovaných za studena

Za studena tvarované profily jsou v pozemním stavitelství obvykle využity jako vaznice, paždíky nebo prvky opláštění, využití ale nalézají i jako prvky hlavní nosné konstrukce budov nebo prvky regálových skladovacích konstrukcí [23]. Při statickém řešení za studena tvarovaných profilů je nutno vzít v úvahu některé jevy vyplývající z vysoké štíhlosti tenkých stěn a netuhosti příčného řezu. Jedná se o lokální boulení tenkých stěn a distorzní boulení. Tyto jevy nemusejí nastávat samostatně. Může nastat jak jejich vzájemná interakce, tak, v nejobecnějším případě, i kombinace lokálního a distorzního boulení společně s celkovou (globální) ztrátou stability prutu jako celku (vzpěr, klopení).

Lokální boulení štíhlých stěn

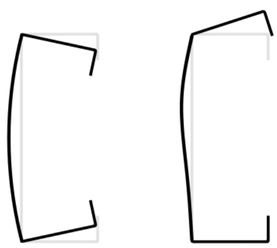
Boulení štíhlých stěn je lokální stabilitní problém. V důsledku vysoké štíhlosti stěn průřezu může nastat lokální ztráta stability dříve, než některý z globálních jevů (ztráta stability prutu jako celku) – vzpěru nebo klopení. Lokální boulení je charakterizováno vybočením tlačené části stěny z její roviny, což je ilustrováno na Obr. 3.6. Jev je charakterizován nerovnoměrným rozdělením napětí po průřezu.



Obr. 3.6 Příklad lokálního boulení a rozdělení napětí v tlačené stěně

Distorzní boulení

Distorzní boulení spočívá v příčném ohybu a vybočení tlačených pásnic průřezu (výztuh), což je ilustrováno na Obr. 3.7. Tento jev vyplývá z netuhosti příčného řezu nosníku, který při namáhání nezachovává svůj tvar.



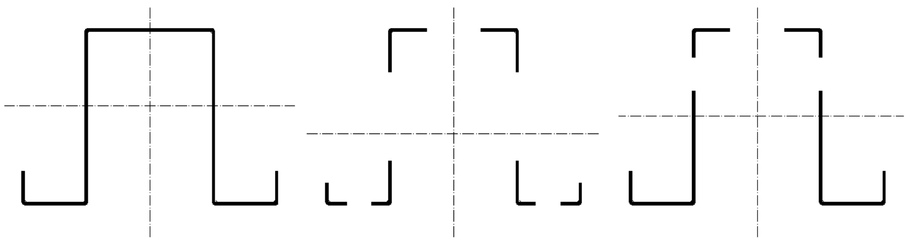
Obr. 3.7 Příklady distorzního boulení při tlaku a ohybu

3.4.2 Výpočet konstrukcí se za studena tvarovanými profily

Existují různé přístupy, jak výše uvedené jevy zavést do statického výpočtu. Aktuálně platná norma pro za studena tvarované profily [18] se odkazuje na normu pro boulení štíhlých stěn [24], ve které je pro zohlednění boulení zvolena metoda efektivní šířky. Její princip spočívá v tom, že se z průřezu fiktivně odeberou určité části v tlačené oblasti průřezu, o kterých se předpokládá, že vyboulí. Odebráním těchto částí získáme tzv. efektivní průřez, pro který se určí efektivní průřezové charakteristiky, které jsou třeba pro dimenzování. Rozdělení napětí je uvažováno jako rovnoměrné na určité (efektivní) šířce b_{eff}. Ta se stanoví pomocí redukčního součinitele ρ v závislosti na poměrné štíhlosti stěny $\overline{\lambda}_{\mathrm{p}}$ postupem v [24]. Příklady efektivního průřezu pro tlačený a ohýbaný prvek jsou na Obr. 3.8.

$$\overline{\lambda}_{\mathrm{p}} = \sqrt{\frac{f_{\mathrm{y}}}{\sigma_{\mathrm{cr,p}}}}, \tag{3.33}$$

$$b_{\mathrm{eff}} = \rho \cdot b. \tag{3.34}$$



Obr. 3.8 Příklad plného a příslušných efektivních průřezů pro tlak a ohyb

Hlavní osy setrvačnosti efektivního průřezu mohou být různé od hlavních os plného průřezu, což s sebou nese i možnou excentricitu působící normálové síly, resp. přídavný ohybový moment.

Distorzní boulení je do výpočtu zavedeno prostřednictvím součinitele vzpěrnosti χ_{d} pro únosnost v distorzním vybočení (rovinném vybočení výztuhy), který se stanoví v závislosti na poměrné štíhlosti výztuhy $\overline{\lambda}_{\mathrm{d}}$ postupem v [18]. Pomocí součinitele χ_{d} se určí efektivní (redukovaná) tloušťka tlačené pásnice t_{eff}.

$$\overline{\lambda}_{\mathrm{d}} = \sqrt{\frac{f_{\mathrm{yb}}}{\sigma_{\mathrm{cr,s}}}}, \tag{3.35}$$

$$t_{\mathrm{eff}} = \chi_{\mathrm{d}} \cdot t. \tag{3.36}$$

Je-li určen efektivní průřez zahrnující účinky lokálního a distorzního boulení, může být přistoupeno k posouzení globální ztráty stability. Zde se již uplatní ustanovení v základní normě [15] s uvážením průřezových charakteristik efektivního průřezu. V případě ohýbaného nosníku se tedy stanoví poměrná štíhlost při klopení $\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}}$ vztahem (3.37) a na jejím základě se určí součinitel klopení χ_{LT} a momentová únosnost.

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}} = \sqrt{\frac{W_{\mathrm{eff},y} \cdot f_{\mathrm{y}}}{M_{\mathrm{cr}}}}\,. \tag{3.37}$$

Pro úplnost je třeba dodat, že metoda efektivní šířky není jedinou metodou pro výpočet za studena tvarovaných prvků. Mezi další metody patří např. metoda redukovaných napětí nebo metoda přímého napětí (DSM; Direct Strength Method), která je implementována v americké normě pro za studena tvarované prvky. Koncepce metody DSM je odlišná od metody efektivní šířky obsažené v evropské normě [24]. Srovnání obou přístupů lze nalézt např. v [25]. Metoda DSM, na rozdíl od metody efektivní šířky, začíná analýzou globální ztráty stability a teprve poté následuje kombinace lokálních a globálních účinků. DSM uvažuje vždy s plným (neredukovaným) průřezem. S ohledem na skutečnost, že pro praktický konstrukční návrh se v našem prostředí uplatňuje metoda efektivní šířky, není metoda DSM dále podrobněji rozebrána.

Příklad výpočtu za studena tvarovaného průřezu včetně účinků lokálního a distorzního boulení je proveden v příloze D, která je věnována modelovému příkladu statického výpočtu za studena tvarované ocelové vaznice (s uvážením stabilizujícího účinku připojeného plošného prvku).

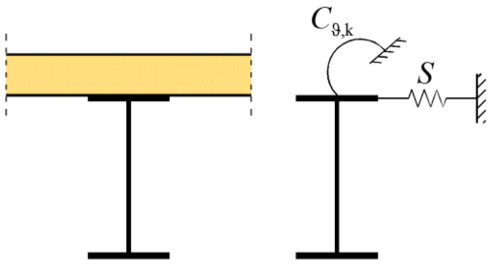
Tvarování prvků za studena ovlivňuje jejich materiálové charakteristiky. Podrobněji je tento vliv rozebrán v příloze D v rámci příkladu.

3.5 Nosníky stabilizované plošnými profily

Plošné prvky střešního nebo stěnového opláštění jsou často uloženy na nosnících tenkostěnného průřezu – vaznicích nebo paždících. Plošné prvky mohou být zastoupeny např. trapézovými plechy, sendvičovými izolačními panely nebo jinými obdobnými plošnými profily, které jsou připojeny k tenkostěnnému nosníku a tvoří tak pro něj vazbu proti příčnému posunutí a proti natočení. Jedná se tedy o případ nosníků s vázaným přetvořením v poli [10]; plošný prvek tvoří vazbu. Přetvoření nosníku je plně nebo částečně zabráněno prostřednictvím určité smykové tuhosti S a rotační tuhosti $C_{9,\mathrm{k}}$, která je zajištěna připojeným plošným profilem (Obr. 3.9).

Z praktického hlediska lze zpravidla uvažovat, že uložení prvků opláštění zabraňuje příčnému posunutí nosníku ve směru střednicové roviny plošných prvků opláštění [10].

V důsledku přítomnosti vazby proti přetvoření příčného řezu nosníku je odolnost tenkostěnného nosníku proti stabilitním problémům zvýšena, což může umožnit využití ekonomičtějšího konstrukčního návrhu.



Obr. 3.9 Vazby proti příčnému posunutí a natočení průřezu

Vybrané příklady praktických aplikací tenkostěnných nosníků s příčnými vazbami jsou na následujících fotografiích, které zachycují střešní plášť tvořený sendvičovými panely připojenými k vaznicím z tenkostěnných za studena tvarovaných profilů (Obr. 3.10, [26] a [27]). Jiným příkladem může být stropní konstrukce uložená na stropních nosnících, dále se může jednat např. o jednoduchá zastřešení nástupišť a podobných prostorů, kdy jsou ke kovovým tenkostěnným nosníkům tvořícím nosnou konstrukci připojeny trapézové plechy, skleněné tabule nebo jiné plošné prvky.


Obr. 3.10 Střešní plášť na tenkostěnných vaznicích (vlevo [26], vpravo [27])

4. SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ V PROBLEMATICE STABILIZACE NOSNÍKŮ PLOŠNÝMI PRVKY

Problematika ohýbaných nosníků po délce translačně a rotačně podepřených a jejich stabilizace prostřednictvím vazeb proti vybočení z roviny ohybu a kroucení (diskrétních i spojitých) byla a je předmětem mnoha teoretických prací i experimentálních výzkumů, které přispívají k rozvoji poznání v této oblasti.

Případ ztráty stability prutů tuze příčně podepřených v přímce rovnoběžné s osou prutu byl teoreticky rozpracován Vlasovem [1]. Otáčení průřezu se děje okolo osy, která je dána přímkou tuhého podepření; při bifurkaci rovnováhy vznikají v ose otáčení reakce, které jsou důsledkem snahy prutu vybočit ze své prvotní polohy [1]. Nastává vázané klopení, jedinou složkou přetvoření je natočení průřezu. Vlasov dále vychází ze základních diferenciálních rovnic popisujících rovnováhu tenkostěnného prutu namáhaného normálovou silou a ohybem při ztrátě stability, modifikuje je pro případ spojitého tuhého podepření (to vede na jednu diferenciální rovnici čtvrtého řádu) a uvádí vztahy pro kritickou sílu spojitě podepřeného prutu při prostém tlaku a pro kritický moment tenkostěnného příčně podepřeného prutu při prostém ohybu. Při bifurkaci rovnováhy vzniká v linii spojitého příčného podepření reaktivní zatížení r (v důsledku vazby posunutí), které vstupuje do základních diferenciálních rovnic stability tenkostěnného nosníku při ohybu. Citovaná práce vyšla v českém překladu v roce 1962.

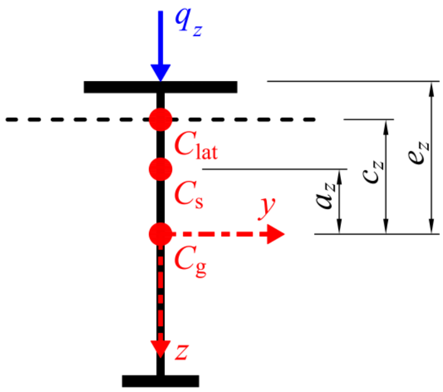
Ve stejném roce vychází také práce Březiny [5] s obdobným teoretickým rozpracováním, ze které bude čerpáno také v příloze B. Řešení nosníku po délce s příčným podepřením vede přes přidání reaktivního zatížení do základních diferenciálních rovnic stability při ohybu opět na jednu diferenciální rovnici (4.1) [5], kde jedinou neznámou funkcí φ je funkce natočení nosníku okolo bodu C_{lat}, ve kterém je umístěno příčné podepření a který má souřadnici (0; c_z) podle Obr. 4.1:

$$\begin{aligned}&\left[E\cdot I_\omega + E\cdot I_z\cdot(c_z-a_z)^2\right]\cdot\varphi^{IV} - G\cdot I_\mathrm{t}\cdot\varphi'' + \\ &+2\cdot\left(c_z-a_z-b_z\right)\cdot\left(M_y\cdot\varphi'\right)' + q_z\cdot\left(e_z-c_z\right)\cdot\varphi = 0\end{aligned} \quad . \tag{4.1}$$

Rovnici (4.1) příslušejí okrajové podmínky v závislosti na způsobu podepření. Jednotlivé symboly vystupující v této rovnici jsou vysvětleny v kapitole 3.1.1. Březina dále odvozuje kritický moment takto příčně tuze podepřeného nosníku a uvádí výsledný vztah pro jeho výpočet (4.2) [5]:

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{\left[E \cdot I_{\omega} + E \cdot I_z \cdot (c_z - a_z)^2\right] \cdot \dfrac{\pi^2}{L_{\mathrm{cr,T}}^2} + G \cdot I_{\mathrm{t}}}{\beta_1 \cdot (c_z - a_z - b_z) - \beta_2 \cdot (e_z - c_z)}, \tag{4.2}$$

kde $L_{\mathrm{cr,T}}$ je vzpěrná délka pro vybočení zkroucením a β_1 a β_2 jsou součinitele podle tabulky uvedené v [5] závislé na okrajových podmínkách a typu zatížení (prostý ohyb, rovnoměrné zatížení, osamělé břemeno uprostřed rozpětí). Např. pro rovnoměrné spojité zatížení a prosté uložení v ohybu i kroucení mají uvedené součinitele hodnoty $\beta_1 = 0{,}93$ a $\beta_2 = 0{,}81$.



Obr. 4.1 Průřez nosníku zajištěného podélným podepřením

Se vztahem (4.2) Březina dále pracuje a uvádí podmínku (4.3), při které vychází kritický moment dvojose symetrického průřezu ($a_z = b_z = 0$) záporný a při kterém tedy nemůže nastat ztráta stability. Je tedy hledána taková hodnota vzdálenosti c_z, při které má jmenovatel výrazu (4.2) zápornou hodnotu (z výrazu je zřejmé, že čitatel je kladný vždy):

$$c_z < \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \cdot e_z. \tag{4.3}$$

Pro výše uvedený příklad rovnoměrného spojitého zatížení působícího na prostě uloženém nosníku dvouose symetrického průřezu ve vzdálenosti e_z od těžiště je určena podmínka (4.3) ve tvaru $c_z < 0{,}47 \cdot e_z$. Uvedeným postupem lze získat i podmínku (4.4) pro polohu příčného podepření c_z pro nosník jednoose symetrického průřezu ($a_z \neq 0$, $b_z \neq 0$):

$$c_z < \frac{\beta_1 \cdot (a_z + b_z) + \beta_2 \cdot e_z}{\beta_1 + \beta_2}. \tag{4.4}$$

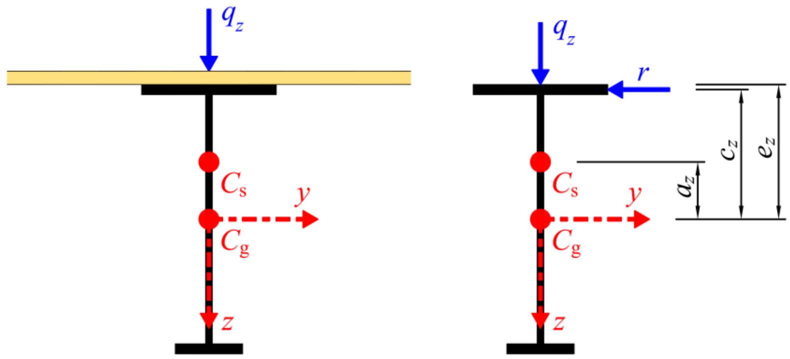
Později se problému stability ohýbaného nosníku s příčným podepřením věnovala řada autorů. Akiyama a Kato v příspěvku [28] (rok vydání 1976) přinášejí vztahy pro určení kritického napětí v ohybu pro dvojose symetrické průřezy, jejichž horní pásnice je zajištěna proti příčnému posunutí nebo proti příčnému posunutí i natočení. Součástí příspěvku jsou graficky znázorněné závěry parametrických studií kritických napětí pro různé štíhlosti uvažovaných nosníků a pro různé průběhy ohybových momentů.

Postupy pro navrhování nosníků s vázaným přetvořením v poli jsou vyloženy také v práci [10]. Řešení vede na náhradu příčného podepření reaktivním zatížením *r* (působícím v linii, ve které je příčné podepření realizováno a brání tak přetvoření – vzniká v něm reakce). Reaktivní zatížení *r* může také způsobovat přídavné kroutící zatížení, neboť jeho paprsek zpravidla neprochází středem smyku průřezu. Při určování napětí po průřezu se již dále postupuje stejně, jako u nosníku bez vazeb přetvoření v poli, určují se napětí vznikající v důsledku působení vnějšího zatížení *q* a reaktivního zatížení *r* (Obr. 4.2).

Podmínka pro stav, kdy nemůže nastat ztráta stability, je podle [10] dána vzdáleností příčného podepření a působiště zatížení od středu smyku průřezu a vede na nerovnost (4.5). Jestliže tedy linie, v níž působí zatížení, leží v menší vzdálenosti, než linie příčného podepření (v tlačené oblasti), ztráta stability nenastává.

$$c_z - e_z \geq 0\,. \tag{4.5}$$

Vedle případu spojitého podepření je v práci [10] řešen i z praktického hlediska důležitý případ nosníku s lokálními (diskrétními) příčnými vazbami. To může být např. případ stropnic uložených na průvlaku.



Obr. 4.2 Náhrada příčného podepření reaktivním zatížením

Zatímco v předešlých odstavcích byl řešen případ dokonale tuhého příčného podepření, plošné prvky připojené k tenkostěnnému nosníku (nejčastěji k jeho pásnici) mohou v obecném případě poskytovat úplné nebo částečné podepření proti posunutí průřezu i proti jeho natočení. V případě úplného podepření, tedy při splnění podmínek (3.24), resp. (3.25), které platí pro případ připojení plošných prvků k pásnici nosníku, není třeba redukovat odolnost nosníku s ohledem na stabilitní problémy. Při částečném podepření je třeba uvažovat s možnou ztrátou stability, avšak hodnota kritického momentu M_{cr} je vyšší než v případě samostatného nosníku bez příčného podepření. Podepření proti posunutí je zajištěno určitou smykovou tuhostí plošných profilů, podepření proti natočení je zajištěno rotační tuhostí. Na skutečné chování těchto systémů má vliv řada faktorů, navzájem na sobě nezávislých, jako např. charakteristiky spojovacích prostředků a plošných prvků, způsob přenosu zatížení do nosníku, ohybová tuhost plošných prvků a další [10]. Vliv některých z uvedených faktorů může být vhodně vyhodnocen pomocí experimentů, případně numerických modelů.

Problematika stabilizace tenkostěnných nosníků plošnými prvky byla a je řešena v řadě tuzemských i zahraničních výzkumných pracovišť. Významná je práce autorů z německých technických vysokých škol. Na Technické univerzitě v Berlíně se touto problematikou zabývá např. Lindner. V příspěvku [29] podává základní výpočetní postupy pro započítání vlivu příčného podepření, a to s ohledem na aktuální normu pro navrhování ocelových konstrukcí. Uvádí vztahy pro minimální hodnotu smykové tuhosti S a minimální hodnotu rotační tuhosti C_ϑ, které mají být poskytnuty prostřednictvím plošných prvků, aby bylo dosaženo plné zajištění proti příčnému posunutí a natočení prořezu. Jedná se o vztahy (3.24) a (3.25), které jsou uvedeny i v normě [15]. Vztah (3.24) dává minimální hodnotu smykové tuhosti poskytnuté plošným profilem pro plné podepření; tento normový vztah odpovídá stavu, kdy je dosaženo 95 % kritického momentu M_{cr} [29] pro daný průřez a okrajové podmínky nosníku. Problém lze řešit jako ztrátu příčné a torzní stability s vnucenou osou otáčení (vázané klopení). Příspěvek [29] také odkazuje na řadu starších zdrojů a prací zabývajících se touto problematikou.

Dále příspěvek [29] uvádí vztahy pro výpočet kritického momentu tenkostěnného nosníku se započítáním hodnot rotační a smykové tuhosti poskytnutých plošnými prvky. Rotační tuhost c_ϑ se do výpočtu zavede pomocí modifikovaného momentu setrvačnosti v prostém kroucení I_t^*, který se použije místo momentu setrvačnosti v prostém kroucení I_t:

$$I_t^* = I_t + c_\vartheta \cdot \frac{L^2}{\pi^2 \cdot G}. \tag{4.6}$$

Pro započítání vlivu smykové tuhosti S do vztahu pro určení kritického momentu tenkostěnného nosníku s částečným příčným podepřením uvádí příspěvek [29] přibližná řešení (4.7) převzatá z [30], resp. (4.8) [31], a uvedená s notací ve smyslu německé normy DIN 18800-2, ve kterých M^1_{Ki} značí pružný kritický moment nosníku bez příčného podepření:

$$M_{\mathrm{Ki},y} = M^1_{\mathrm{Ki}} + 0{,}614 \cdot S \cdot h, \tag{4.7}$$

$$M_{\mathrm{Ki},y} = M^1_{\mathrm{Ki}} + 0{,}5 \cdot S \cdot h. \tag{4.8}$$

Určení kritického pružného momentu pro nosníky s plným příčným podepřením a rotačním podepřením o tuhosti c_ϑ se podrobně věnuje příspěvek [32]. K problému určení kritického momentu přistupuje integrací vztahu pro virtuální práci tenkostěnného ohýbaného dvojose symetrického nosníku tvaru I a hledáním součinitele kritického zatížení. Vyšetřovány jsou prostě uložené nosníky s různými průběhy ohybových momentů a také spojité nosníky o dvou, třech a čtyřech polích zatížené rovnoměrným spojitým zatížením (řešení s užitím programu na bázi metody konečných prvků).

Stejný autorský kolektiv publikuje v příspěvku [33] postupy pro určení kritického momentu ohýbaného nosníku dvojose symetrického nosníku s uvážením rotačního podepření o tuhosti c_ϑ a příslušného vlastního tvaru. Opět vychází z integrace virtuální práce ohýbaného nosníku. Výraz pro její určení obsahuje také vnější zatížení působící na nosník; při hledání kritického zatížení jsou vnější zatížení násobena součinitelem kritického zatížení. Hledání kritického momentu převádějí na matematický problém vlastní hodnoty. Dále jsou řešeny různé případy zatížení působícího na nosník dvojose symetrického průřezu a odvozeny vztahy pro příslušné kritické momenty. Např. pro nejjednodušší případ (konstantní průběh ohybového momentu po délce nosníku) uvádí [33] vztah (4.9). V duchu německé normy DIN 18800-2 je kritický moment označen symbolem $M_{\mathrm{Ki},y}$ a pro tento případ má tvar:

$$M_{\mathrm{Ki},y} = \sqrt{E \cdot I_z \cdot \left(\frac{\pi^4}{l^4} \cdot E \cdot I_\omega + \frac{\pi^2}{l^2} \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}} + c_\vartheta \right)}. \tag{4.9}$$

Jiné průběhy ohybových momentů musejí být ve vztahu pro určení kritického momentu zohledněny. Pro praktické účely je to provedeno pomocí součinitelů; příspěvek [33] uvádí potřebné součinitele pro různé poměry koncových momentů (při lineárním průběhu ohybového momentu po délce prostě uloženého nosníku) a pro prostý nosník s rovnoměrným spojitým zatížením. Dále uvádí potřebné součinitele i pro spojité nosníky až o čtyřech polích, zatížené spojitým rovnoměrným zatížením.

Příspěvek [34] uvádí pro částečné příčné podepření dvojose symetrického průřezu vztah pro pružný kritický moment se zohledněním příčné tuhosti poskytnuté plošnými profily připojenými k pásnici nosníku. Jedná se o vztah (4.10), kde b je vzdálenost mezi těžištěm a příčným podepřením:

$$M_{\mathrm{cr}} = S \cdot b \pm \sqrt{\left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{l^2} + S\right) \cdot \left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{l^2} + G \cdot I_\mathrm{t} + S \cdot b^2\right)}. \tag{4.10}$$

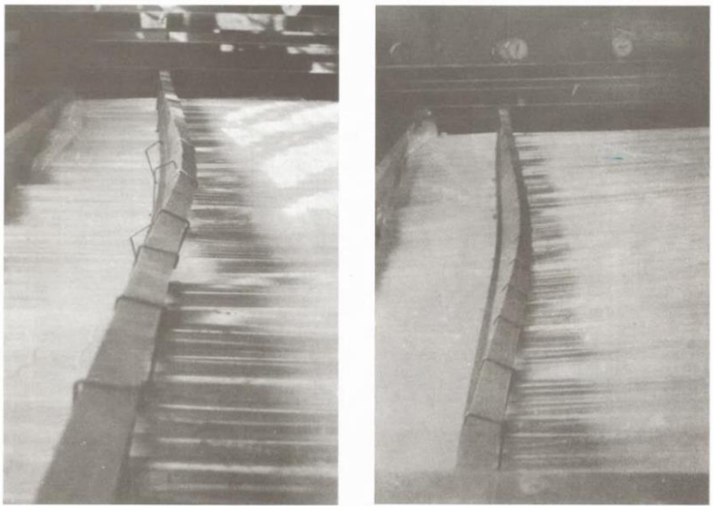
Obecnější vztah (4.11) pro pružný kritický moment, který bere prostřednictvím rotační tuhosti $C_{\vartheta,\mathrm{k}}$ v potaz i rotační podepření, lze nalézt v příspěvku [35]. Vztah je již upraven pro případ dvojose symetrického průřezu tvaru I s příčným podepřením na pásnici, tedy vzdálenost b použitá ve vztahu (4.10) je nahrazena přímo hodnotou h / 2, kde h je výška průřezu nosníku:

$$M_{\mathrm{cr}} = S \cdot \frac{h}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{l^2} + S\right) \cdot \left(\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{l^2} + G \cdot I_\mathrm{t} + \frac{l^2}{\pi^2} \cdot C_{\vartheta,\mathrm{k}} + \frac{S \cdot h^2}{4}\right)}. \tag{4.11}$$

Prakticky významný případ stabilizace ocelového nosníku prostřednictvím trapézového plechu je řešen s využitím experimentů a numerických modelů v příspěvku autorského kolektivu z univerzity v Karlsruhe [36]. Příspěvek se zabývá možností stabilizace ocelových nosníků prostřednictvím smykové tuhosti poskytnuté trapézovými plechy, které jsou připojeny k nosníkům pouze na (protilehlých) hranách. I v tomto případě lze, dle závěrů provedených výzkumů uvedeným v příspěvku [36] smykovou tuhost poskytnutou trapézovými plechy využít (je však nižší než v případě, kdy je trapézový plech k podpůrné konstrukci připojen na všech čtyřech hranách).

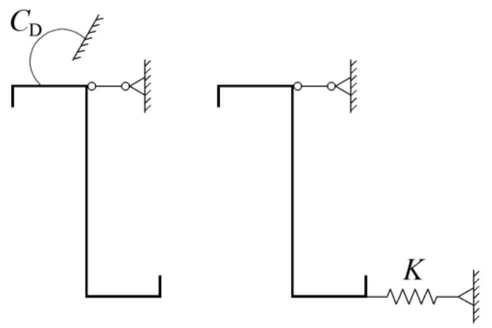
Obecně lze tedy konstatovat, že po stránce teoretické je zavedení příčného a rotačního podepření kovového tenkostěnného nosníku pokryto množstvím výzkumů a vztahy pro kritické momenty se zohledněním smykové a rotační tuhosti poskytnuté připojenými plošnými prvky jsou k dispozici. Otázkou však může být právě stanovení potřebných hodnot smykových a rotačních tuhostí pro různé typy plošných prvků.

K rozvoji poznání skutečného chování tenkostěnných nosníků s vázaným přetvořením velmi významně přispívá experimentální ověřování. Z programů experimentálního ověřování, které byly prováděny ve zkušebně nosných konstrukcí Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně, se jednalo např. o zkoušky vázaného klopení (s vnucenou osou otáčení) ocelových válcovaných vaznic dvouose symetrického průřezu o rozpětí 6 m připojených ke střešnímu plášti tvořenému profilovanými plechy [37; 38]. Tento výzkumný program probíhal v 80. letech. Připojení pláště bylo realizováno hákovitými šrouby. Při experimentech se velmi zřetelně projevilo vázané klopení s typickým tvarem ztráty stability nosníku (Obr. 4.3). Na tomto pracovišti se rozvíjí také využívání zkušební metody zatěžování vakuováním [39], velmi vhodné pro zkoušky plošných prvků a dílců a využité např. v [38].



Obr. 4.3 Zkoušky vázaného klopení na Fakultě stavební VUT v Brně v 80. letech [37]

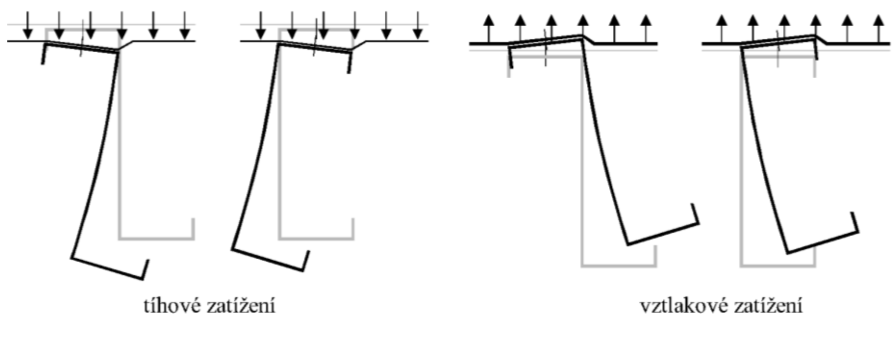
Norma [18] obsahuje v kapitole 10 ustanovení pro nosníky (v uvedené kapitole je nazývá vaznicemi) příčně a rotačně stabilizované plošnými profily. Jejich aplikace je omezena na nosníky příčného řezu tvaru Z, C, Σ, U a kloboukového příčného řezu. Prakticky se tedy jedná o za studena tvarované profily. Na tyto typy profilů bude kladen zvláštní důraz také v této práci. Spojité podepření (v příčném směru) má být realizováno připojením plošného prvku o dostatečné tuhosti k jedné pásnici vaznice. Pro příčné podepření uvádí norma [18] podmínku pro minimální hodnotu smykové tuhosti *S* zajištěné plošným prvkem; jedná se o podmínku (3.24), která již byla zmíněna v této práci a kterou uvádí také norma [15]. Přestože je primárně uvažováno s příčným podepřením prostřednictvím trapézových plechů, lze uvedenou podmínku (3.24) použít i pro jiné typy plošných prvků. Vztah pro výpočet smykové tuhosti trapézového plechu norma přímo uvádí; pro jiné plošné prvky je uživatel odkázán na odbornou literaturu, případně zkoušky. Plošný prvek také může poskytnout tenkostěnnému profilu rotační podepření o tuhosti C_D (norma [15] označuje tuto tuhost $C_{\vartheta,k}$). Normou [15] je umožněno umožňuje zjednodušeně modelovat rotační podepření o tuhosti C_D příčným podepřením volné pásnice s příčnou pérovou tuhostí K (Obr. 4.4). Další postup pro stanovení K a C_D bude podrobně rozebrán v kapitole 4.2.



Obr. 4.4 Zjednodušené modelování rotačního podepření (podle [18])

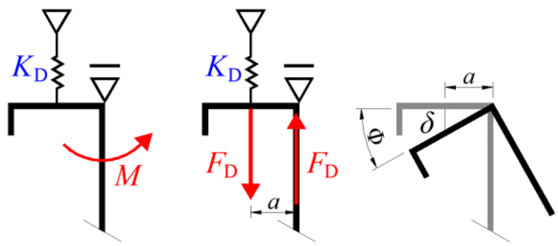
Připojené plošné prvky mohou být zatíženy tíhovým nebo vztlakovým zatížením (např. sáním větru), která jsou přenášena do tenkostěnných nosníků. Deformaci nosníků pod tíhovým a vztlakovým zatížením znázorňuje Obr. 4.5 (podle [18]). Protože vektor zatížení obecně neprochází středem smyku průřezu, je nosník kromě ohybu v rovině namáhaný také kroucením, příčným ohybem a dochází k natočení průřezu a k distorzi.

Podrobněji se vlivu orientace vnějšího zatížení působícího na plošné prvky na rotační podepření za studena tvarovaných profilů věnoval Vraný [40]. V odkazovaném příspěvku uvádí, že tíhové zatížení obecně vede ke vzrůstu hodnoty rotační tuhosti C_D, zatímco vztlakové zatížení vede k její redukci. Uvádí mechanický model připojení tenkostěnného nosníku k plošnému prvku, kde je rotační podepření modelováno pomocí příčné tuhosti K_D (realizované skrze spojovací prostředky) a kroutící moment je převeden na dvojici sil F_D podle Obr. 4.6 (podle [40]).



Obr. 4.5 Chování tenkostěnných nosníků při zatížení (podle [18])

Ve spojovacím prostředku (modelovaném pružinou o tuhosti K_D) vzniká při namáhání krouticím momentem tahová síla. Při odvození předpokládá plné příčné podepření (příčné posunutí průřezu je zabráněno).



Obr. 4.6 Modelování rotačního podepření (podle [40])

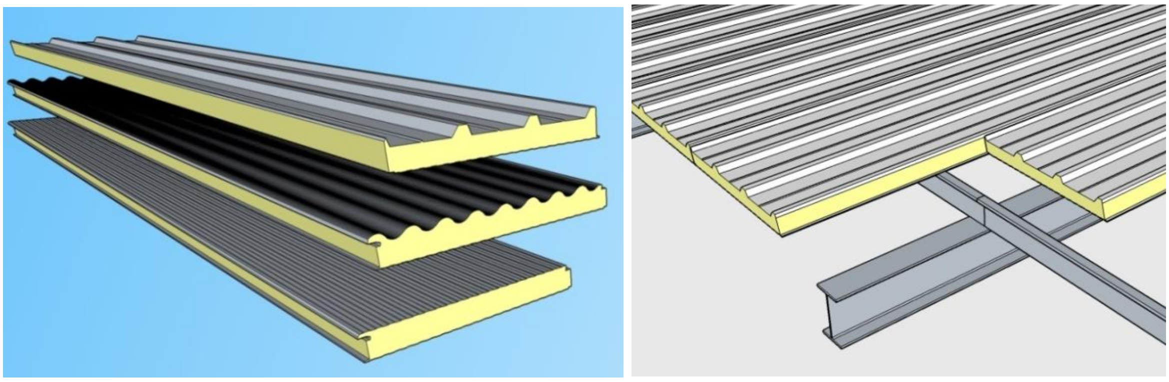
Příspěvek dále uvádí mechanické modely pro vaznice tvaru C a Z zatížené tíhovým a vztlakovým zatížením a analyticky odvozuje příslušné rotační tuhosti.

Rotačnímu podepření za studena tvarovaných vaznic trapézovými plechy je věnován příspěvek [41]. Jsou prezentovány výsledky experimentálního programu zaměřeného na určení rotační tuhosti poskytnuté profilům tvaru Z a Σ o různých dimenzích. Zkušební sestava vychází z normového ustanovení. Není uvažováno externí plošné zatížení působící na trapézové plechy. Vedle výsledků zkoušek rotačního podepření je prezentován také analytický model pro odvození rotační tuhosti a výsledky parametrických studií provedených v softwaru na bázi metody konečných prvků. Precizní analytický model uvažuje i s lokální deformací tenkého trapézového plechu způsobenou silou, kterou je tenkostěnný profil zatěžován při provádění zkoušky.

Numerickému modelování rotačního podepření tenkostěnné za studena tvarované vaznice průřezu Z připojeným trapézovým plechem se věnuje příspěvek [42]. Je popsán model vytvořený v programovém systému na bázi metody konečných prvků, který odpovídá zkoušce rotačního podepření dle normy a výsledky jsou srovnány s výsledky odpovídajících experimentů (převzatých z literatury). Jsou uvažovány vaznice o výškách 150 mm a 200 mm a tloušťkách 1,5 mm a 2,0 mm. Výsledky numerických analýz jsou srovnány i s výpočtem rotační tuhosti podle normy a případné rozdíly jsou okomentovány. Modely nezahrnují vnější zatížení působící na plechy.

V současné době se široce uplatňuje použití sendvičových izolačních panelů coby střešních i stěnových plášťů. Tyto plošné profily jsou nejčastěji uložené na pásnicích kovových nosníků (vaznic, paždíků), které jsou jimi stabilizovány. Vzhledem ke specifikům těchto plošných prvků a rozsahu problematiky je této oblasti věnován větší prostor.

Sendvičové panely nalézají největší možnosti využití jako prvky střešního a stěnového opláštění. Skládají se z tenkých kovových plechů (profilovaných nebo hladkých) a z izolačního jádra, nejčastěji z polymerové pěny (např. polyuretan – PUR, polyizokyanurát – PIR) nebo z minerálních vláken. Vybrané používané průřezy sendvičových panelů a schematické znázornění možného uložení sendvičových panelů na kovových tenkostěnných nosnících (vaznicích) je na Obr. 4.7.



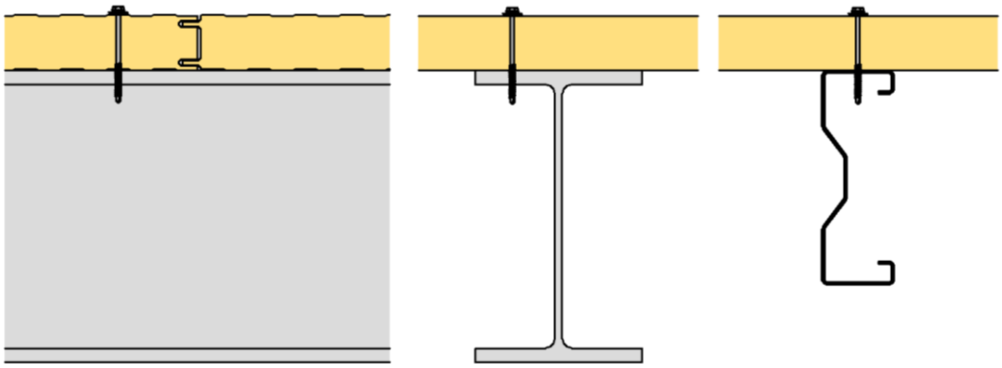
Obr. 4.7 Příklady sendvičových panelů a jejich uložení na konstrukci

Polyuretan, který je často používán jako izolační jádro sendvičových panelů, je polymer značně se svými vlastnostmi lišící od materiálu povrchových plechů. Má nesrovnatelně nižší objemovou hmotnost (řádově v desítkách kg/m^3), moduly pružnosti v tahu a tlaku se pohybují v jednotkách, příp. desítkách MPa, modul pružnosti ve smyku v jednotkách MPa, pevnosti v tahu a tlaku také řádově v jednotkách MPa [43], zato vyniká svými tepelně izolačními vlastnostmi. Požadavky na materiál sendvičových panelů (povrchové plechy, jádro), mechanické vlastnosti a zkušební postupy pro jejich ověření shrnuje norma [44].

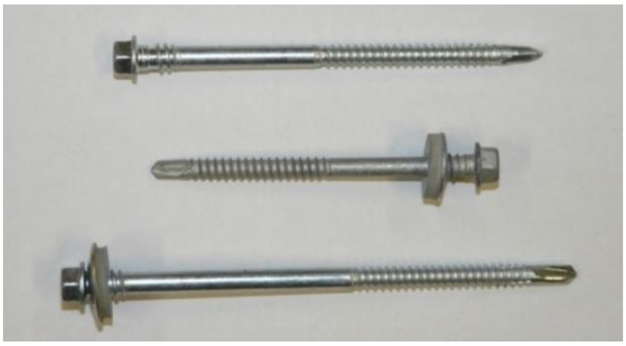
Praktické příklady využití sendvičových panelů jakožto prvků opláštění jsou zachyceny také na fotografiích uvedených výše (Obr. 3.10).

Sendvičové panely jsou ke kovovým nosníkům nejčastěji připojeny pomocí samořezných šroubů. Příklady připojení jsou na Obr. 4.8. Šrouby určené pro připojení střešního a stěnového opláštění jsou nejčastěji opatřeny podložkou s navulkanizovaným EPDM[4] těsněním pro zajištění vodotěsnosti [45]. Ukázky šroubů jsou na Obr. 4.9.

[4] Etylen-propylen-dien-monomer – elastomer užívaný zejména jako izolační materiál [72]



Obr. 4.8 Příklady připojení sendvičových panelů ke kovovým nosníkům



Obr. 4.9 Ukázky samořezných šroubů

Možnosti využití stabilizujícího vlivu sendvičových panelů na tenkostěnné kovové nosníky byly a jsou v současné době předmětem výzkumů na řadě pracovišť. Na výzkumu se významně podílí Technologický institut v Karlsruhe. Příspěvek [34] sumarizuje současný stav poznání a vysvětluje principy stabilizujícího účinku sendvičových panelů. Podrobně je popsán případ stabilizace tenkostěnných nosníků s příčným podepřením (zabraňujícímu příčnému posunu průřezu), které je zajištěnou určitou smykovou tuhostí S poskytnutou sendvičovými panely. Vztah pro hledanou smykovou tuhost S je odvozen na základě mechanického modelu prezentovaného v příspěvku. Je rozebrán případ plného i částečného podepření a uvedeny vztahy pro kritické síly a kritický moment nosníku s příčným podepřením, které poskytuje tuhost S. Pro kritický moment se jedná o již výše uvedený vztah (4.11). Pozornost je věnována také silám ve spojovacích prostředcích, které vznikají v důsledku stabilizačního účinku.

Z předchozího vyplývá, že pro zohlednění příčného podepření (zajištění proti příčnému posunutí průřezu) je zcela nezbytná znalost hodnoty smykové tuhosti S poskytnuté sendvičovými panely (obdobně pro rotační podepření je nutno znát hodnotu rotační tuhosti). Nejprve je nutné rozhodnout, zda lze příčné podepření považovat za úplné, tedy ověřit podmínku (3.24), k čemuž je třeba určit hodnotu smykové tuhosti S. Ta je ovlivněna počtem spojovacích prostředků, jejich tuhostí a geometrií řešeného systému. Vztah pro její určení byl odvozen a publikován také v příspěvku [46] a bude uveden níže. Mechanický model a odvození vztahu pro příčnou tuhost spojovacích prostředků sloužících k připojení sendvičových panelů k ocelovým nosníkům bylo publikováno též v příspěvku [35]. Uvedená práce se věnuje také rotačnímu podepření sendvičovými panely.

Rozsáhlý teoretický i experimentální výzkum zaměřený na sendvičové panely probíhal v rámci projektu EASIE (Ensuring Advancement in Sandwich Construction Through Innovation and Exploitation) na Univerzitě Karlsruhe v letech 2007 – 2013. V jeho rámci byla věnována pozornost i stabilizaci nosníků sendvičovými panely, výsledky zaměřené na tuto oblast byly sumarizovány v závěrečných zprávách [47; 48; 49; 50] a publikovány také v odborných časopisech. Rotační podepření sendvičovými panely bylo v rámci tohoto projektu experimentálně zkoumáno na sérii 21 zkoušek pro střešní i stěnové sendvičové panely a pro různé druhy materiálů izolačního jádra (polyuretan, minerální vlna, extrudovaný polystyren). Byl ověřován jak případ se zatížením tlakem, tak sáním na sendvičové panely. Jako nosníky stabilizované těmito sendvičovými panely byly použity válcované nosníky dvojose symetrického průřezu typu IPE.

Důležitou publikací je dokument společností CIB[5] a ECCS[6] s názvem European Recommendations on the Stabilization of Steel Structures by Sandwich Panels [51]. Tento dokument podává základní postupy pro navrhování ocelových nosníků stabilizovaných sendvičovými panely. Poskytuje také informace, které nejsou obsaženy v aktuálních normách pro navrhování ocelových konstrukcí.

Obecné poznatky týkající se chování kovových nosníků příčně a rotačně stabilizovaných plošnými profily shrnuté na začátku této kapitoly se vztahují také na sendvičové panely. V jejich případě se však uplatní některá specifika, proto jim bude v následujících kapitolách věnována větší pozornost.

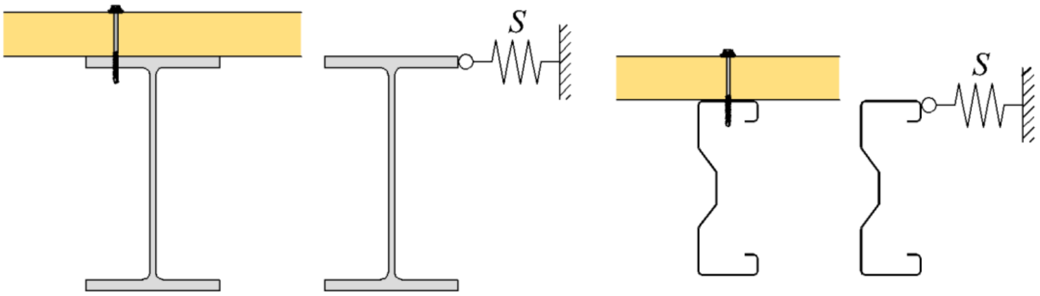
4.1 Ohýbaný nosník s příčnými vazbami

Příčné podepření je realizováno prostřednictvím smykové tuhosti *S*, kterou poskytují připojené plošné profily. V případě trapézových plechů lze vztah pro její určení (i pro určení rotační tuhosti) najít přímo v normě [18] (v části 10), u sendvičových panelů

[5] CIB – International Council for Research and Innovation in Building and Construction

[6] ECCS – European Convention for Constructional Steelwork

tomu tak není. Uživatel je odkázán na doporučení ECCS [51], případně určení pomocí zkoušek. Postup podle [51] je dále stručně uveden.



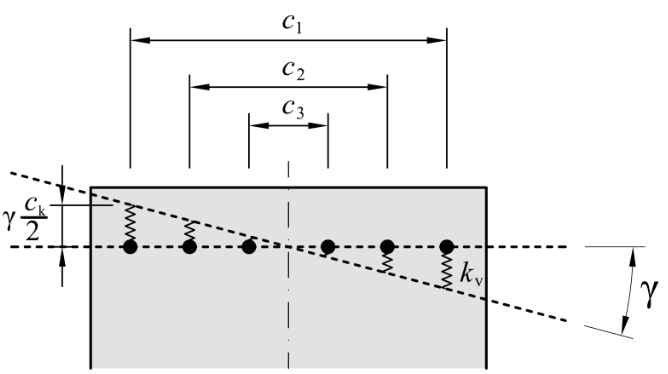
Obr. 4.10 Příčná vazba prostřednictvím plošných prvků

Odvození vztahu pro výpočet potřebné smykové tuhosti poskytnuté sendvičovými panely vychází z mechanického modelu (Obr. 4.11 a Obr. 4.12, podle [46] a [34]). Na základě tohoto mechanického modelu byl v [46] odvozen vztah (4.12) pro smykovou tuhost poskytnutou sendvičovým panelem jednomu nosníku:

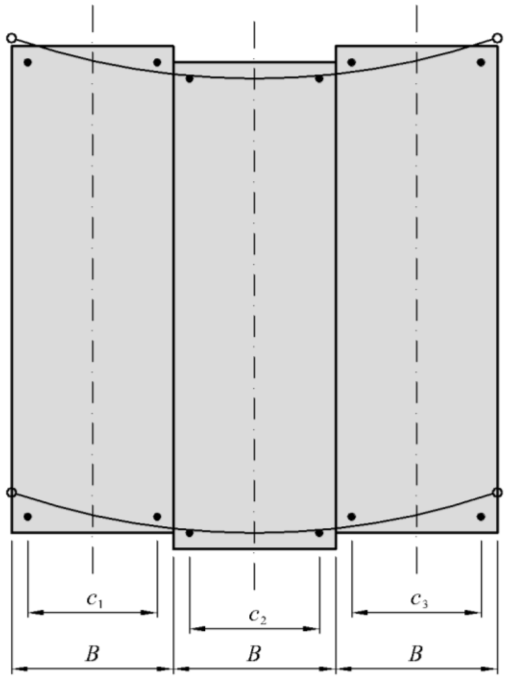
$$S = \frac{k_\mathrm{v}}{2 \cdot n \cdot B} \cdot n \cdot \sum_k c_k^2 = \frac{k_\mathrm{v}}{2 \cdot B} \cdot \sum_k c_k^2 , \tag{4.12}$$

kde k_v je tuhost spojovacích prostředků, n je počet plošných prvků (sendvičových panelů) stabilizujících tenkostěnný nosník, B je šířka jednoho plošného prvku a c_k jsou vzdálenosti mezi spojovacími prostředky podle Obr. 4.11. Vztah pro určení k_v lze nalézt v příspěvku [35], příp. v [51].

Porovnáním takto určené smykové tuhosti s podmínkou (3.24) lze rozhodnout, zda je poskytnuto plné nebo částečné příčné podepření. Smykovou tuhost S poskytnutou sendvičovým panelem lze pro všechny typy tenkostěnných průřezů (válcované, za studena tvarované) využít jak při zatížení tlakem, tak sáním na sendvičové panely [51].

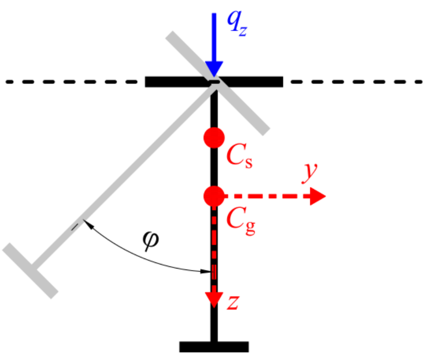


Obr. 4.11 Mechanický model pro smykovou tuhost (podle [46])



Obr. 4.12 Mechanický model pro smykovou tuhost (podle [46])

Přítomnost spojité příčné vazby tvořené plošnými prvky připojenými k tenkostěnnému nosníku vede k řešení problému nosníku s vázaným přetvořením v poli, resp. s vnucenou osou otáčení. Typický příklad může být střešní vaznice s připojeným střešním pláštěm. Z hlediska ztráty stability má význam především zatížení sáním větru, které způsobuje tlak ve volné pásnici, zatímco tažená pásnice je držena střešním pláštěm. Za předpokladu, že střešní plášť má dostatečnou tuhost pro plné zabránění příčného posunu průřezu nosníku, lze vnucenou osu otáčení v takovém případě uvažovat v tažené pásnici [52] (Obr. 4.13).



Obr. 4.13 Klopení s vnucenou osou otáčení

Příklad řešení ohýbaného nosníku s úplným příčným podepřením s využitím matematických numerických metod a numerického modelování na bázi metody konečných prvků je zpracován v příloze B.

4.2 Ohýbaný nosník s rotačními vazbami

Rotační podepření je charakterizováno určitou hodnotou rotační tuhosti $C_{\vartheta,k}$ (v normě [18] je tato veličina označena symbolem C_D), která je definována jako kroutící moment, který způsobuje jednotkové natočení pásnice nosníku. Její výsledná hodnota je ovlivněna tuhostí připojení nosníku a plošného prvku, tuhosti odpovídající ohybové tuhosti připojeného plošného prvku a tuhostí vyplývající z distorze příčného řezu nosníku [18] (to je podstatné u průřezů náchylných k distorzi příčného řezu, v praxi tedy zejména u za studena tvarovaných profilů). V obecném případě je hodnota rotační tuhosti ovlivněna také vnějším zatížením působícím na plošné prvky a na jeho směru (orientaci) [40; 53].

Příloha E normy [18] uvádí vztah pro hledanou hodnotu rotační tuhosti (4.13):

$$\frac{1}{C_D} = \frac{1}{C_{D,A}} + \frac{1}{C_{D,B}} + \frac{1}{C_{D,C}} . \tag{4.13}$$

Rotační tuhost poskytnutá sendvičovými panely se dle [51] určí podle vztahu (4.14), který je ekvivalentní rovnicím (4.13), a také (3.26) a (3.27):

$$C_{\vartheta,k} = \frac{1}{\dfrac{1}{C_{\vartheta A,k}} + \dfrac{1}{C_{\vartheta B,k}} + \dfrac{1}{C_{\vartheta C,k}}} . \tag{4.14}$$

Ve výše uvedených vztazích $C_{\vartheta A,k}$ ($C_{D,A}$) značí rotační tuhost spojení mezi plošným prvkem a nosníkem, $C_{\vartheta B,k}$ ($C_{D,B}$) značí rotační tuhost vyvozenou distorzí příčného řezu nosníku a $C_{\vartheta C,k}$ ($C_{D,C}$) značí rotační tuhost odpovídající ohybové tuhosti plošného prvku. V dalším textu bude pro rotační tuhost a její komponenty používána pouze notace dle normy [18], tedy podle vztahu (4.13).

Rotační tuhosti $C_{D,B}$ a $C_{D,C}$ závisejí na geometrických charakteristikách použitého profilu a plošného prvku a je možno je bez větších potíží vypočítat [35]. V případě rotační tuhosti $C_{D,A}$ (tuhost spojení) je situace složitější. Norma [18] uvádí empirický vztah pro její výpočet, ten však platí pouze pro trapézové plechy. Pro jiné plošné prvky, např. sendvičové panely, je tedy nepoužitelný. Dokument [51] uvádí vztah pro výpočet rotační tuhosti $C_{D,A}$ (označené ovšem jako $C_{\vartheta,A}$, v souladu s výše uvedenou notací) pro sendvičové panely vycházející z postupu vyvinutého v rámci projektu EASIE (viz výše) při zkouškách rotačního podepření válcovaných průřezů sendvičovými panely na základě typického trilineárního vztahu moment (m) – natočení (ϑ) pro tíhové zatížení působící na povrch sendvičových panelů. Tento vztah je graficky znázorněn na Obr. 4.14 (podle [49; 51]). Grafy vycházejí z experimentů provedených pouze s válcovanými profily. Sklon křivky grafu udává hodnotu rotační tuhosti. V oblasti malých natočení průřezu nosníku (tomu odpovídá rotační tuhost $C_{\vartheta 1}$) při tíhovém zatížení je zatížení působící na panely přenášeno prostřednictvím kontaktních napětí mezi pásnicí nosníku a sendvičovým panelem. Se vzrůstajícím natočením dochází ke zmenšování kontaktní plochy; při dosažení momentu m_k (4.15) se průřez nosníku dotýká panelu pouze v určité kontaktní linii (odpovídající rotační tuhost $C_{\vartheta 2}$):

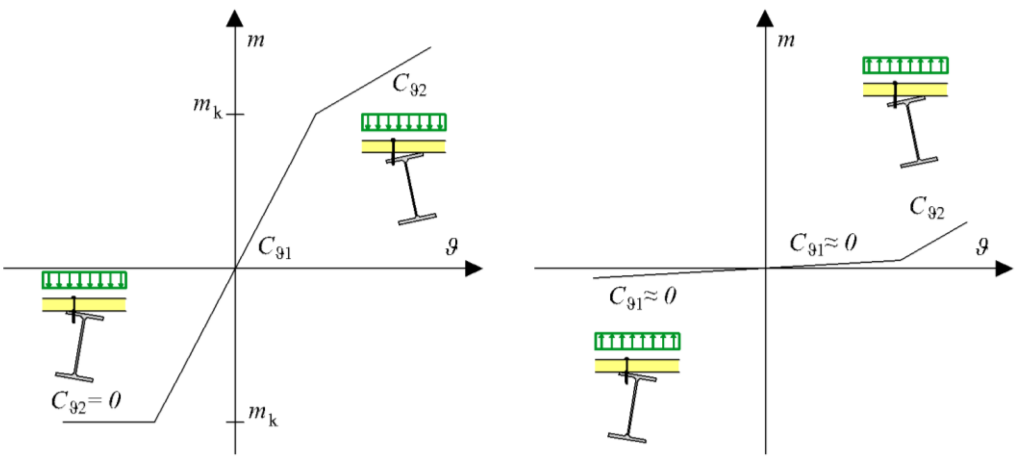
$$m_\mathrm{k} = \frac{q \cdot b}{2} . \tag{4.15}$$

Vztah (4.15) je platný pro dvojose symetrický průřez se šířkou pásnice b, kde q je zatížení přenášené z panelu do nosníku. Pro průřezy tvaru Z, U, C a Σ je tento moment dán vztahem (4.16) [51]:

$$m_\mathrm{k} = q \cdot b . \tag{4.16}$$

Citovaný dokument také uvádí vztah pro výpočet koeficientů $C_{\vartheta 1}$ a $C_{\vartheta 2}$ pro válcované a pro za studena tvarované průřezy a pro různé geometrie (profilace plechů) sendvičových panelů a materiály jejich jádra. Obdobné podklady poskytuje také německá norma [19].

$$C_{\vartheta,\mathrm{A}} = \frac{m_\mathrm{k}}{\vartheta(m_\mathrm{k})} = \frac{3}{2} \cdot \frac{C_{\vartheta 1}}{\left(\dfrac{C_{\vartheta 1}}{C_{\vartheta 1} + C_{\vartheta 2}} + 1 \right)} . \tag{4.17}$$



Obr. 4.14 Typický vztah moment – natočení (podle [49; 51])

Pro vztlakové zatížení (např. zatížení sáním větru) působící na sendvičové panely se podle dokumentu [51] (také [53]) rotační podepření neuvažuje. Takové zatížení totiž způsobuje redukci kontaktní plochy mezi nosníkem a panelem v úsecích mezi spojovacími prostředky a v důsledku ztráty této vazby může docházet k natočení průřezu mezi spojovacími prostředky, případně po celé jeho délce. Rotační tuhost se uvažuje jako nulová. Dokument [51] však v poznámce připouští určité malé hodnoty rotační tuhosti poskytnuté sendvičovými panely zatíženými sáním při použití za studena tvarovaných profilů. Vzhledem k nedostatku potřebných údajů v dostupné odborné literatuře musejí být tyto hodnoty určeny experimentálně. Přímá aplikace výše uvedených vztahů, získaných na základě experimentální analýzy válcovaných profilů, je pro za studena tvarované profily diskutabilní s ohledem na distorzi příčného řezu.

Norma [18] umožňuje zjednodušeně modelovat rotační podepření o tuhosti C_D pomocí příčné pružiny na volné pásnici o tuhosti K, která se skládá z obdobných komponentů jako rotační tuhost vyjádřená vztahem (4.13). Celkovou (kombinovanou) příčnou tuhost K lze obdobně zapsat vztahem (4.18):

$$\frac{1}{K}=\frac{1}{K_\mathrm{A}}+\frac{1}{K_\mathrm{B}}+\frac{1}{K_\mathrm{C}}, \tag{4.18}$$

kde K_A je příčná tuhost odpovídající rotační tuhosti připojení kovového nosníku a plošného prvku, K_B je příčná tuhost odpovídající distorzi příčného řezu nosníku (vyplývající z netuhosti příčného řezu) a K_C je příčná tuhost odpovídající ohybové tuhosti plošného prvku.

Výraz $1/K_\mathrm{C}$ lze dle normy bezpečně zanedbat (hodnota K_C je vzhledem ke zbývajícím složkám velmi velká). Obdobně se ve vztahu (4.13) neuplatní výraz $1/C_\mathrm{D,C}$. Celková kombinovaná příčná tuhost K na jednotku délky je tedy dána vztahem (4.19) a rotační tuhost vztahem (4.20):

$$K=\frac{1}{\dfrac{1}{K_\mathrm{A}}+\dfrac{1}{K_\mathrm{B}}}, \tag{4.19}$$

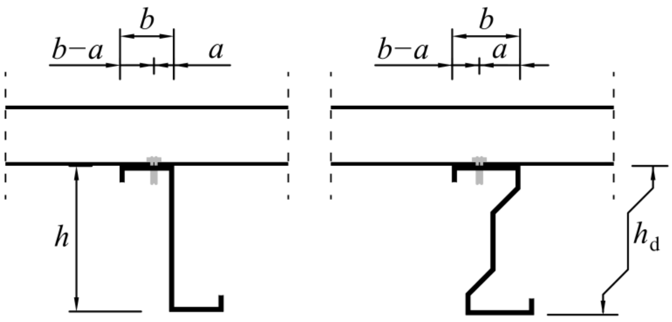
$$C_\mathrm{D}=\frac{1}{\dfrac{1}{C_\mathrm{D,A}}+\dfrac{1}{C_\mathrm{D,B}}}. \tag{4.20}$$

Příčnou tuhost K_B odpovídající distorzi příčného řezu nosníku lze určit pomocí vztahu (4.21) [18]:

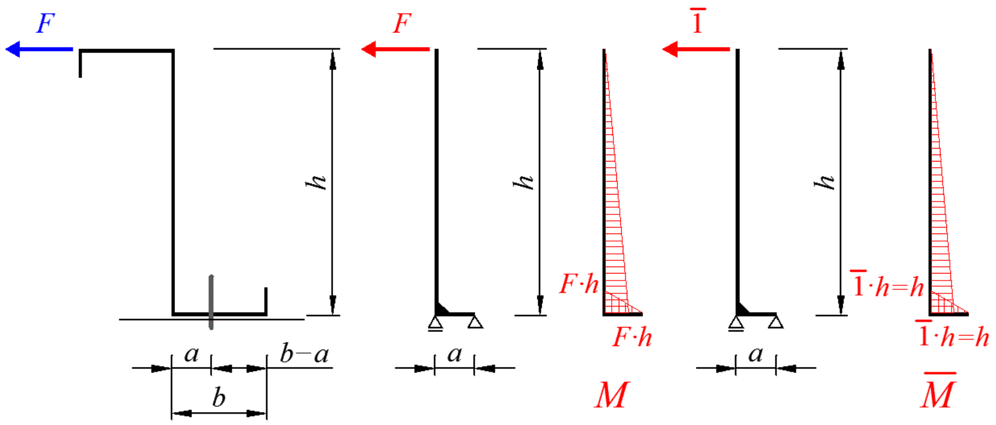
$$K_{\mathrm{B}} = \frac{E \cdot t^3}{4 \cdot \left(1 - \nu^2\right) \cdot h^2 \cdot \left(h_{\mathrm{d}} + b_{\mathrm{mod}}\right)}, \tag{4.21}$$

kde ν značí Poissonův součinitel, t tloušťku plechu nosníku, h celkovou výšku nosníku a h_d rozvinutou výšku nosníku. Rozměr b_{mod} se určí v závislosti na tom, ve kterém místě se při zatížení dotýká nosník plošného prvku. Pokud kontakt nastává v místě stojiny nosníku, platí $b_{mod} = a$, pokud kontakt nastává na volném okraji pásnice, uplatní se $b_{mod} = 2 \cdot a + b$ (Obr. 4.15).

Výsledný vztah (4.21), uvedený v dokumentu [18] lze snadno odvodit pomocí metody virtuálních prací. Nejprve je uvažována situace, kdy působící zatížení způsobuje kontakt nosníku (např. profilu tvaru Z) s plošným prvkem v místě stojiny nosníku. Příslušný mechanický model je znázorněn na Obr. 4.16. Podpory jsou uvažovány v linii kontaktu stojiny a plošného prvku a v linii spojující spojovací prostředky.



Obr. 4.15 Definice rozměrů potřebných do výpočtu



Obr. 4.16 Mechanický model pro určení distorzní tuhosti

Zavedením virtuální jednotkové síly $\bar{F} = 1$ (do polohy hledaného posunu) místo skutečné síly F a aplikací Vereščaginova pravidla [54] je možno získat vztah pro posunutí u v místě působící síly F. Průběhy ohybových momentů M od skutečné síly F a ohybových momentů $\bar{M}$ od virtuální síly $\bar{F} = 1$ jsou také na Obr. 4.16.

Je-li uvažován pouze vliv ohybových momentů, posun u je dán vztahem (4.22):

$$u = \int_0^s \frac{M \cdot \overline{M}}{D} \mathrm{d}s\,, \tag{4.22}$$

kde D značí deskovou tuhost (4.23):

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot \left(1 - \nu^2\right)}. \tag{4.23}$$

Podle Vereščaginova pravidla lze integrál (4.22) vypočítat podle vztahu (4.24) [54]:

$$\int_0^s M \cdot \overline{M} \mathrm{d}s = A_{\mathrm{M}} \cdot \overline{M}_{\mathrm{t}}\,, \tag{4.24}$$

kde A_{M} je plocha pod momentovým obrazcem ohybového momentu M a $\bar{M}_{\mathrm{t}}$ je pořadnice funkce $\bar{M}$ v místě těžiště funkce M. Jedna z uvedených funkcí může libovolná spojitá hladká a druhá musí být lineární v daném intervalu o délce s, což je v řešeném případě splněno (při rozdělení na dva podintervaly). Řešení integrálu (4.22) vede na vztah pro posunutí u v místě síly F (4.25). Dosazením posunutí u do obecného vztahu pro tuhost dostaneme výsledný vztah (4.26):

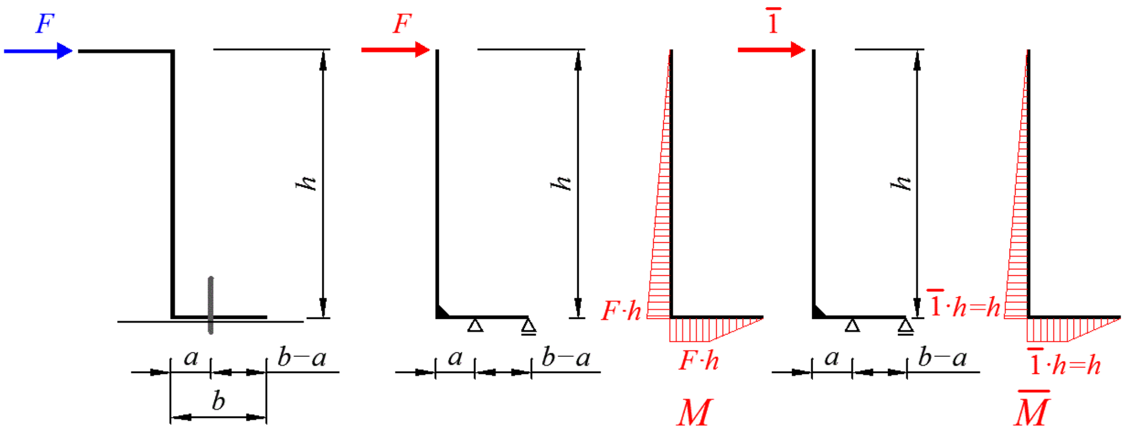
$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{D}\int_0^s M \cdot \overline{M} \mathrm{d}s = \frac{12 \cdot \left(1-\nu^2\right)}{E \cdot t^3} \cdot A_{\mathrm{M}} \cdot \overline{M}_{\mathrm{t}} = \\ &= \frac{12 \cdot \left(1-\nu^2\right)}{E \cdot t^3} \cdot \left[F \cdot h \cdot h \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h + F \cdot h \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h \right] = \\ &= \frac{12 \cdot \left(1-\nu^2\right)}{E \cdot t^3} \cdot \left[\frac{F \cdot h^2}{3} \cdot (h+a) \right] = \frac{4 \cdot \left(1-\nu^2\right) \cdot F \cdot h^2 \cdot (h+a)}{E \cdot t^3} \end{aligned}\,, \tag{4.25}$$

$$K_{\mathrm{B}} = \frac{F}{u} = \frac{F \cdot E \cdot t^3}{4 \cdot \left(1-\nu^2\right) \cdot F \cdot h^2 \cdot (h+a)} = \frac{E \cdot t^3}{4 \cdot \left(1-\nu^2\right) \cdot h^2 \cdot (h+a)}. \tag{4.26}$$

Obdobným způsobem lze odvodit vztah pro distorzní tuhost při opačném smyslu síly F (mechanický model a průběhy ohybových momentů jsou na Obr. 4.17). Odvození je provedeno vztahem (4.27) a výsledná tuhost je dána vztahem (4.28). Tímto postupem lze odvodit příslušné vztahy pro příčnou tuhost odpovídající distorzi příčného řezu i pro jiné tvary průřezů.

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{1}{D}\int_0^s M\cdot\overline{M}\,\mathrm{ds} = \frac{12\cdot\left(1-\nu^2\right)}{E\cdot t^3}\cdot A_\mathrm{M}\cdot\overline{M}_\mathrm{t} = \\
&= \frac{12\cdot\left(1-\nu^2\right)}{E\cdot t^3}\cdot\left[F\cdot h\cdot h\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot h + F\cdot h\cdot a\cdot h + F\cdot h\cdot(b-a)\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot h\right] = \\
&= \frac{12\cdot\left(1-\nu^2\right)}{E\cdot t^3}\cdot\left[\frac{F\cdot h^3}{3} + F\cdot h^2\cdot\left(\frac{3\cdot a+b-a}{3}\right)\right] = \\
&= \frac{4\cdot\left(1-\nu^2\right)\cdot F\cdot h^2\cdot(h+2\cdot a+b)}{E\cdot t^3}
\end{aligned}, \tag{4.27}
$$

$$
K_\mathrm{B} = \frac{F}{u} = \frac{F\cdot E\cdot t^3}{4\cdot\left(1-\nu^2\right)\cdot F\cdot h^2\cdot(h+2\cdot a+b)} = \frac{E\cdot t^3}{4\cdot\left(1-\nu^2\right)\cdot h^2\cdot(h+2\cdot a+b)}. \tag{4.28}
$$



Obr. 4.17 Mechanický model pro určení distorzní tuhosti

Odpovídající rotační tuhost $C_{\mathrm{D,B}}$ vyvozenou distorzí příčného řezu nosníku lze vyjádřit vztahem (4.29) [18]:

$$
C_{\mathrm{D,B}} = K_\mathrm{B}\cdot h^2. \tag{4.29}
$$

Kombinovanou příčnou tuhost K (zahrnující složky vyplývající z příčné tuhosti odpovídající připojení a příčné tuhosti odpovídající distorzi příčného řezu) lze určit zkouškou. Při znalosti K (výsledek zkoušky) a K_B (výsledek výpočtu) lze dopočítat také složku příčné tuhosti K_A podle vztahu (4.30) a výsledná rotační tuhost je potom dána vztahem (4.31):

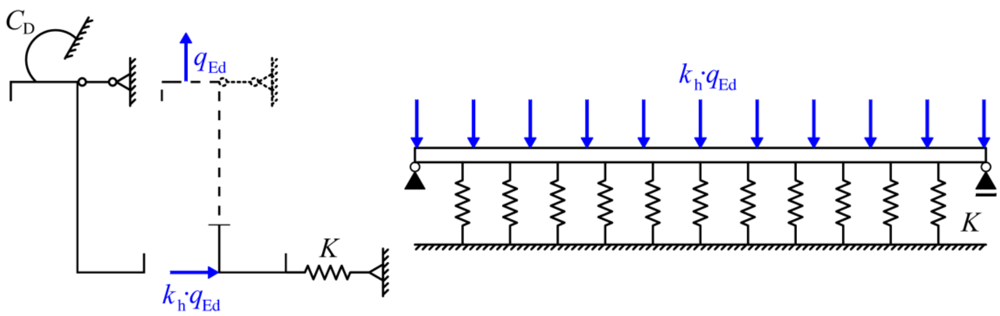
$$K_A = \frac{1}{\frac{1}{K} - \frac{1}{K_B}}, \tag{4.30}$$

$$C_D = \frac{K_A \cdot h^2}{l_A}, \tag{4.31}$$

kde l_A je šířka zkoušeného plošného prvku (šířka, na které je realizováno rotační podepření).

Při zjednodušené (geometricky lineární) analýze podle dnormy [18], kdy se rotační podepření o tuhosti C_D nahradí ekvivalentní příčnou pérovou tuhostí K podle Obr. 4.18 (podle [18]), se volná pásnice v případě vztlakového zatížení řeší jako nosník na pružném podkladě zatížený ekvivalentním příčným zatížením $q_{h,Ed}$, daným vztahem (4.32), které vzniká v důsledku kroucení a příčného ohybu. Při přesnější analýze (s využitím metody konečných prvků) se má rotační podepření uvažovat zavedením rotační tuhosti C_D [18].

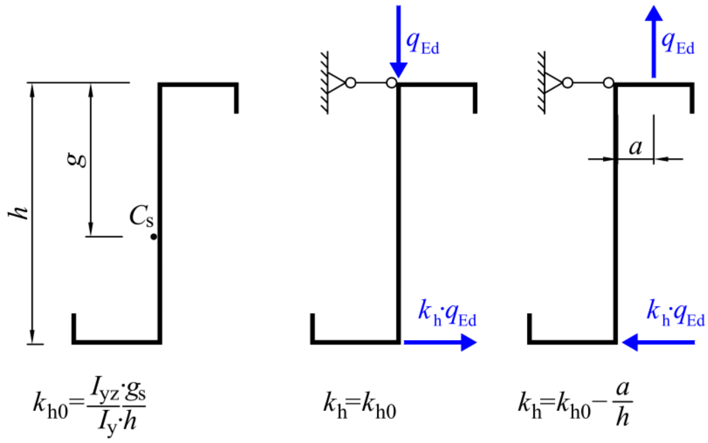
$$q_{h,Ed} = k_h \cdot q_{Ed}. \tag{4.32}$$



Obr. 4.18 Zjednodušené modelování rotačního podepření (podle [18])

Podklady pro určení součinitel k_h, který závisí na geometrických charakteristikách průřezu nosníku, jsou uvedeny v [18]. Volná tlačená pásnice (při vztlakovém zatížení např. od sání větru) se posuzuje na vzpěrnou únosnost vyplývající z vybočení v příčném směru.

Pro nosník namáhaný normálovou sílou a příčným zatížením se únosnost průřezu ověřuje součtem napětí od normálové síly N_{Ed}, od ohybu v rovině $M_{y,Ed}$ a od momentu $M_{fz,Ed}$ od ekvivalentního příčného zatížení volné pásnice $q_{h,Ed}$, které je způsobeno kroucením a příčným ohybem. Pro pásnici podepřenou plošným prvkem má být splněna podmínka (4.33) a pro volnou pásnici podmínka (4.34), kde W_{fz} je průřezový modul průřezu skládajícího se z plné plochy volné pásnice a spolupůsobící části stojiny [18].



Obr. 4.19 Podklady pro určení součinitele k_h pro profily tvaru Z (podle [18])

$$\sigma_{max,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{eff,y}} + \frac{N_{Ed}}{A_{eff}} \leq \frac{f_y}{\gamma_M}, \tag{4.33}$$

$$\sigma_{max,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{eff,y}} + \frac{N_{Ed}}{A_{eff}} + \frac{M_{fz,Ed}}{W_{fz}} \leq \frac{f_y}{\gamma_M}. \tag{4.34}$$

Příčný ohybový moment $M_{fz,Ed}$ se vypočítá s užitím výrazu (4.35), kde $M_{0,fz,Ed}$ je počáteční příčný ohybový moment ve volné pásnici bez uvažování podepření a κ_R je opravný součinitel. Pro prostý nosník o rozpětí L (např. střešní vaznice o jednom poli bez táhel) se uvažuje podle vztahu (4.36). Opravný součinitel κ_R se odečte z tabulky v normě na základě hodnoty součinitele R, ve kterém vystupuje také příčná tuhost na jednotku délky K a vzdálenost mezi táhly L_a (v případě nosníku bez táhel se uvažuje s rozpětím L). Konkrétní hodnoty počátečních ohybových momentů $M_{0,fz,Ed}$ a opravných součinitelů κ_R jsou k dispozici v tabulkách v normě.

$$M_{fz,Ed} = \kappa_R \cdot M_{0,fz,Ed}, \tag{4.35}$$

$$M_{0,fz,Ed} = \frac{1}{8} \cdot q_{h,Ed} \cdot L^2, \tag{4.36}$$

$$R = \frac{K \cdot L_a^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{fz}}. \tag{4.37}$$

Vzpěrná únosnost volné pásnice, je-li tlačena, se ověřuje vztahem (4.38). Pro určení součinitele vzpěrnosti pro klopení je možné použít postup v základní normě pro navrhování ocelových konstrukcí [15] pro poměrnou štíhlost $\bar{\lambda}_{fz}$ podle (4.39) s využitím

(4.40). Poloměr setrvačnosti průřezu skládajícího se z volné pásnice a spolupůsobící části stojiny je označen i_{fz} a vzpěrná délka volné pásnice symbolem l_{fz}. Určí se dle podkladů a tabulek v normě [15]. Konkrétní příklad výpočtu a posouzení tenkostěnného nosníku je v příloze D.

$$\frac{1}{\chi_{\mathrm{LT}}} \cdot \left(\frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} + \frac{N_{\mathrm{Ed}}}{A_{\mathrm{eff}}} \right) + \frac{M_{\mathrm{fz,Ed}}}{W_{\mathrm{fz}}} \leq \frac{f_{\mathrm{yb}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}, \tag{4.38}$$

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{fz}} = \frac{l_{\mathrm{fz}}}{i_{\mathrm{fz}} \cdot \lambda_1}, \tag{4.39}$$

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_{\mathrm{yb}}}}. \tag{4.40}$$

Pro posouzení za studena tvarovaného profilu je možné využít také metodu v příloze E normy [18], která je omezena několika podmínkami: rozměry průřezu (norma pro něj používá výraz vaznice) mají být v určitých specifikovaných mezích, podepření má být realizováno trapézovým plechem a nosníky mají být zatíženy rovnoměrným zatížením a mají mít shodná rozpětí. Metoda nemá být použita mj. pro vaznice s táhly a v případě, že jsou vaznice namáhány osovou silou N_{Ed}. Posouzení na ohybový moment má tvar (4.41), kde se ohybová únosnost s vlivem klopení $M_{\mathrm{LT,Rd}}$ stanoví podle (4.42).

$$\frac{M_{\mathrm{Ed}}}{M_{\mathrm{LT,Rd}}} \leq 1, \tag{4.41}$$

$$M_{\mathrm{LT,Rd}} = \left(\frac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} \right) \cdot W_{\mathrm{eff},y} \cdot \frac{\chi_{\mathrm{LT}}}{k_{\mathrm{d}}}. \tag{4.42}$$

Součinitel k_{d} slouží pro zohlednění nepodepřené části vaznice a určí se z tabulky uvedené v příloze E normy. Součinitel klopení χ_{LT} se určí standardním postupem podle [15], přičemž se poměrná štíhlost při klopení uvažuje jako a součinitel imperfekce při klopení α_{LT} se nahradí součinitelem $\alpha_{\mathrm{LT,eff}}$ podle (4.44).

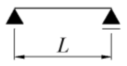
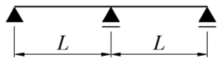
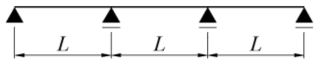
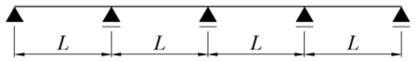
$$\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}} = \sqrt{\frac{W_{\mathrm{eff},y} \cdot f_{\mathrm{y}}}{M_{\mathrm{cr}}}}, \tag{4.43}$$

$$\alpha_{\mathrm{LT,eff}} = \alpha_{\mathrm{LT}} \cdot \sqrt{\frac{W_{\mathrm{el},y}}{W_{\mathrm{eff},y}}} \,. \tag{4.44}$$

Při znalosti výsledné rotační tuhosti C_{D} lze rozhodnout o tom, zda je zajištěno úplné rotační podepření podle podmínky (4.45) uvedené v příloze E (platné pro průřezy tvaru Z, C a Σ) normy [18]. Pokud je tato podmínka splněna nebo jedná-li se o prostý nosník zatížený tíhovým zatížením, lze uvažovat součinitel klopení χ_{LT} roven 1,0:

$$C_{\mathrm{D}} \geq \frac{M_{\mathrm{el},u}^{2}}{E \cdot I_{v}} \cdot k_{\vartheta} \,. \tag{4.45}$$

V podmínce (4.45) $M_{\mathrm{el},u}$ značí pružnou momentovou únosnost průřezu k ose největší tuhosti u, I_v moment setrvačnosti průřezu k ose nejmenší tuhosti v a k_{ϑ} je součinitel pro zohlednění statického systému. Jeho hodnoty pro prostý nosník a spojité nosníky až o čtyřech polích jsou uvedeny v normě (Tab. 4.1), přičemž je ještě rozlišen směr zatížení (tíhové nebo vztlakové). Konvence osového systému je podle Obr. 4.20.

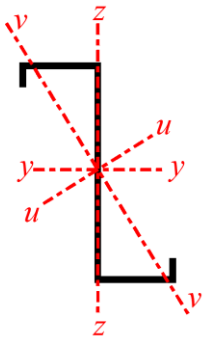
statický systém	tíhové zatížení	vztlakové zatížení
	-	0,210
	0,07	0,029
	0,15	0,066
	0,10	0,053

Tab. 4.1 Součinitele k_{ϑ} (podle [18])

Není-li podmínka (4.45) splněna, je třeba určit součinitel klopení χ_{LT} pomocí pružného kritického momentu M_{cr} daného vztahem (4.46), kde I_{t}* je fiktivní St. Venantova tuhost v prostém kroucení s uvážením rotačního podepření podle vztahu (4.47), který je analogický vztahu (4.6).

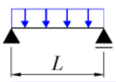
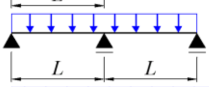
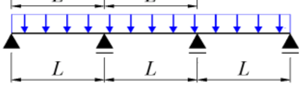
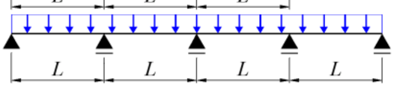
$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{k}{L} \cdot \sqrt{G \cdot I_{\mathrm{t}}^{*} \cdot E \cdot I_{v}} \,, \tag{4.46}$$

$$I_{\mathrm{t}}^{*} = I_{\mathrm{t}} + C_{\mathrm{D}} \cdot \frac{L^{2}}{\pi^{2} \cdot G} \,. \tag{4.47}$$



Obr. 4.20 Znaménková konvence

Ve výše uvedených vztazích je L rozpětí nosníku (příp. rozpětí jednoho pole spojitého nosníku) a k je součinitel pro vaznice s vodorovně podepřenou horní pásnicí, jehož hodnoty jsou v normě [18] uvedeny formou tabulky (Tab. 4.2) rozlišující tíhové a vztlakové zatížení a statické schéma vaznice (prostý nosník, spojité nosníky). Rotační tuhost C_D je dána vztahem (4.13).

statický systém	tíhové zatížení	vztlakové zatížení
	∞	10,3
	17,7	27,7
	12,2	18,3
	14,6	20,5

Tab. 4.2 Součinitele k (podle [18])

4.3 Shrnutí

Oblast stabilizace ocelových tenkostěnných nosníků plošnými prvky byla a je předmětem řady výzkumů, jejichž výsledky s rozvojem využívání plošných prvků (např. sendvičových panelů) jako opláštění budov nabývají na významu a důležitosti. Zcela obecně lze konstatovat, že plošný prvek, připojený k tenkostěnnému nosníku, může skrze smykovou a rotační tuhost tvořit pro tenkostěnný nosník vazbu proti příčnému posunutí a natočení průřezu. Tato vazba může být nosníku poskytnuta po celé jeho délce. V dostupné literatuře jsou sice k dispozici řešení stabilitních problémů tenkostěnných prutů s příčným a rotačním podepřením (i se zohledněním určité hodnoty smykové nebo rotační tuhosti, neboli s uvážením určité míry podepření v posunutí a natočení), otázkou však může být vlastní určení hodnoty smykové nebo rotační tuhosti poskytnuté plošným prvkem. Podepření v natočení a příčném posunutí nemusí být úplné, ale pouze částečné. V tom případě je znalost hodnoty rotační a smykové tuhosti pro správný výpočet nezbytná. Užitečné informace pro sendvičové panely poskytuje dokument [51], který uvádí vztahy pro určování tuhostí. Pro trapézové plechy lze dostatek informací najít v normě [18]. I přesto lze najít oblasti, kterým dosud nebyla věnována potřebná pozornost v uspokojivém rozsahu, které nejsou pokryty adekvátním výzkumem a které mohou být dále rozvíjeny. Vybrané otevřené otázky spolu s komentáři jsou shrnuty v následující části.

4.4 Vybrané otevřené otázky

1. V případě sendvičových panelů zatížených sáním se neuvažuje s rotačním podepřením.

   Nastává redukce kontaktní plochy mezi nosníkem a panelem. Možnost natočení průřezu mezi spojovacími prostředky nebo po celé délce. Uvažuje se nulová rotační tuhost.

   Určité hodnoty rotační tuhosti poskytnuté sendvičovými panely zatíženými sáním lze uvažovat pouze u za studena tvarovaných nosníků. Nutnost experimentálního výzkumu. Případné prokázání prakticky využitelných hodnot rotační tuhosti by mohlo vést k hospodárnějšímu konstrukčnímu návrhu.

2. Posouzení vhodnosti různých zkušebních sestav pro zkoušku rotačního podepření tenkostěnných nosníků sendvičovými panely zatíženými sáním.

   Nutnost zavedení vnějšího plošného zatížení na sendvičové panely. Zohlednění možné distorze příčného řezu za studena tvarovaného nosníku.

3. Vliv časové relaxace (dotvarování) jádra sendvičového panelu po dotažení šroubů, která může ovlivnit tuhost spojení.

   Možná redukce rotační tuhosti vlivem dotvarování jádra sendvičového panelu.

5. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cíle disertační práce úzce souvisí s vybranými otevřenými otázkami, které byly jmenovány v předchozí kapitole a které lze rozvíjet dalším výzkumem. K odpovědi na některé z nich by mohla přispět vhodná experimentální a teoretická analýza.

Jedním z důležitých cílů práce bude experimentální ověření rotačního podepření ocelových za studena tvarovaných nosníků prostřednictvím sendvičových panelů zatížených sáním. Případné prokázání přítomnosti rotační vazby i při vztlakovém zatížení může vést ke zvýšení vzpěrné odolnosti tenkostěnného průřezu (zvýšení kritického momentu ohýbaného nosníku) a tím k ekonomičtějšímu konstrukčnímu návrhu. Otázkou je míra tohoto rotačního podepření (velikost rotační tuhosti). Vzhledem k množství faktorů, které ovlivňují skutečné chování kovového nosníku spolupůsobícího s plošným prvkem (v tomto případě sendvičovým panelem), jeví se jako nejvhodnější metoda k verifikaci rotačního podepření experimentální výzkum. Na základě údajů v odborné literatuře budou zhodnoceny možnosti využití různých zkušebních sestav rotačního podepření se zvláštním zřetelem k nutnosti zavedení vnějšího zatížení působícího na povrch panelů. Následným krokem bude realizace vlastního experimentálního ověřování na vybraných zkušebních tělesech a vyhodnocení zkoušek – získání konkrétních hodnot rotačních tuhostí. Zvláštní pozornost bude muset být věnována zavedení vlivu distorze tenkostěnného průřezu za studena tvarovaného nosníku. Vzhledem k nedostatku potřebných údajů v současné odborné literatuře by mohly provedené experimenty přinést nové rozvíjející poznatky k této problematice. Cenným poznatkem by mohlo být srovnání výsledků poskytnutých různými zkušebními sestavami pro ověření rotačního podepření.

Získané hodnoty rotačních tuhostí budou použity v rámci modelového příkladu, jehož cílem bude nadimenzování tenkostěnného nosníku se zahrnutím účinku rotačního podepření a srovnání s dimenzí analogického nosníku, avšak bez uvážení rotační vazby. Vedlejším výsledkem bude poznatek, zda lze při zohlednění rotačního podepření při konstrukčním návrhu za studena tvarovaného nosníku dosáhnout jisté úspory materiálu.

Dílčím úkolem bude experimentální ověření vlivu dotvarování jádra sendvičového panelu na rotační tuhost poskytnutou tenkostěnnému nosníku. Dotvarování jádra by mohlo ovlivnit sílu vnesenou do spojovacího prostředku po jeho dotažení. Je možný negativní dopad na hodnoty rotační tuhosti. S ohledem na časovou charakteristiku dotvarování bude zřejmě nutné sledovat měřená data a jejich změny v závislosti na čase.

6. EXPERIMENTÁLNÍ OVĚŘOVÁNÍ

6.1 Rotační podepření tenkostěnných ocelových nosníků sendvičovými panely

Plošné prvky střešního nebo stěnového opláštění (např. sendvičové izolační panely) jsou často uloženy na ocelových vaznicích nebo paždících tenkostěnného průřezu, např. tvaru C, Z nebo Σ. Vzhledem k náchylnosti nosníků tenkostěnného průřezu ke stabilitním problémům je vhodné využít při jejich konstrukčním návrhu stabilizující funkci připojených plošných prvků. Její správné zohlednění může příznivě ovlivnit vzpěrnou odolnost tenkostěnného nosníku. Podrobněji o nosnících stabilizovaných plošnými prvky pojednává kapitola 3, rotační podepření je konkrétně popsáno v kapitole 4.2.

Plošné prvky mohou poskytnout smykovou tuhost S, která brání příčnému posunutí průřezu nosníku, a rotační tuhost C_D, která brání jeho natočení. Základní podmínky pro ověření dostatečné velikosti smykové a rotační tuhosti poskytuje dokument [15], jedná se o podmínky (3.24) a (3.25) uvedené již v kapitole 3.2.2. Specifickým případem je opláštění tvořené sendvičovými izolačními panely. Smykovou tuhost poskytnutou těmito prvky lze při návrhu tenkostěnného nosníku uvažovat jak při tíhovém, tak vztlakovém zatížení (např. sání větru) působícím na povrch sendvičových panelů. To platí pro válcované i pro za studena tvarované nosníky. Rotační tuhost může být uvažována pouze pro zatížení tlakem na sendvičové panely [51]. Zatížení sáním způsobuje zmenšení kontaktní plochy mezi nosníkem a panelem v úsecích mezi spojovacími prostředky, což vede k redukci rotační vazby poskytnuté sendvičovým panelem (může docházet k natočení průřezu nosníku). Z tohoto důvodu se při zatížení sáním na panely s rotačním podepřením neuvažuje, resp. rotační tuhost je konzervativně uvažována jako nulová. Pro za studena tvarované prvky je možné určité hodnoty rotační tuhosti předpokládat, k jejich určení je však s ohledem na absenci bližších údajů v současné odborné literatuře a normativních dokumentech nutná experimentální analýza [51]. Zvláštní pozornost je nutno věnovat výběru vhodné zkušební sestavy.

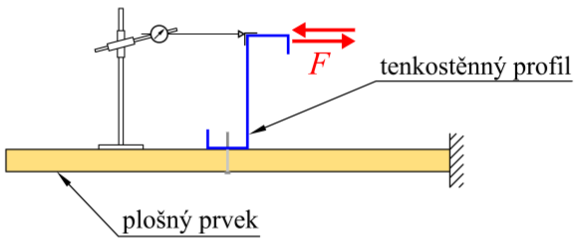
Rotační podepření je charakterizováno určitou hodnotou rotační tuhosti C_D, která je definována jako krouticí moment působící na pásnici nosníku připojenou ke stabilizujícímu prostředí a způsobující její jednotkové natočení. Její hodnota je ovlivněna tuhostí spojení nosníku a plošného prvku, tuhostí odpovídající ohybové tuhosti připojeného plošného prvku a v případě tenkostěnných (za studena tvarovaných) průřezů i tuhostí vyplývající z distorze příčného řezu [18]. Ovlivňuje ji také vnější zatížení a jeho směr [40; 53].

6.1.1 Zkušební sestavy pro zkoušku rotačního podepření

Zkušební sestava podle normy pro navrhování ocelových konstrukcí

Jedno z možných uspořádání zkoušky rotačního podepření za studena tvarovaných nosníků prostřednictvím plošných prvků (prvků opláštění) je uvedeno v normě [18] v příloze A a je znázorněno na Obr. 6.1. Za studena tvarovaný nosník je zatěžován silou F, která působí v úrovni volné pásnice nosníku a vyvolá příčný průhyb h / 10 [18], kde h je výška průřezu. Kromě velikosti síly je měřena také deformace (posunutí) průřezu ve směru působícího zatížení v úrovni volné pásnice δ. Znalost tohoto posunutí a velikosti síly umožňuje vypočítat hodnotu příčné tuhosti K ze vztahu (6.1), kde K_A je příčná tuhost odpovídající rotační tuhosti spoje mezi plošným prvkem a nosníkem a K_B je příčná tuhost odpovídající distorzi příčného řezu nosníku. Problematika je popsána také v kapitole 4.2 (včetně vysvětlení použitých symbolů):

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_A} + \frac{1}{K_B} = \frac{\delta}{F}. \tag{6.1}$$



Obr. 6.1 Zkušební sestava rotačního podepření podle [18]

Při znalosti K (výsledek experimentu) a K_B, které může být určeno vztahem (4.21), je možné pomocí vztahu (6.2) dopočítat hodnotu příčné tuhosti K_A, která odpovídá rotační tuhosti spojení mezi plošným prvkem a nosníkem. Rotační tuhost se určí vztahem (6.3):

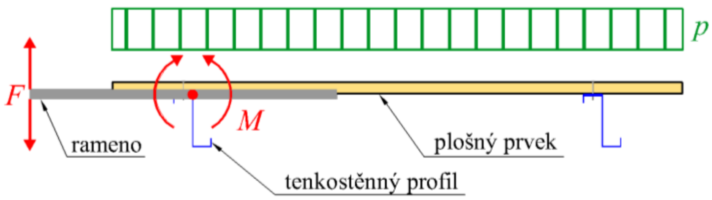
$$K_A = \frac{1}{\frac{1}{K} - \frac{1}{K_B}}, \tag{6.2}$$

$$C_D = \frac{K_A \cdot h^2}{l_A}. \tag{6.3}$$

Uvedená zkušební sestava podle [18] je sice relativně jednoduchá, avšak nepostihuje vliv vnějšího zatížení působícího na sendvičové panely. Podle [51] není tato sestava vhodná pro testy rotačního podepření poskytnutého sendvičovými panely pod zatížením, neboť má dávat nadhodnocené hodnoty rotačních tuhostí.

Zkušební sestava se zatížením působícím na povrch plošných prvků

Zkušební sestavu, která je vhodná pro experimentální ověření rotačního podepření při působení plošného zatížení na povrch plošných prvků, poskytuje dokument [51]. Schematicky je znázorněna na Obr. 6.2. Vzhledem k nutnosti zavedení vnějšího zatížení je složitější, než normová sestava pro ověření rotačního podepření.



Obr. 6.2 Zkušební sestava rotačního podepření s plošným zatížením (podle [51])

Zkušební těleso je tvořeno dvojicí sendvičových panelů a dvojicí kovových nosníků (v příčné poloze vzhledem k sendvičovým panelům). Panely jsou připojeny k nosníkům pomocí spojovacích prostředků, nejčastěji samořezných šroubů. K oběma koncům jednoho z nosníků jsou připojena ramena, která jsou na svých koncích propojena a prostřednictvím kterých je aplikováno natáčení nosníku prostřednictvím síly F (Obr. 6.2). Moment je tedy vnášen silou na rameni. Osa otáčení prochází průsečíkem stojiny a pásnice nosníku. Při návrhu zkoušky rotačního podepření s vlivem externího zatížení na povrch plošných prvků je podle [18] nutno věnovat pozornost orientaci průřezu nosníku s ohledem na zatížení tlakem nebo sáním na plošný prvek (viz také Obr. 4.5; vzhledem k možné excentricitě zatížení vůči středu smyku může nastat také kroucení průřezu).

6.1.2 Plán experimentálního ověřování

Experimentální ověřování se zaměří na rotační podepření s vlivem sání na sendvičové panely a na srovnávací ověření s použitím zkušební sestavy dle normy [18]. Je naplánováno několik sérií experimentů rozdělených dle použité zkušební sestavy a dle použitých zkušebních těles. Přehled experimentů (včetně počtu skutečně provedených zkoušek) shrnuje Tab. 6.1. Symbol * značí profily nosníků bez podélných výztuh pásnic. Všechny dále popsané zatěžovací zkoušky byly realizovány ve zkušebně nosných konstrukcí Ústavu kovových a dřevěných konstrukcí Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně.

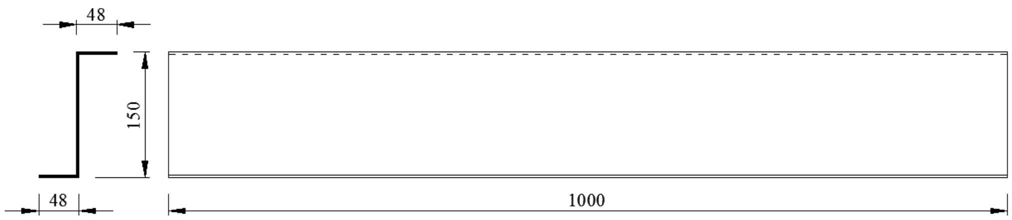
charakteristika	série	počet experimentů v sérii	profily nosníků	poznámky
bez vlivu sání na panely	I	3	Z150-3*	standardní zkušební sestava dle [18]
	II	2	Z300-3	
	III	2	Z150-3	
s vlivem sání na panely	IV	2	Z150-3*	zkušební sestava dle [51]
	V	2	Z300-3	modifikovaná zkušební sestava
	VI	2	Z150-3	

Tab. 6.1 Plán experimentálního ověřování

6.1.3 Ověření rotačního podepření bez vlivu vnějšího plošného zatížení na sendvičové panely – série experimentů I

Zkušební tělesa

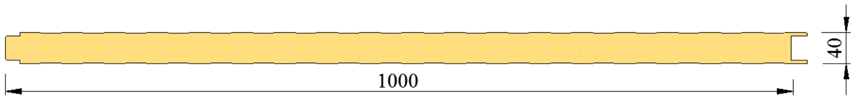
Pro zkoušky rotačního podepření ocelových tenkostěnných nosníků sendvičovými panely podle [18] byly vybrány tenkostěnné za studena tvarované profily tvaru Z (v praxi používané jako vaznice nebo paždíky) z oceli S220 GD+Z[7] s povrchovou úpravou pozinkováním. Nominální tloušťka nosníků byla 3 mm a výška 150 mm. Tento typ nosníku bude dále stručně značen jako Z150-3. Délka nosníku pro jednu zkoušku byla 1 m. Dimenze použitého profilu jsou zřejmé z Obr. 6.3 (byl použit profil bez podélné výztuhy pásnic). Pro profil Z150-3 byly v rámci této série provedeny celkem tři zkoušky rotačního podepření (zkoušky budou označeny I-1, I-2 a I-3).



Obr. 6.3 Dimenze profilu Z150-3 použitého pro zkoušku rotačního podepření

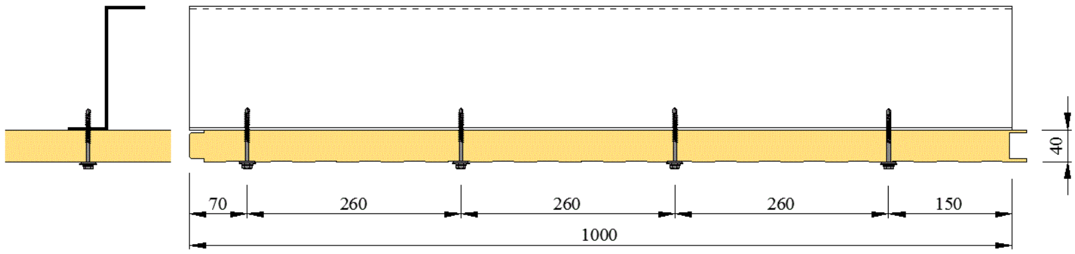
Jako plošný prvek poskytující vazbu pro tenkostěnný nosník byl použit sendvičový panel s tenkými krycími (lehce profilovanými) plechy a s polyuretanovým (PUR) izolačním jádrem o tloušťce 40 mm, tloušťka obou krycích plechů byla 0,5 mm. Hmotnost panelů činila 8,6 kg/m^2. Příčný řez použitým sendvičovým panelem je na Obr. 6.4.

[7] Pro za studena tvarované tenkostěnné profily se běžně používají oceli vyšších pevností, např. S350 GD+Z. Pevnostní třída použité oceli S220 GD+Z byla potvrzena tahovými zkouškami. Protokol ze zkoušek je součástí přílohy E této práce.



Obr. 6.4 Sendvičový izolační panel pro zkoušku rotačního podepření

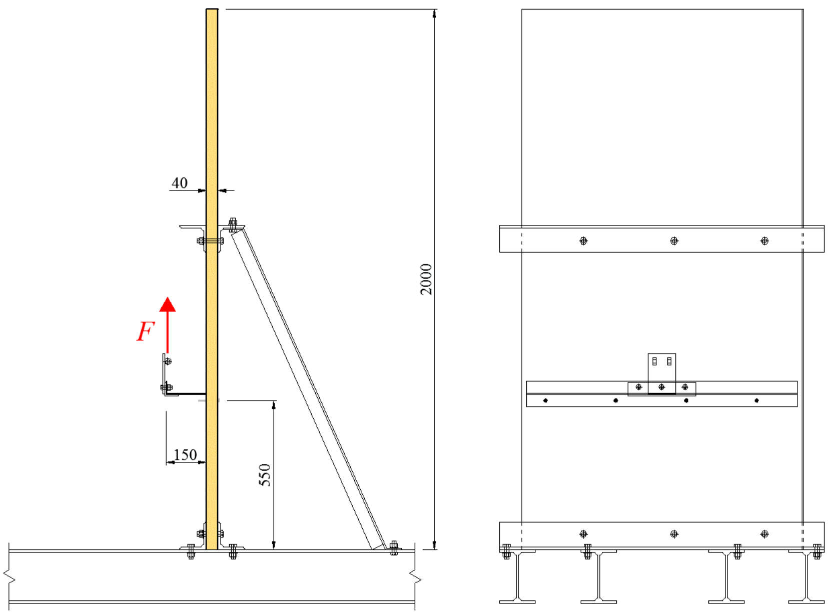
Spojení sendvičového panelu s tenkostěnným ocelovým nosníkem bylo realizováno pomocí samořezných šroubů 5,5/6,3×65 do sendvičových panelů. Šrouby jsou opatřeny pryžovou (EPDM) podložkou pro zajištění vodotěsnosti spoje. Schéma připojení (v příčném řezu a v pohledu) je na Obr. 6.5.



Obr. 6.5 Schéma připojení sendvičového panelu k tenkostěnnému nosníku

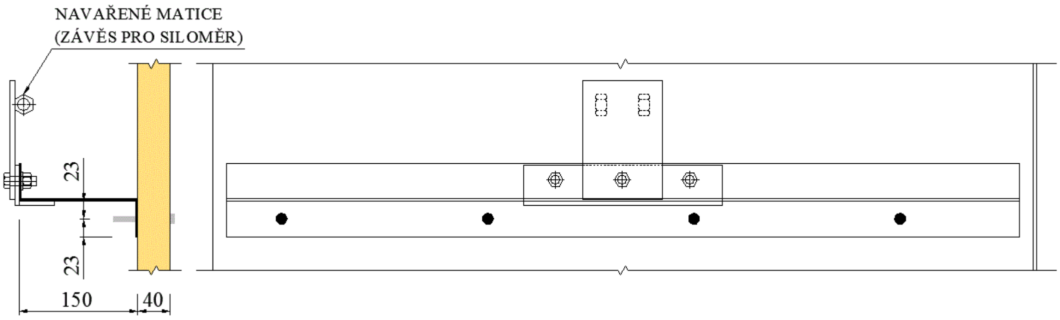
Zkušební sestava

Princip sestavy pro zkoušku rotačního podepření odpovídal sestavě předepsané dokumentem [18] a znázorněné na Obr. 6.1. Připojení sendvičového panelu k tenkostěnnému nosníku bylo provedeno čtyřmi šrouby podle Obr. 6.5 a k volné pásnici nosníku byl připevněn závěs se siloměrem, kterým byla vnášena síla ve směru rovnoběžném s volnou pásnicí.



Obr. 6.6 Schéma zkušební sestavy

Protože síla byla vnášena pomocí mostového jeřábu ve zkušební laboratoři, byl sendvičový panel umístěný ve svislé poloze, která byla fixována připojením zkušebního tělesa, skládajícího se z panelu s připojeným nosníkem, k ocelovému rámu se vzpěrami. Schéma zkušební sestavy je na Obr. 6.6, detail závěsu pro siloměr je na Obr. 6.7.



Obr. 6.7 Detail závěsu pro siloměr

Následující fotografie zachycují zkompletovanou zkušební sestavu připravenou k provedení zkoušky.

Obr. 6.8 a) Zkušební sestava připravená k provedení zkoušky, b) detail

Měřená data a způsob měření

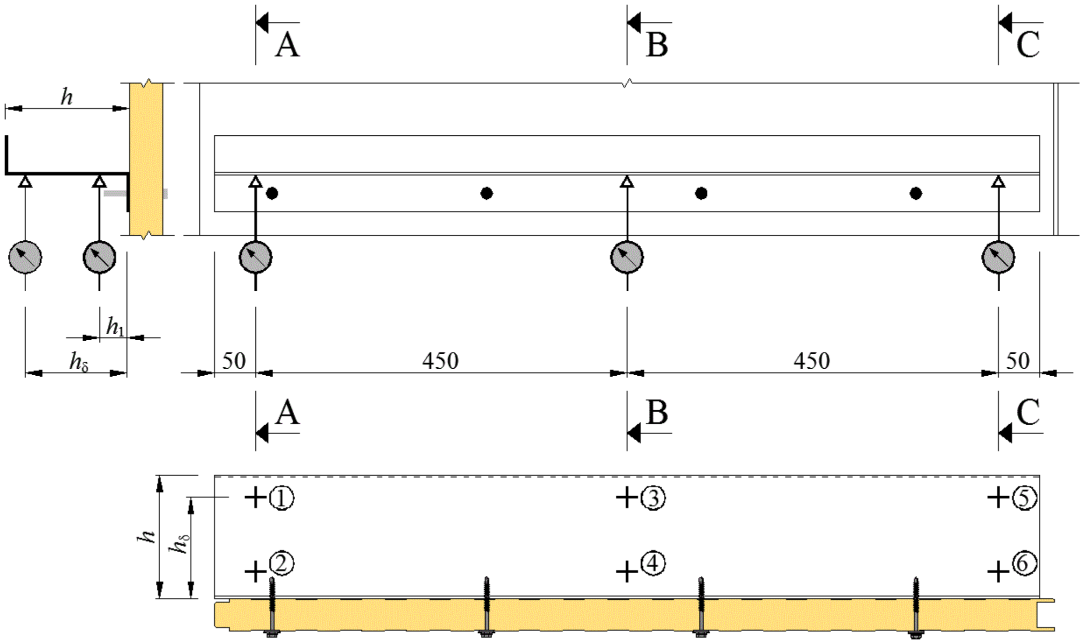
U všech zkoušek byla nejprve pomocí mikrometru změřena skutečná tloušťka ocelových nosníků t_{obs}, která zprostředkovaně vstupuje do výpočtu rotační tuhosti a je proto nezbytné znát její přesnou hodnotu. Pro každý nosník bylo v deseti náhodně vybraných místech provedeno měření a ze získaných dat byly postupem podle [55] určeny aritmetické průměry, absolutní pravděpodobné chyby a relativní chyby měření. Následující tabulka shrnuje výsledky měření skutečných tlouštěk nosníků pro jednotlivé zkoušky v sérii I. Detailní záznamy měření a vyhodnocení jsou pro všechny série zkoušek obsaženy v příloze C.

série I – skutečné (měřené) tloušťky nosníků t_{obs} (mm)	
test I-1	2,918
test I-2	2,931
test I-3	2,945

Tab. 6.2 Výsledky měření tloušťky nosníků v sérii I

Síla k zatěžování zkušebního tělesa (nosníku) byla měřena siloměrem typu HBM U2A/1 t (s kapacitou 10 kN) připojeným k měřicí ústředně, který byl připojen k závěsu na nosníku a přes který byla síla pomocí zvedání háku mostového jeřábu vnášena. Na průřezu nosníku bylo umístěno celkem šest indukčnostních snímačů posunu (úchylkoměrů) typu Mitutoyo 543-460B, každý s kapacitou 50 mm. Snímače posunu byly umístěny ve třech řezech (levý konec, střed rozpětí, pravý konce), v každém řezu byly vždy dva snímače. Polohy všech snímačů byly změřeny. Zkušební těleso osazené snímači je na Obr. 6.9 schéma s polohami snímačů posunu je na Obr. 6.10. Všechny snímače posunu byly umístěny na samostatné konstrukci připojené k rámu, na kterém bylo osazeno zkušební těleso.

Obr. 6.9 Zkušební těleso osazené snímači

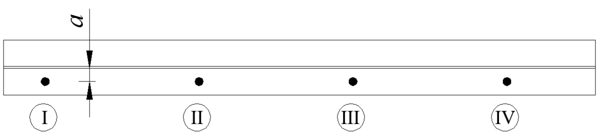


Obr. 6.10 Schéma umístění snímačů polohy

	test I-1			test I-2			test I-3		
řez	A	B	C	A	B	C	A	B	C
h_1 (mm)	27	29	32	18	20	21	23	24	24
h_δ (mm)	122	90	118	119	92	122	124	89	120

Tab. 6.3 Měřené vzdálenosti úchylkoměrů

Dále byly změřeny skutečné vzdálenosti samořezných šroubů od stojiny nosníku nutné pro určení rozměru b_{mod} ve vztahu pro výpočet distorzní tuhosti K_B (viz kapitola 4.2). Konkrétně byla měřena vzdálenost a podle Obr. 6.11. Výsledky shrnuje Tab. 6.4. Hodnota b_{mod} byla uvažována jako aritmetický průměr z jednotlivých naměřených vzdáleností a.



Obr. 6.11 Měřená vzdálenost šroubů I, II, III a IV od stojiny nosníku

	šroub	test I-1	test I-2	test I-3
a (mm)	I	24	16	20
	II	25	21	22
	III	25	21	24
	IV	25	23	20

Tab. 6.4 Měřené vzdálenosti šroubů

Zkušební postup

Při každé zkoušce byly pomocí mostového jeřábu provedeny celkem tři cykly zatížení a odtížení nosníku tak, aby maximální příčná deformace nosníku (posunutí volné pásnice) činilo cca desetinu výšky nosníku h, jak požaduje dokument [18]. Posuny a síla byly kontinuálně zaznamenávány s frekvencí 1 Hz.

Vyhodnocení zkoušek

Vyhodnocení je provedeno v souladu s [18]. Výstupem jednoho testu je celková kombinovaná příčná tuhost na jednotku délky K_{obs}, která je dána vztahem (6.4), kde F je zatížení aplikované na nosník a δ je měřená deformace (posun):

$$\frac{1}{K_{\mathrm{obs}}} = \frac{\delta}{F}. \tag{6.4}$$

Pro výpočet bude použitý posun měřený uprostřed rozpětí nosníku a blíže volné pásnici, tedy v řezu B podle Obr. 6.10 a ve vzdálenosti h_δ (snímač č. 3).

Obr. 6.12 a) Zatěžování nosníku, b) deformace v příčném řezu

Vzhledem k tomu, že skutečně naměřená tloušťka nosníků se obecně může lišit od tloušťky nominální a skutečné materiálové charakteristiky mohou být odlišné od nominálních, je třeba provést úpravu výsledků zkoušky podle [18] a do dalšího výpočtu uvažovat již jen upravenou hodnotu K_{adj}, která se určí vztahem (6.5):

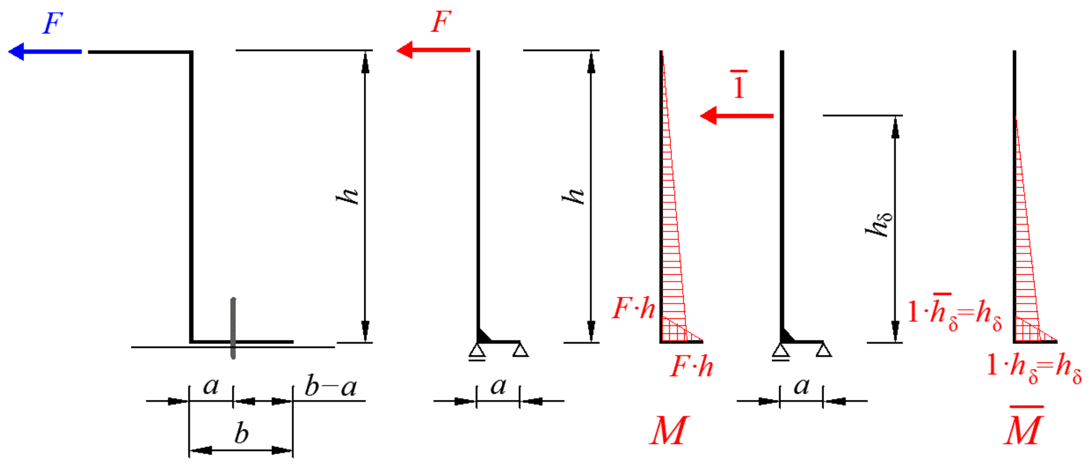
$$K_{\mathrm{adj}} = \frac{K_{\mathrm{obs}}}{\mu_{\mathrm{R}}}, \tag{6.5}$$

kde opravný součinitel μ_{R} se vypočítá pomocí výrazu (6.6):

$$\mu_{\mathrm{R}} = \left(\frac{f_{\mathrm{yb,obs}}}{f_{\mathrm{yb}}} \right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{t_{\mathrm{obs,cor}}}{t_{\mathrm{cor}}} \right)^{\beta}, \tag{6.6}$$

kde $f_{\mathrm{yb,obs}}$ je změřená základní mez kluzu oceli, f_{yb} je nominální mez kluzu, $t_{\mathrm{obs,cor}}$ je skutečná tloušťka jádra nosníku (bez pozinkování) a t_{cor} je jmenovitá tloušťka jádra. Skutečná mez kluzu byla převzata ze zkoušek jako $f_{\mathrm{yb,obs}} = R_{\mathrm{p0,2}} = 245$ MPa (příloha E). Protože platí podmínka $f_{\mathrm{yb,obs}} > f_{\mathrm{yb}}$, uvažuje se součinitel α roven 1,0. Součinitel β bude také uvažován hodnotou 1,0 (v souladu s [18] pro případ, kdy $t_{\mathrm{obs,cor}} \leq t_{\mathrm{cor}}$, což je – jak bude dále ukázáno – splněno). Skutečná tloušťka jádra $t_{\mathrm{obs,cor}}$ byla určena ze skutečně změřené celkové tloušťky t_{obs} (Tab. 6.2), od které byla (z každé strany plechu) odečtena tloušťka zinkového povlaku t_{Zn}, uvažovaná hodnotou 0,02 mm pro jednu stranu, celkem tedy 0,04 mm (v souladu s [18] pro obvyklé pozinkování). Jmenovitá tloušťka jádra t_{cor} je uvažována hodnotou 3 mm.

Celková kombinovaná příčná tuhost K_{adj} se skládá ze složky K_{A} a K_{B} (viz kapitola 4.2). Pokud je posun δ měřen v úrovni aplikované síly F (v úrovni volné pásnice), je možné distorzní tuhost K_{B} určit přímo pomocí vztahů (4.26) nebo (4.28). Jelikož v rámci experimentů I-1, I-2 a I-3 byl posun měřen v určité vzdálenosti h_{δ} od připojené pásnice a nikoli v úrovni volné pásnice, bylo nutné odvodit vztah pro K_{B} postupem popsaným v kapitole 4.2 a podle Obr. 6.13. Výsledkem je výraz (6.8).



Obr. 6.13 Mechanický model pro určení distorzní tuhosti

$$u=\frac{1}{D}\int_0^s M\cdot\overline{M}\,\mathrm{d}s=\frac{12\cdot\left(1-\nu^2\right)}{E\cdot t^3}\cdot A_\mathrm{M}\cdot\overline{M}_\mathrm{t}=$$
$$=\frac{12\cdot\left(1-\nu^2\right)}{E\cdot t^3}\cdot\left[h_\delta\cdot h_\delta\cdot\frac{1}{2}\cdot F\cdot\left(h-\frac{1}{3}\cdot h_\delta\right)+h_\delta\cdot a\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot F\cdot h\right]=$$
$$=\frac{12\cdot\left(1-\nu^2\right)}{E\cdot t^3}\cdot\frac{F}{3}\cdot\left[\frac{h_\delta^2}{2}\cdot\left(3\cdot h-h_\delta\right)+h\cdot h_\delta\cdot a\right]= \quad , \tag{6.7}$$
$$=\frac{4\cdot\left(1-\nu^2\right)\cdot F\cdot\left[\frac{h_\delta^2}{2}\cdot\left(3h-h_\delta\right)+h\cdot h_\delta\cdot a\right]}{E\cdot t^3}$$

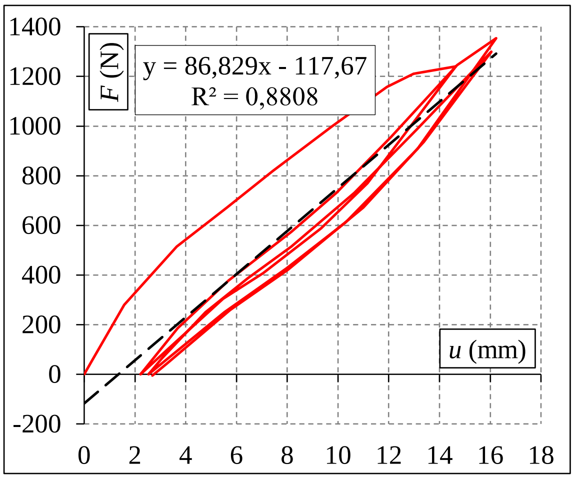
$$K_\mathrm{B}=\frac{F}{u}=\frac{F\cdot E\cdot t^3}{4\cdot\left(1-\nu^2\right)\cdot F\cdot\left[\frac{h_\delta^2}{2}\cdot\left(3\cdot h-h_\delta\right)+h\cdot h_\delta\cdot a\right]}= \quad . \tag{6.8}$$
$$=\frac{E\cdot t^3}{4\cdot\left(1-\nu^2\right)\cdot\left[\frac{h_\delta^2}{2}\cdot\left(3\cdot h-h_\delta\right)+h\cdot h_\delta\cdot a\right]}$$

Při znalosti K_adj (upraveného výsledku zkoušky) a distorzní tuhosti K_B (kde se jako tloušťka t uplatní tloušťka jádra t_cor a jako hodnota a se uplatní aritmetický průměr vzdáleností všech čtyř šroubů připojujících nosník k sendvičovému panelu) je možno určit složku K_A vztahem (6.9) a výslednou hledanou rotační tuhost vztahem (6.10):

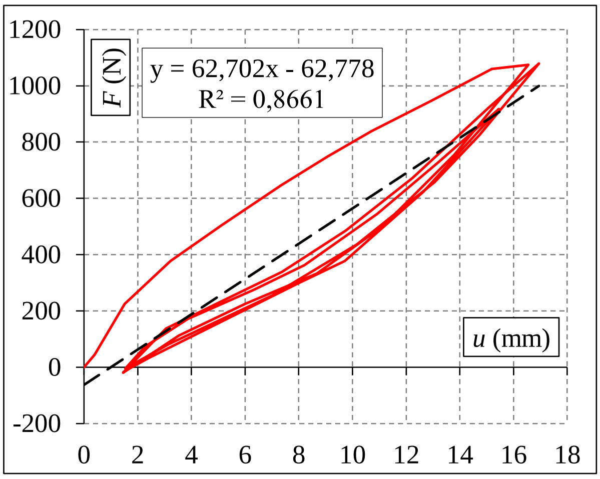
$$K_\mathrm{A}=\frac{1}{\frac{1}{K_\mathrm{adj}}-\frac{1}{K_\mathrm{B}}}, \tag{6.9}$$

$$C_\mathrm{D}=\frac{K_\mathrm{A}\cdot h\cdot h_\delta}{l_\mathrm{A}}. \tag{6.10}$$

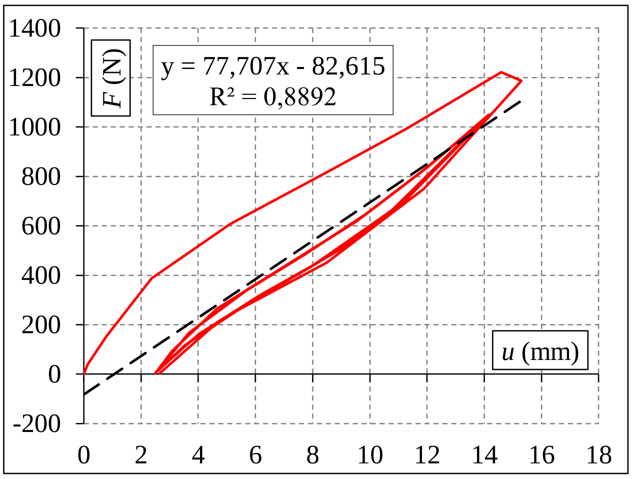
Následující grafy znázorňují závislost posunu δ (zaznamenaného snímačem č. 3 ve vzdálenosti h_δ od pásnice nosníku) na zatížení (síla F). Každým grafem byla proložena regresní přímka, jejíž směrnice udává hodnotu celkové kombinované příčné tuhosti získané z experimentu K_obs.



Obr. 6.14 Výstup z experimentu I-1



Obr. 6.15 Výstup z experimentu I-2



Obr. 6.16 Výstup z experimentu I-3

Na základě dat z experimentů byla výše uvedeným postupem vypočítána hledaná hodnota rotační tuhosti C_D. Výpočet je sumarizován v Tab. 6.5 a Tab. 6.6.

	test I-1	test I-2	test I-3
t_{cor} (mm)	3,00	3,00	3,00
t_{obs} (mm)	2,92	2,93	2,95
$t_{obs,cor}$ (mm)	2,88	2,89	2,91
μ_R	1,068	1,073	1,078
h (mm)	150,00	150,00	150,00
l_A (mm)	1000,00	1000,00	1000,00
l_B (mm)	1000,00	1000,00	1000,00
$b_{mod} = a$ (mm)	24,75	20,25	21,50
h_δ (mm)	90,00	92,00	89,00

Tab. 6.5 Experimenty I-1, I-2 a I-3 – geometrické údaje zkušebních těles

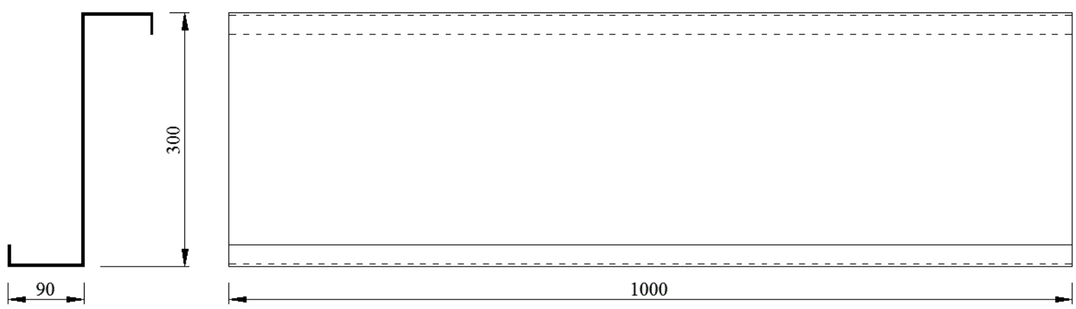
	test I-1	test I-2	test I-3
K_{obs} (N/mm)	86,829	62,702	77,707
K_{adj} (N/mm)	81,274	58,427	72,060
K_B (N/mm)	869,19	868,03	907,34
K_A (N/mm)	89,66	62,64	78,28
C_D (Nmm/mm/rad)	1210,38	864,48	1044,99

Tab. 6.6 Výsledky experimentů I-1, I-2 a I-3

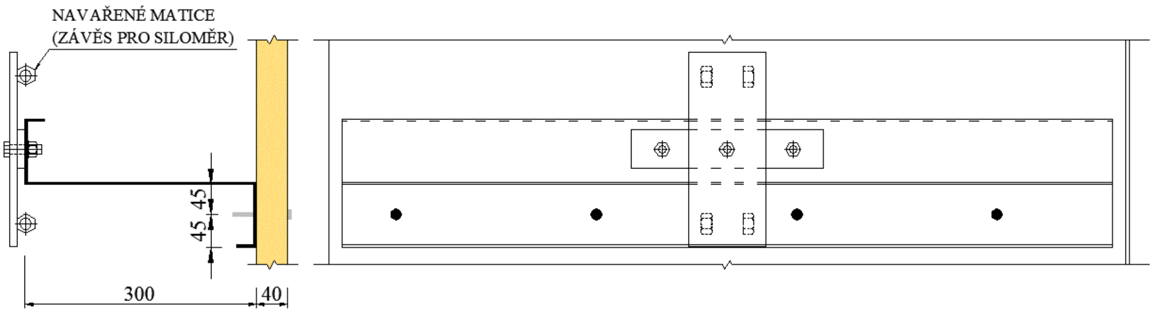
6.1.4 Ověření rotačního podepření bez vlivu vnějšího plošného zatížení na sendvičové panely – série experimentů II

Zkušební tělesa a zkušební sestava

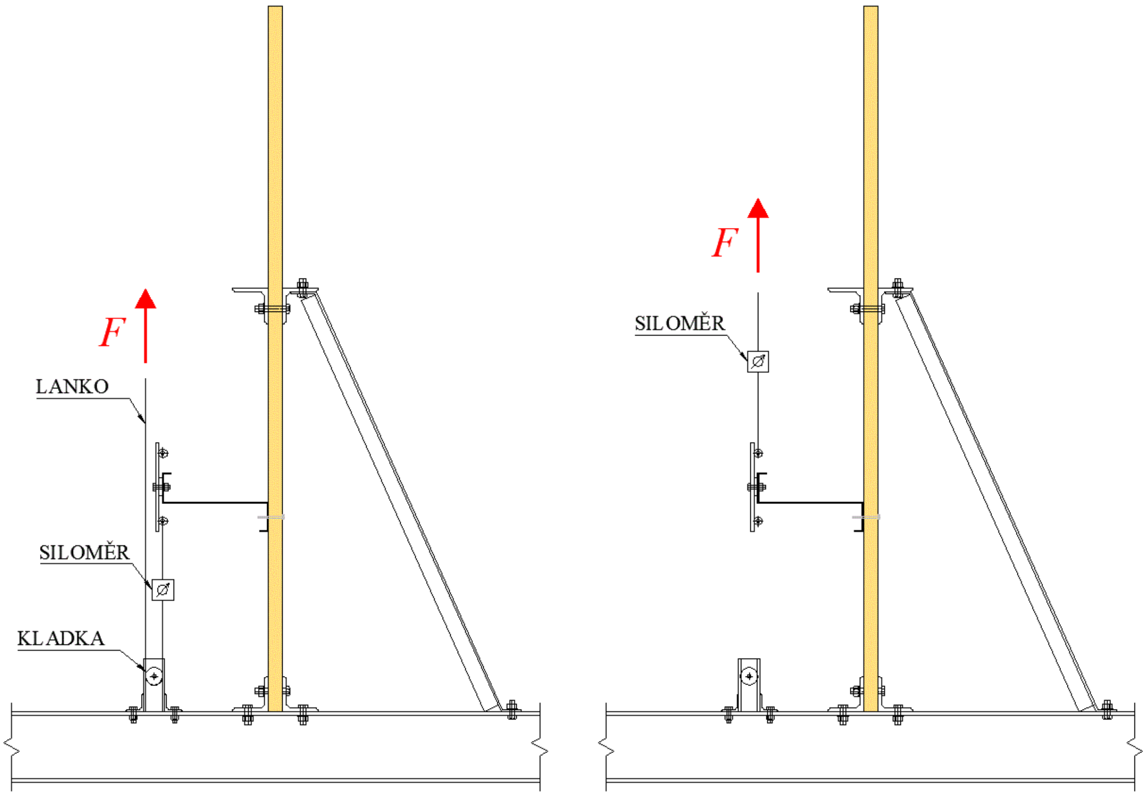
Pro sérii II byly použity za studena tvarované profily tvaru Z s nominální tloušťkou 3 mm (stejně jako v sérii I), výškou profilu 300 mm (dále bude tento typ průřezu označován Z300-3) a s podélnými výztuhami pásnic. Dimenze ocelového profilu jsou na Obr. 6.17. Byl použit stejný typ sendvičového panelu jako v první sérii, aby byly výsledky porovnatelné. Rozmístění spojovacích prostředků také odpovídalo sérii I (Obr. 6.5). Byly provedeny dvě zkoušky – II-1 a II-2. Byla použita stejná zkušební sestava, jaká je znázorněna na Obr. 6.6. Jediná úprava spočívala v modifikaci závěsu pro siloměr, který byl přizpůsoben i pro opačný směr namáhání nosníku, který bude vyhodnocen samostatně. Zatěžování silou tedy F probíhalo v obou smyslech. S tím souvisela i úprava zkušebního rámu, který byl osazen kladkou pro umožnění zatěžování v obou smyslech. V případě „negativního“ smyslu zatěžování (Obr. 6.19) byla síla vnášena přes ocelové lanko připojené k mostovému jeřábu a procházející ocelovou kladkou dále přes siloměr připojený k závěsu na nosníku. V případě „pozitivního“ smyslu zatěžování (Obr. 6.19) byl siloměr osazen na opačnou stranu závěsu a skrze ocelový řetěz připojen k mostovému jeřábu, jehož ovládáním byl nosník zatěžován. Zkušební postup bude podrobněji popsán dále.



Obr. 6.17 Dimenze profilu Z300-3 použitého pro zkoušku rotačního podepření



Obr. 6.18 Závěs pro siloměr



Obr. 6.19 a) „negativní" smysl zatěžování, b) „pozitivní" smysl zatěžování

Měřená data, způsob měření a zkušební postup

Byla měřena totožná data jako u série I – skutečná tloušťka nosníku, síla nutná k zatěžování nosníku a posuny nosníku v šesti bodech podle schématu na Obr. 6.10. Fotografie na Obr. 6.20 zachycuje zkušební sestavu připravenou k provedení experimentu, následující tabulky shrnují měření tloušťky nosníků a měřené polohy úchylkoměrů, vše provedeno ve stejném duchu jako u experimentů série I, stejně jako zůstal nezměněn zkušební postup. Podrobný záznam a vyhodnocení měření tloušťky nosníku je v příloze C.

Obr. 6.20 Zkušební sestava s profilem Z300-3

Obr. 6.21 a) Zatěžování nosníku – „negativní“ smysl, b) „pozitivní“ smysl

série II – skutečné (měřené) tloušťky nosníků t_{obs} (mm)	
test II-1	2,864
test II-2	2,842

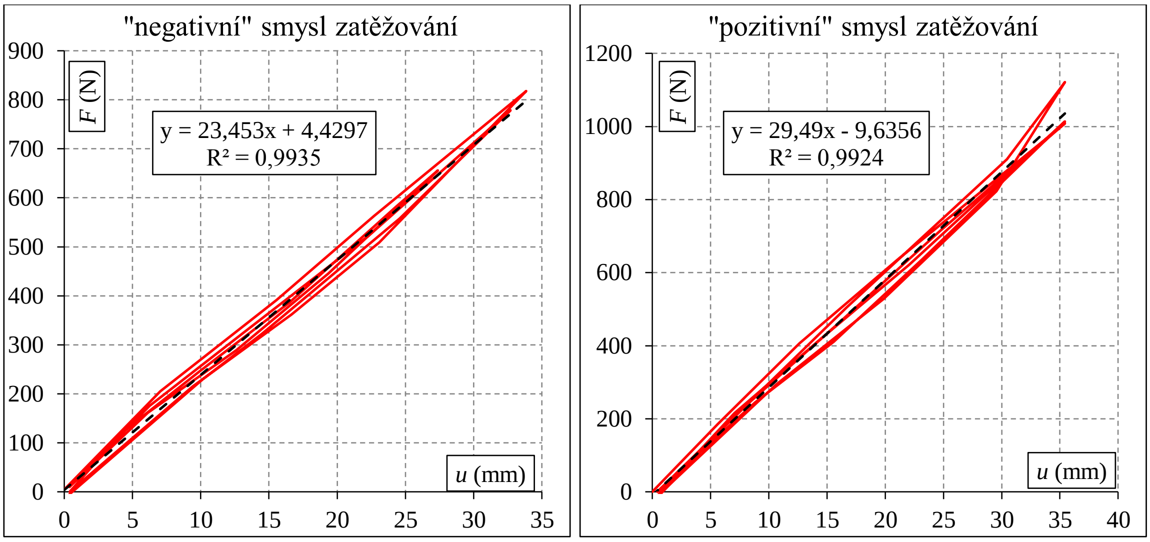
Tab. 6.7 Výsledky měření tloušťky nosníků v sérii II

	test II-1			test II-2		
řez	A	B	C	A	B	C
h_1 (mm)	73	58	55	88	70	62
h_δ (mm)	255	230	254	246	215	244

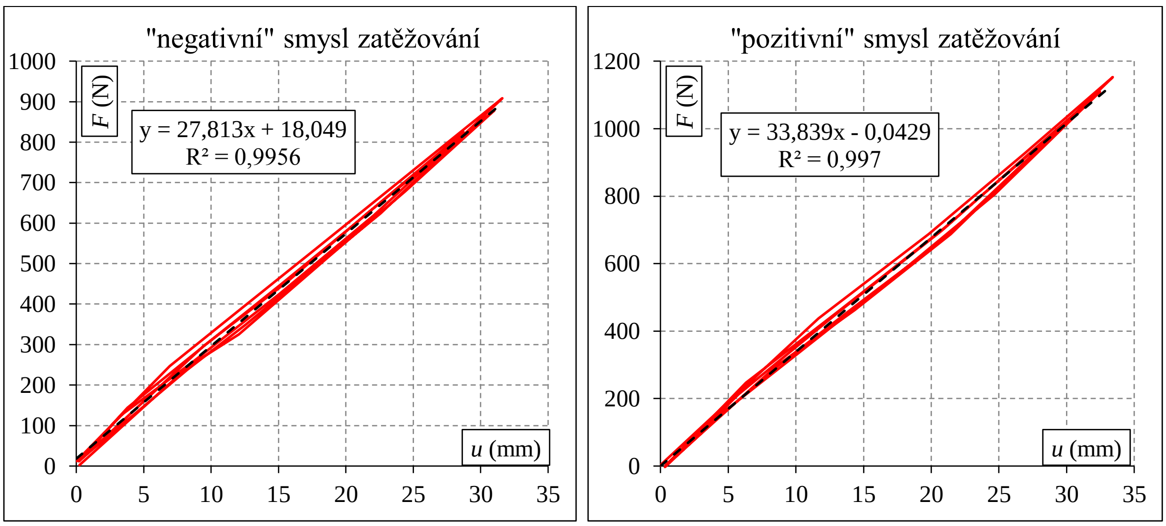
Tab. 6.8 Měřené vzdálenosti úchylkoměrů

Vyhodnocení zkoušek

Podrobný popis vyhodnocování je uveden v kapitole 6.1.3. V sérii I byly použity profily Z150-3 bez vyztužených pásnic, zatímco v sérii II profily s pásnicemi vyztuženými. Tento rozdíl však nemá vliv na výpočet distorzní tuhosti K_B a pro její výpočet (pro „pozitivní“ smysl zatěžování, tedy pro případ, kdy zatížení způsobuje kontakt nosníku s plošným prvkem v místě stojiny nosníku) platí vztah (6.8), který byl odvozen v kapitole 6.1.3. V případě „negativního“ smyslu zatěžování, kdy zatížení způsobuje kontakt nosníku s plošným prvkem v místě výztuhy pásnice, se uplatní vztah (4.28). Obecně lze tyto vztahy zapsat výrazem (4.21). Následující grafy zobrazují závislost posunu δ na zatížení F s proloženou regresní přímkou, jejíž směrnice udává hodnotu K_{obs}. Vyhodnocení je shrnuto v Tab. 6.9 a Tab. 6.10.



Obr. 6.22 Výstupy z experimentu II-1



Obr. 6.23 Výstupy z experimentu II-2

	test II-1	test II-2
t_{cor} (mm)	3,00	3,00
t_{obs} (mm)	2,86	2,87
$t_{obs,cor}$ (mm)	2,82	2,83
μ_R	1,048	1,051
h (mm)	300,00	300,00
l_A (mm)	1000,00	1000,00
l_B (mm)	1000,00	1000,00
a (mm)	40,50	38,75
b (mm)	90,00	90,00
h_δ (mm)	230,00	215,00

Tab. 6.9 Experimenty II-1 a II-2 – geometrické údaje zkušebních těles

Hodnota b_{mod} je uvažována jako $2 \cdot a + b$ v případě „negativního“ smyslu nebo a v případě „pozitivního“ smyslu, jak bylo uvedeno již v kapitole 4.2.

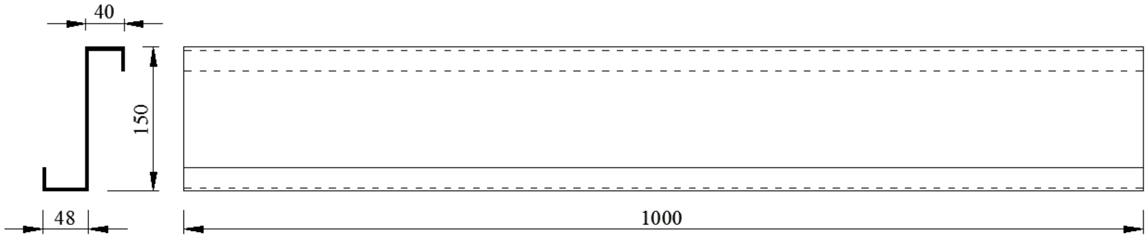
	„negativní“ smysl		„pozitivní“ smysl	
	test II-1	test II-2	test II-1	test II-2
K_{obs} (N/mm)	23,45	27,81	29,49	33,84
K_{adj} (N/mm)	22,37	26,46	28,13	32,19
b_{mod} (mm)	171,00	167,50	40,50	38,75
K_B (N/mm)	52,77	58,48	75,93	84,97
K_A (N/mm)	38,84	48,31	44,69	51,82
C_D (Nmm/mm/rad)	2679,97	3116,19	3083,53	3342,22

Tab. 6.10 Výsledky experimentů II-1 a II-2

6.1.5 Ověření rotačního podepření bez vlivu vnějšího plošného zatížení na sendvičové panely – série experimentů III

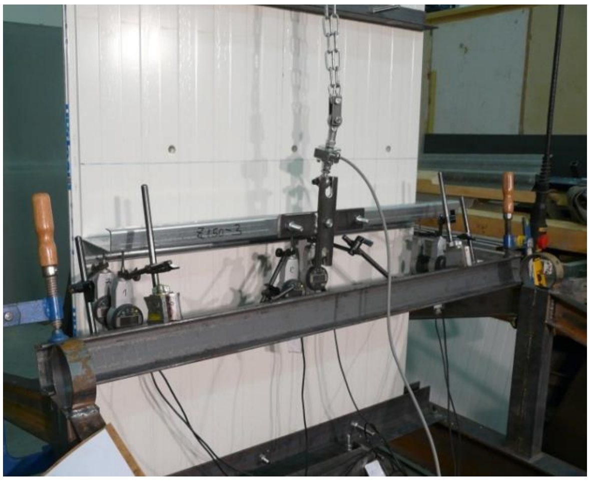
Zkušební tělesa a zkušební sestava

Pro sérii III byly použity za studena tvarované profily tvaru Z s nominální tloušťkou 3 mm (stejně jako v sérii I), výškou profilu 150 mm (dále bude tento typ průřezu označován Z150-3) a s podélnými výztuhami pásnic. Dimenze ocelového profilu jsou na Obr. 6.17. Byl použit stejný typ sendvičového panelu jako v první sérii. Rozmístění spojovacích prostředků také odpovídalo sérii I (Obr. 6.5). Byly provedeny dvě zkoušky: III-1 a III-2.



Obr. 6.24 Dimenze profilu Z150-3 použitého pro zkoušku rotačního podepření

Byla použita stejná zkušební sestava, jaká je znázorněna na Obr. 6.6 s upraveným závěsem pro siloměr pro zatěžování vaznice v obou smyslech (jako v sérii II).



Obr. 6.25 Zkušební sestava s profilem Z150-3

Měřená data, způsob měření a zkušební postup

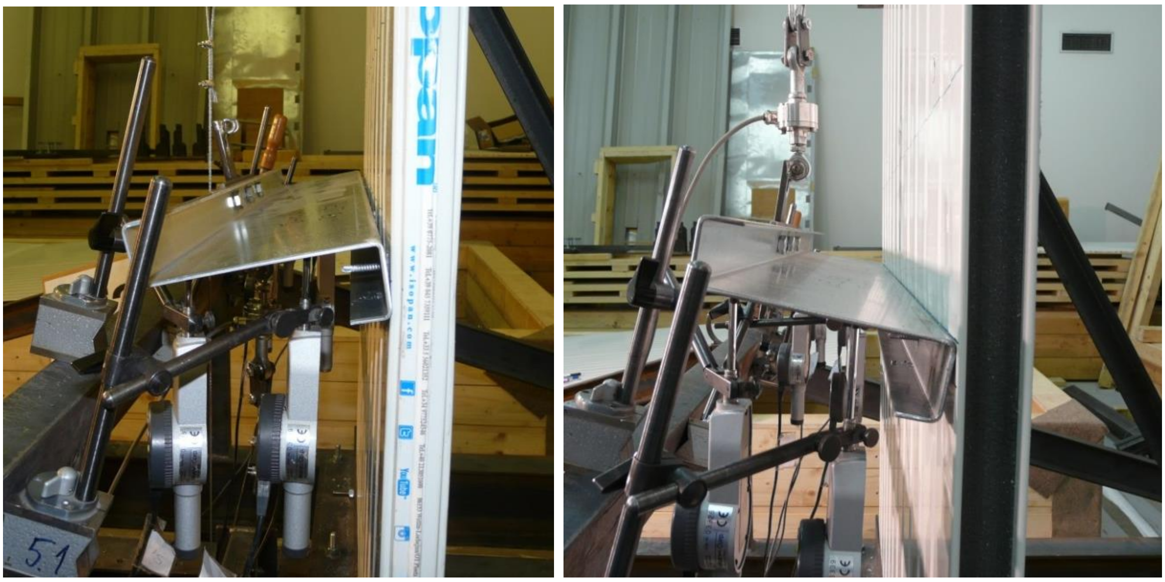
Byla měřena totožná data jako u série I – skutečná tloušťka nosníku, síla nutná k zatěžování nosníku a posuny nosníku v šesti bodech podle schématu na Obr. 6.10. Fotografie na Obr. 6.25 zachycuje zkušební sestavu připravenou k provedení experimentu, následující tabulky shrnují měření tloušťky nosníků a měřené polohy úchylkoměrů, vše provedeno ve stejném duchu jako u experimentů předchozích sérií, stejně jako zůstal nezměněn zkušební postup.

	test III-1			test III-2		
řez	A	B	C	A	B	C
h_1 (mm)	47	45	50	55	50	45
h_δ (mm)	112	120	118	130	125	123

Tab. 6.11 Měřené vzdálenosti úchylkoměrů

série III – skutečné (měřené) tloušťky nosníků t_{obs} (mm)	
test III-1	2,885
test III-2	2,883

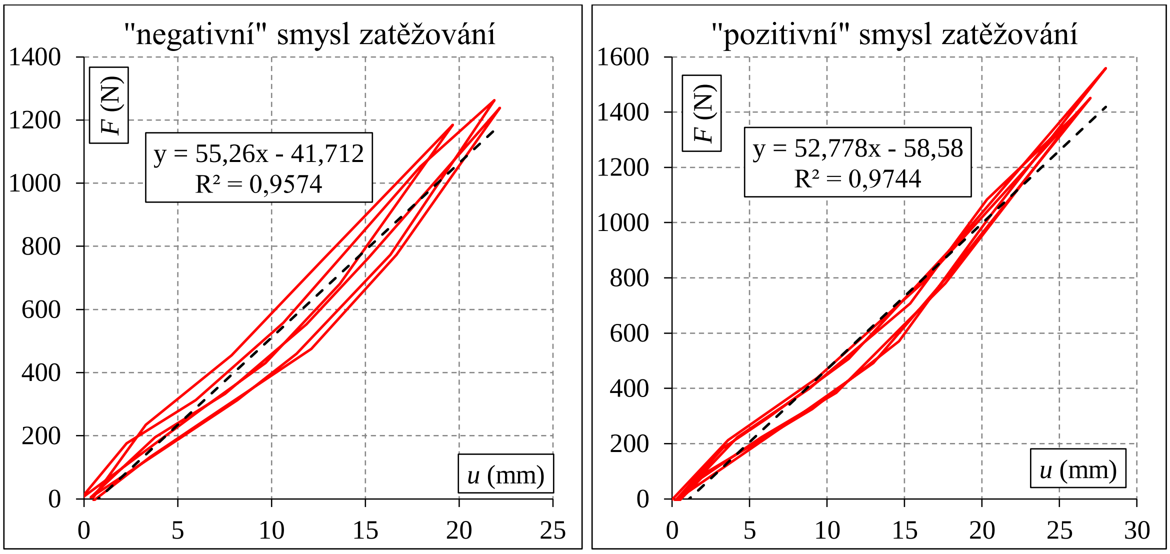
Tab. 6.12 Výsledky měření tloušťky nosníků v sérii III



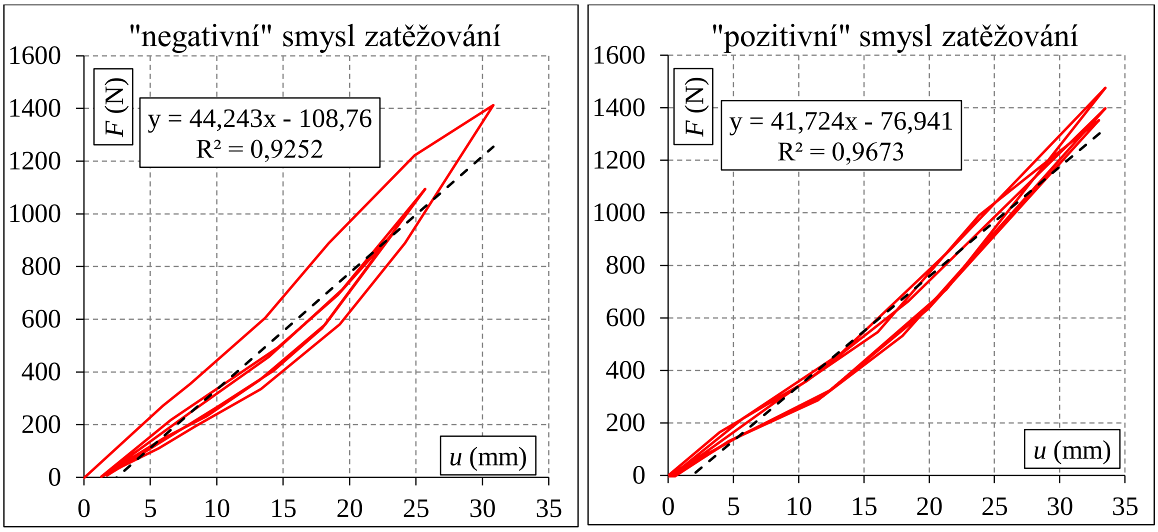
Obr. 6.26 a) Zatěžování nosníku – „negativní“ smysl, b) „pozitivní“ smysl

Vyhodnocení zkoušek

Podrobný popis vyhodnocování je uveden v kapitole 6.1.3. Obecně bylo postupováno podle stejných zásad jako v předchozích sériích. Následující grafy zobrazují závislost posunu δ na zatížení F s proloženou regresní přímkou, jejíž směrnice udává hodnotu K_{obs}. Vyhodnocení je shrnuto v Tab. 6.13 a Tab. 6.14.



Obr. 6.27 Výstupy z experimentu III-1



Obr. 6.28 Výstupy z experimentu III-2

	test III-1	test III-2
t_{cor} (mm)	3,00	3,00
t_{obs} (mm)	2,89	2,88
$t_{obs,cor}$ (mm)	2,85	2,84
μ_R	1,056	1,055
h (mm)	150	150
l_A (mm)	1000,00	1000,00
l_B (mm)	1000,00	1000,00
a (mm)	21,00	20,00
b (mm)	47,00	47,00
h_δ (mm)	120,00	125,00

Tab. 6.13 Experimenty III-1 a III-2 – geometrické údaje zkušebních těles

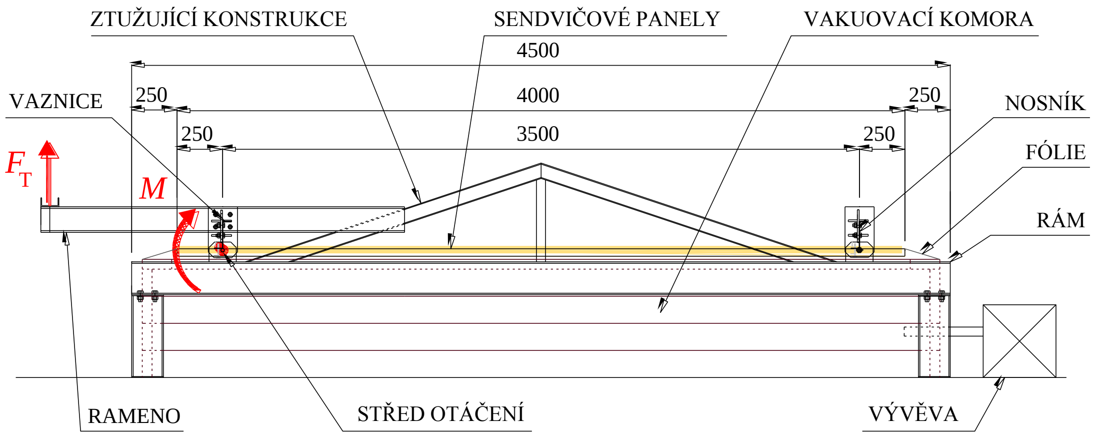
	„negativní“ smysl		„pozitivní“ smysl	
	test III-1	test III-2	test III-1	test III-2
K_{obs} (N/mm)	55,26	44,24	52,78	41,72
K_{adj} (N/mm)	52,33	41,92	49,98	39,54
b_{mod} (mm)	89,00	87,00	21,00	20,00
K_B (N/mm)	391,58	373,52	565,61	534,54
K_A (N/mm)	60,39	47,22	54,82	42,69
C_D (Nmm/mm/rad)	1087,11	885,42	986,72	800,50

Tab. 6.14 Výsledky experimentů III-1 a III-2

6.1.6 Ověření rotačního podepření s vlivem sání působícího na sendvičové panely – série experimentů IV

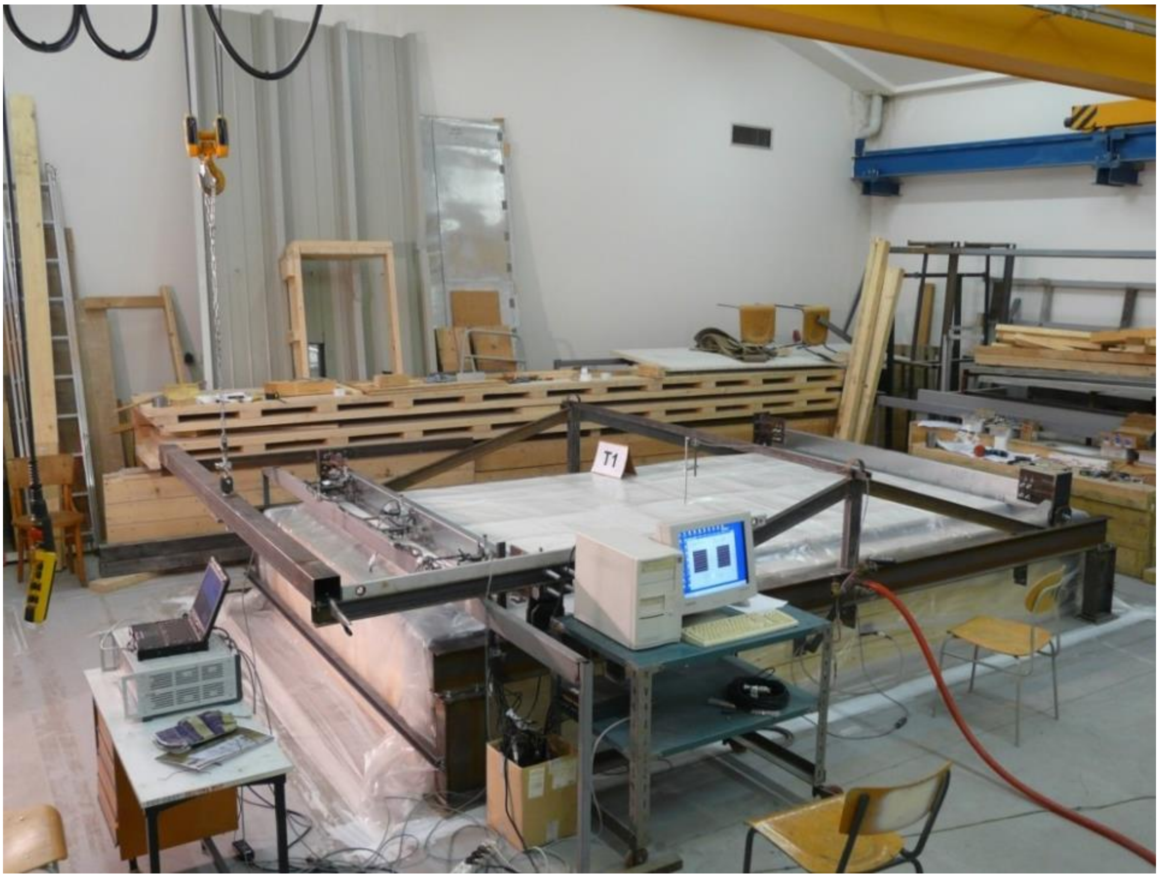
Zkušební tělesa a zkušební sestava

Pro ověření rotačního podepření poskytnutého za studena tvarovaným nosníkům sendvičovými panely pod zatížením byl využit princip zkušební sestavy podle dokumentu [51], jejíž schéma je na Obr. 6.2. Ověření bylo provedeno se stejnými zkušebními tělesy, jako v případě zkoušek podle normy (bez vlivu sání) v sérii I popsaných v části 6.1.3. Délka sendvičových panelů byla 4 m, délka nosníků typu Z150-3 použitých pro zkušební tělesa byla 2,4 m. Spojení panelů s nosníky bylo realizováno stejnými samořeznými šrouby jako v případě normových testů, stejně tak uspořádání šroubů bylo shodné. Byly provedeny dva testy – IV-1 a IV-2. Schéma celé zkušební sestavy je na Obr. 6.29.

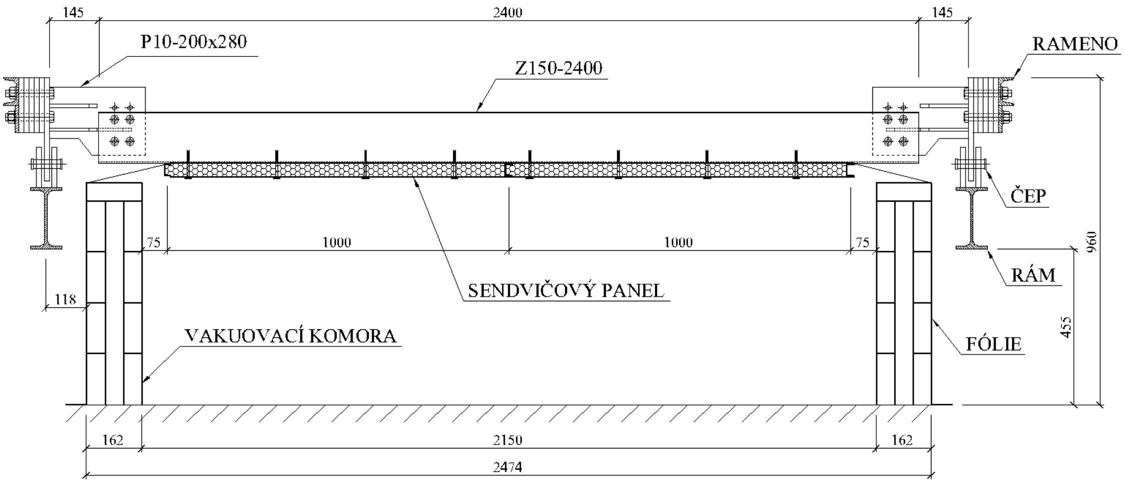


Obr. 6.29 Zkušební sestava pro ověření rotačního podepření pod zatížením

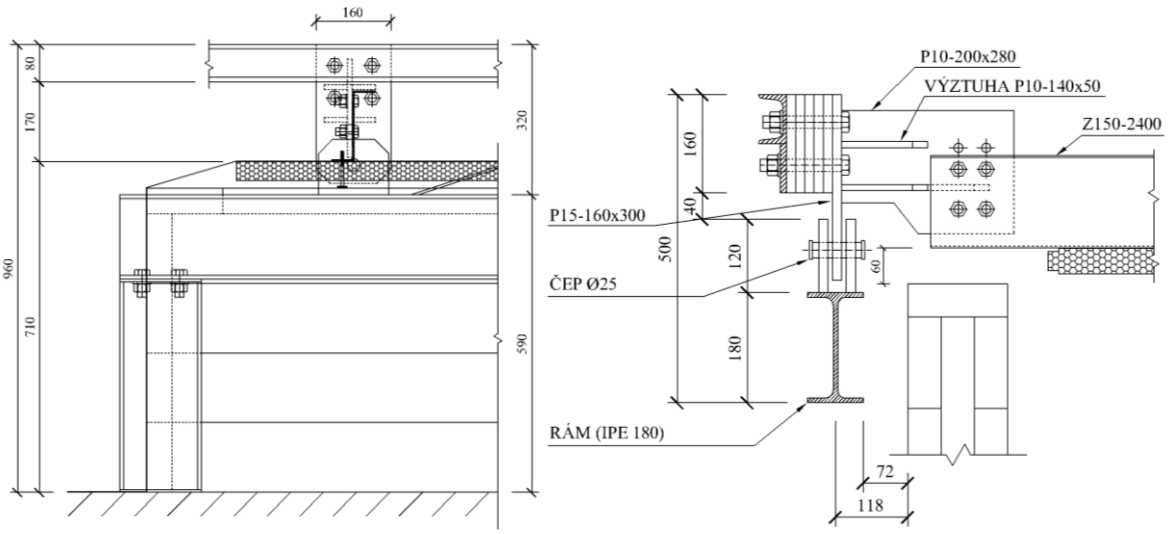
Jedno zkušební těleso se skládalo ze dvou sendvičových panelů a dvou nosníků a celé bylo (přes čepy) uloženo na ocelovém rámu s vyztužující konstrukcí. Ke koncům jednoho nosníku byla připojena ocelová ramena, na svých koncích vzájemně spojená příčným nosníkem, v jehož středu rozpětí byl připevněn závěs. Ten byl přes siloměr spojen s hákem mostového jeřábu. Ovládáním jeřábu (zvedáním a spouštěním háku) bylo zkušební těleso zatěžováno a odtěžováno pomocí síly na rameni F_T. Fotografie hotové sestavy připravené k provedení experimentu je na Obr. 6.30 a další schémata s rozměry na Obr. 6.31, Obr. 6.32 a Obr. 6.33. Pro simulování zatížení sáním byla použita zkušební metoda zatěžování vakuováním [38; 39; 56; 57]. Zkušební těleso bylo umístěno na dřevěné vakuovací komoře s připojenou vývěvou, kterou byl z komory odsáván vzduch. Těsnost komory byla zajištěna pomocí fólie, která obepínala celou vakuovací komoru a procházela mezi nosníky a panely. Tím byl zaručen vznik podtlaku v komoře při spuštění vývěvy. Jeho úroveň byla kontinuálně sledována pomocí manometru.



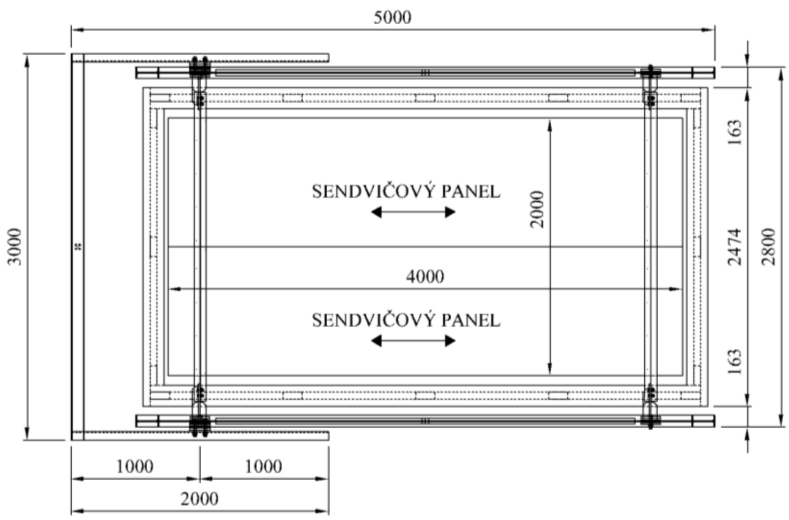
Obr. 6.30 Zkušební sestava připravená k provedení experimentu



Obr. 6.31 Schéma zkušební sestavy – příčný řez



Obr. 6.32 Schéma zkušební sestavy – detaily



Obr. 6.33 Schéma zkušební sestavy – půdorys

Obr. 6.34 a) Zkušební sestava, b) osazení nosníku úchylkoměry

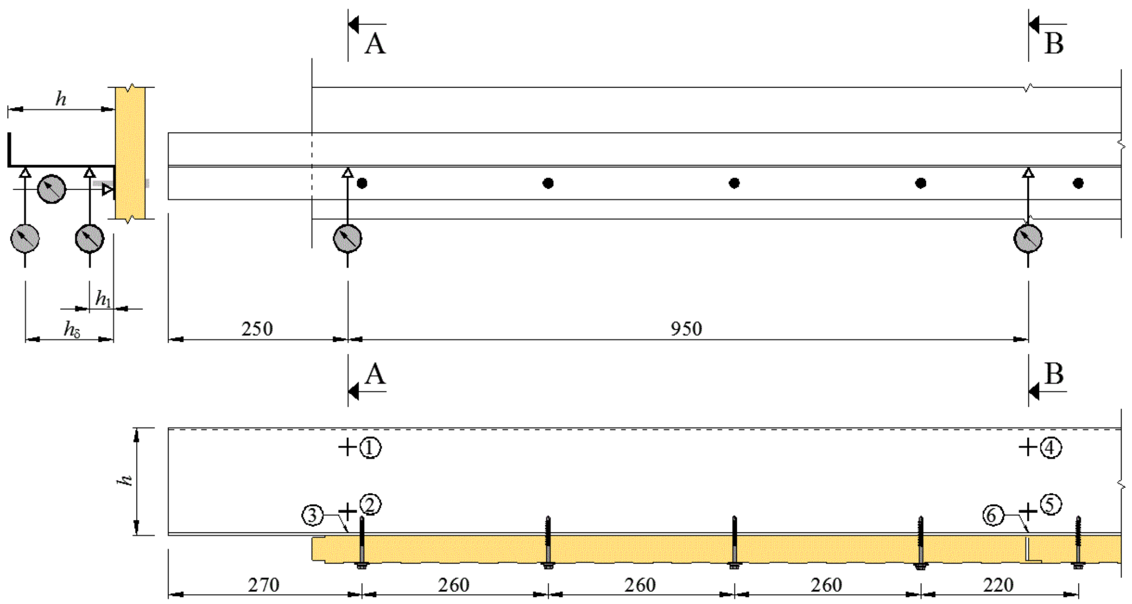
Měřená data a způsob měření

Nejprve byla pomocí mikrometru změřena skutečná tloušťka ocelových nosníků t_{obs}, a to stejným postupem jako v případě testů předchozích sérií. Vyhodnocení měřených tlouštěk pro obě zkoušky je shrnuto v následující tabulce. Podrobné vyhodnocení je v příloze C.

série IV – skutečné (měřené) tloušťky nosníků t_{obs} (mm)	
test IV-1	2,927
test IV-2	2,903

Tab. 6.15 Výsledky měření tloušťky nosníků v sérii IV

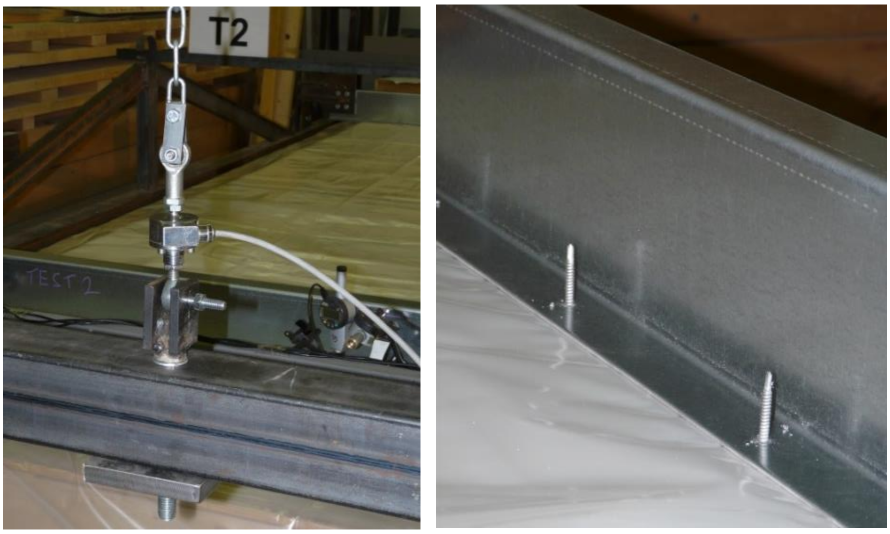
Pomocí siloměru typu HBM U2A/1 t, připojeného k závěsu na příčném nosníku, byla měřena velikost síly na rameni F_T, pomocí které byl nosník zatěžován. Zatěžovaný nosník byla osazena snímači posunu (úchylkoměry) uprostřed rozpětí (snímače 4, 5 a 6) a na obou koncích profilu (snímače 1, 2, 3, 7, 8 a 9). V každém řezu byly umístěny celkem tři snímače – dva snímače vodorovného posunu stojiny nosníku (snímače č. 1, 2, 4, 5, 7 a 8) a jeden snímač svislého posunu spodní pásnice profilu (snímače 3, 6 a 9). Umístění snímačů je patrné z Obr. 6.35 (soustava je symetrická, je zobrazena pouze polovina bez řezu C na druhém konci profilu). Všechna měřená data byla automaticky kontinuálně zaznamenávána pomocí měřicí ústředny. Frekvence zaznamenávání síly byla 1 Hz, v případě dat z úchylkoměrů 2 Hz. Dále byly změřeny vzdálenosti vodorovných úchylkoměrů h_1 a h_δ ve všech třech řezech. Výsledky měření jsou shrnuty v Tab. 6.16.



Obr. 6.35 Schéma rozmístění snímačů posunu

	test IV-1			test IV-2		
řez	A	B	C	A	B	C
h_1 (mm)	34	35	32	41	37	38
h_δ (mm)	121	124	122	127	127	127

Tab. 6.16 Měřené vzdálenosti úchylkoměrů



Obr. 6.36 a) Siloměr osazený na příčném nosníku, b) detail připojení nosníku k panelům

Nezbytným krokem bylo změření vzdálenosti jednotlivých šroubů od stojiny nosníku, tedy vzdálenosti označené jako *a* (Obr. 6.11). Průměrná hodnota z naměřených vzdáleností shrnutých v Tab. 6.17 byla uvažována jako veličina b_{mod} v rámci následných výpočtů.

	šroub	test IV-1	test IV-2
a (mm)	I	17	23
	II	19	22
	III	20	25
	IV	20	20
	V	25	19
	VI	21	18
	VII	23	21
	VIII	24	20

Tab. 6.17 Měřené vzdálenosti šroubů

V rámci první zkoušky (IV-1) byla informativně měřena také hodnota deformace (průhybu) uprostřed rozpětí sendvičových panelů. Pro měření byl použit snímač posunu s kapacitou 100 mm, který byl zapojen do měřicí ústředny.

Zkušební postup

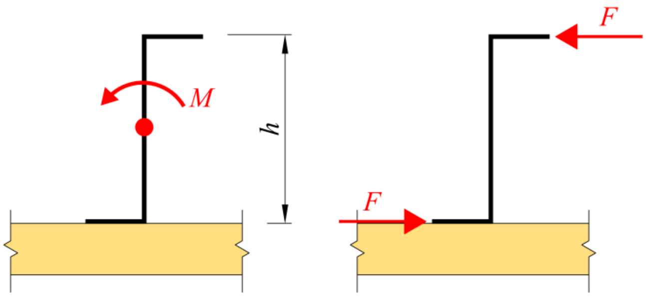
Pomocí příčného nosníku připojeného ke koncům zatěžovaného nosníku a síly na rameni F_T vyvozené mostovým jeřábem zdviháním a spouštěním příčného nosníku byl do nosníku vnášen krouticí moment M, kterým bylo natáčeno průřezem nosníku tak, aby příčná deformace v úrovni volné pásnice dosahovala hodnoty cca h / 10, v souladu s [18]. Toto zatěžování bylo prováděno jednak bez podtlaku a jednak v pěti různých (postupně se zvyšujících) úrovních podtlaku (rovnoměrného plošného zatížení) vyvozeného pomocí zkušební metody vakuování a působícího na povrch sendvičových panelů. V každé úrovni byly provedeny tři cykly rotace průřezu nosníku. Největší úroveň podtlaku byla zvolena tak, aby o 25 % přesahovala tabelovanou hodnotu přípustného plošného zatížení působícího na povrch panelů. Tato hodnota byla převzata z údajů, které poskytuje distributor použitých sendvičových panelů [58]. Před každým zvýšením podtlaku byl demontován příčný nosník, aby se mohla volně rozvinout deformace nosníku způsobená pod tlakem (jednalo se o mírné natočení průřezu nosníku vlivem podélné deformace panelů). Poté byl příčný nosník osazen zpět a mohlo proběhnout další zatěžování kroutícím momentem. Na Obr. 6.37a je fotografie zachycující zatěžování průřezu nosníku prostřednictvím síly na ramenech, na Obr. 6.37b je potom dobře patrná podélná deformace (průhyb) sendvičových panelů způsobená podtlakem ve vakuovací komoře.

Obr. 6.37 a) Zatěžování vaznice, b) deformace sendvičových panelů

Vyhodnocení zkoušek

Vyhodnocení a výpočet rotační tuhosti v zásadě sleduje stejný postup, jako vyhodnocení standardních testů podle dokumentu [18]. Výstupem každé úrovně podtlaku je celková kombinovaná příčná tuhost K_{obs}, která je dána vztahem (6.4), ve kterém vystupuje síla F v úrovni horní pásnice a měřená deformace δ ve vzdálenosti h_δ od dolní pásnice nosníku. Vzhledem k tomu, že v rámci použité zkušební sestavy nebylo zatížení vnášeno přímo do horní pásnice ve formě osamělé síly, nýbrž ve formě krouticího momentu, byla hodnota odpovídající síly v horní pásnici odvozena s pomocí mechanického modelu na Obr. 6.38. Moment M byl rozložen do dvojice sil F působících v úrovni střednic pásnic ocelového nosníku. Sílu F je tedy možné vypočítat vztahem (6.11). Rameno, na kterém působí síla F_T, je označeno jako R (Obr. 6.29).

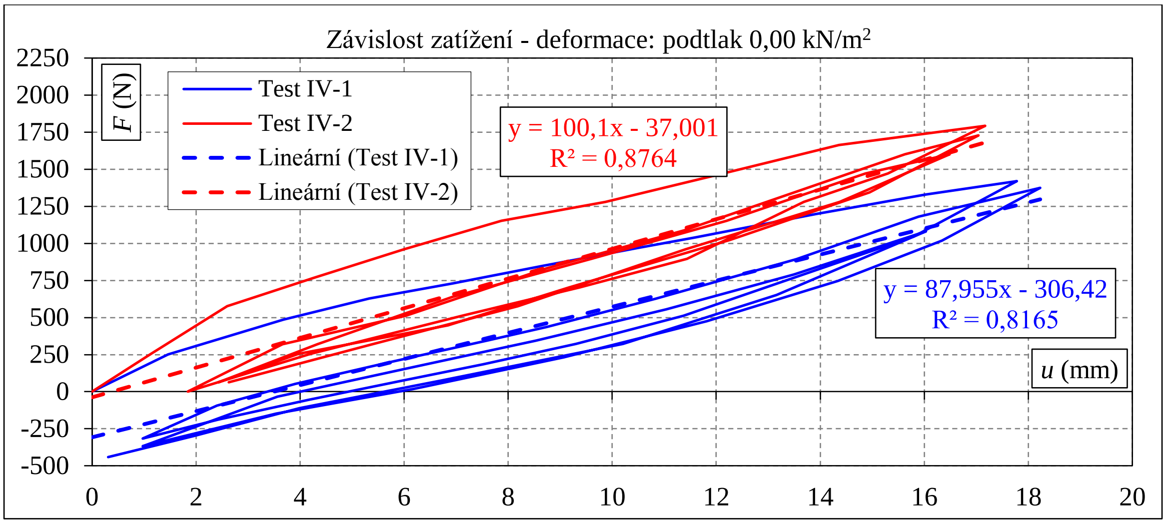
$$F = \frac{M}{h-t} = \frac{F_T \cdot R}{h-t}. \tag{6.11}$$



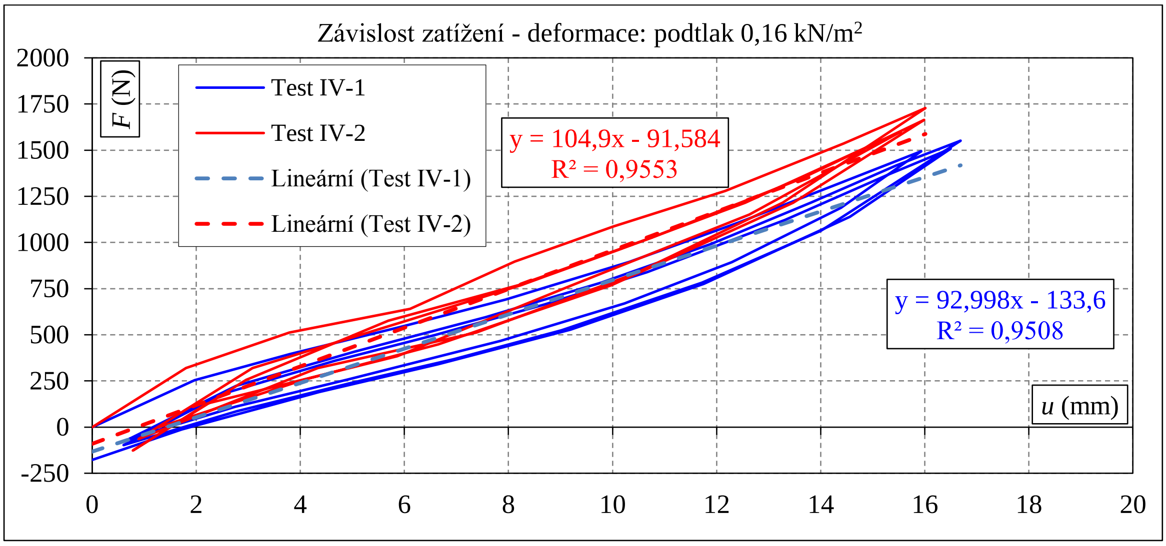
Obr. 6.38 Mechanický model pro odvození odpovídající síly působící na horní pásnici

Do vztahu (6.4) pro výpočet K_{obs} je uvažována síla F podle vztahu (6.11) a deformace uprostřed rozpětí nosníku a blíže volné pásnici, tedy posun získaný snímačem č. 4 (Obr. 6.35). Ostatní měřené hodnoty posunů byly využity jako kontrolní či pro případné další zpracování. S ohledem na skutečně naměřenou tloušťku nosníků, lišící se od tloušťky nominální, byla provedena úprava výsledků zkoušek podle [18], popsaná již v kapitole 6.1.3. Upravené výsledky K_{adj} byly použity pro další výpočet rotační tuhosti C_D, který se již shodoval s postupem při vyhodnocení standardních testů (bez vlivu sání na panely), taktéž popsaným již v kapitole 6.1.3.

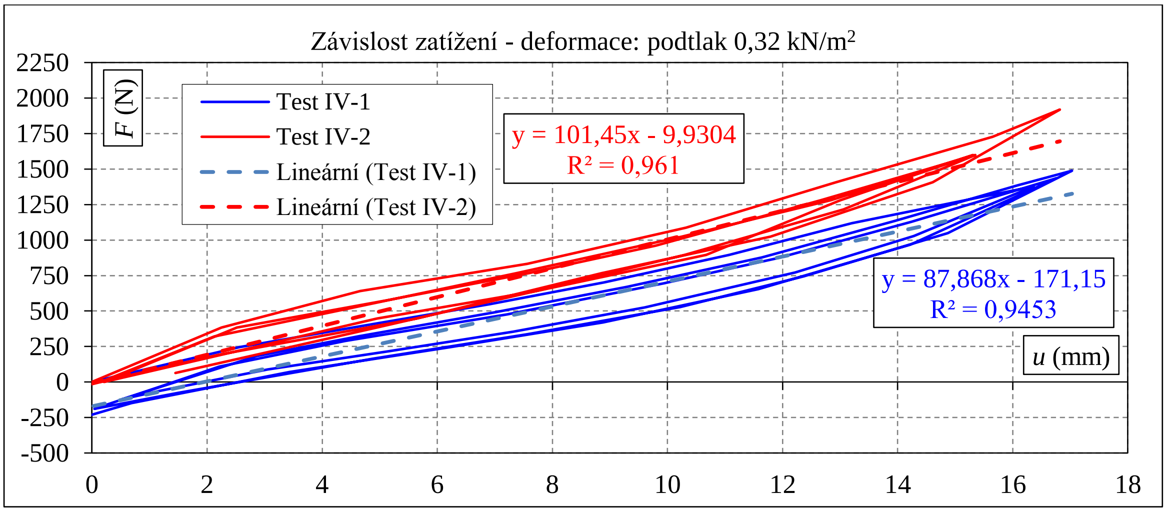
Následující grafy znázorňují závislost zatížení (F) – deformace (δ) pro jednotlivé úrovně podtlaku (sání). Závislostmi byly proloženy regresní přímky, jejichž směrnice udávají hodnotu kombinované příčné tuhosti získané ze zkoušky K_{obs}.



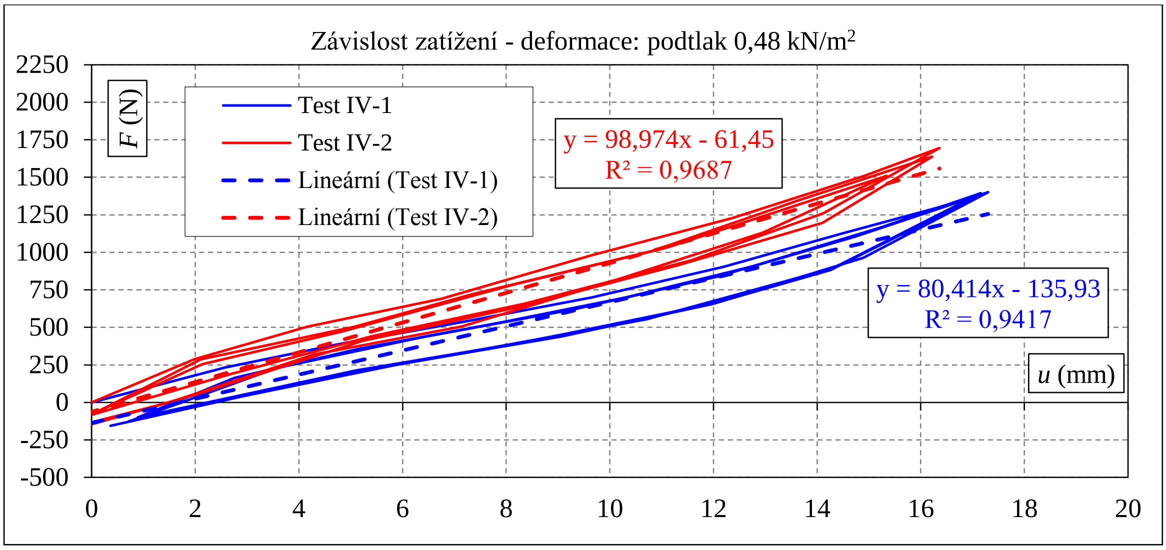
Obr. 6.39 Závislost zatížení – deformace (bez podtlaku)



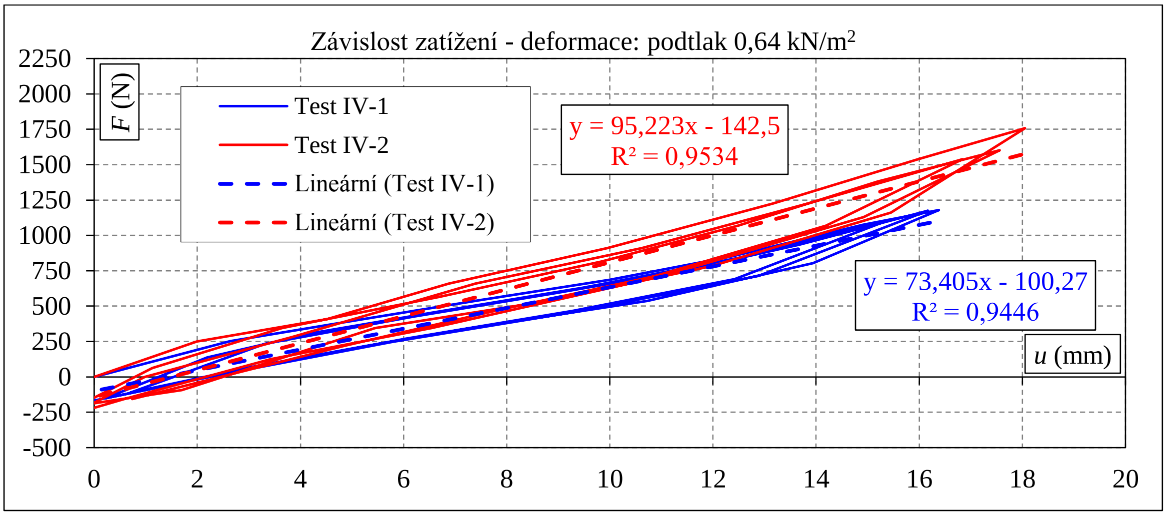
Obr. 6.40 Závislost zatížení – deformace (první úroveň podtlaku)



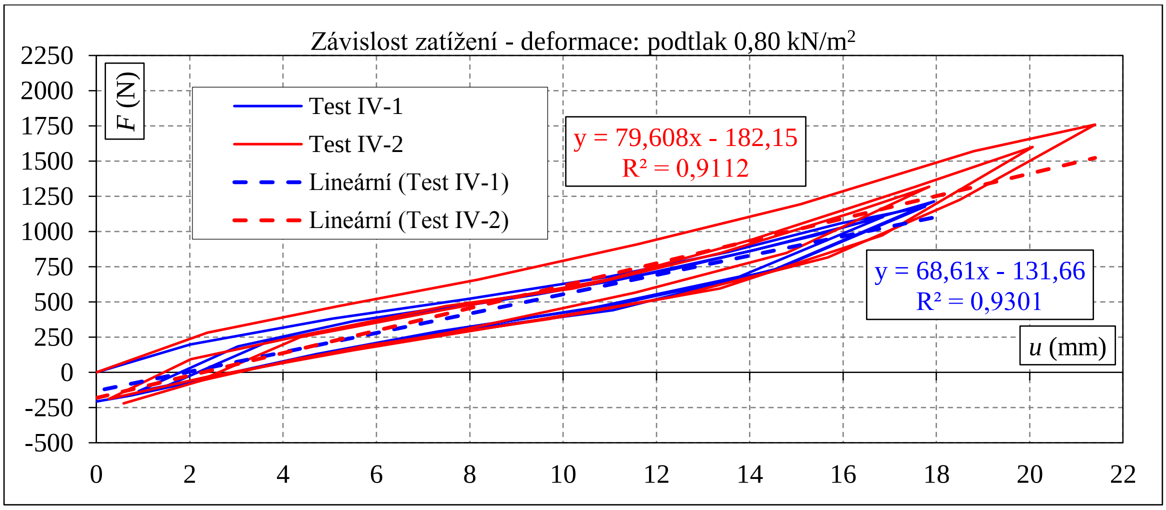
Obr. 6.41 Závislost zatížení – deformace (druhá úroveň podtlaku)



Obr. 6.42 Závislost zatížení – deformace (třetí úroveň podtlaku)



Obr. 6.43 Závislost zatížení – deformace (čtvrtá úroveň podtlaku)



Obr. 6.44 Závislost zatížení – deformace (pátá úroveň podtlaku)

	test IV-1	test IV-2
t_{cor} (mm)	3,00	3,00
t_{obs} (mm)	2,93	2,90
$t_{obs,cor}$ (mm)	2,89	2,86
μ_R	1,072	1,063
h (mm)	150,00	150,00
l_A (mm)	2000,00	2000,00
l_B (mm)	2400,00	2400,00

Tab. 6.18 Geometrické charakteristiky zkušebních těles

Na základě výsledků zkoušek byly počítány hodnoty rotační tuhosti C_D pro všechny testované úrovně podtlaku. Postup byl stejný jako v rámci vyhodnocení standardních testů. Vybrané geometrické charakteristiky zkušebních těles, které jsou shodné pro všechny úrovně zatížení, jsou pro obě zkoušky shrnuty v Tab. 6.18.

Výpočty rotační tuhosti C_D pro jednotlivé úrovně podtlaku jsou sumarizovány v následujících tabulkách. Zkoušky prokazují nezanedbatelné hodnoty rotační tuhosti.

Úroveň podtlaku		test IV-1	test IV-2
0,00 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	21,00	21,13
	h_δ (mm)	127,00	130,00
	K_{obs} (N/mm)	87,96	100,1
	K_{adj} (N/mm)	82,07	94,19
	K_B (N/mm)	1244,13	1199,79
	K_A (N/mm)	87,87	102,21
	C_D (Nmm/mm/rad)	836,94	996,56

Tab. 6.19 Výsledky pro zkušební tělesa nezatížená podtlakem

Úroveň podtlaku		test IV-1	test IV-2
0,16 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	21,00	21,13
	h_δ (mm)	127,00	130,00
	K_{obs} (N/mm)	93,00	104,90
	K_{adj} (N/mm)	86,78	98,70
	K_B (N/mm)	1244,13	1199,79
	K_A (N/mm)	93,28	107,55
	C_D (Nmm/mm/rad)	888,52	1048,63

Tab. 6.20 Výsledky pro zkušební tělesa při první úrovni podtlaku

Úroveň podtlaku		test IV-1	test IV-2
$0{,}32\ kN/m^2$	$b_{mod} = a$ (mm)	21,00	21,13
	h_δ (mm)	127,00	130,00
	K_{obs} (N/mm)	87,87	101,45
	K_{adj} (N/mm)	81,99	95,46
	K_B (N/mm)	1244,13	1199,79
	K_A (N/mm)	87,77	103,71
	C_D (Nmm/mm/rad)	836,05	1011,16

Tab. 6.21 Výsledky pro zkušební tělesa při druhé úrovni podtlaku

Úroveň podtlaku		test IV-1	test IV-2
$0{,}48\ kN/m^2$	$b_{mod} = a$ (mm)	21,00	21,13
	h_δ (mm)	127,00	130,00
	K_{obs} (N/mm)	80,41	98,97
	K_{adj} (N/mm)	75,04	93,13
	K_B (N/mm)	1244,13	1199,79
	K_A (N/mm)	79,85	100,96
	C_D (Nmm/mm/rad)	760,58	984,40

Tab. 6.22 Výsledky pro zkušební těleso při třetí úrovni podtlaku

Úroveň podtlaku		test IV-1	test IV-2
$0{,}64\ kN/m^2$	$b_{mod} = a$ (mm)	21,00	21,13
	h_δ (mm)	127,00	130,00
	K_{obs} (N/mm)	73,41	95,22
	K_{adj} (N/mm)	68,50	89,60
	K_B (N/mm)	1244,13	1199,79
	K_A (N/mm)	72,49	96,83
	C_D (Nmm/mm/rad)	690,42	944,08

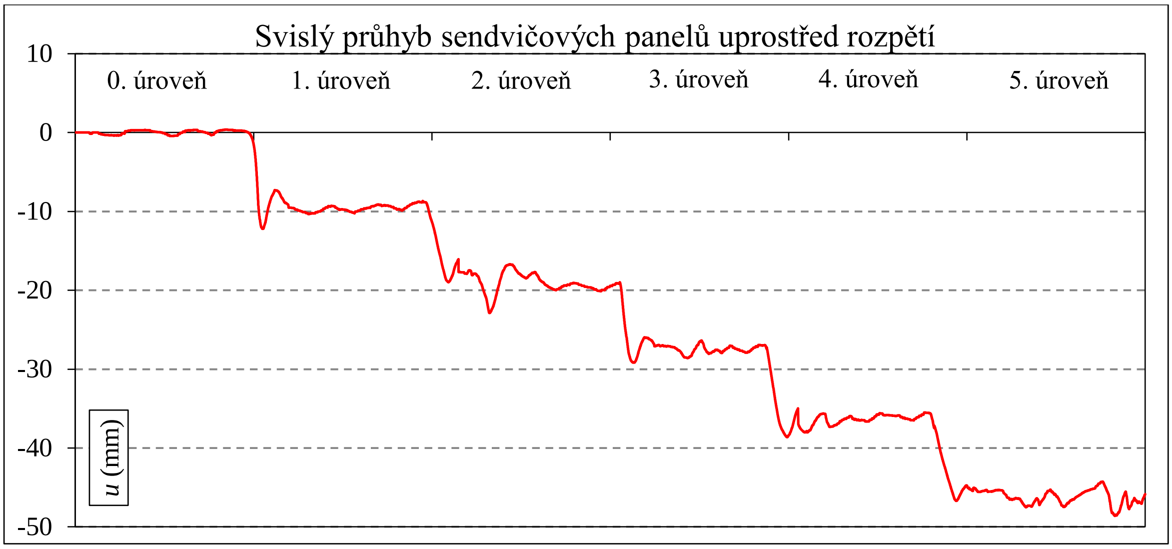
Tab. 6.23 Výsledky pro zkušební těleso při čtvrté úrovni podtlaku

Úroveň podtlaku		test IV-1	test IV-2
$0{,}80\ kN/m^2$	$b_{mod} = a$ (mm)	21,00	21,13
	h_δ (mm)	127,00	130,00
	K_{obs} (N/mm)	68,61	79,61
	K_{adj} (N/mm)	64,02	74,91
	K_B (N/mm)	1244,13	1199,79
	K_A (N/mm)	67,49	79,89
	C_D (Nmm/mm/rad)	642,88	778,96

Tab. 6.24 Výsledky pro zkušební těleso při páté úrovni podtlaku

Deformace sendvičových panelů

V rámci zkoušky IV-1 byl měřen také průhyb sendvičových panelů uprostřed jejich rozpětí, které činilo 3,5 m (mezi nosníky). Měření je znázorněno v grafu na Obr. 6.45. Největší dosažený průhyb při poslední úrovni podtlaku (0,80 kN/m^2) činil cca 47 mm (viz Obr. 6.37), což odpovídá přibližně 1/75 rozpětí. Distributorem udávané nejvyšší přípustné zatížení pro dané rozpětí panelů je 0,6 kN/m^2 [58]. Při realizované zkoušce IV-1 této úrovni zatížení odpovídal průhyb cca 35 mm, tedy asi 1/100 rozpětí. Tyto výsledky nevstupují do provedených výpočtů rotační tuhosti, deformace panelů byla měřena z informativního hlediska.



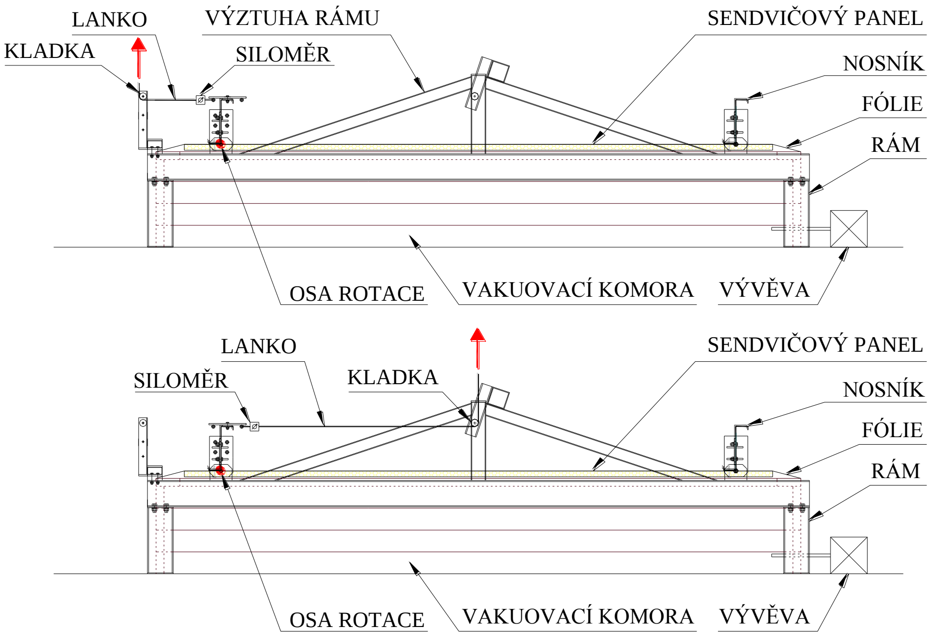
Obr. 6.45 Svislý průhyb sendvičových panelů (test IV-1)

6.1.7 Ověření rotačního podepření s vlivem sání působícího na sendvičové panely – série experimentů V

Zkušební tělesa a zkušební sestava

Pro sérii V byly použity profily Z300-3 (Obr. 6.17). Zkušební sestava vycházela ze sestavy použité v rámci série IV (vychází z doporučení v dokumentu [51]), modifikován však byl způsob vnášení zatížení do nosníku tak, aby se více přiblížil způsobu předepsanému v normě [18] (síla je vnášena do volné pásnice v polovině rozpětí nosníku). Způsob spojení sendvičových panelů a nosníků zůstal stejný jako u série IV. Síla byla vnášena do volné pásnice v polovině rozpětí nosníku pomocí mostového jeřábu umístěného ve zkušební laboratoři. Hák jeřábu spojovalo s tenkostěnným nosníkem ocelové lanko, na kterém byl připojen siloměr současně připojený k volné pásnici nosníku.

Lanko bylo k háku jeřábu připojeno přes kladku, ve které se měnil směr lanka ze svislého (zavěšení na jeřáb) na vodorovný (k horizontálnímu zatěžování nosníku). Ovládáním jeřábu bylo zkušební těleso zatěžováno a odtěžováno pomocí určité síly F, která byla kontinuálně měřena. Zatěžování bylo prováděno v obou smyslech. Schéma zkušební sestavy (pro oba smysly zatěžování nosníku) a její fotografie jsou na Obr. 6.46, Obr. 6.47 a Obr. 6.48. Podtlak simulující plošné zatížení byl opět vyvozen zkušební metodou zatěžování vakuováním [38; 39; 56; 57].



Obr. 6.46 Zkušební sestava pro ověření rotačního podepření pod zatížením

Obr. 6.47 Zkušební sestava („negativní“ smysl zatěžování)

Obr. 6.48 Zkušební sestava („pozitivní“ smysl zatěžování)

Měřená data a způsob měření

Byla měřena skutečná tloušťka nosníků, polohy jednotlivých snímačů a umístění jednotlivých šroubů, stejně jako u série IV. Výsledky jsou shrnuty v tabulkách (měření tloušťky je podrobně zaznamenáno v příloze C).

série V – skutečné (měřené) tloušťky nosníků t_{obs} (mm)	
test V-1	2,887
test V-2	2,885

Tab. 6.25 Výsledky měření tloušťky nosníků v sérii V

	test V-1			test V-2		
řez	A	B	C	A	B	C
h_1 (mm)	56	70	60	55	35	80
h_δ (mm)	218	205	212	226	217	223

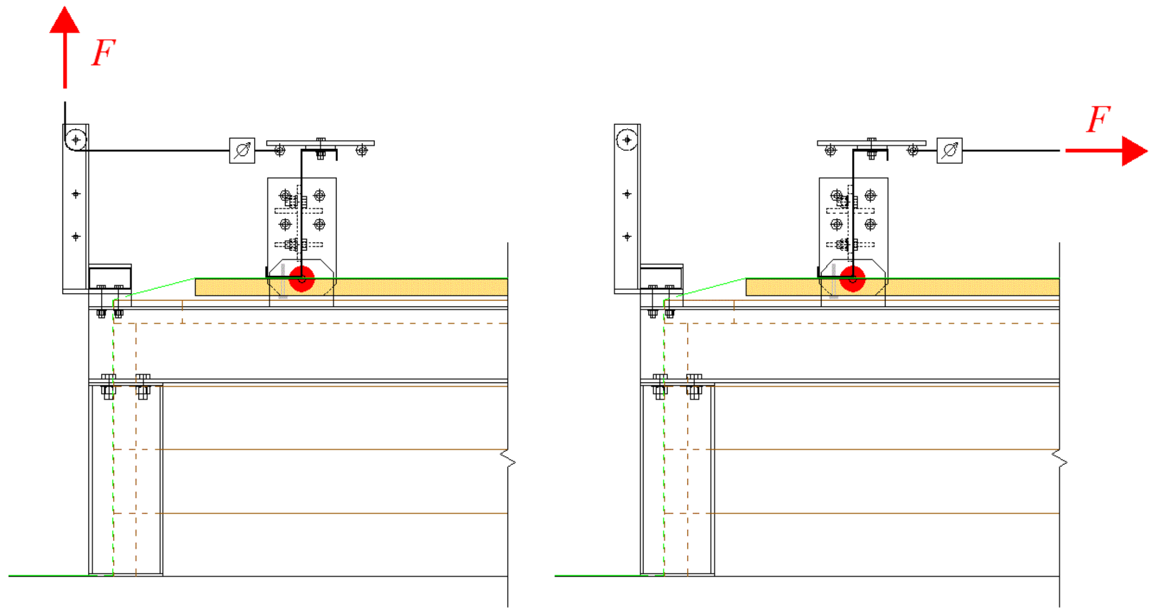
Tab. 6.26 Měřené vzdálenosti úchylkoměrů

	šroub	test V-1	test V-2
a (mm)	I	39	42
	II	39	42
	III	37	39
	IV	32	40
	V	40	39
	VI	38	38
	VII	38	34
	VIII	45	40

Tab. 6.27 Měřené vzdálenosti šroubů

Zkušební postup

Požadovaná příčná deformace průřezu nosníku o velikosti h / 10 byla vyvozena sílou působící na volnou pásnici nosníku uprostřed jeho rozpětí. Nejprve bylo provedeno zatěžování nosníku v „negativním“ smyslu (Obr. 6.49) bez podtlaku ve vakuovací komoře. Další fází bylo přenesení siloměru na opačnou stranu a zatěžování v „pozitivním“ smyslu (bez podtlaku) a dále a při pěti různých (postupně se zvyšujících) úrovních podtlaku. V každé úrovni byly provedeny tři cykly zatěžování silou F. Protože byl použit stejný typ panelů, hodnoty plošného zatížení v jednotlivých úrovních byly převzaty ze série IV.



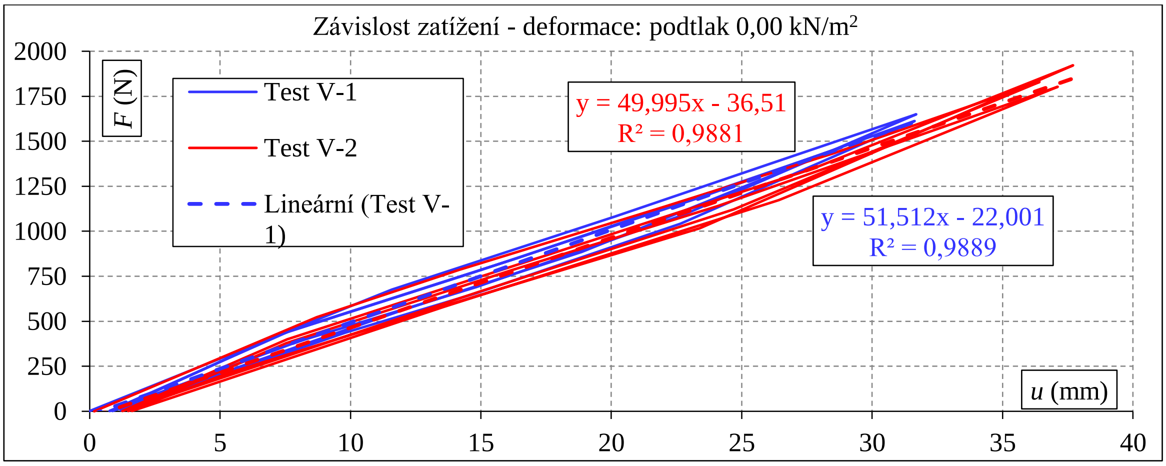
Obr. 6.49 Smysl zatěžování: a) „negativní“, b) „pozitivní“

Vyhodnocení zkoušek

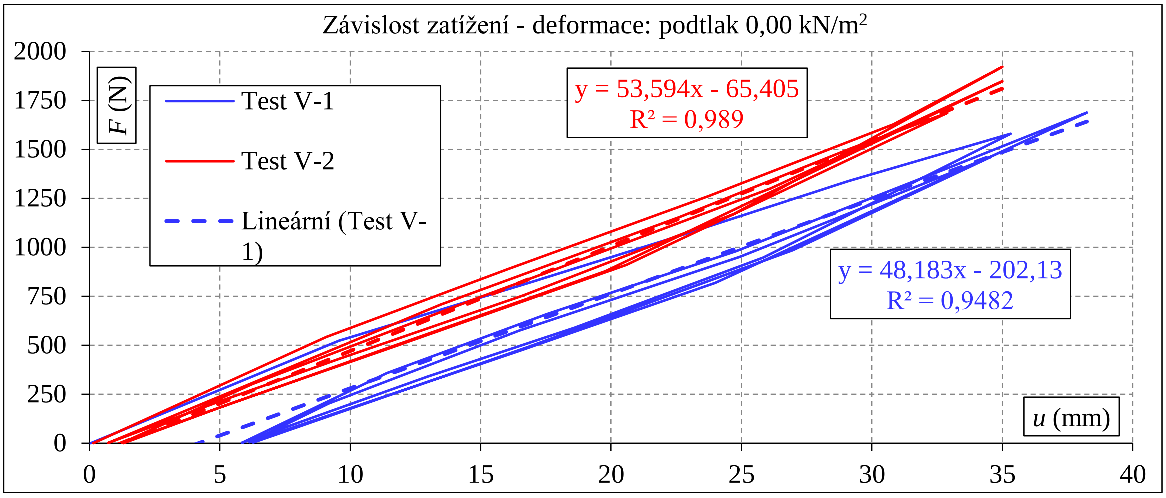
Princip zatěžování silou F odpovídá zkušební sestavě dané normou [18], což umožnilo i aplikaci postupu vyhodnocení podle této normy. Uvedený postup byl použit pro vyhodnocování experimentů ze sérií I, II a III. Pro každou úroveň podtlaku byla získána celková kombinovaná příčná tuhost K_{obs} podle vztahu (6.4), ve kterém vystupuje síla v úrovni horní pásnice F a měřená deformace δ ve vzdálenosti h_{δ} od dolní pásnice nosníku. Obě hodnoty byly v rámci experimentu kontinuálně měřeny ve všech úrovních podtlaku. Úprava výsledků zkoušek K_{obs} na hodnotu K_{adj} byla provedena postupem popsaným v kapitole 6.1.3.

Obr. 6.50 Deformace nosníku; deformace sendvičových panelů

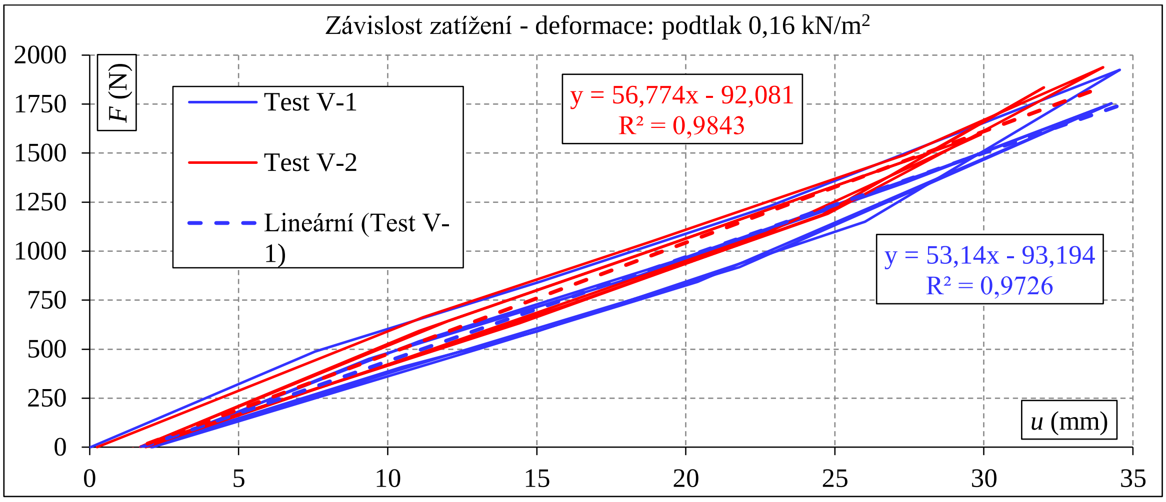
Grafy zachycují závislost síly F na deformaci δ pro jednotlivé úrovně podtlaku. Směrnice regresních přímek proložených závislostmi udávají hodnotu K_{obs}.



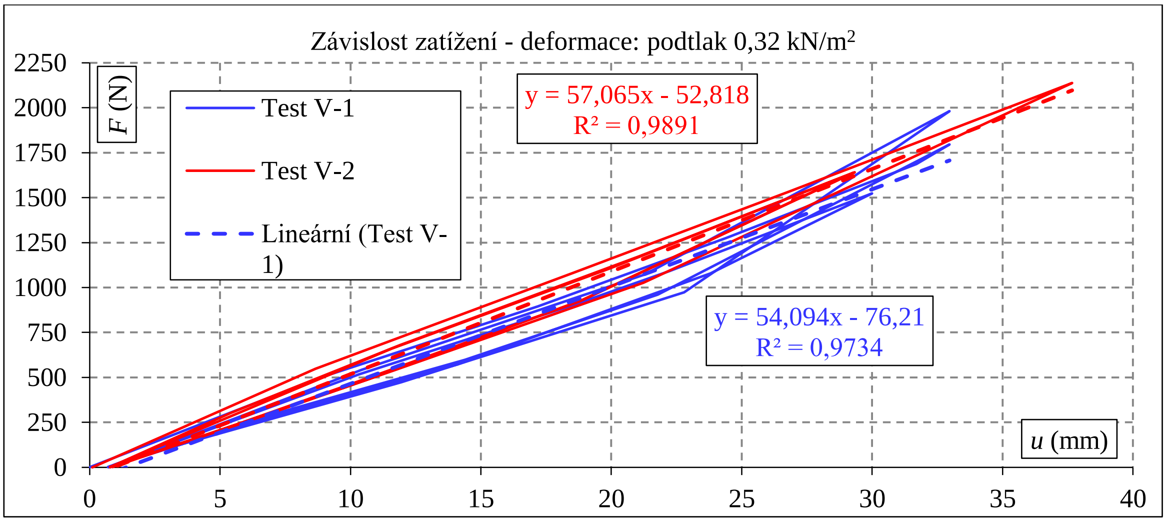
Obr. 6.51 Závislost zatížení – deformace (bez podtlaku; „negativní“ smysl)



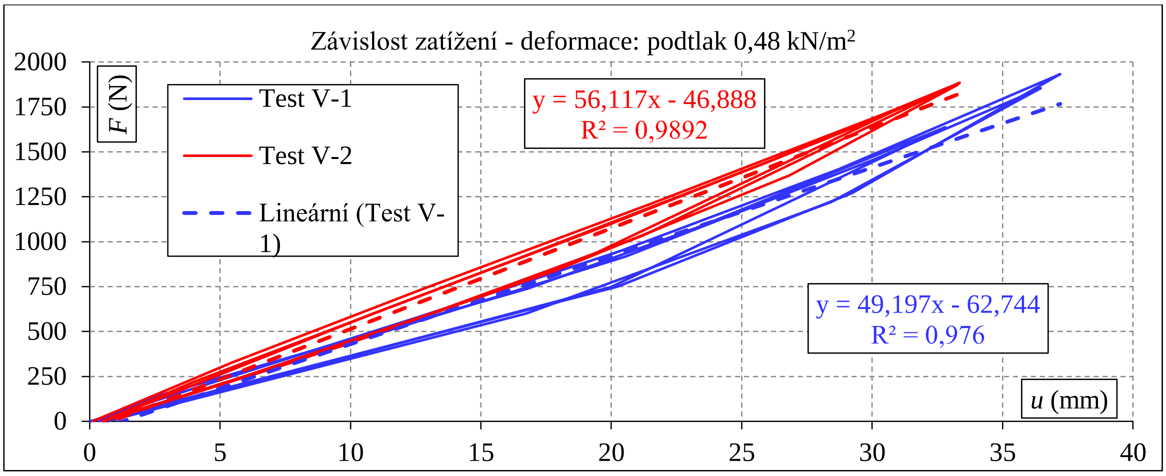
Obr. 6.52 Závislost zatížení – deformace (bez podtlaku; „pozitivní“ smysl)



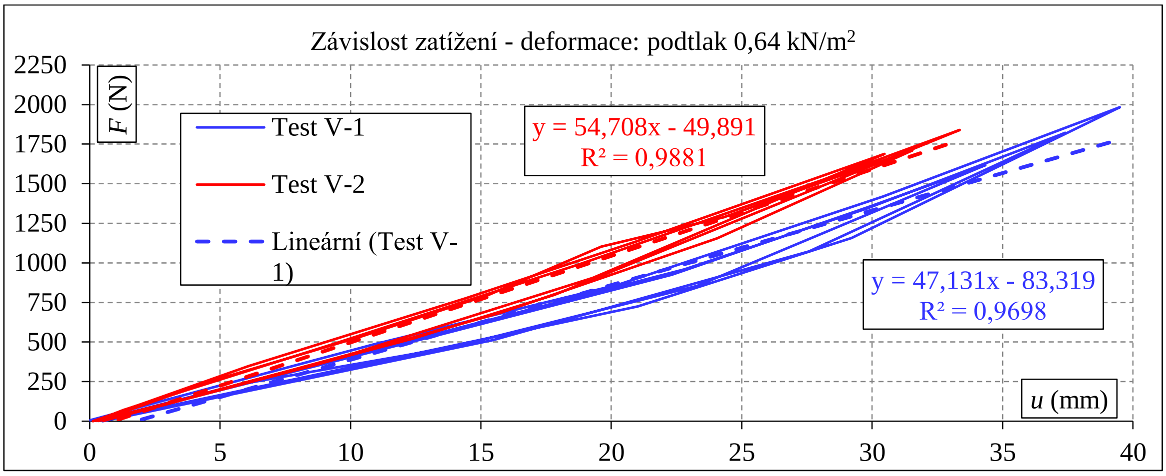
Obr. 6.53 Závislost zatížení – deformace (první úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)



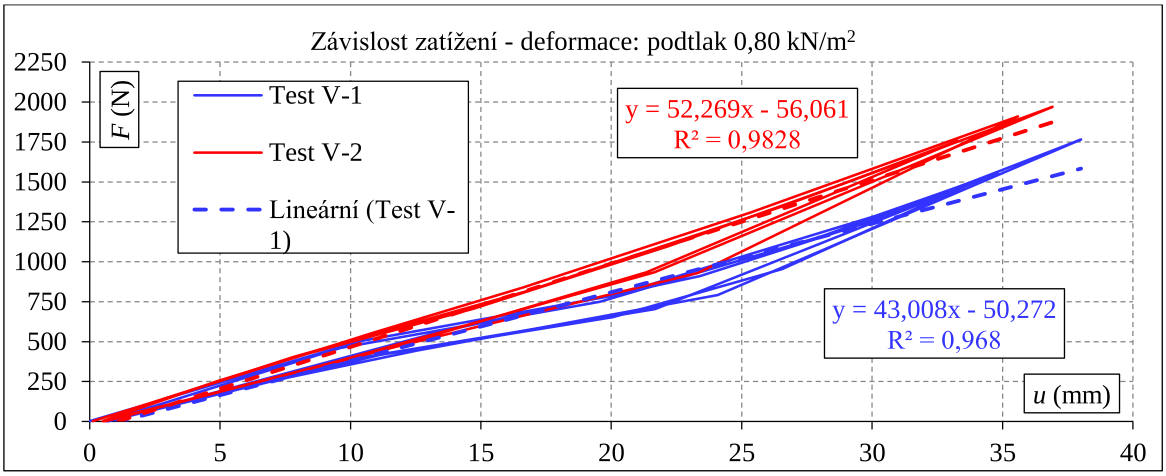
Obr. 6.54 Závislost zatížení – deformace (druhá úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)



Obr. 6.55 Závislost zatížení – deformace (třetí úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)



Obr. 6.56 Závislost zatížení – deformace (čtvrtá úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)



Obr. 6.57 Závislost zatížení – deformace (pátá úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)

Geometrické charakteristiky zkušebních těles jsou shrnuty v následující tabulce. Budou vstupovat do výpočtu hledané rotační tuhosti, který je pro jednotlivé úrovně podtlaku sumarizován v tabulkách.

	test V-1	test V-2
t_{cor} (mm)	3,00	3,00
t_{obs} (mm)	2,89	2,89
$t_{obs,cor}$ (mm)	2,85	2,85
μ_R	1,057	1,056
h (mm)	300,00	300,00
l_A (mm)	2000,00	2000,00
l_B (mm)	2400,00	2400,00

Tab. 6.28 Geometrické charakteristiky zkušebních těles

Úroveň podtlaku		test V-1	test V-2
0,00 kN/m^2	$b_{mod} = 2 \cdot a + b$ (mm)	167,00	168,50
	h_δ (mm)	205,00	217,00
	K_{obs} (N/mm)	51,51	50,00
	K_{adj} (N/mm)	48,74	47,34
	K_B (N/mm)	150,29	138,20
	K_A (N/mm)	72,14	72,00
	C_D (Nmm/mm/rad)	2218,16	2343,68

Tab. 6.29 Výsledky pro zkušební tělesa nezatížená podtlakem („negativní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test V-1	test V-2
0,00 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	38,50	39,25
	h_δ (mm)	205,00	217,00
	K_{obs} (N/mm)	48,18	53,59
	K_{adj} (N/mm)	45,59	50,75
	K_B (N/mm)	220,28	200,60
	K_A (N/mm)	57,49	67,93
	C_D (Nmm/mm/rad)	1767,83	2211,19

Tab. 6.30 Výsledky pro zkušební tělesa nezatížená podtlakem („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test V-1	test V-2
0,16 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	38,50	39,25
	h_δ (mm)	205,00	217,00
	K_{obs} (N/mm)	53,14	56,77
	K_{adj} (N/mm)	50,28	53,76
	K_B (N/mm)	220,28	200,60
	K_A (N/mm)	65,15	73,44
	C_D (Nmm/mm/rad)	2003,50	2390,42

Tab. 6.31 Výsledky pro zkušební tělesa při první úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test V-1	test V-2
0,32 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	38,50	39,25
	h_δ (mm)	205,00	217,00
	K_{obs} (N/mm)	54,09	57,07
	K_{adj} (N/mm)	51,19	54,03
	K_B (N/mm)	220,28	200,60
	K_A (N/mm)	66,68	73,95
	C_D (Nmm/mm/rad)	2050,35	2407,19

Tab. 6.32 Výsledky pro zkušební tělesa při druhé úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test V-1	test V-2
0,48 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	38,50	39,25
	h_δ (mm)	205,00	217,00
	K_{obs} (N/mm)	49,20	56,12
	K_{adj} (N/mm)	46,55	53,14
	K_B (N/mm)	220,28	200,60
	K_A (N/mm)	59,02	72,28
	C_D (Nmm/mm/rad)	1815,00	2352,79

Tab. 6.33 Výsledky pro zkušební tělesa při třetí úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test V-1	test V-2
0,64 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	38,50	39,25
	h_δ (mm)	205,00	217,00
	K_{obs} (N/mm)	47,13	54,71
	K_{adj} (N/mm)	44,60	51,80
	K_B (N/mm)	220,28	200,60
	K_A (N/mm)	55,92	69,84
	C_D (Nmm/mm/rad)	1719,43	2273,15

Tab. 6.34 Výsledky pro zkušební tělesa při čtvrté úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

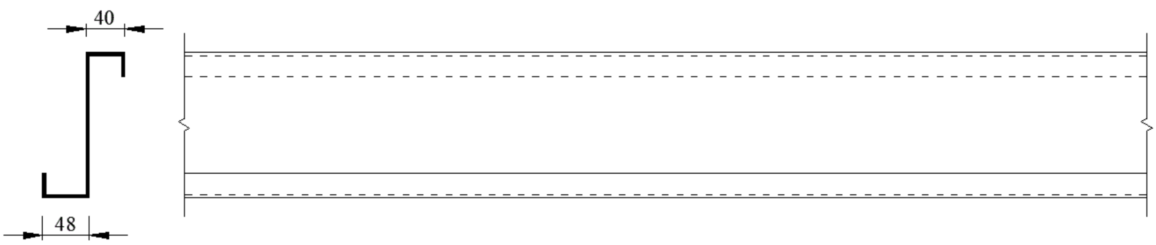
Úroveň podtlaku		test V-1	test V-2
0,80 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	38,50	39,25
	h_δ (mm)	205,00	217,00
	K_{obs} (N/mm)	43,01	52,27
	K_{adj} (N/mm)	40,70	49,49
	K_B (N/mm)	220,28	200,60
	K_A (N/mm)	49,92	65,70
	C_D (Nmm/mm/rad)	1534,93	2138,62

Tab. 6.35 Výsledky pro zkušební tělesa při páté úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

6.1.8 Ověření rotačního podepření s vlivem sání působícího na sendvičové panely – série experimentů VI

Zkušební tělesa a zkušební sestava

Pro sérii VI byly použity profily Z150-3 a stejná zkušební sestava jako v rámci série V (tedy modifikovaná sestava se zatěžováním nosníku osamělou silou uprostřed jeho volné pásnice). Profily použité v této sérii měly, na rozdíl od profilů v sérii I, pásnice opatřeny výztuhou (Obr. 6.58). Na rotační tuhost tato skutečnost nebude mít vliv, jak dokládá odvození v kapitole 6.1.3. Bude tedy možné přímé porovnání výsledků získaných touto modifikovanou sestavou s výsledky sérií I (standardní sestava podle [18]) a IV (sestava odpovídající doporučením v [51]).



Obr. 6.58 Profil Z150-3 s výztuhami pro zkoušky rotačního podepření

Rozměry zkušebních těles a způsob spojení sendvičových panelů a nosníků zůstal stejný jako u série IV. Fotografie zkušební sestavy je na Obr. 6.59. Plošné zatížení simulující podtlak bylo vyvozeno metodou zatěžování vakuováním [38; 39; 56; 57].

Obr. 6.59 Pohled na zkušební sestavu připravenou k provedení experimentu

Měřená data a způsob měření

Byla měřena skutečná tloušťka nosníků, polohy jednotlivých snímačů a umístění jednotlivých šroubů. Výsledky jsou shrnuty v tabulkách. Z prostorových důvodů (malá šířka pásnice profilu Z150-3 a nutnost ponechání dostatečného prostoru pro příčnou deformaci nosníku při zatěžování silou) nebyly na nosníky nainstalovány snímače svislého posunu dolní pásnice, která je připojena k panelům. S ohledem na skutečnost, že do výpočtů vstupují pouze data získaná ze snímačů vodorovných posunů stojiny, nebude postup vyhodnocení nijak dotčen. V rámci testu VI-2 byla navíc měřena svislá deformace panelů uprostřed rozpětí.

série VI – skutečné (měřené) tloušťky nosníků t_{obs} (mm)	
test VI-1	2,899
test VI-2	2,913

Tab. 6.36 Výsledky měření tloušťky nosníků v sérii VI

	test VI-1			test VI-2		
řez	A	B	C	A	B	C
h_1 (mm)	35	45	36	45	42	38
h_δ (mm)	122	105	128	120	118	119

Tab. 6.37 Měřené vzdálenosti úchylkoměrů

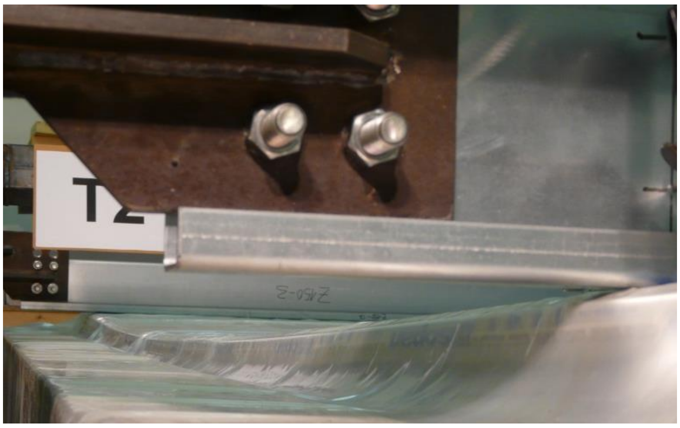
	šroub	test VI-1	test VI-2
a (mm)	I	18	18
	II	19	18
	III	17	18
	IV	19	17
	V	20	19
	VI	27	20
	VII	20	14
	VIII	19	20

Tab. 6.38 Měřené vzdálenosti šroubů

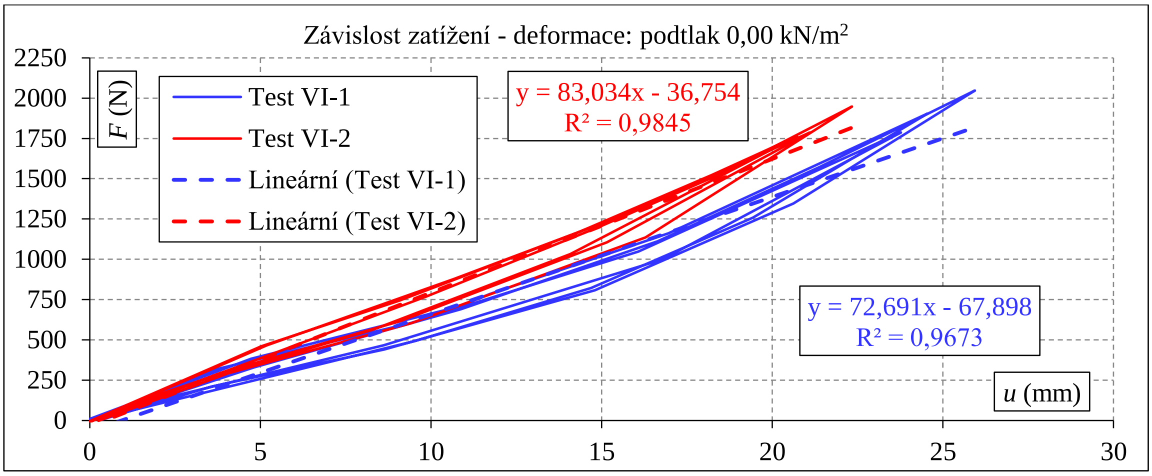
Zkušební postup a vyhodnocení zkoušek

Zkušební postup i vyhodnocení zkoušek plně odpovídalo postupu použitému v rámci série V (kapitola 6.1.7). Grafy zachycují závislost síly F na deformaci δ pro jednotlivé úrovně podtlaku. Směrnice regresních přímek proložených závislostmi udávají hodnotu K_{obs}.

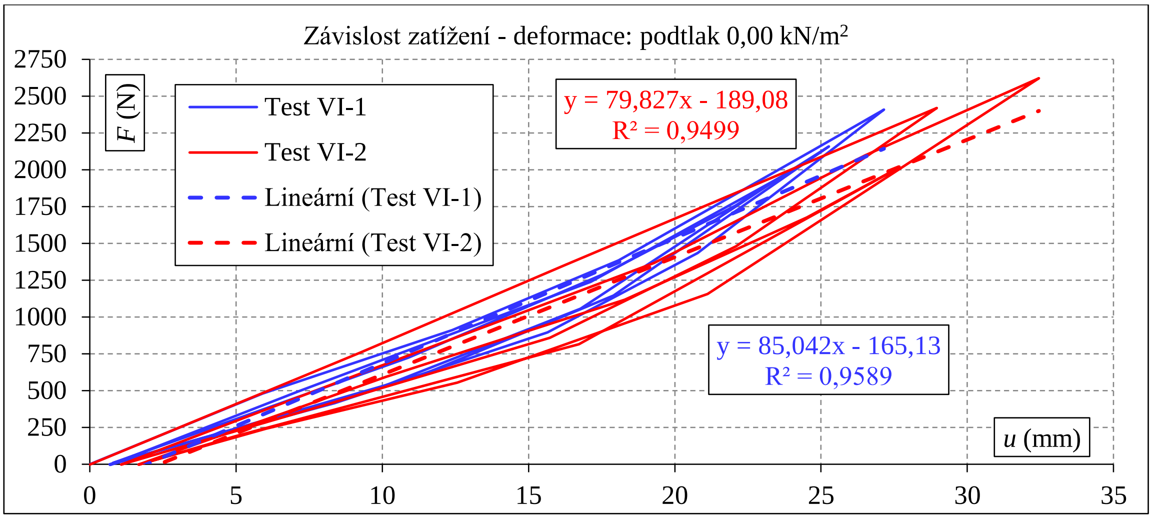
Obr. 6.60 Provádění experimentu – „negativní“ a „pozitivní“ smysl zatěžování



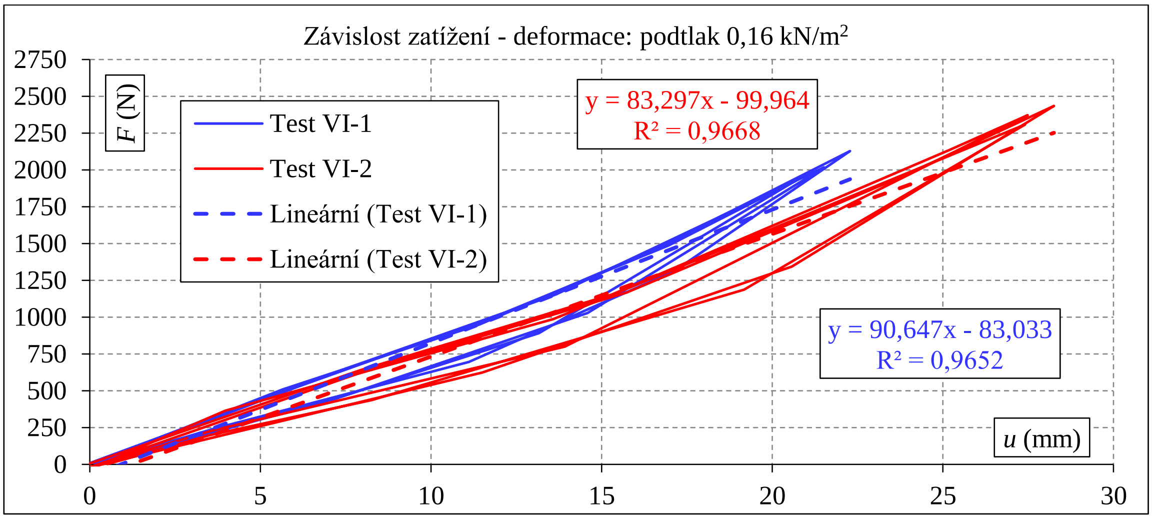
Obr. 6.61 Měření svislé deformace panelů a jejich průhyb způsobený podtlakem



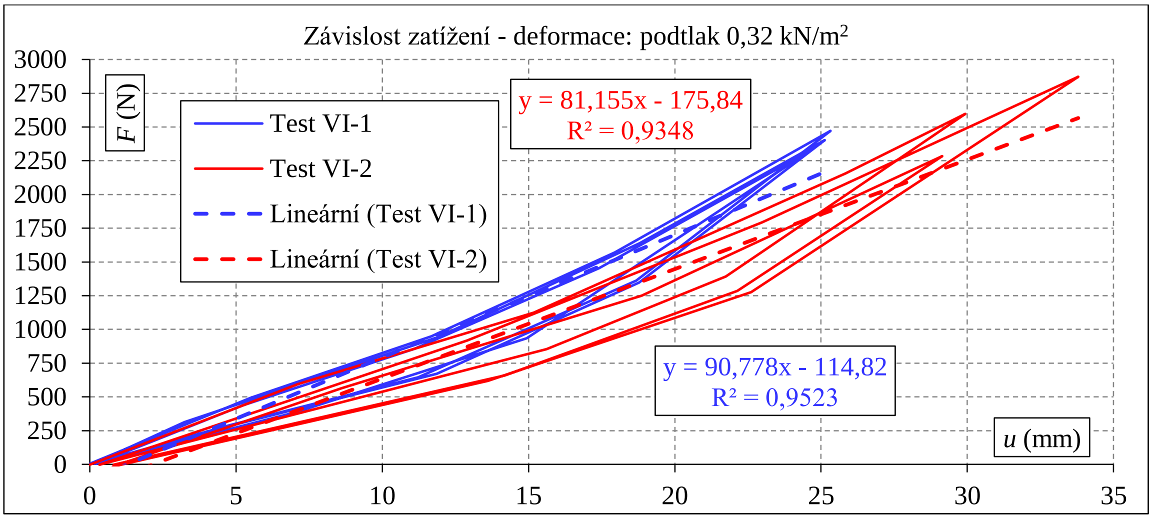
Obr. 6.62 Závislost zatížení – deformace (bez podtlaku; „negativní“ smysl)



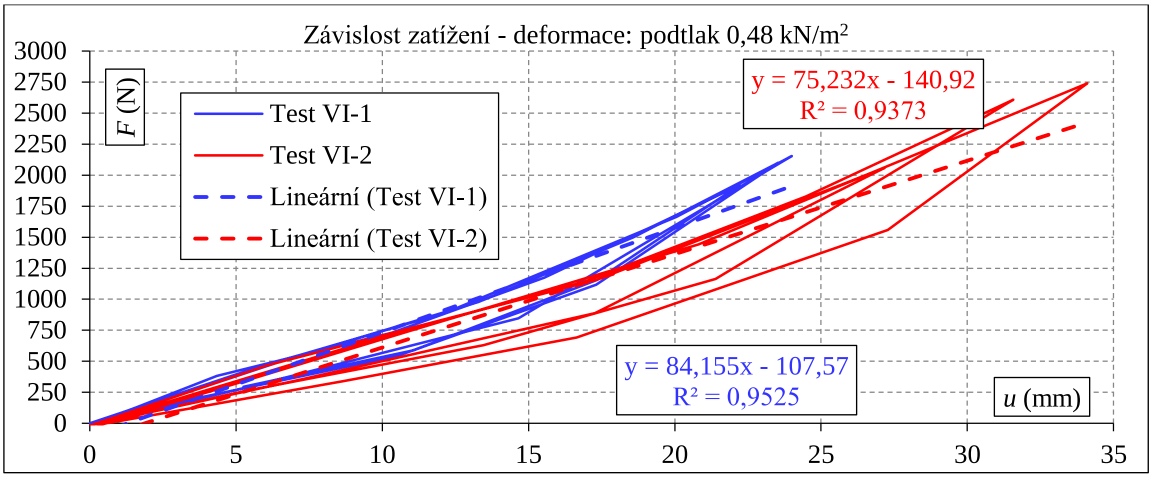
Obr. 6.63 Závislost zatížení – deformace (bez podtlaku; „pozitivní“ smysl)



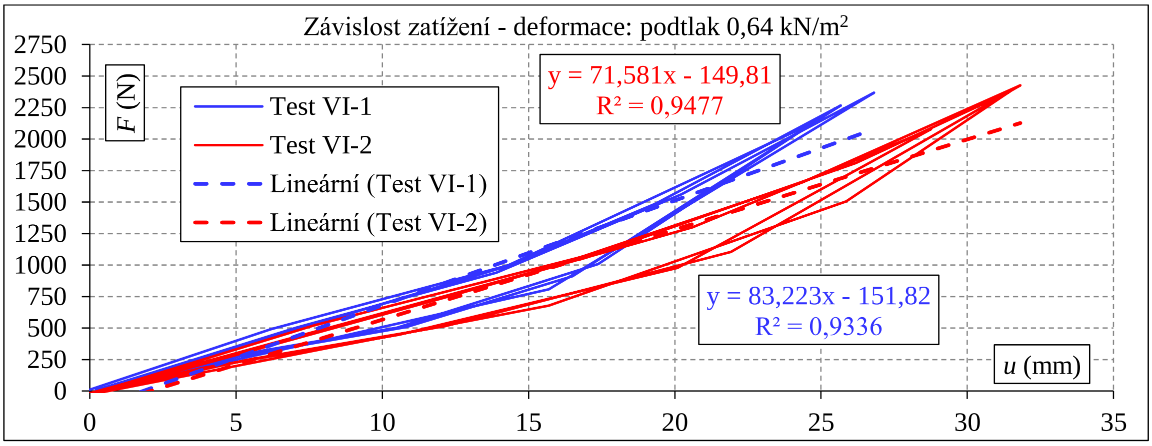
Obr. 6.64 Závislost zatížení – deformace (první úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)



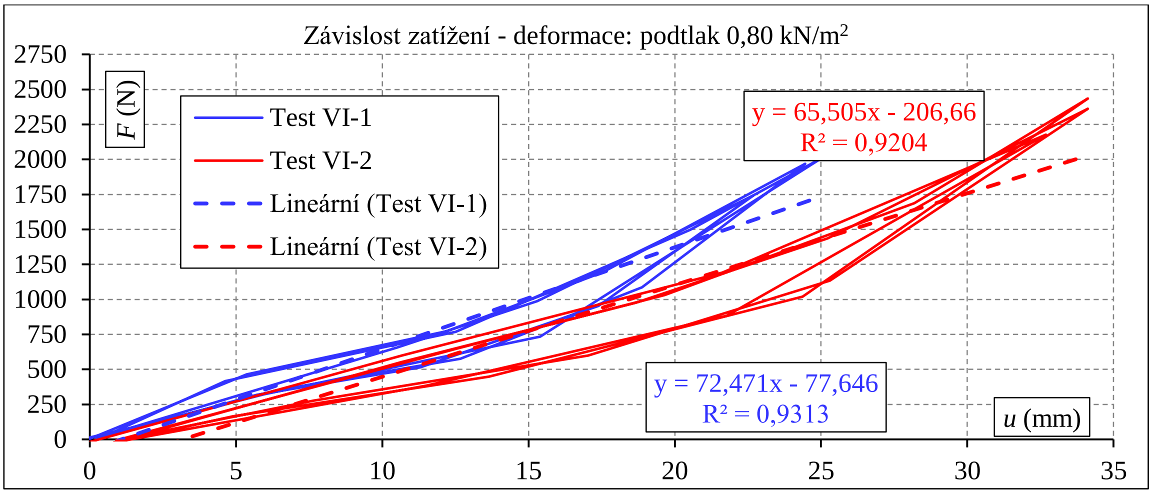
Obr. 6.65 Závislost zatížení – deformace (druhá úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)



Obr. 6.66 Závislost zatížení – deformace (třetí úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)



Obr. 6.67 Závislost zatížení – deformace (čtvrtá úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)



Obr. 6.68 Závislost zatížení – deformace (pátá úroveň podtlaku; „pozitivní“ smysl)

Geometrické charakteristiky zkušebních těles jsou shrnuty v následující tabulce. Budou vstupovat do výpočtu hledané rotační tuhosti, který je pro jednotlivé úrovně podtlaku sumarizován v tabulkách (Tab. 6.40 – Tab. 6.46).

	test VI-1	test VI-2
t_{cor} (mm)	3,00	3,00
t_{obs} (mm)	2,89	2,91
$t_{obs,cor}$ (mm)	2,86	2,87
μ_R	1,061	1,066
h (mm)	150,00	150,00
l_A (mm)	2000,00	2000,00
l_B (mm)	2400,00	2400,00

Tab. 6.39 Geometrické charakteristiky zkušebních těles

Úroveň podtlaku		test VI-1	test VI-2
0,00 kN/m^2	$b_{mod} = 2 \cdot a + b$ (mm)	88,76	83,00
	h_δ (mm)	105,00	118,00
	K_{obs} (N/mm)	72,69	83,03
	K_{adj} (N/mm)	68,49	77,86
	K_B (N/mm)	1143,92	988,88
	K_A (N/mm)	72,85	84,51
	C_D (Nmm/mm/rad)	573,73	747,92

Tab. 6.40 Výsledky pro zkušební tělesa nezatížená podtlakem („negativní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test VI-1	test VI-2
0,00 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	19,88	18,00
	h_δ (mm)	105,00	118,00
	K_{obs} (N/mm)	85,04	79,83
	K_{adj} (N/mm)	80,13	74,85
	K_B (N/mm)	1687,91	1421,48
	K_A (N/mm)	84,12	79,01
	C_D (Nmm/mm/rad)	662,48	699,24

Tab. 6.41 Výsledky pro zkušební tělesa nezatížená podtlakem („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test VI-1	test VI-2
0,16 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	19,88	18,00
	h_δ (mm)	105,00	118,00
	K_{obs} (N/mm)	90,65	83,30
	K_{adj} (N/mm)	85,41	78,10
	K_B (N/mm)	1687,91	1421,48
	K_A (N/mm)	89,96	82,64
	C_D (Nmm/mm/rad)	708,47	731,41

Tab. 6.42 Výsledky pro zkušební tělesa při první úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test VI-1	test VI-2
0,32 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	19,88	18,00
	h_δ (mm)	105,00	118,00
	K_{obs} (N/mm)	90,78	81,16
	K_{adj} (N/mm)	85,54	76,10
	K_B (N/mm)	1687,91	1421,48
	K_A (N/mm)	90,10	80,40
	C_D (Nmm/mm/rad)	709,55	711,53

Tab. 6.43 Výsledky pro zkušební tělesa při druhé úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test VI-1	test VI-2
0,48 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	19,88	18,00
	h_δ (mm)	105,00	118,00
	K_{obs} (N/mm)	83,59	75,23
	K_{adj} (N/mm)	78,77	70,54
	K_B (N/mm)	1687,91	1421,48
	K_A (N/mm)	82,62	74,22
	C_D (Nmm/mm/rad)	650,64	656,89

Tab. 6.44 Výsledky pro zkušební tělesa při třetí úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test VI-1	test VI-2
0,64 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	19,88	18,00
	h_δ (mm)	105,00	118,00
	K_{obs} (N/mm)	83,22	71,58
	K_{adj} (N/mm)	78,42	67,12
	K_B (N/mm)	1687,91	1421,48
	K_A (N/mm)	82,24	70,44
	C_D (Nmm/mm/rad)	647,62	623,43

Tab. 6.45 Výsledky pro zkušební tělesa při čtvrté úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

Úroveň podtlaku		test VI-1	test VI-2
0,80 kN/m^2	$b_{mod} = a$ (mm)	19,88	18,00
	h_δ (mm)	105,00	118,00
	K_{obs} (N/mm)	72,47	65,51
	K_{adj} (N/mm)	68,29	61,42
	K_B (N/mm)	1687,91	1421,48
	K_A (N/mm)	71,16	64,19
	C_D (Nmm/mm/rad)	560,42	568,12

Tab. 6.46 Výsledky pro zkušební tělesa při páté úrovni podtlaku („pozitivní“ smysl)

Deformace sendvičových panelů

V rámci zkoušky VI-2 byl informativně měřen také průhyb sendvičových panelů uprostřed rozpětí, které činilo 3,5 m (mezi nosníky). Výsledky měření byly plně porovnatelné s výsledky obdobného měření v rámci série IV (kapitola 6.1.6).

Doplňkové poznatky

V rámci zkoušky VI-2 (po dokončení všech cyklů zatěžování pro určení rotační tuhosti) bylo jako doplněk k předchozím měřením provedeno další postupné zvyšování podtlaku ve vakuovací komoře (už bez zatěžování nosníku osamělou silou) za účelem zjištění úrovně plošného zatížení sáním, při které dojde ke kolapsu zkušebního tělesa a za účelem zjištění způsobu porušení. Podtlak byl manuálně regulován a postupně zvyšován, jeho úroveň byla průběžně sledována na ukazateli manometru.

Při dosažení rovnoměrného plošného zatížení ve výši 1,91 kN/m^2 došlo ke kolapsu sendvičových panelů vyboulením tlačeného krycího plechu. Tím přestaly být panely schopné dále odolávat plošnému zatížení (ohybový moment je přenášen pomocí dvojice plechů, jádro přenáší smyk). Odpovídající svislý průhyb sendvičových panelů v okamžiku kolapsu činil cca 100 mm, tedy cca 1/35 rozpětí. Na fotografii na Obr. 6.69 vlevo je porušené zkušební těleso po vyboulení tlačených plechů sendvičových panelů a vpravo po odstranění snímačů a fólie zajišťující těsnost vakuovací komory.

Obr. 6.69 Porušené zkušební těleso

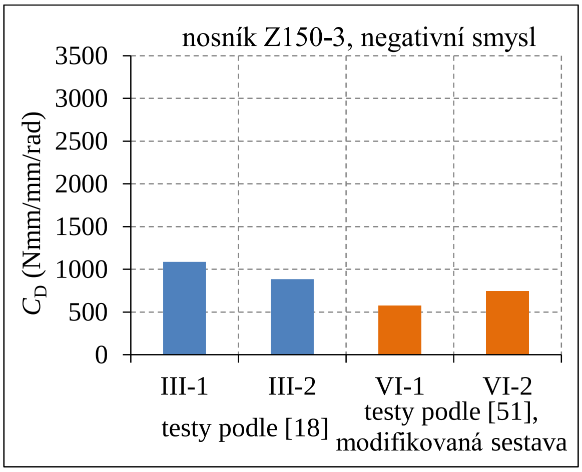
6.2 Srovnání experimentálně určených hodnot

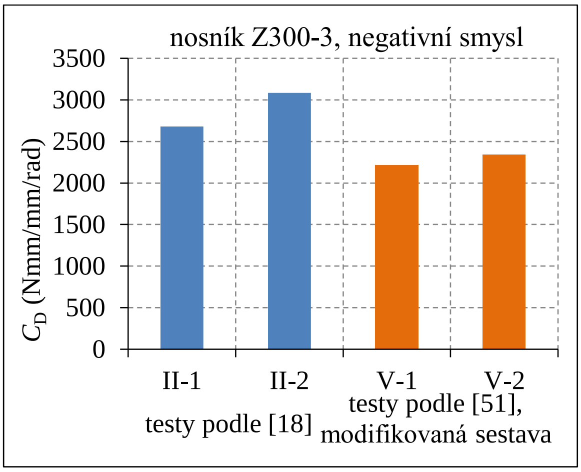
6.2.1 Rotační tuhost bez vlivu plošného zatížení na panely

Tento odstavec sumarizuje experimentálně zjištěné hodnoty rotačních tuhostí bez vlivu zatížení působícího na sendvičové panely. Shrnuje tedy všechny testy podle standardního zkušebního postupu dle normy [18] (série I, II a III) a dále prvotní fáze zkoušek s využitím zkušební sestavy dle [51] (série IV), resp. její modifikované podoby (série V a VI). Grafy umožňují přímé porovnání získaných hodnot.

Negativní smysl zatěžování nosníku

Nosník typu Z150-3 byl zatěžován v „negativním“ smyslu v rámci normových zkoušek v sérii III a v rámci série s využitím modifikované sestavy s přímým vnesením síly do nosníku podle [51] v sérii VI. Nosník typu Z300-3 byl v „negativním“ smyslu zatěžován v rámci série II (standardní testy podle [18]) a série V (testy s využitím modifikované sestavy založené na [51]). V obou případech poskytla modifikovaná sestava nižší hodnoty rotačních tuhostí než standardní sestava podle [18].

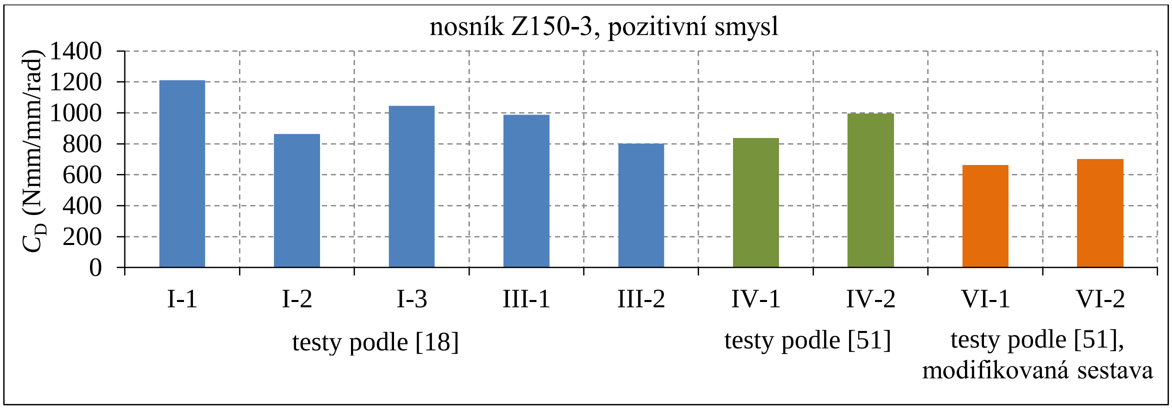




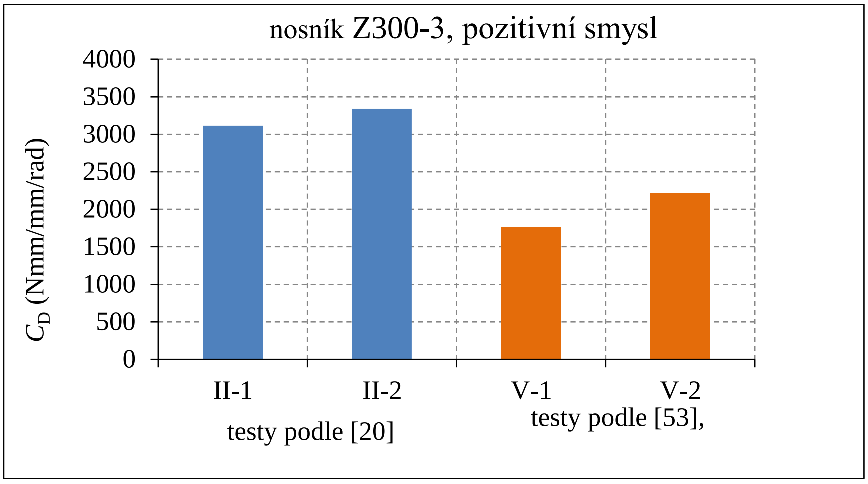
Obr. 6.70 Srovnání rotačních tuhostí (negativní smysl)

Pozitivní smysl zatěžování nosníku

Pozitivní zatěžování nosníku typu Z150-3 bylo prováděno v rámci všech použitých zkušebních sestav a poskytuje tak ucelenější pohled na rozdíly mezi získanými výsledky.



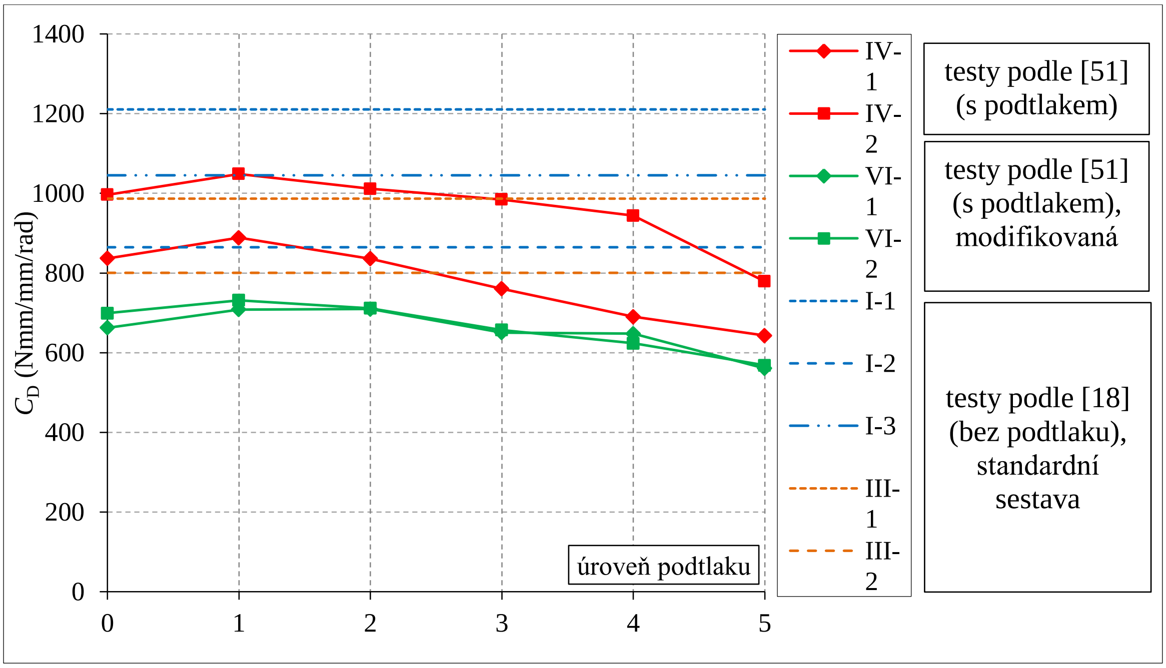
Obr. 6.71 Srovnání rotačních tuhostí (Z150-3, pozitivní smysl)



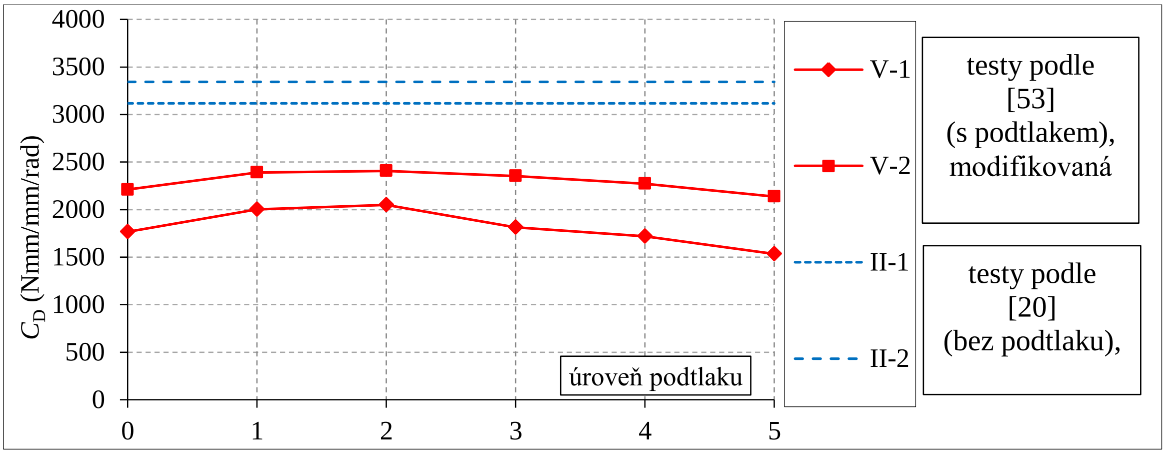
Obr. 6.72 Srovnání rotačních tuhostí (Z300-3, pozitivní smysl)

6.2.2 Rotační tuhost s vlivem plošného zatížení na panely

Rotační tuhost poskytnutá tenkostěnným vaznicím sendvičovými panely pod zatížením byla pro nosníky typu Z150-3 vyšetřována v rámci sérií IV (sestava dle [51]) a VI (modifikovaná sestava založená na [51]) a pro nosníky Z300-3 v rámci série V (modifikovaná sestava založená na [51]). Ve všech případech bylo prováděno zatěžování v „pozitivním“ smyslu. V grafech znázorňujících tendenci hodnot rotační tuhosti se zvyšujícím se podtlakem simulujícím sání na povrch panelů jsou pro srovnání vyneseny i příslušné hodnoty rotační tuhosti získané standardními zkouškami (série I a III pro Z150-3 a série II pro Z300-3).



Obr. 6.73 Srovnání výsledných rotačních tuhostí (Z150-3)



Obr. 6.74 Srovnání výsledných rotačních tuhostí (Z300-3)

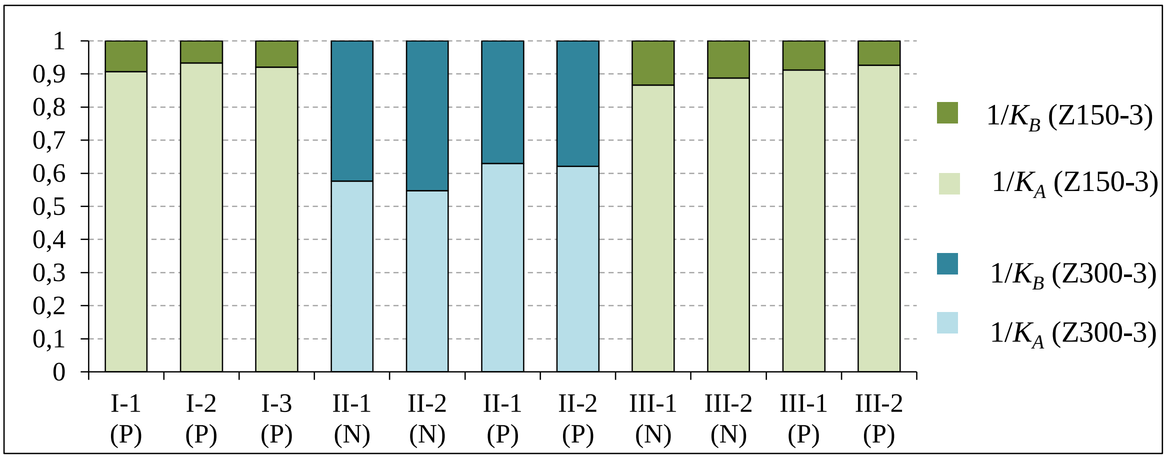
6.2.3 Hodnoty kombinované příčné tuhosti, podíly jejích složek

Celková příčná kombinovaná tuhost K se skládá (při zanedbání vlivu ohybové tuhosti plošných prvků) ze složky vyjadřující vliv spojení nosníku a plošného prvku K_A a distorze příčného řezu nosníku K_B, vzájemný vztah je popsán rovnicí (6.12).

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_A} + \frac{1}{K_B}. \tag{6.12}$$

V rámci vyhodnocení provedených zkoušek byly všechny složky počítány. V následujících grafech jsou zobrazeny podíly jednotlivých složek $1/K_A$ a $1/K_B$ na celkové kombinované tuhosti v převrácené hodnotě $1/K$. Ta byla normalizována ($1/K = 1$) a jednotlivé složky tak vyjadřují (po vynásobení 100) příslušné procentuální podíly na celkové hodnotě.

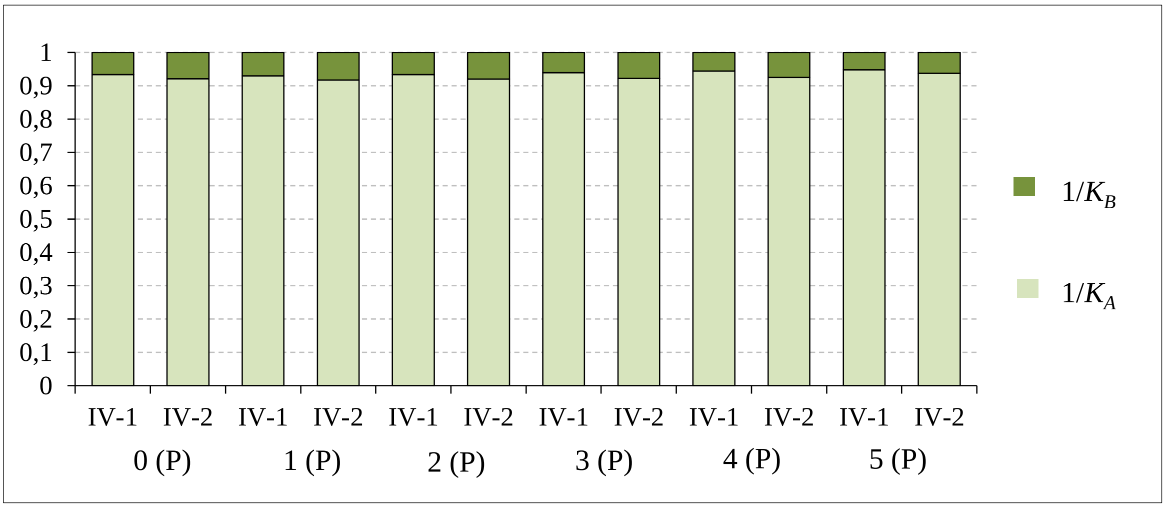
Standardní testy



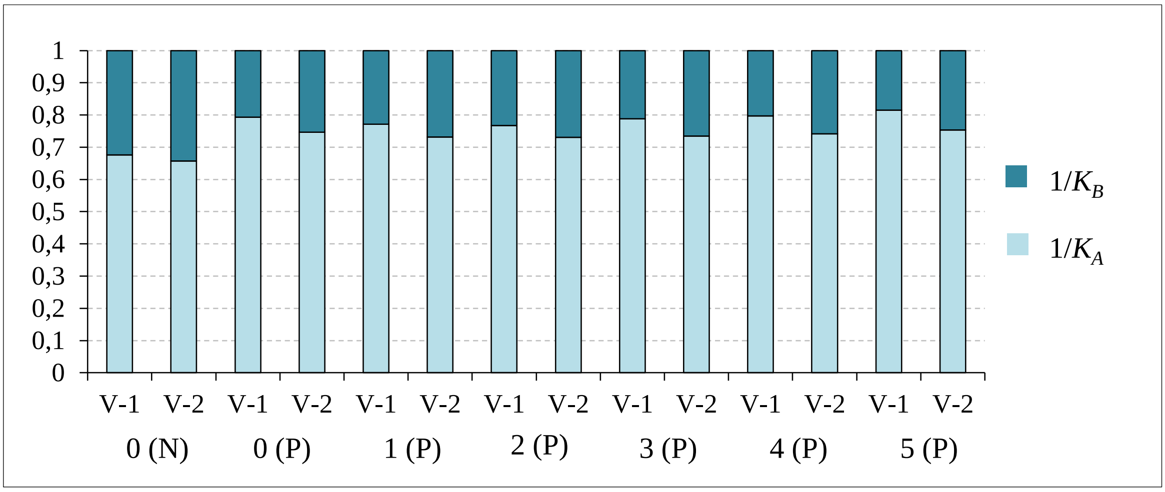
Obr. 6.75 Podíly jednotlivých složek na celkové příčné tuhosti (testy podle [18])

Z výsledků vyplývá, že pro nosníky typu Z150-3 činí průměrný podíl převrácené složky příčné tuhosti vlivem spojení mezi nosníkem a panelem $1/K_A$ cca 90 % a složky odpovídající distorzi příčného řezu $1/K_B$ cca 10 %. Pro profily Z300-3 činí podíl složky $1/K_A$ cca 60 % a složky $1/K_B$ cca 40 %.

Testy s panely pod zatížením

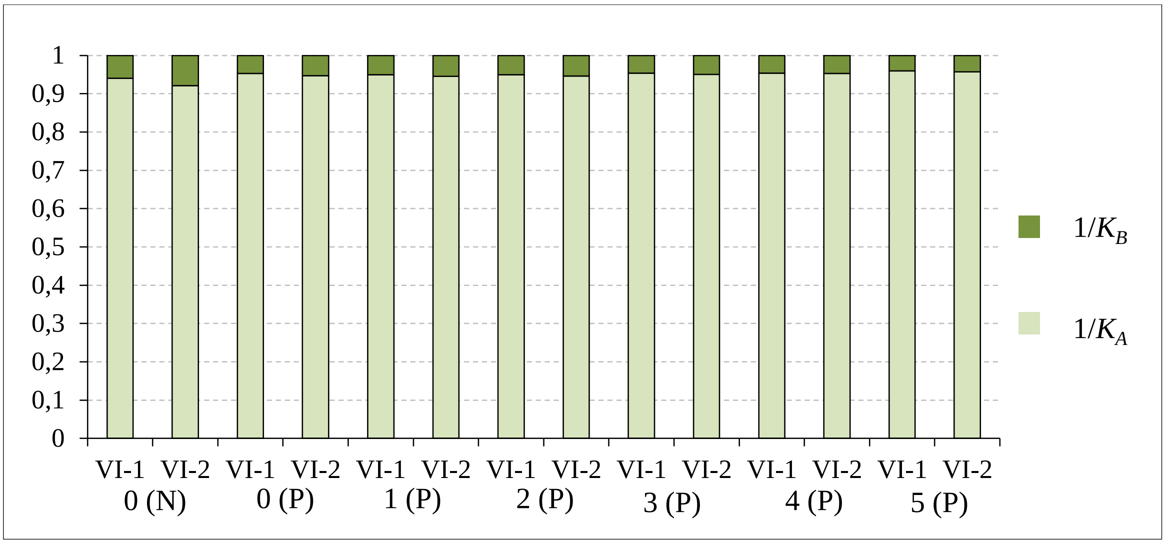


Obr. 6.76 Podíly jednotlivých složek na celkové příčné tuhosti (testy s podtlakem podle [18], nosník Z150-3)



Obr. 6.77 Podíly jednotlivých složek na celkové příčné tuhosti (testy s podtlakem podle modifikované sestavy založené na [18], nosník Z300-3)

Z výsledků je patrné, že podíl složky vyjadřující distorzi příčného řezu je vyšší u profilu Z300-3 (se štíhlejší stěnou). Nicméně složka vyjadřující převrácenou hodnotu tuhosti K_A je ve všech případech vyšší. Souhrnně jsou jednotlivé podíly (v průměrných hodnotách) shrnuty v Tab. 6.47.



Obr. 6.78 Podíly jednotlivých složek na celkové příčné tuhosti (testy s podtlakem podle modifikované sestavy založené na [18], nosník Z150-3)

charakteristika	poznámky	série	profily nosníků	$1/K_A$	$1/K_B$
bez vlivu sání na panely	standardní zkušební sestava dle [18]	I+III	Z150-3*; Z150-3	0,91	0,09
		II	Z300-3	0,59	0,41
s vlivem sání na panely	zkušební sestava dle [51]	IV	Z150-3*	0,93	0,07
	modifikovaná zkušební sestava	V	Z300-3	0,75	0,25
		VI	Z150-3	0,95	0,05

Tab. 6.47 Podíly jednotlivých složek

6.3 Statistické vyhodnocení výsledků experimentů

6.3.1 Rotační tuhost

Statistické vyhodnocení bylo provedeno ve smyslu přílohy D normy [59] a jeho cílem bylo stanovení charakteristických hodnot rotační tuhosti $C_{D,k}$. V rámci vyhodnocení byla využita také ustanovení týkající se statistického vyhodnocení v dokumentu [18]. Podle těchto ustanovení může být série zkoušek, u nichž se mění jeden nebo více parametrů, pro účely statistického vyhodnocení uvažována jako jedna skupina pod podmínkou, že se u všech zkoušek předpokládá stejný způsob porušení. Mezi parametry, které se mohou měnit, lze zařadit také rozměry a tloušťku průřezu. V rámci statistického vyhodnocení je předpokládáno normální rozdělení.

Charakteristickou hodnotu X_k veličiny X lze podle [59] určit vztahem (6.13):

$$X_k = m_X \cdot (1 - k_n \cdot V_X) = m_X - k_n \cdot s_X, \qquad (6.13)$$

kde m_X je průměr z n zkoušek, V_X je variační koeficient veličiny X a k_n je koeficient kvantilu charakteristické hodnoty pro n zkoušek. Číselné hodnoty součinitele k_n jsou tabelovány v [59] na základě počtu zkoušek a apriorní znalosti nebo neznalosti variačního koeficientu. V našem případě je předpokládáno, že neexistuje apriorní znalost tohoto koeficientu. Variační součinitel se určí pomocí směrodatné odchylky s_X a průměru m_X vztahem (6.14) a směrodatná odchylka s_X vztahem (6.15), kde x_i jsou výsledky jednotlivých zkoušek.

$$V_X = \frac{s_X}{m_X}, \tag{6.14}$$

$$s_X = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{1}^{n}\left(x_i - m_X\right)^2}\,. \tag{6.15}$$

Vyhodnocení je provedeno samostatně pro zkoušky podle [18] (standardní zkoušky bez zatížení působícího na povrch panelů) a pro zkoušky s podtlakem simulujícím sání podle [51] (i v modifikované variantě). Vyhodnocení je dále, v rámci každé zkušební sestavy, rozděleno na vyhodnocení „negativního“ a „pozitivního“ smyslu zatěžování. Celkem jsou tedy pro statistické vyhodnocení uvažovány čtyři skupiny (soubory) zkoušek.

Podle [18] má být směrodatná odchylka počítána z normalizovaných hodnot výsledků zkoušek (z důvodu různých typů průřezů v jednom souboru). Jelikož jsou v rámci každé skupiny o n zkouškách vyhodnocovány výsledky dvou typů průřezů (Z150-3 a Z300-3) s odlišnými rozměry, je pro každý typ průřezu stanovena jeho příslušná střední hodnota a touto střední hodnotou jsou použité výsledky vyděleny. Z těchto n normalizovaných hodnot je počítána směrodatná odchylka a následně charakteristická hodnota rotační tuhosti $C_{D,k}$ výrazem (6.16), který oproti (6.13) doznal úpravy s ohledem na použití směrodatné odchylky z normalizovaných hodnot.

$$C_{D,k} = m_C \cdot \left(1 - k_n \cdot s_C\right). \tag{6.16}$$

Standardní testy

V rámci série I, skládající se ze tří testů, bylo prováděno zatěžování nosníků pouze v jednom („pozitivním“) smyslu. V sériích II a III byly prováděny dvě zkoušky, každá pro oba smysly zatěžování. Vyhodnocení pro „negativní“ smysl tvoří první skupinu zkoušek a skládá se ze čtyř zkoušek ($n = n_{II} + n_{III} = 2 + 2 = 4$). Druhá skupina je tvořena zkouškami při „pozitivním“ smyslu a je tvořena sedmi zkouškami ($n = n_{I} + n_{II} + n_{III} = 3 + 2 + 2 = 7$). Výpočty jsou shrnuty v Tab. 6.48 a Tab. 6.49.

Pro první skupinu 4 zkoušek nabývá směrodatná odchylka normalizovaných výsledků hodnotu 0,104 a součinitel $k_n = k_4$ hodnotu 2,63 (odečteno v tabulce v [59]).

i	smysl	nosník	test	$C_{D,i}$	m	$C_{D,i} / m_i$	$C_{D,k}$
				Nmm/mm/ra	Nmm/mm/ra		Nmm/mm/ra
1	N	Z300-3	II-1	2679,97	2898,08	0,9247	2107,96
2			II-2	3116,19		1,0753	
3		Z150-3	III-1	1087,11	986,26	1,1022	717,38
4			III-2	885,42		0,8978	

Tab. 6.48 Statistické vyhodnocení zkoušek podle [18] pro „negativní“ smysl zatěžování

Pro druhou skupinu 7 zkoušek nabývá směrodatná odchylka normalizovaných výsledků hodnotu 0,135 a součinitel $k_n = k_7$ hodnotu 2,09 (určeno pomocí hodnot pro 6 a 8 zkoušek z tabulky v [59]).

i	smysl	nosník	test	$C_{D,i}$	m	$C_{D,i} / m_i$	$C_{D,k}$
				Nmm/mm/ra	Nmm/mm/ra		Nmm/mm/ra
1	P	Z300-3	II-1	3083,53	3212,87	0,9597	2303,35
2			II-2	3342,22		1,0403	
3		Z150-3	I-1	1210,36	981,41	1,2333	703,59
4			I-2	864,48		0,8808	
5			I-3	1044,99		1,0648	
6			III-	986,72		1,0054	
7			III-	800,50		0,8157	

Tab. 6.49 Statistické vyhodnocení zkoušek podle [18] pro „pozitivní“ smysl zatěžování

Zkoušky s panely pod zatížením

Pro třetí skupinu 4 zkoušek nabývá směrodatná odchylka normalizovaných výsledků hodnotu 0,110 a součinitel $k_n = k_4$ hodnotu 2,63 (odečteno v tabulce v [59]). Tato skupina zahrnuje zkoušky bez podtlaku a s „negativním“ smyslem zatěžování.

i	úroveň	smysl	nosník	test	$C_{D,i}$	m	$C_{D,i} / m_i$	$C_{D,k}$
					Nmm/mm/ra	Nmm/mm/ra		Nmm/mm/ra
1	0	N	Z300-3	V-1	2218,16	2280,92	0,9725	1621,47
2				V-2	2343,68		1,0275	
3			Z150-3	VI-1	573,73	660,83	0,8682	469,77
4				VI-2	747,92		1,1318	

Tab. 6.50 Statistické vyhodnocení zkoušek podle [51] pro „negativní“ smysl zatěžování

Čtvrtá skupina zkoušek zahrnuje zkoušky s „pozitivním“ smyslem zatěžování a navíc jsou rozlišeny jednotlivé úrovně zatížení. Pro skupinu o celkem 36 zkouškách činí směrodatná odchylka normalizovaných výsledků 0,152 a součinitel $k_n = k_{36}$ je roven 1,73 (odečteno v tabulce v [59]).

i	úroveň	smysl	nosník	test	$C_{D,i}$	m	$C_{D,i} / m_i$	$C_{D,k}$
					Nmm/mm/ra	Nmm/mm/ra		Nmm/mm/ra
1	0	P	Z300-3	V-1	1767,83	1989,51	0,8886	1466,47
2				V-2	2211,19		1,1114	
3	1			V-1	2003,50	2196,96	0,9119	1619,38
4				V-2	2390,42		1,0881	
5	2			V-1	2050,35	2228,77	0,9199	1642,83
6				V-2	2407,19		1,0801	
7	3			V-1	1815,00	2083,90	0,8710	1536,04
8				V-2	2352,79		1,1290	
9	4			V-1	1719,43	1996,29	0,8613	1471,47
10				V-2	2273,15		1,1387	
11	5			V-1	1534,93	1836,78	0,8357	1353,89
12				V-2	2138,62		1,1643	
13	0		Z150-3	IV-1	836,94	798,80	1,0477	588,80
14				IV-2	996,56		1,2476	
15				VI-1	662,48		0,8293	
16				VI-2	699,24		0,8754	
17	1			IV-1	888,52	844,26	1,0524	622,30
18				IV-2	1048,63		1,2421	
19				VI-1	708,47		0,8392	
20				VI-2	731,41		0,8663	
21	2			IV-1	836,05	817,07	1,0232	602,26
22				IV-2	1011,16		1,2375	
23				VI-1	709,55		0,8684	
24				VI-2	711,53		0,8708	
25	3			IV-1	760,58	763,13	0,9967	562,50
26				IV-2	984,40		1,2900	
27				VI-1	650,64		0,8526	
28				VI-2	656,89		0,8608	
29	4			IV-1	690,42	726,39	0,9505	535,42
30				IV-2	944,08		1,2997	
31				VI-1	647,62		0,8916	
32				VI-2	623,43		0,8583	
33	5			IV-1	642,88	637,59	1,0083	469,97
34				IV-2	778,96		1,2217	
35				VI-1	560,42		0,8790	
36				VI-2	568,12		0,8910	

Tab. 6.51 Statistické vyhodnocení zkoušek podle [51] pro „pozitivní“ smysl zatěžování

6.3.2 Celková příčná tuhost

Pro účely dalších výpočtů je provedeno také statistické vyhodnocení celkové kombinované příčné tuhosti *K*. Vyhodnocení je provedeno za stejných předpokladů jako vyhodnocení rotační tuhosti v předchozí kapitole a všechny výsledky jsou shrnuty v tabulkách. Jsou použity upravené výsledky zkoušek. Hodnoty celkové příčné tuhosti jsou potřebné do výpočtů v příloze D.

Standardní testy

i	smysl	nosník	test	K_i N/mm	m N/mm	K_i / m_i	K_k N/mm
$k_n = k_4 = 2{,}63$ s = 0,113							
1	N	Z300-3	II-1	22,37	24,41	0,9164	17,15
2			II-2	26,46		1,0836	
3		Z150-3	III-1	52,32	47,12	1,1104	33,11
4			III-2	41,92		0,8896	

Tab. 6.52 Statistické vyhodnocení zkoušek podle [18] pro „negativní" smysl zatěžování

i	smysl	nosník	test	K_i N/mm	m N/mm	K_i / m_i	K_k N/mm
$k_n = k_7 = 2{,}09$ s = 0,230							
1	P	Z300-3	II-1	28,13	30,16	0,9327	15,66
2			II-2	32,19		1,0673	
3		Z150-3	I-1	81,27	60,25	1,3489	31,29
4			I-2	58,43		0,9697	
5			I-3	72,06		1,1959	
6			III-	49,97		0,8294	
7			III-	39,54		0,6561	

Tab. 6.53 Statistické vyhodnocení zkoušek podle [18] pro „pozitivní" smysl zatěžování

Zkoušky s panely pod zatížením

i	úroveň	smysl	nosník	test	K_i N/mm	m N/mm	K_i / m_i	K_k N/mm
$k_n = k_4 = 2{,}63$ s = 0,054								
1	0	N	Z300-3	V-1	48,74	48,04	1,0146	41,27
2				V-2	47,34		0,9854	
3			Z150-3	VI-1	68,49	73,17	0,9360	52,02
4				VI-2	77,86		1,0640	

Tab. 6.54 Statistické vyhodnocení zkoušek podle [51] pro „negativní" smysl zatěžování

i	úroveň	smysl	nosník	test	K_i N/mm	m N/mm	K_i / m_i	K_k N/mm
$k_n = k_{36} = 1,73$ s = 0,085								
1	0	P	Z300-3	V-1	45,59	46,47	0,9812	39,62
2				V-2	47,34		1,0188	
3	1			V-1	50,28	52,02	0,9666	44,36
4				V-2	53,76		1,0334	
5	2			V-1	51,18	52,61	0,9729	44,86
6				V-2	54,03		1,0271	
7	3			V-1	46,55	49,84	0,9339	42,50
8				V-2	53,14		1,0661	
9	4			V-1	44,60	48,20	0,9252	41,10
10				V-2	51,80		1,0748	
11	5			V-1	40,69	45,09	0,9025	38,45
12				V-2	49,49		1,0975	
13	0		Z150-3	IV-1	82,07	82,81	0,9911	70,61
14				IV-2	94,19		1,1374	
15				VI-1	80,13		0,9676	
16				VI-2	74,85		0,9039	
17	1			IV-1	86,78	87,25	0,9946	74,39
18				IV-2	98,70		1,1313	
19				VI-1	85,41		0,9789	
20				VI-2	78,10		0,8592	
21	2			IV-1	81,99	84,77	0,9672	72,28
22				IV-2	95,46		1,1261	
23				VI-1	85,54		1,0090	
24				VI-2	76,10		0,8977	
25	3			IV-1	75,03	79,37	0,9454	67,67
26				IV-2	93,13		1,1734	
27				VI-1	78,77		0,9924	
28				VI-2	70,54		0,8888	
29	4			IV-1	68,49	75,91	0,9024	64,72
30				IV-2	89,60		1,1804	
31				VI-1	78,42		1,0331	
32				VI-2	67,12		0,8842	
33	5			IV-1	64,02	67,16	0,8533	57,26
34				IV-2	74,91		1,1154	
35				VI-1	68,29		1,0168	
36				VI-2	61,42		0,9146	

Tab. 6.55 Statistické vyhodnocení zkoušek podle [51] pro „pozitivní“ smysl zatěžování

6.4 Vliv dotvarování jádra sendvičových panelů na rotační podepření tenkostěnných nosníků

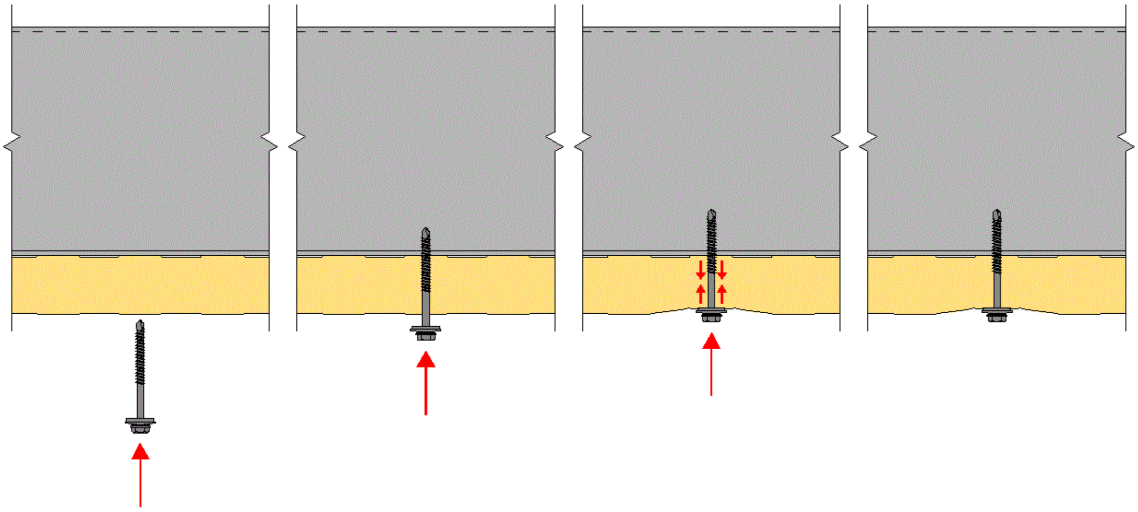
Obecně o dotvarování jádra sendvičových panelů

Sendvičové panely se skládají z několika vrstev materiálů, které mají výrazně odlišné vlastnosti. Jako izolační jádro mezi povrchovými kovovými vrstvami se používají různé materiály (polyuretan, minerální vlna aj.). V rámci prováděných experimentů, popsaných v předchozím textu, byly použity sendvičové panely s tenkými ocelovými krycími vrstvami (plechy) a s izolačním jádrem z polyuretanu (PUR), které je patrné na detailní fotografii použitých sendvičových panelů na Obr. 6.79.

Obr. 6.79 Detail použitých sendvičových panelů

Osazování sendvičových panelů na konstrukci je prováděno pomocí samořezných šroubů, které proniknou sendvičovým panelem a dále jsou navrtány do pásnice tenkostěnného nosníku (např. vaznice). Proces je schematicky znázorněn na Obr. 6.80. Při utahování šroubů dochází ke stlačení jádra sendvičového panelu a k mírné lokální deformaci (prohnutí) krycího plechu panelu. Utažením šroubu tedy do jádra vneseme určité tlakové napětí, které zpětně vyvolá v již zafixovaném šroubu jistou tahovou sílu. Předpokládá se, že po dokončení montáže dochází v čase k dotvarování[8] či relaxaci izolačního jádra a tím k poklesu tahové síly vnesené tímto způsobem do samořezného šroubu. S ohledem na skutečnost, že rotační vazba je zajištěna prostřednictvím šroubů, které spojují panely a nosníky, je vhodné vyšetřit vliv tohoto jevu – dotvarování – na výslednou poskytnutou rotační tuhost. Pro ověření byla navržena série tří experimentů označených C1, C2 a C3.

[8] Dotvarování bývá označováno také anglickým termínem creep.



Obr. 6.80 Osazování sendvičovýh panelů

Zkušební sestava pro ověření vlivu dotvarování, způsob měření a zkušební postup

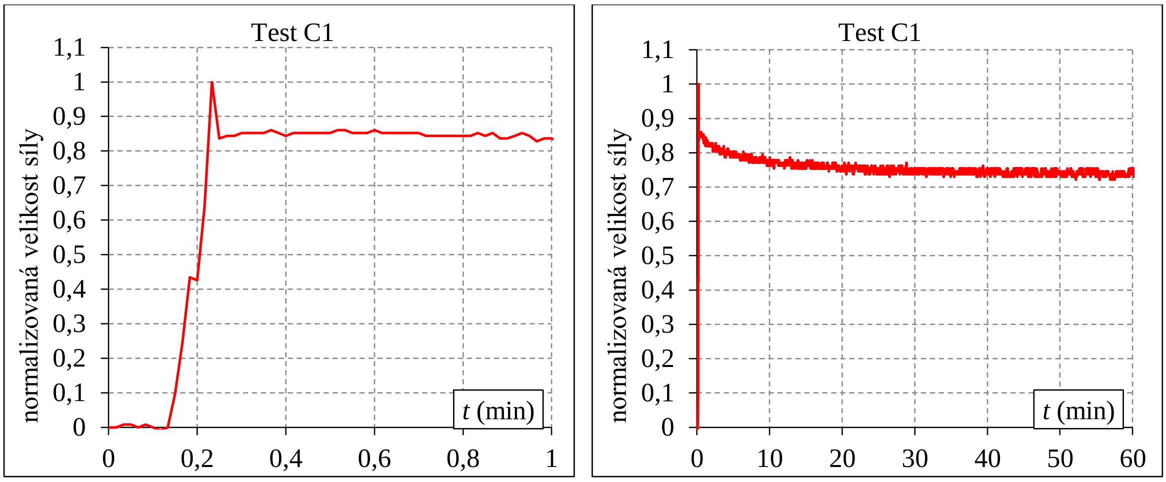
Zkušební těleso bylo tvořeno jedním kusem sendvičového panelu o rozměru 0,5 m × 0,5 m a kusem tenkostěnného nosníku o délce cca 0,5 m. Materiál pro zkoušku byl stejný, jako pro výše uvedené experimenty ověřující rotační podepření. Cílem testů bylo zaznamenat průběh vnášení síly do šroubu a především její následný pokles v čase vlivem dotvarování po ukončení montáže. Měření síly ve šroubu bylo provedeno siloměrným snímačem typu HBM KMR/20 kN, který se nasazuje na spojovací prostředek a měří aktuální sílu ve spojovacím prostředku. Snímač byl zapojen do měřicí ústředny. Vzhledem k časovému charakteru dotvarování bylo nutné provést měření v určitém čase, aby byl získán průběh poklesu síly.

Kus sendvičového panelu byl nejprve přiložen na upevněný profil nosníku, posléze byl na samořezný šroub nasazen siloměrný snímač, nastaveno a spuštěno měření a poté bylo navrtáním a utažením šroubu provedeno spojení nosníku se sendvičovým panelem. Místo spojení bylo zvoleno uprostřed profilu nosníku a uprostřed čtvercového kusu sendvičového panelu. Sestavené zkušební těleso včetně detailní fotografie je na Obr. 6.81.

Vyhodnocení zkoušek a dopad na zkoušky rotačního podepření

V rámci testu C1 byla síla ve šroubu zaznamenávána s frekvencí 1 Hz (1× za sekundu). Při kontrolování velikosti síly kontinuálně zobrazované na měřicí ústředně bylo zjištěno, že největší pokles síly nastává bezprostředně po uvolnění šroubu z utahovacího zařízení a poté se velikost síly stabilizuje, resp. síla klesá velmi pomalu. Na základě těchto zjištěných skutečností byl proveden záznam síly v prvních 120 minutách s frekvencí 1 Hz a dále byla velikost síly odečtena ještě po 24 hodinách. Pro zobrazení výsledků měření v následujících grafech byla velikost síly normalizována, aby byla získána přímo procentuální hodnota poklesu síly a aby byly přímo porovnatelné výsledky všech tří zkoušek. Grafy na Obr. 6.82 znázorňují první minutu měření poklesu síly (Obr. 6.82a), kdy dochází k nejpodstatnějšímu poklesu její velikosti, a prvních 60 minut měření. Výsledky shrnuje Tab. 6.56.

Obr. 6.81 a) Zkušební sestava pro ověření dotvarování, b) siloměrný snímač

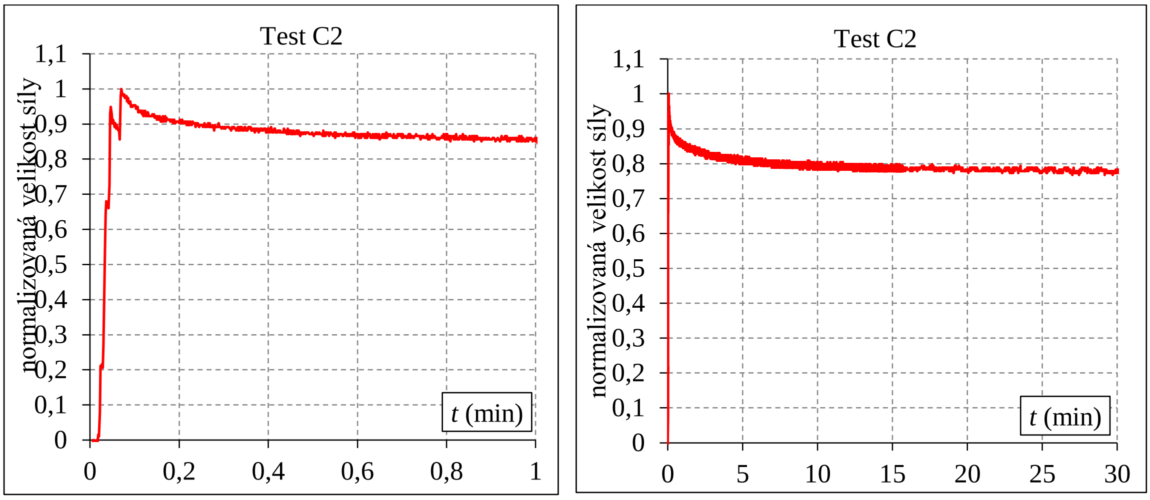


Obr. 6.82 a) Velikost síly v první minutě měření, b) velikost síly v první hodině měření

t (min)	*t* (hod)	norm. velikost síly
0	0	1
1	1/60	0,84
60	1	0,74
1440	24	0,72

Tab. 6.56 Výsledky zkoušky dotvarování C1

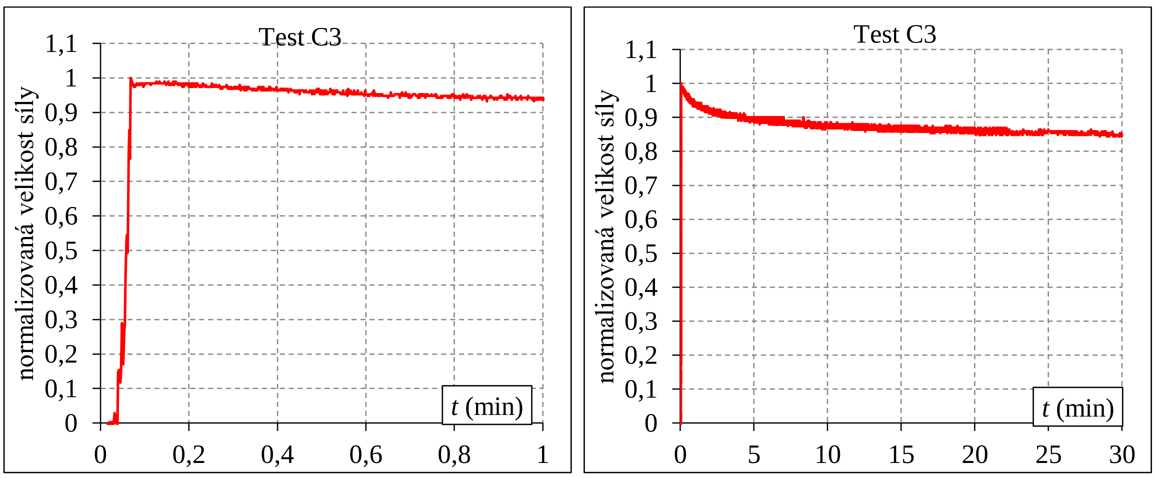
Na základě zjištění z testu C1 byla u zbývajících dvou zkoušek dotvarování (C2, C3) upravena frekvence záznamu síly v prvních 15 minutách, kdy dochází k nejvýraznější změně v její velikosti. Aby tato změna byla vhodně a co nejúplněji zachycena, byla frekvence záznamu v prvních 15 minutách nastavena na 10 Hz, tedy měření proběhlo desetkrát za sekundu. Poté byla frekvence měření změněna na 1 Hz a s ní bylo měřeno následujících 15 minut. Jinak byl zkušební postup stejný. Po 24 hodinách byla opět odečtena velikost síly.



Obr. 6.83 a) Velikost síly v první minutě měření, b) velikost síly v prvních 30 minutách

t (min)	*t* (hod)	norm. velikost síly
0	0	1
1	1/60	0,86
30	1/2	0,77
1440	24	0,75

Tab. 6.57 Výsledky zkoušky dotvarování C2



Obr. 6.84 a) Velikost síly v první minutě měření, b) velikost síly v prvních 30 minutách

t (min)	*t* (hod)	norm. velikost síly
0	0	1
1	1/60	0,93
30	1/2	0,85
1440	24	0,78

Tab. 6.58 Výsledky zkoušky dotvarování C3

Výsledky tří provedených zkoušek (grafy změny velikosti síly v čase) dotvarování dokládají, že nejvýznamnější pokles síly vnesené do šroubu nastává v prvních minutách po dokončení utahování šroubu a uvolnění šroubu z utahovacího zařízení. Další pokles je již velmi pozvolný.

S ohledem na skutečnost, že od smontování zkušební sestavy pro samotné provedení experimentálního ověření rotačního podepření tenkostěnných nosníků sendvičovými panely (zkoušky shrnuté v kapitolách 6.1.3 a 6.1.6) uplynul vždy jistý čas minimálně v řádu hodin (nutný pro osazení všech snímačů na hotové zkušební těleso a nastavení měřicí ústředny), lze konstatovat, že dotvarování jádra sendvičového panelu proběhlo v největší míře již po dohotovení zkušební sestavy před zahájením zkoušky. Síla v samořezných šroubech se v průběhu provádění experimentů všech sérií tedy již nacházela ve stabilizovaném stavu, kdy její pokles byl velmi pomalý a rotační tuhost byla určována na tělesech s víceméně již dotvarovaným jádrem.

7. NUMERICKÁ ANALÝZA

7.1 Obecně o numerickém modelování

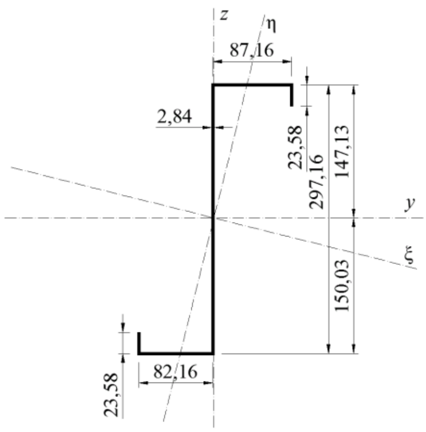
Jako doplněk k teoretickému a experimentálnímu vyšetřování ocelových nosníků stabilizovaných plošnými prvky byla provedena numerická analýza vybraných problémů týkajícího se této oblasti. Numerické modelování může, za předpokladu korektního vytvoření modelu, představovat užitečný nástroj pro analýzu velkého množství úloh. Velkou předností je možnost tvorby rozsáhlých parametrických studií, jejichž realizace pomocí experimentálního ověřování by byla časově i materiálově velmi náročná. V současné době se nejvíce uplatňují zejména programové systémy založené na metodě konečných prvků (MKP). Řada z nich je přímo uzpůsobena pro praktické navrhování stavebních konstrukcí (terminologií, implementací aktuálních norem pro navrhování konstrukcí apod.) a je široce využívána v inženýrské praxi. K dispozici jsou však i systémy zcela obecné, které nacházejí uplatnění i v jiných odvětvích. Vždy je však třeba, aby numerický model co nejlépe vystihoval skutečné chování dané úlohy. To obnáší zejména korektní zadání materiálových charakteristik, správné namodelování okrajových podmínek a zatížení a vhodná diskretizace.

Tato kapitola se blíže zaměří na některé problémy řešené v této práci. Významným úkolem bylo experimentální ověření rotačního podepření tenkostěnných nosníků sendvičovými panely pod zatížením. Jistě by bylo možné namodelovat celou (nebo vhodnou část) zkušební sestavy a provést různé parametrické studie pomocí změn vybraných parametrů a sledovat jejich vliv na výsledky. Tato analýza by byla velmi náročná. S ohledem na charakter problému by se jednalo o nelineární kontaktní úlohy s nutností zadání vhodného materiálového modelu jádra sendvičových panelů, což by si vyžádalo provedení zvláštních zkoušek za účelem zjištění jeho vlastností.

Numerická analýza se bude soustředit na vybraný výsek dané problematiky, přičemž využije některých výsledků získaných v rámci experimentální analýzy.

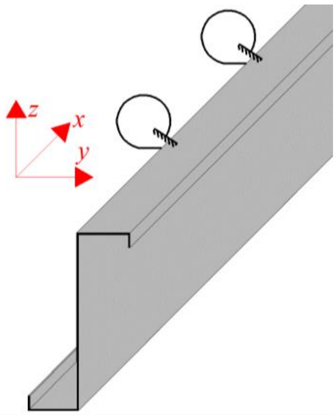
7.2 Numerické modelování rotačního podepření nosníků

Dokument [18] uvádí možné výpočetní metody, které se mají použít pro analýzu tenkostěnných nosníků s rotačním podepřením zajištěným připojenou krytinou. Jedním z přístupů je postup popsaný i v této práci v kapitole 4.2, kdy se vnitřní síly určí analýzou podle I. řádu a přídavná namáhání způsobená příčným ohybem se zavedou prostřednictvím ekvivalentního příčného zatížení volné pásnice $q_{h,Ed}$. Rotační tuhost se v tomto přístupu nahrazuje ekvivalentním podepřením volné pásnice o tuhosti K. Tento postup byl použit v rámci modelového příkladu, který tvoří přílohu D této práce. Pro přesnější výpočty má být použita numerická analýza, kdy se rotační podepření zohlední přímo rotační tuhostí o velikosti C_D. Numerický model by měl zahrnovat účinky imperfekce volné pásnice ve tvaru počátečního prohnutí. Počáteční imperfekce má odpovídat prvnímu vlastnímu tvaru, velikost amplitudy počátečního prohnutí e_0 je doporučena uvažovat podle vztahu e_0/L = 1/600, tedy $e_0 = L/600$. Následně se provede analýza podle teorie II. řádu a pevnostní posouzení prvku. Tento postup bude ilustrován na příkladu numerické analýzy nosníku typu Z300-3 z oceli pevnostní třídy S220 GD+Z, stabilizovaného pomocí sendvičových panelů. Jedná se o průřez, který byl podroben experimentálnímu ověření rotačního podepření a jehož průřez je na Obr. 7.1. Nosník je uvažován jako prostě uložený o rozpětí L = 6 m a zatížený rovnoměrným spojitým zatížením v návrhové hodnotě o velikosti −3,786 kN/m (tyto údaje jsou převzaty z modelového příkladu v příloze D; pro numerickou analýzu je vybrána kombinace zatěžovacích stavů se sáním větru, která způsobuje tlak ve volné pásnici).



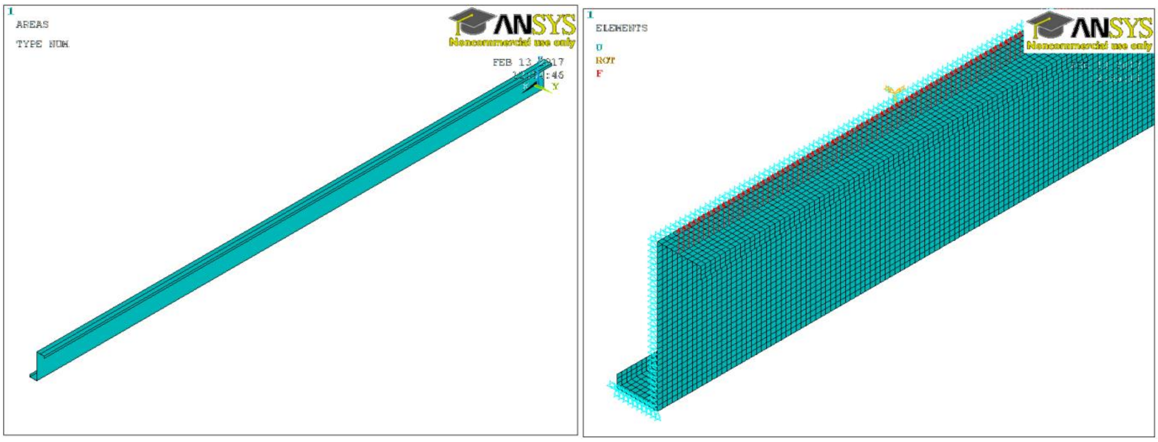
Obr. 7.1 Průřez nosníku Z300-3 (rozměry vztažené ke střednici)

Je uvažováno s experimentálně určenou hodnotou rotační tuhosti poskytnuté sendvičovými panely o velikosti C_D = 1353,89 Nmm/mm/rad (viz Tab. 6.51 s charakteristickými hodnotami rotačních tuhostí; je uvažována nejnižší hodnota). Numerická analýza je provedena v programovém systému ANSYS 14.0 [60] založeném na metodě konečných prvků. Pro namodelování nosníku jsou použity deskostěnové prvky typu SHELL181, velikost hrany konečného prvku je zvolena 10 mm. Okrajové podmínky v podporách nosníku jsou namodelovány tak, aby odpovídaly prostému uložení nosníku v úrovni dolní pásnice. Na uzlech tvořících průsečík horní pásnice a stojiny je zamezeno posunu ve směru osy *y*, čímž je modelováno příčné podepření zajištěné připojenými sendvičovými panely. Je předpokládáno, že v podporách je konstrukčně zabráněno distorzi stojiny. V modelu je tato skutečnost zohledněna tak, že uzly tvořící stojinu mají v nadpodporovém průřezu zamezen posun ve směru osy *y* (v příčném směru). Rotační podepření je modelováno s pomocí speciálních konečných prvků typu COMBIN14, které umožňují modelovat translační nebo rotační pružinu o zadané hodnotě tuhosti. Prvky nemají v základním nastavení přiřazenu žádnou hmotu ani průřez. Jsou definovány dvěma uzly a hodnotou tuhosti. Souřadný systém prvku je na Obr. 7.2.

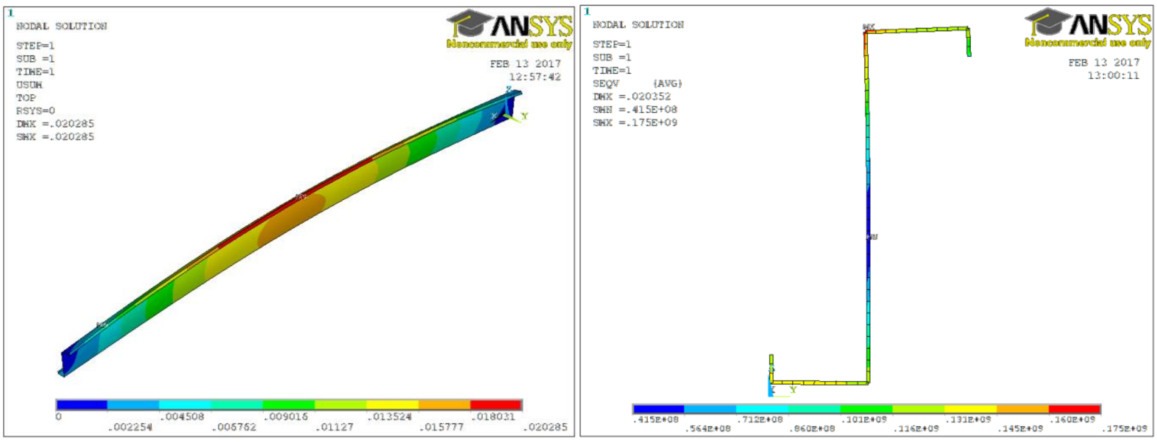


Obr. 7.2 Orientace osového systému

Rotační odepření je namodelováno pomocí dvojice uzlů, z nichž vždy jeden se nachází na průsečíku stojiny a horní pásnice a druhý je samostatný. V samostatném uzlu je zabráněno posunům a natočením ve všech směrech. Linie mezi izolovaným uzlem a uzlem nacházejícím se na průsečíku stojiny a pásnice je vytvořena pomocí zmíněného konečného prvku COMBIN14, který má nastavenu číselnou hodnotu rotační tuhosti o velikosti 1353,89 Nmm/mm/rad a kterým je modelováno rotační podepření. V souladu s osovým systémem se jedná o rotační pružinu pro otáčení okolo osy *x* (Obr. 7.2). Zatížení nosníku je zadáno na horní pásnici (uprostřed její šířky), rovnoměrně po celém rozpětí. Numerický model vytvořený v programu ANSYS 14.0 je na Obr. 7.3 (vlevo celý profil, vpravo detail s patrnými zadanými okrajovými podmínkami, zatížením a konečnými prvky). Materiál byl modelován jako ideálně pružný s modulem pružnosti 210 GPa a Poissonovým součinitelem 0,3. Model se skládal z 33006 prvků a 33668 uzlů. Postup numerické analýzy sestával z několika dílčích kroků. Po vymodelování nosníku a zadání okrajových podmínek a zatížení byla provedena materiálově i geometricky lineární statická analýza (LA analýza[9]), tedy analýza podle teorie I. řádu. Na Obr. 7.4 je znázorněn průběh srovnávacího (Misesova) napětí v nejvíce namáhaném řezu nosníku jako jeden z výsledků této analýzy.



Obr. 7.3 Numerický model a detail (síť konečných prvků)



Obr. 7.4 Výsledky analýzy podle teorie I. řádu – deformace a srovnávací napětí

Další fází numerické analýzy byla lineární analýza vlastních tvarů (LBA analýza[10]), která poskytuje vlastní čísla a s nimi spojené tvary vybočení. Zvláštní význam má první kladný vlastní tvar. Ten může být použit pro zavedení počátečního zakřivení nosníku do modelu. Počáteční zakřivení má odpovídat prvnímu vlastnímu tvaru s amplitudou e_0. Pro řešený příklad vychází tato amplituda ze vztahu $e_0 = L/600 = 6000/600 = 10$ mm. Zavedením počátečního zakřivení (prohnutí) je do modelu vnesen vliv imperfekcí. Po tomto kroku je možné provést geometricky nelineární analýzu (analýzu podle teorie II. řádu s imperfekcemi; GNIA analýza[11]) a ověřit maximální dosažené napětí. Program ANSYS umožňuje snadnou modifikaci zadané geometrie konstrukce podle uživatelem

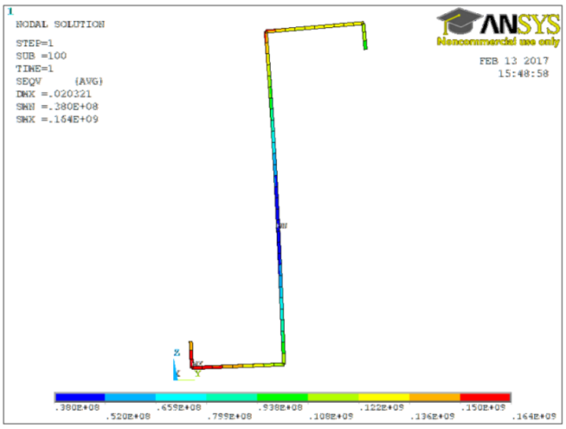
[9] Linear Analysis

[10] Linear Buckling Analysis

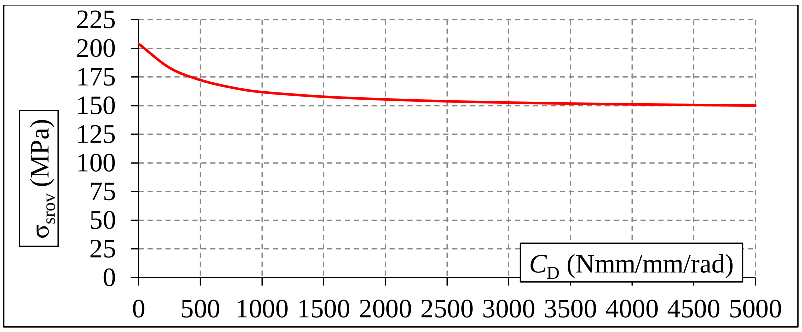
[11] Geometrically Nonlinear Analysis with Imperfections

vybraného vlastního tvaru. Dalším krokem byla modifikace geometrie nosníku podle prvního vlastního tvaru se zadanou amplitudou počátečního zakřivení 10 mm. Poté byla v programu nastavena geometricky nelineární analýza a proveden výpočet. Počet přírůstků zatížení byl nastaven na 100. Jedním z důležitých výsledků byl průběh srovnávacího (Misesova) napětí. To je pro nejnamáhanější průřez zobrazeno na Obr. 7.5. Výsledek geometricky nelineární analýzy potvrzuje jako rozhodující místo průřezu s nejvyšším srovnávacím napětím volnou pásnici. Ta je (při zatížení sáním) tlačená a má tendenci vybočit. Nejvyšší dosažené srovnávací napětí ve volné pásnici získané analýzou dosahuje 164 MPa. Mez kluzu materiálu nosníku tedy podle této analýzy nebyla překročena.

Tento příklad je řešen v příloze D jako modelový příklad posouzení tenkostěnné vaznice stabilizované plošnými prvky postupem podle [18]. Při posouzení normovým postupem bylo rozhodující posouzení volné pásnice na vzpěr s nejvyšším napětím 169,66 MPa. Rozdíl oproti výsledku získanému analýzou v programu ANSYS tak činí cca 3,5 %. Tento postup byl použitý pro zpracování parametrické studie závislosti velikosti rotační tuhosti na velikosti srovnávacího napětí v dolní tlačené pásnici. Rotační tuhost v modelu byla měněna od 0 Nmm/mm/rad do 5000 Nmm/mm/rad. Závislost je na Obr. 7.6.



Obr. 7.5 Příčný řez, srovnávací napětí (geometricky nelineární analýza)



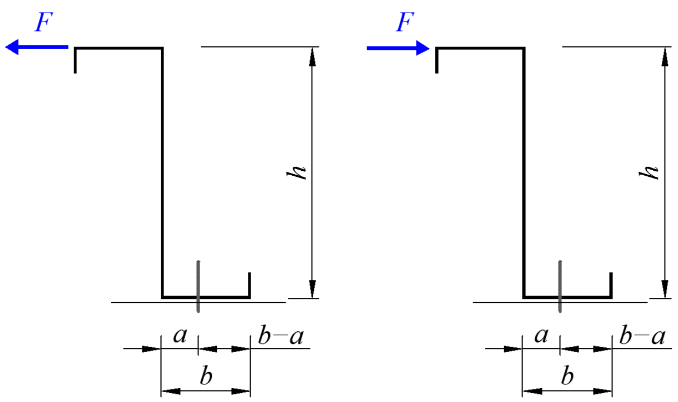
Obr. 7.6 Závislost srovnávacího napětí v dolní pásnici na velikosti rorační tuhosti

7.3 Stanovení příčné tuhosti odpovídající distorzi příčného řezu nosníku pomocí numerické analýzy

Výsledkem experimentů zaměřených na ověření rotačního podepření tenkostěnných nosníků byla hodnota celkové příčné tuhosti K, která sloužila pro následný výpočet hledané rotační tuhosti C_D. Postup byl podrobně popsán v kapitolách 4.2 a 6.1.3. Celková kombinovaná příčná tuhost K se skládá ze tří složek podle vztahu (4.18) v kapitole 4.2. Jednou ze složek je příčná tuhost odpovídající distorzi příčného řezu nosníku K_B. Ta lze určit pomocí geometrických a materiálových charakteristik nosníku s užitím vztahů odvozených v kapitole 4.2. U profilů tvaru Z, které jsou uvažovány v této práci, je výsledná hodnota tuhosti K_B ovlivněna i směrem zatížení. V této práci byl rozlišován „pozitivní“ směr (Obr. 7.7 vlevo) a „negativní“ směr (Obr. 7.7 vpravo). Pro tyto směry byly odvozeny vztahy pro stanovení K_B. Vztah (7.1) se uplatní pro „pozitivní“ směr a vztah (7.2) pro „negativní“ směr.

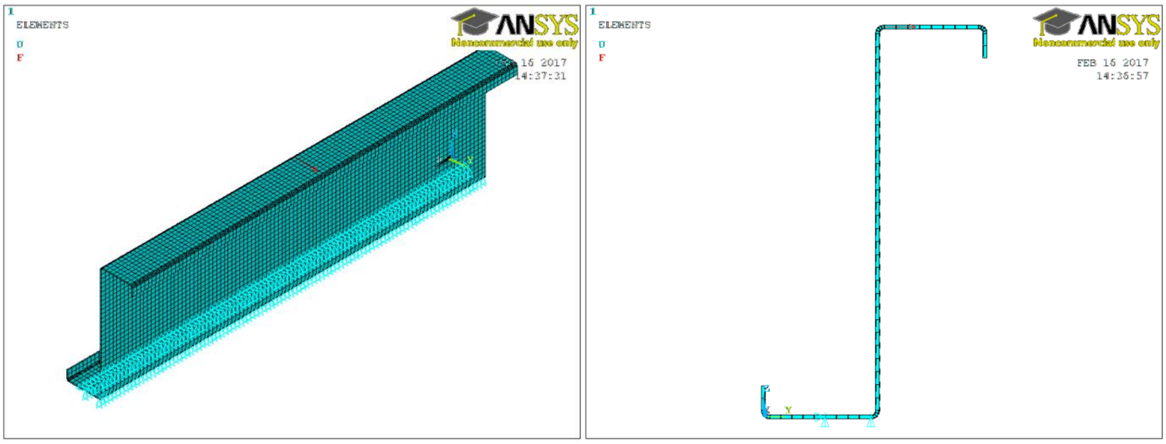
$$K_B = \frac{F}{u} = \frac{E \cdot t^3}{4 \cdot (1-\nu^2) \cdot h^2 \cdot (h+a)}, \tag{7.1}$$

$$K_B = \frac{F}{u} = \frac{E \cdot t^3}{4 \cdot (1-\nu^2) \cdot h^2 \cdot (h+2 \cdot a+b)}. \tag{7.2}$$



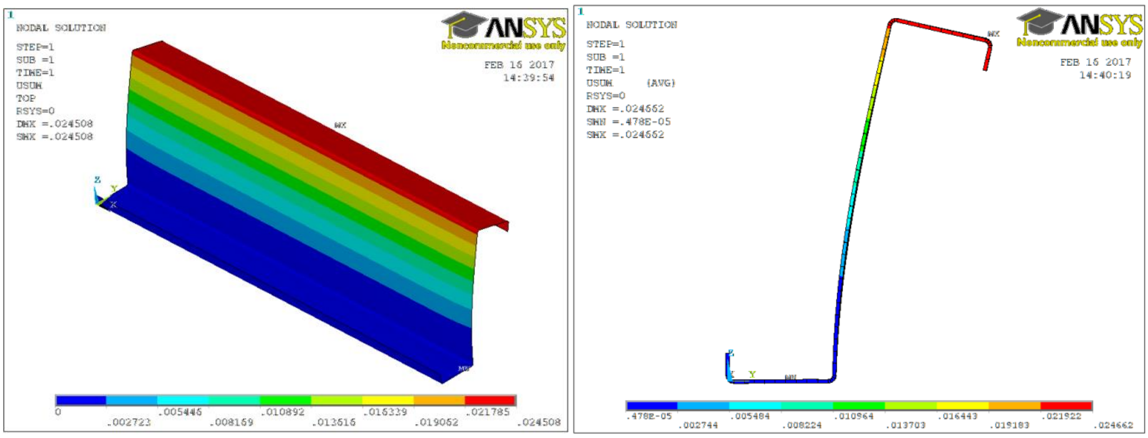
Obr. 7.7 Smysl zatěžování: „pozitivní“ (vlevo), „negativní“ (vpravo)

Hodnoty příčné tuhosti K_B lze získat i pomocí numerické analýzy. To je ukázáno v následujícím příkladu, kdy je řešena tuhost K_B ocelového tenkostěnného nosníku s průřezem podle obrázku Obr. 7.1. Délka nosníku v modelu byla 1 m. V programu ANSYS byl vytvořen numerický model, kdy pro modelování nosníku byly použity deskostěnové konečné prvky typu SHELL181. Velikost hrany konečného prvku byla zvolena 10 mm. Bylo uvažováno i se zaoblením hran průřezu nosníku. Materiál byl uvažován jako ideálně pružný o modulu pružnosti 210 GPa a s Poissonovým součinitelem 0,3. Zatížení bylo aplikováno jako vodorovná síla o velikosti 1 kN působící v úrovni horní pásnice. Následující obrázky ukazují numerický model (celkový pohled a příčný řez) pro „pozitivní“ smysl zatěžování. Okrajové podmínky (uložení v liniích v podélném směru nosníku) odpovídaly mechanickému modelu na Obr. 4.16.



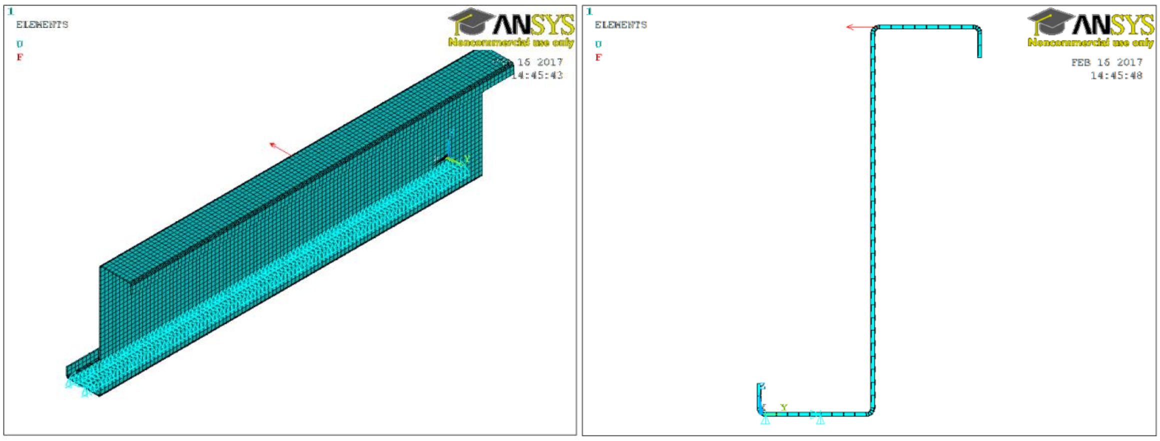
Obr. 7.8 Numerický model pro „pozitivní“ smysl zatěžování

V programu byla provedena statická analýza podle teorie I. řádu a byl zaznamenán posun uzlu uprostřed rozpětí horní pásnice ve směru osy *y* (jedná se o vodorovný posun v příčném směru). Tato složka celkové deformace měla velikost 22,945 mm. Celková deformace vypočítaná programem je zobrazena na Obr. 7.9 (celkový pohled a příčný řez).



Obr. 7.9 Deformace nosníku – „pozitivní“ smysl zatěžování

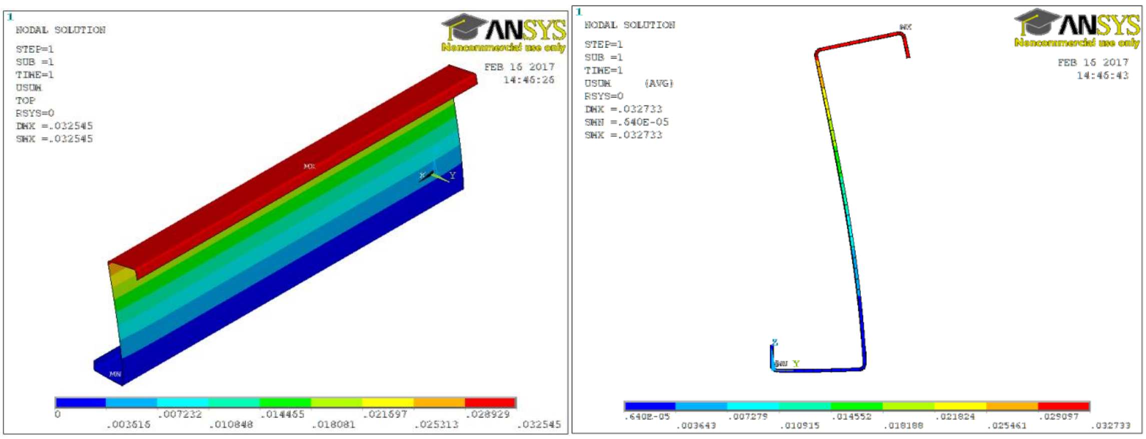
Další fází byla změna směru síly v modelu za účelem modelování „negativního“ smyslu. Odpovídajícím způsobem (podle Obr. 4.17) byly změněny také okrajové podmínky – uložení nosníku v liniích rovnoběžných s jeho podélnou osou.



Obr. 7.10 Numerický model pro „negativní“ smysl zatěžování

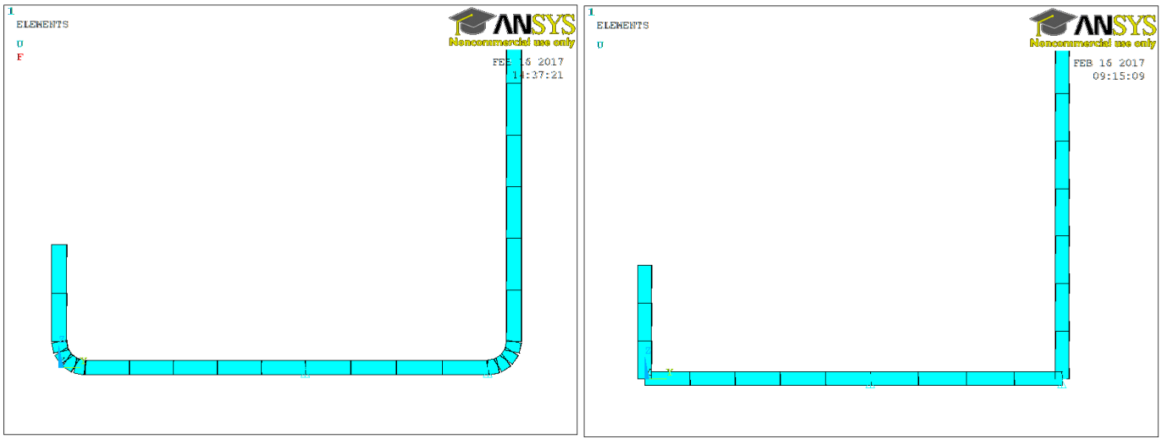
Po provedení statické analýzy podle teorie I. řádu byl zobrazen průběh deformací a byla zaznamenána hodnota vodorovného (příčného) posunu nosníku uprostřed jeho rozpětí v úrovni horní pásnice ve směru osy *y*, která činila 30,461 mm. Deformace jsou zobrazeny na Obr. 7.11. Pomocí získaných hodnot deformací pro oba smysly zatěžování byla určena příčná tuhost odpovídající distorzi příčného řezu podle vztahu (7.3). Dále byla hodnota této tuhosti určena pomocí analytických vztahů (7.1) a (7.2) s užitím hodnot E = 210 GPa, t = 2,84 mm, h = 297,16 mm (výška stojiny nosníku měřená na střednici), a = 40 mm (Obr. 7.7) a b = 87,16 mm.

$$K_{\mathrm{B}} = \frac{F}{u}. \tag{7.3}$$



Obr. 7.11 Deformace nosníku – „negativní“ smysl zatěžování

Pro srovnání byly vytvořeny i mírně zjednodušené modely bez zaoblených hran průřezu nosníku. Další postup byl analogický jako pro nosníky se zaoblenými hranami. Byly vyšetřeny oba směry vodorovné síly o velikosti 1 kN aplikované v úrovni horní pásnice a pro oba případy byla provedena statická analýza podle teorie I. řádu. Byla zaznamenána hodnota vodorovné deformace uprostřed rozpětí volné pásnice pro výpočet tuhosti K_B.



Obr. 7.12 Alternativy modelování průřezu nosníku

Srovnání výsledků – hodnot příčné tuhosti K_B – pro všechny použité přístupy je shrnuto v Tab. 7.1. Výsledky ukazují velmi dobrou shodu mezi analytickými vztahy (7.1) a (7.2) a numerickým modelem s ostrými hranami. To lze zdůvodnit tím, že v obou případech byl rozměr *a*, tedy vzdálenost mezi podélným podepřením modelu (prakticky se jedná o vzdálenost šroubů od stojiny pásnice) shodný. Analytickými vztahy byla tuhost počítána pomocí rozměrů průřezu vztažených ke střednici. Numerický model byl vytvořen deskostěnovými prvky, byl tedy také modelován pomocí střednic. V rámci modelu se zaoblenými hranami však bylo nutno mírně posunout podélné podepření z původní polohy pod stojinou nosníku do uzlu nacházejícího se na vodorovné části dolní pásnice (do jednoho z koncových bodů zaoblení). Tento způsob však věrněji odpovídá skutečnosti.

Konkrétní rozdíly mezi výsledky numerických modelů a analytickými vztahy činily pro model s ostrými hranami cca 0,81 % pro „pozitivní“ smysl a cca 0,67 % pro „negativní“ smysl. V případě modelu se zaoblenými hranami se jednalo o rozdíl cca 1,81 % („pozitivní“ smysl) a cca 1,85 % („negativní“ smysl).

metoda	K_B (N/m) „pozitivní“ smysl	K_B (N/m) „negativní“ smysl
vztah (7.1), resp. (7.2)	44387,04	32231,08
MKP (ostré hrany)	44029,59	32015,37
MKP (zaoblené hrany)	43582,48	32828,86

Tab. 7.1 Srovnání

8. ZÁVĚR

Disertační práce je zaměřena na oblast ohýbaných kovových nosníků s vazbami vybočení z roviny ohybu a kroucení. Z rozsáhlé oblasti byly vybrány některé významné problémy a otevřené otázky, které lze dále vhodně rozvíjet teoretickým a experimentálním výzkumem a které byly podrobněji rozpracovány. V rámci teoretického úvodu bylo stručně pojednáno o stabilitě ohýbaných nosníků (tato část zahrnuje zejména teoretický rámec a detailnější zpracování problematiky určení kritického momentu ideálního nosníku) a dále stručně uvedeny některé zvláštnosti týkající se za studena tvarovaných profilů, které v důsledku vysoké štíhlosti svých tenkých stěn vykazují některé stabilitní problémy, které u běžných válcovaných profilů nenastávají. Jedná se zejména o problém lokálního a distorzního boulení. Za studena tvarované profily patří k progresivním konstrukčním prvkům, které v současné době nalézají uplatnění např. jako vaznice (působící jako prosté i spojité nosníky). Běžně na nich bývají uloženy plošné prvky opláštění, které ocelový profil – vaznici – stabilizují a tím přispívají ke zvýšení jeho vzpěrné odolnosti.

Jednou z otázek, která úzce souvisí s problematikou ocelových ohýbaných nosníků stabilizovaných plošnými prvky, je otázka, do jaké míry je ocelový nosník plošným profilem stabilizován. Disertační práce tyto plošné prvky blíže konkretizuje, a sice dále uvažuje se sendvičovými izolačními panely uloženými na ocelových nosnících. Zatímco příčná vazba poskytnutá těmito plošnými prvky a bránící příčnému posunu profilu může být zpravidla uvažována jako dostatečná, rotační podepření může být uvažováno pouze v některých případech a má specifický charakter. Rotační vazba může být standardně uvažována pouze při tíhovém zatížení (působícím směrem k povrchu plošného prvku, který je uložený na ocelovém profilu). Pro vztlakové zatížení (např. sání větru) se s rotačním podepřením konzervativně neuvažuje [51; 53]. Jeho určitá míra, která je kvantifikována jistou hodnotou rotační tuhosti, však může být uvážena, avšak musí být ověřena experimentálně. Dostupné podklady a odborná literatura neposkytují dostatek údajů k jejímu stanovení. Tento problém byl řešen v rámci dizertační práce (kapitoly 4.2 a 6). Pro ověření rotačního podepření při vztlakovém zatížení působícím na panely bylo navrženo několik sérií experimentů, a to jak podle aktuálně platné normy [18] (v ní předepsaná sestava pro ověření rotačního podepření však nepostihuje vliv vnějšího plošného zatížení působícího na plošné prvky), tak podle ustanovení ve specializovaném dokumentu [51] pro stabilizaci ocelových nosníků sendvičovými panely s vlivem vnějšího zatížení působícího na panely. Na základě principu uvedeného v tomto dokumentu byly zhotoveny zkušební sestavy k provedení experimentů. Nosník byl zatěžován prostřednictvím síly na rameni (kapitola 6.1.6). Pro stanovení síly na jednu pásnici bylo uvažováno s mechanickým modelem, na jehož základě byla odpovídající síla vypočítána. Pro simulaci vztlakového zatížení byla s výhodou využita zkušební metoda zatěžování vakuováním. Výsledky získané pomocí této (a také její modifikované varianty, popsané v kapitolách 6.1.7 a 6.1.8) byly srovnány s výsledky získanými ze zkušební sestavy uvedené v normě pro navrhování ocelových konstrukcí. Cílem experimentů bylo získání hledaných hodnot rotační tuhosti a ověření, zda má získaná hodnota dopad na praktické navrhování. Všechny výsledky zkoušek byly statisticky vyhodnoceny.

Na základě provedených experimentů lze formulovat první skupinu závěrů a poznatků:

- Experimenty poskytly významné a prakticky využitelné hodnoty rotační tuhosti reprezentované jejími charakteristickými hodnotami, a to jak v případě normové zkušební sestavy, tak v případě specializované zkušební sestavy a její modifikované varianty.
- Obecně se předpokládá, že normová zkušební sestava může poskytovat nadhodnocené výsledky, které nelze použít pro ověření rotačního podepření při zatížení sáním na povrch sendvičových panelů. S vnějším zatížením působícím na panely uvažuje specializovaná a relativně složitá zkušební sestava [51], na jejímž principu byly prováděny zkoušky shrnuté v této práci; jedná se o sérii zkoušek popsanou v kapitole 6.1.6. Byla provedena i jistá modifikace této sestavy spočívající ve změně způsobu vnášení zatížení do nosníku. Výsledky získané touto modifikovanou variantou jsou shrnuty v částech 6.1.7 a 6.1.8. Vyhodnocení výsledků ukazuje, že pro ocelový profil Z150-3 mm (výška 150 mm) poskytly všechny zkušební sestavy srovnatelné hodnoty rotační tuhosti (všechny se pohybovaly okolo 1000 Nmm/mm/rad). V případě profilu Z300-3 (výšky 300 mm) se předpoklad potvrdil. Rotační tuhost získaná z normové sestavy vyšla cca 1,6krát vyšší než v případě sestavy zohledňující zatížení sáním (normová sestava poskytla hodnoty okolo 3200 Nmm/mm/rad, specializovaná okolo 2000 Nmm/mm/rad). Lze tedy konstatovat, že pro některé případy může být vhodná i jednodušší normová sestava.

- Se zvyšující se úrovní rovnoměrného plošného zatížení působícího na panely a simulujícího sání docházelo v rámci provedených experimentů k pozvolnému snižování rotační tuhosti (Obr. 6.73, Obr. 6.74).
- Na základě vyhodnocení experimentů lze zhodnotit vhodnost použitých zkušebních sestav pro ověření rotačního podepření. V případě zkušebních sestav s vlivem plošného zatížení se jeví jako vhodnější sestava s přímým zatěžováním nosníku prostřednictvím síly působící uprostřed jeho volné pásnice než sestava se zatěžováním prostřednictvím krouticího momentu, kdy je nutno nejdříve s užitím určitého mechanického modelu vypočítat odpovídající sílu na volnou pásnici. Zatěžování pomocí síly umožňuje přímo využít postup vyhodnocení daný v normě [18].
- Pokud je experimentálně ověřováno rotační podepření za studena tvarovaných profilů plošnými prvky, je nutno při vyhodnocování rotační tuhosti započítat distorzi jejich příčného řezu.

Dílčím problémem je vliv dotvarování jádra sendvičových panelů na rotační tuhost poskytnutou těmito panely ocelovým nosníkům. Pro ověření byl navržen soubor experimentů na malých zkušebních tělesech, kdy byla speciálním siloměrným snímačem měřena v čase síla vnesená do šroubů spojujících navzájem panely a nosníky. Výsledkem byl grafický průběh této síly v čase. Předpokládalo se, že u síly vnesené do šroubů jejich utažením bude v čase nastávat určitý pokles její hodnoty. Problém je popsán v kapitole 6.4.

- Provedené zkoušky ukázaly, že pokles síly vnesené utažením šroubů je velmi rychlý a z většiny se odehraje již v prvních minutách po uvolnění šroubů z utahovacího zařízení, v první minutě po uvolnění poklesne síla na cca 90 % původní hodnoty a další pokles je velmi mírný.
- S ohledem na tuto skutečnost a na to, že od sestavení zkušebních těles a samotné provedení experimentů vždy uplynul určitý čas (nutný k instalaci snímačů, zapojení atd.) lze konstatovat, že zkoušky rotačního podepření byly prováděny již v rámci stabilizované větve průběhu síly ve šroubech a že tedy výsledky nebyly tímto jevem významně ovlivněny.

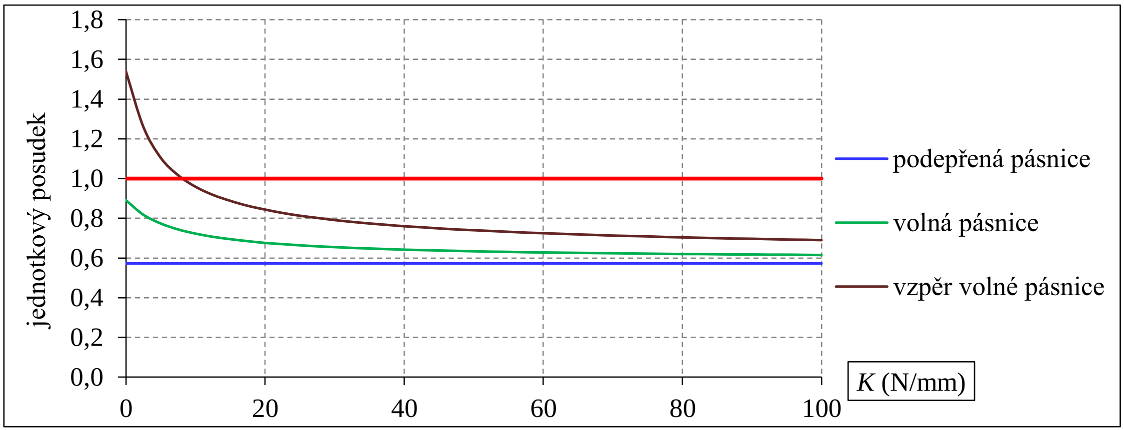
Získané hodnoty rotační tuhosti byly využity v rámci modelového příkladu (příloha D), jehož cílem byl návrh za studena tvarované ocelové vaznice s využitím stabilizace prostřednictvím sendvičových panelů. Řešený příklad je součástí přílohy D této práce. Uvážení experimentálně získané hodnoty rotační tuhosti ukázalo její pozitivní vliv na hospodárnost návrhu. V rámci modelového příkladu bylo uvažováno se za studena tvarovanou vaznicí, která působí jako prostý nosník. Byla vypočítána zatížení a stanoveny jejich návrhové hodnoty v kombinacích. Vaznice byla posouzena jak na tíhové zatížení (působící směrem k povrchu panelů), tak na vztlakové zatížení (jednalo se o kombinaci zatěžovacích stavů, kde figurovalo zatížení sáním větru). Pro obě kombinace bylo provedeno posouzení v souladu s normou [18]. V rámci uvažovaného příkladu se jako rozhodující ukázalo posouzení kombinace se sáním větru, kdy rozhodujícím posudkem byl vzpěr volné pásnice. Norma [18] převádí rotační podepření na ekvivalentní příčné podepření volné pásnice charakterizované určitou hodnotou příčné tuhosti *K*. V případě uvážení rotačního podepření na základě výsledků provedených experimentů bylo příslušné jednotkové posouzení rovno 0,77, tedy vaznice vyhověla. V případě, že by rotační podepření nebylo uváženo, tento rozhodující posudek by vzrostl na 1,54, což již samozřejmě nevyhovuje. Prakticky by bylo nutné v daném případě navrhnout konstrukční opatření spočívající v zajištění volné pásnice. Pozitivní vliv přítomnosti rotační vazby je tedy významný. Z příkladu, podrobně řešeného v příloze D, jsou v následující tabulce pro ilustraci shrnuty výsledné jednotkové posudky mezního stavu únosnosti a pro srovnání jsou uvedeny i příslušné posudky, avšak bez uvážení rotačního podepření.

moment	posudek	s rotačním podepřením	bez rotačního podepření
kladný	podepřená pásnice	0,62	0,62
	volná pásnice	0,63	0,63
záporný	podepřená pásnice	0,57	0,57
	volná pásnice	0,65	0,89
	vzpěr volné pásnice	0,77	1,54

Tab. 8.1 Výsledky příkladu

V souvislosti s výše uvedenými skutečnostmi byl příklad využit k vyšetření vlivu míry rotačního podepření na výsledné jednotkové posudky. V platnosti byly ponechány všechny předpoklady přijaté v rámci příkladu, avšak byla parametricky měněna hodnota příčné tuhosti *K*, vstupující do výpočtu, a to od 0,00 N/mm (žádné podepření) do 100,00 N/mm. Výsledky jsou graficky znázorněny na Obr. 8.1. Jsou znázorněny pouze posudky volné (tlačené) pásnice při působení záporného momentu. Je patrné, že pro řešený příklad už i relativně nízké hodnoty příčné tuhosti *K* vedou k významnému snížení jednotkového posudku týkajícího se vzpěru volné pásnice. Další zvyšování příčné tuhosti již výraznější snižování jednotkového posudku nepřináší. Podobnou tendenci ukazuje i numerická analýza.

Souhrnně lze konstatovat, že výsledky experimentů shrnuté v této práci ukazují na přítomnost prakticky využitelných hodnot rotační tuhosti charakterizující poskytnuté rotační podepření tenkostěnných nosníků při vztlakovém zatížení působícím na sendvičové panely. Pro širší zobecnění by samozřejmě bylo nutné provést zkoušky i s jinými zkušebními tělesy s odlišnými geometrickými, popřípadě i materiálovými charakteristikami (to se týká zejména plošných prvků připojených k nosníkům). Roli může hrát i způsob vzájemného spojení plošných prvků a tenkostěnných nosníků a konfigurace spojovacích prostředků.



Obr. 8.1 Studie vlivu míry rotačního podepření na jednotkové posudky

Jako doplnění provedených experimentů byla provedena numerická analýza tenkostěnného nosníku s rotačním podepřením v programovém systému založeném na metodě konečných prvků. Numerická analýza vycházela z modelového příkladu řešeného v příloze D.

Do prozatím otevřených otázek lze zařadit vliv okrajových podmínek nosníku při zkušebních sestavách s vlivem plošného zatížení na povrch plošných prvků. Zatímco v případě normové zkušební sestavy je nosník držen pouze plošným prvkem, v případě složitější sestavy s plošným zatížením je nutno nosník uložit pomocí čepů ještě na jeho okrajích. Tento vliv by mohl být efektivně ověřen prostřednictvím další experimentální a numerické analýzy.

Dalším možným směrem rozvoje může být rozsáhlejší numerické modelování vybraných problémů například užitím programových systémů na bázi metody konečných prvků, které by – po validaci numerických modelů pomocí experimentů – mohlo usnadnit další teoretický výzkum díky snadné možnosti změn potřebných parametrů modelovaných prvků v použitých programech.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

[1] VLASOV, V. Z. *Tenkostěnné pružné pruty*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1962. 572 s.

[2] SVOBODA, M., MELCHER, J. *Vybrané stati prvků ocelových konstrukcí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1970, 258 s.

[3] KADLČÁK, J., KYTÝR, J. *Statika stavebních konstrukcí I*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM, 2001, 352 s. ISBN 80-214-1877-X.

[4] EULER, L. *De curvis elasticis*. 1744. Cit. In: BŘEZINA, V. *Vzpěrná únosnost kovových prutů a nosníků*. Praha: Nakladatelství ČSAV, 1962, 384 s.

[5] BŘEZINA, V. *Vzpěrná únosnost kovových prutů a nosníků*. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1962, 384 s.

[6] PRANDTL, L. *Kipperscheinungen*. 1899. Cit. In: BŘEZINA, V. *Vzpěrná únosnost kovových prutů a nosníků*. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1962, 384 s.

[7] TIMOSHENKO, S. Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*. 1910. Cit. In: BŘEZINA, V. *Vzpěrná únosnost kovových prutů a nosníků*. Praha: Nakladatelství ČSAV, 1962, 384 s.

[8] WINTER, G. Lateral Stability of Unsymmetrical I-beams and Trusses in Bending. *Trans. ASCE*. 1943. Cit. In: BŘEZINA, V. *Vzpěrná únosnost kovových prutů a nosníků*. Praha: Nakladatelství ČSAV, 1962, 384 s.

[9] MRÁZIK, A., GRUSKA, J. *Výpočet tenkostenných prútov*. Bratislava: Slovenská akadémia ved, 1965.

[10] MELCHER, J. *Ohyb, kroucení a stabilita ocelových nosníků*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1975, 218 s.

[11] MELCHER, J. *Tenkostěnný kovový prut v nosném konstrukčním systému. Experimentálně-teoretické vyšetřování skutečného působení a mezních stavů*. Doktorská disertační práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1990, 532 s.

[12] BALÁŽ, I., KOLEKOVÁ, Y. Critical moments. In: *Stability and Ductility of Steel Structures*. Budapest: Akadémiai Kiadó, 2002, s. 31-38. ISBN 963-05-7950-2.

[13] MELCHER, J. Stabilita ohybu tenkostěnného nosníku průřezu U. *Inženýrské stavby*. 1970, 18 (2), s. 98-107.

[14] MELCHER, J. Kippen von Trägern als Stabilitätsproblem zweier Gruppen von Querschnittypen. *Stahlbau*. 1999, 68 (1), s. 24-29. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.199900060.

[15] ČSN EN 1993-1-1. *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Český normalizační institut, 2006, 96 s.

[16] STN EN 1993-1-1. *Eurokód 3: Navrhovanie oceľových konštrukcií – Časť 1-1: Všeobecné pravidlá a pravidlá pre budovy*. Bratislava: Slovenský ústav technickej normalizácie, 2006, 92 s.

[17] SNIJDER, H. H., HOENDERKAMP, J. C. D., BAKKER, M. C. M., STEENBERGEN, H. M. G. M., DE LOUW, C. H. M. Design rules for lateral torsional buckling of channel sections subject to web loading. *Stahlbau*. 2008, 77 (4), s. 247-256. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200810036.

[18] ČSN EN 1993-1-3. *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-3: Obecná pravidla – Doplňující pravidla pro tenkostěnné za studena tvarované prvky a plošné profily*. Praha: Český normalizační institut, 2008, 118 s.

[19] DIN 18800-2. *Stahlbauten – Teil 2: Stabilitätsfälle – Knicken von Stäben und Stabwerken*. 2008.

[20] BUJŇÁK, J., VIČAN, J. *Navrhovanie oceľových konštrukcií*. Žilina: Žilinská univerzita v Žiline, 2012, 191 s. ISBN 978-80-554-0529-2.

[21] KINDMANN, R., WOLF, C. Geometrische Ersatzimperfektionen für Tragfähigkeitsnachweise zum Biegeknicken von Druckstäben. *Stahlbau*. 2009, 78 (1), s. 25-34. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200910003.

[22] ŠKALOUD, M. *Tenkostěnné ocelové konstrukce z profilů tvarovaných za studena*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1963, 92 s.

[23] SCHAFER, B. J. Cold-formed steel structures around the world: A review of recent advances in applications, analysis and design. *Steel Construction*. 2011, 4 (3), s. 141-149. ISSN 1867-0539. DOI: 10.1002/stco.201110019.

[24] ČSN EN 1993-1-5. *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-5: Boulení stěn*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2013, 56 s.

[25] BRUNE, B., PEKÖZ, T. Design of cold-formed steel members – comparison of EN 1993-1-3 and Direct Strength Method. *Steel Construction*. 2013, 6 (2), s. 82-94. ISSN 1867-0539. DOI: 10.1002/stco.201310020.

[26] Fotogalerie: Detaily ocelových konstrukcí. *Detaily ocelových konstrukcí.* [Online]. 2011 [cit. 2016-10-14]. Dostupné z: http://detailyok.webnode.cz/halovy-objekt/fotogalerie/halovy-objekt-z-tenkostennych-profilu/#tenkostenna-hala-02-jpg

[27] Styčníky. *Ocelové konstrukce v praxi.* [Online]. 2010 [cit. 2016-10-14]. Dostupné z: http://www.ocelvpraxi.cz/Spoje/index.html#26

[28] AKIYAMA, H., KATO, B. Advanced design formula for lateral buckling of H-section beams subject to practical restraints. In: *Second international colloquium on stability*. Tokyo: ECCS, 1976, s. 95-103.

[29] LINDNER, J. Zur Aussteifung von Biegeträgern durch Drehbettung und Schubsteifigkeit. *Stahlbau*. 2008, 77 (6), s. 427-435. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200810056.

[30] HEIL, W. Stabilisierung von biegedrillknickgefährdeten Trägern durch Trapezblechscheiben. *Stahlbau*. 1994. Cit In: LINDNER, J., Zur Aussteifung von Biegeträgern durch Drehbettung und Schubsteifigkeit, *Stahlbau*, 2008, 77 (6), s. 427-435. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200810056.

[31] LINDNER, J., STICKEL, I. Zur Stabilisierung von I-Trägern durch Gitterroste. *Stahlbau*. 1985. Cit In: LINDNER, J., Zur Aussteifung von Biegeträgern durch Drehbettung und Schubsteifigkeit, *Stahlbau*, 2008, 77 (6), s. 427-435. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200810056.

[32] KINDMANN, R., MUSZKIEWICZ, R. Verzweigungslasten und Eigenformen seitlich gestützter Biegeträger unter Berücksichtigung der Drehbettung. *Stahlbau*. 2002, 71 (10), s. 748-759. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200202500.

[33] KINDMANN, R., MUSZKIEWICZ, R. Biegedrillknickmomente und Eigenformen von Biegeträgern unter Berücksichtigung der Drehbettung. *Stahlbau*. 2004, 73 (2), s. 98-106. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200490057.

[34] KÄPPLEIN, S., MISIEK, T., UMMENHOFER, T. Aussteifung und Stabilisierung von Bauteilen und Tragwerken durch Sandwichelemente. *Stahlbau*. 2010, 79 (5), s. 336-344. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.201001324.

[35] MISIEK, T., KÄPPLEIN, S., SAAL, H., UMMENHOFER, T. Stabilisation of beams by sandwich panels: Lateral and torsional restraint. In: *EUROSTEEL 2011: 6th European Conference on Steel and Composite Structures*. Budapest: ECCS, 2011, s. 615-620. ISBN 978-92-9147-103-4.

[36] DÜRR, M., KATHAGE, K., SAAL, H. Schubsteifigkeit zweiseitig gelagerter Stahltrapezbleche. *Stahlbau*. 2006, 75 (4), s. 280-286. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200610028.

[37] MELCHER, J. K problematice výzkumu skutečného působení kovových stavebních konstrukcí. *Stavební výzkum*. 1987, 5, s. 3-10. ISSN 0322-7200.

[38] MELCHER, J. Behaviour of Thin-Walled Corrugated Sheets and Restrained Beams. In: *Proceedings of IABSE Colloquium on Thin-Walled Metal Structures in Buildings*. Stockholm: IABSE, 1986, s. 199-206.

[39] MELCHER, J. Full-Scale Testing of Steel and Timber Structures: Examples and Experience. In: *Structural Assessment: The role of large and full-scale testing*. London: E & FN Spon, 1997, s. 301-308. ISBN 0-419-22490-4.

[40] VRANÝ, T. Effect of loading on the rotational restraint of cold-formed purlins. *Thin-Walled Structures*. 2006, 44 (12), s. 1287-1292. ISSN 0263-8231. DOI: 10.1016/j.tws.2007.01.004.

[41] ZHAO, C., YANG, J., WANG, F., CHAN, A. H. C. Rotational stiffness of cold-formed steel roof purlin-sheeting connections. *Engineering Structures*. 2014, 59, s. 284-297. ISSN 0141-0296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2013.10.024.

[42] GAJDZICKI, M., GOCZEK, J. Numerical determination of rotational restraint of cold-formed Z-purlin according to EC3. *International Journal of Steel Structures*. 2015, 15 (3), s. 633-645. ISSN 1598-2351 (Print), 2093-6311 (Online). DOI: 10.1007/s13296-015-9010-x.

[43] WIETKEWICZ, W., ZIELIŃSKI, A. *Properties of the polyurethane (PU) light foams*. [Online]. 2006 [cit. 2016-10-14]. Dostupné z: http://www.pg.gda.pl/mech/kim/AMS/022006/AMS02200605.pdf.

[44] EN 14509. *Samonosné sendvičové panely s tepelnou izolací a povrchovými plechy – Prefabrikované výrobky – Specifikace*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2014, 126 s.

[45] ULBRICH, D., PRIMKE-ENGEL, R., BLUNK, C., GLIENKE, R. Mechanische Verbindungen im Metallleichtbau. *Stahlbau*. 2013, 82 (11), s. 805-818. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.201310108.

[46] KÄPPLEIN, S., BERNER, K., UMMENHOFER, T. Stabilisierung von Bauteilen durch Sandwichelemente. *Stahlbau*. 2012, 81 (12), s. 951-958. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.201201636.

[47] KÄPPLEIN, S., MISIEK, T. *EASIE – Ensuring Advancement in Sandwich Construction Through Innovation and Exploitation*. *Report No.: D3.2 – part 1: Tests on the stabilisationn of beams.* Karlsruhe: Universität Karlsruhe, Versuchanstalt für Stahl, Holz und Steine, 2010, 100 s.

[48] KÄPPLEIN, S., MISIEK, T. *EASIE – Ensuring Advancement in Sandwich Construction Through Innovation and Exploitation*. *Report No.: D3.2 – part 2: Tests on the in plane shear resistance of sandwich panels.* Karlsruhe: Karlsruher Institut für Technologie, Versuchanstalt für Stahl, Holz und Steine, 2010, 148 s.

[49] KÄPPLEIN, S., MISIEK, T. *EASIE – Ensuring Advancement in Sandwich Construction Through Innovation and Exploitation*. *Report No.: D3.3 – part 1: Stabilisation of beams by sandwich panels.* Karlsruhe: Karlsruhe Institute of Technology, Versuchanstalt für Stahl, Holz und Steine, 2011, 61 s.

[50] KÄPPLEIN, S., MISIEK, T. *EASIE – Ensuring Advancement in Sandwich Construction Through Innovation and Exploitation*. *Report No.: D3.3 – part 2: In-plane shear resistence of sandwich panels.* Karlsruhe: Karlsruher Institut für Technologie, Versuchanstalt für Stahl, Holz und Steine, 2011, 41 s.

[51] *European Recommendations on the Stabilization of Steel Structures by Sandwich Panels*. Rotterdam: CIB – International Council for Research and Innovation in Building and Construction, ECCS – European Convention for Constructional Steelwork, 2013, 69 s. ISBN 978-90-6363-081-2.

[52] MAREK, P. *Kovové konstrukce pozemních staveb*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, n. p., Alfa, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, 1985, 656 s.

[53] DÜRR, M., MISIEK, T., SAAL, H. The torsional restraint of sandwich panels to resist the lateral torsional buckling of beams. *Steel Construction*. 2011, 4 (4), s. 251-258. ISSN 1867-0539. DOI: 10.1002/stco.201110033.

[54] KADLČÁK, J., KYTÝR, J. *Statika stavebních konstrukcí II*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2001, 440 s. ISBN 80-214-1648-3.

[55] FICKER, T. *Fyzikální praktikum*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 1999, 94 s. ISBN 80-214-1158-9.

[56] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M. *Experimentální verifikace procesu přetváření a únosnosti vláknocementových konstrukčních plošných dílců s využitím metody zatěžování vakuováním*. Ověřená technologie. Brno: Zkušebna nosných konstrukcí Ústavu kovových a dřevěných konstrukcí Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně, 2009.

[57] MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M., BALÁZS, I. *Experimentální verifikace procesu přetváření a únosnosti konstrukčních prvků a dílců s využitím metody zatěžování vakuováním*. Ověřená technologie. Brno: Zkušebna nosných konstrukcí Ústavu kovových a dřevěných konstrukcí Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně, 2016.

[58] PUR panel – stěna | Halové systémy s.r.o. *Halové systémy.* [Online]. 2010 [cit. 2016-10-14]. Dostupné z: http://www.halovesystemy.cz/sendvicove-izolacni-pur-panely-pur-panel-stena#.V4zUzhLgqw4.

[59] ČSN EN 1990. *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut, 2003, 75 s.

[60] ANSYS® Academic Research, Release 14.0.

[61] DJUBEK, J., MRÁZIK, A. *Stabilita tenkostenných nosníkov*. Bratislava: Ústav stavebníctva a architektury SAV, 1958. Cit. In: BALÁŽ, I., KOLEKOVÁ, Y. Clark – Mrázik formula for critical moments. In: *Stability and Ductility of Steel Structures*. Budapest: Akadémiai Kiadó, 2002, s. 39-46. ISBN 963-05-7950-2.

[62] BALÁŽ, I., KOLEKOVÁ, Y. Clark-Mrázik formula for critical moments. In: *Stability and Ductility of Steel Structures*. Budapest: Akadémiai Kiadó, 2002, s. 39-46. ISBN 963-05-7950-2.

[63] RATTANA, A., BÖCKMANN, C. Matrix methods for computing eigenvalues of Sturm-Liouville problems of order four. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2013, 249, s. 144-156. ISSN 0377-0427. DOI: 10.1016/j.cam.2013.02.024.

[64] KINDMANN, R., LAUMANN, J. Ermittlung von Eigenwerten und Eigenformen für Stäbe und Stabwerke. *Stahlbau*. 2004, 73 (1), s. 26-36. ISSN 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.200490026.

[65] DALÍK, J. *Numerické metody*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 1997, 145 s. ISBN 80-214-0646-1.

[66] VONDRÁK, V., POSPÍŠIL, L. *Numerické metody I*. [Online]. 2001 [cit. 2016-10-14]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/numericke_metody.pdf.

[67] BJÖRCK, A. Numerics of Gram-Schmidt orthogonalization. *Linear Algebra and its Applications*. 1994, 197-198, s. 297-316. ISSN 0024-3795. DOI: 10.1016/0024-3795(94)90493-6.

[68] SEDLACEK, G., NAUMES, J. *Excerpt from the Background Document to EN 1993-1-1: Flexural buckling and lateral buckling on a common basis: Stability Assessments according to Eurocode 3*. Aachen: Institut und Lehrstuhl für Stahlbau und Leichtmetallbau, 2008.

[69] ČSN EN 1991-1-3. *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-3: Obecná zatížení – Zatížení sněhem*. Praha: Český normalizační institut, 2005, 51 s.

[70] ČSN EN 1991-1-4. *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-4: Obecná zatížení – Zatížení větrem*. Praha: Český normalizační institut, 2007, 124 s.

[71] ČSN EN ISO 6892-1. *Kovové materiály – Zkoušení tahem – Část 1: Zkušební metoda za pokojové teploty*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2010, 64 s.

[72] Ethylene propylene rubbers. *International Institute of Synthetic Rubber Producers, Inc.* [Online]. [cit. 2016-10-14]. Dostupné z: http://www.iisrp.com/webpolymers/10epdmsep11.pdf.

POUŽITÉ ZKRATKY A SYMBOLY

Velká písmena latinské abecedy

A	průřezová plocha
A	libovolná konstanta ve variační metodě
A_{M}	plocha pod momentovým obrazcem ohybového momentu M
A_{eff}	efektivní plocha průřezu
A_{g}	plocha plného průřezu
A_{s}	průřezová plocha výztuhy
B	šířka jednoho plošného prvku
B	zatěžovací šířka
C_{D}	rotační tuhost
$C_{\mathrm{D,A}}$	rotační tuhost spojení mezi plošným prvkem a nosníkem
$C_{\mathrm{D,B}}$	rotační tuhost odpovídající distorzi příčného řezu nosníku
$C_{\mathrm{D,C}}$	rotační tuhost odpovídající ohybové tuhosti plošného prvku
$C_{\mathrm{D,k}}$	charakteristická hodnota rotační tuhosti
C_{e}	součinitel expozice
C_{g}	těžiště průřezu
C_{lat}	poloha příčného ztužení
$C_{\mathrm{pe,10}}$	součinitel vnějšího tlaku větru
C_{s}	střed smyku
C_{t}	tepelný součinitel
C_1	součinitel pro výpočet kritického momentu
C_2	součinitel pro výpočet kritického momentu
C_3	součinitel pro výpočet kritického momentu
$C_{\vartheta\mathrm{A,k}}$	rotační tuhost spojení mezi plošným prvkem a nosníkem
$C_{\vartheta\mathrm{B,k}}$	rotační tuhost odpovídající distorzi příčného řezu nosníku
$C_{\vartheta\mathrm{C,k}}$	rotační tuhost odpovídající ohybové tuhosti plošného prvku
$C_{\vartheta\mathrm{C,k}}$	rotační tuhost spojení mezi plošným prvkem a nosníkem
$C_{\vartheta\mathrm{D,k}}$	rotační tuhost odpovídající distorzi příčného řezu nosníku
$C_{\vartheta\mathrm{R,k}}$	rotační tuhost odpovídající ohybové tuhosti plošného prvku

$C_{\vartheta,\mathrm{k}}$	charakteristická hodnota rotační tuhosti poskytnuté plošným prvkem
$C_{\vartheta 1}$	složka rotační tuhosti
$C_{\vartheta 2}$	složka rotační tuhosti
D	desková tuhost
D	diagonální matice
E	modul pružnosti v tahu a tlaku
E_{a}	modul pružnosti materiálu plošného prvku
F	osamělé břemeno
$\bar{F}$	virtuální síla
F_{D}	síla
F_{T}	síla na rameni
F_{cr}	kritické zatížení
G	modul pružnosti ve smyku
G	modifikovaná matice v metodě sítí
G_0	počáteční iterace v metodě sítí
I	moment setrvačnosti (obecně)
I_{a}	moment setrvačnosti plošného prvku
$I_{\mathrm{eff},y}$	efektivní moment setrvačnosti k ose y
$I_{\mathrm{eff},z}$	efektivní moment setrvačnosti k ose z
I_{fz}	moment setrvačnosti plného průřezu skládajícího se z pásnice a spolupůsobící šířky stojiny pro ohyb okolo osy z
I_{s}	moment setrvačnosti výztuhy
I_{t}	moment setrvačnosti v prostém kroucení
I_{t}^*	modifikovaný moment setrvačnosti v prostém kroucení
I_v	moment setrvačnosti k ose nejmenší tuhosti
$I_{\mathrm{v}}(z)$	intenzita turbulence
I_y	moment setrvačnosti k ose y
I_{yz}	deviační moment setrvačnosti
I_z	moment setrvačnosti k ose z
I_η	moment setrvačnosti k hlavní ose η
I_ξ	moment setrvačnosti k hlavní ose ξ

I_ω	výsečový moment setrvačnosti
K	celková kombinovaná příčná tuhost
K	matice v metodě sítí
K	pérová tuhost výztuhy
K_A	příčná tuhost odpovídající rotační tuhosti připojení nosníku a plošného prvku
K_B	příčná tuhost odpovídající distorzi příčného řezu nosníku
K_C	příčná tuhost odpovídající ohybové tuhosti plošného prvku
K_D	příčná tuhost realizovaná spojovacími prostředky
K_{adj}	upravená hodnota celkové kombinované příčné tuhosti získané z experimentu
K_{obs}	celková kombinovaná příčná tuhost získaná z experimentu
K_u	součinitel závislý na průběhu ohybového momentu a podepření
K_ϑ	součinitel podle druhu analýzy
L	rozpětí
L_a	vzdálenost mezi táhly
$L_{cr,T}$	vzpěrná délka pro vybočení zkroucením
L_0	vzdálenost mezi body nulového momentu
M	ohybový moment
$\bar{M}$	virtuální ohybový moment
M_{Ed}	návrhová hodnota ohybového momentu
$M_{Ki,y}$	pružný kritický moment příčně podepřeného nosníku (dle DIN 18800-2)
$M^1_{Ki,y}$	pružný kritický moment nosníku bez příčného ztužení
$M_{LT,Rd}$	návrhová hodnota momentové únosnosti s vlivem klopení
$M_{b,Rd}$	návrhový moment únosnosti průřezu na klopení
M_{cr}	pružný kritický moment
$M_{el,u}$	pružná momentová únosnost nosníku
$M_{fz,Ed}$	ohybový moment ve volné pásnici
$M_{pl,k}$	charakteristická hodnota plastické únosnosti nosníku v ohybu
$\bar{M}_t$	pořadnice virtuálního ohybového momentu $\bar{M}$ v místě těžiště obrazce ohybového momentu M
M_y	ohybový moment okolo osy y
$M_{y,Ed}$	návrhový ohybový moment okolo osy y

M_z ohybový moment okolo osy z

$M_{0,\mathrm{fz,Ed}}$ počáteční příčný ohybový moment ve volné pásnici bez podepření

N osová síla

N počet intervalů v metodě sítí

N_{Ed} návrhová normálová síla

N_{cr} kritická síla

P pomocná konstanta při substituci

Q pomocná konstanta při substituci

Q označení matice v QR algoritmu

R pomocná konstanta při substituci

R rameno síly

R označení matice v QR algoritmu

R součinitel

R_{m} mez pevnosti oceli

$R_{\mathrm{p0,2}}$ smluvní mez kluzu

R_0 součinitel

S smyková tuhost poskytnutá plošným prvkem

S_1 substituce koeficientů v diferenciální rovnici ohybu příčně podepřeného nosníku

S_2 substituce koeficientů v diferenciální rovnici ohybu příčně podepřeného nosníku

S_3 substituce koeficientů v diferenciální rovnici ohybu příčně podepřeného nosníku

S_4 substituce koeficientů v diferenciální rovnici ohybu příčně podepřeného nosníku

T substituce v metodě sítí

U_y moment třetího řádu k ose y

U_z moment třetího řádu k ose z

V_{C} variační součinitel rotační tuhosti

V_{X} variační součinitel veličiny X

X obecné označení veličiny

X_{k} charakteristická hodnota veličiny X

$W_{eff,y}$	efektivní průřezový modul k ose y
$W_{el,y}$	pružný průřezový modul k ose y
W_{fz}	průřezový modul průřezu složeného z plné plochy pásnice
W_y	průřezový modul k ose y
$W_{y,d}$	průřezový modul k ose y k dolním vláknům
$W_{y,h}$	průřezový modul k ose y k horním vláknům

Malá písmena latinské abecedy

a	pomocná konstanta
a	rozpětí plošného prvku
a	vzdálenost mezi spojovacím prostředkem a stojinou vaznice
a_y	vzdálenost středu smyku od těžiště průřezu
a_z	vzdálenost středu smyku od těžiště průřezu
b	pomocná konstanta
b	vzdálenost mezi těžištěm a příčným podepřením
b	šířka pásnice
$\bar{b}$	rozměr příčného řezu pro stanovení účinné šířky
b_{eff}	efektivní šířka
b_{e1}	část efektivní šířky
b_{e2}	část efektivní šířky
b_{mod}	rozměr potřebný pro výpočet K_B závislý na směru zatížení
b_p	délka pásnice průřezu
$b_{p,c}$	délka výztuhy průřezu
b_y	charakteristická úsečka průřezu
b_z	charakteristická úsečka průřezu
b_1	vzdálenost mezi průsečíkem stojiny s pásnicí 1 a těžištěm účinné plochy výztuhy
b_2	vzdálenost mezi průsečíkem stojiny s pásnicí 2 a těžištěm účinné plochy výztuhy
c	pomocná konstanta
c	rozměr příčného řezu
c_{dir}	součinitel směru

c_{eff}	efektivní rozměr příčného řezu
c_{k}	vzdálenost mezi spojovacími prostředky
$c_{\mathrm{o}}(z)$	součinitel orografie
$c_{\mathrm{r}}(z)$	součinitel drsnosti
c_{season}	součinitel období
c_z	vzdálenost příčného ztužení od těžiště
$c_{\vartheta\mathrm{A,k}}$	charakteristická hodnota rotační tuhosti vyplývající ze spojení plošného prvku a nosníku
$c_{\vartheta\mathrm{M,k}}$	charakteristická hodnota rotační tuhosti vyplývající z ohybové tuhosti plošného prvku
$c_{\vartheta\mathrm{P,k}}$	charakteristická hodnota rotační tuhosti vyplývající z distorze příčného řezu
$c_{\vartheta\mathrm{,k}}$	charakteristická hodnota rotační tuhosti poskytnuté plošným prvkem
e	rozměr charakterizující velikost zatěžovacích oblastí střechy při zatížení větrem
e_y	vzdálenost působiště zatížení od těžiště
e_z	vzdálenost působiště zatížení od těžiště
e_0	amplituda počátečního zakřivení nosníku
f	centrální diference
f_{k}	charakteristická hodnota zatížení
f_{u}	mez pevnosti oceli
f_{y}	mez kluzu oceli
f_{ya}	základní mez kluzu oceli
f_{yb}	nominální mez kluzu oceli
$f_{\mathrm{yb,obs}}$	změřená základní mez kluzu oceli
$f_{y,\mathrm{Ed}}$	návrhová hodnota složky zatížení
$f_{z,\mathrm{Ed}}$	návrhová hodnota složky zatížení
g_{k}	charakteristická hodnota stálého zatížení
g_{s}	vzdálenost působiště zatížení od středu smyku
$g_{y,\mathrm{k}}$	složka charakteristické hodnoty stálého zatížení
$g_{z,\mathrm{k}}$	složka charakteristické hodnoty stálého zatížení
h	výška průřezu
h	krok v metodě sítí

h_d rozvinutá výška nosníku

h_w výška stojiny

h_1 vzdálenost snímače posunu od pásnice

h_δ vzdálenost snímače posunu od pásnice

i_{fz} poloměr setrvačnosti průřezu skládajícího se z pásnice a spolupůsobící části stojiny

i_0 polární poloměr setrvačnosti

k pořadí iteračního kroku

k součinitel

k součinitel pro výpočet kritického momentu v závislosti na statickém systému a zatížení

k libovolná konstanta

k součinitel podle způsobu tvarování profilu

k_I součinitel turbulence

k_f součinitel pro výpočet pérové tuhosti výztuhy

k_d součinitel pro zohlednění nepodepřené části vaznice

k_h součinitel ekvivalentního příčného zatížení

k_{h0} součinitel zatížení volné pásnice

k_n koeficient kvantilu charakteristické hodnoty

k_r součinitel terénu

k_v tuhost spojovacích prostředků

k_w součinitel vzpěrné délky v kroucení

k_z součinitel vzpěrné délky pro vybočení kolmo k ose z

k_σ součinitel kritického napětí

k_ϑ součinitel pro zohlednění statického systému

l délka prutu

l_A šířka plošného prvku přiléhajícího k nosníku

l_B délka nosníku

l_{fz} vzpěrná délka volné pásnice

m_C střední hodnota rotační tuhosti

m_X střední hodnota veličiny X

m_k	kontaktní moment
n	počet plošných prvků
n	počet zkoušek
n	počet pravoúhlých ohybů profilu v příčném řezu
p	úroveň podtlaku
q_{Ed}	návrhové příčné zatížení
q_{cr}	kritické zatížení
$q_{h,Ed}$	ekvivalentní příčné zatížení
$q_p(z)$	maximální dynamický tlak
q_y	příčné zatížení ve směru souřadné osy y
q_z	příčné zatížení ve směru souřadné osy z
$q_{z,k}$	označení vlastního čísla v mocninné metodě
r	reaktivní zatížení
r	poloměr
s	délka křivky
s	charakteristická hodnota zatížení sněhem
s_C	směrodatná odchylka rotační tuhosti
s_X	směrodatná odchylka veličiny X
s_k	základní tíha sněhu
s_k	charakteristická hodnota zatížení sněhem
$s_{y,k}$	složka charakteristické hodnoty zatížení sněhem
$s_{z,k}$	složka charakteristické hodnoty zatížení sněhem
t	tloušťka stěny
t	čas
t_{cor}	jmenovitá tloušťka jádra
t_{eff}	efektivní tloušťka
$t_{obs,cor}$	skutečná tloušťka jádra nosníku
t_{red}	redukovaná tloušťka
u	složka přetvoření příčného řezu (posun)
u	osa největší tuhosti

u jednotkové zatížení

u průhyb

u_{lim} mezní hodnota průhybu

v složka přetvoření příčného řezu (posun)

v osa nejmenší tuhosti

v_{b} základní rychlost větru

$v_{\text{b},0}$ výchozí základní rychlost větru

$v_{\text{m}}(z)$ střední rychlost větru

w složka přetvoření příčného řezu (posun)

w tlak větru

w_{k} charakteristická hodnota zatížení větrem

$w_{y,\text{k}}$ složka charakteristické hodnoty zatížení větrem

$w_{z,\text{k}}$ složka charakteristické hodnoty zatížení větrem

x podélná osa prutu

y souřadná osa příčného řezu

y_{Cg} souřadnice polohy těžiště

z_{Cg} souřadnice polohy těžiště

y_{gc} souřadnice těžiště

y_{sc} souřadnice středu smyku

z souřadná osa příčného řezu

z_{g} souřadnice působiště zatížení vzhledem ke středu smyku

z_{gc} souřadnice těžiště

z_{j} charakteristická úsečka k ose z

z_{min} parametr terénu

z_{sc} souřadnice středu smyku

z_0 parametr terénu

$z_{0,\text{II}}$ parametr terénu (pro kategorii terénu II)

Velká písmena řecké abecedy

Φ_{LT} součinitel

Malá písmena řecké abecedy

α	součinitel pro úpravu výsledku zkoušky
α	úhel sklonu střechy
α	úhel odklonu hlavních ossetrvačnosti
α_0	pomocný vektor v mocninné metodě
α_{LT}	součinitel imperfekce
$\alpha_{\mathrm{LT,eff}}$	součinitel imperfekce
β	součinitel pro úpravu výsledku zkoušky
β	opravný součinitel pro klopení
β_1	součinitel pro výpočet kritického momentu příčně podepřeného nosníku
β_2	součinitel pro výpočet kritického momentu příčně podepřeného nosníku
γ	úhel zkosení
γ_{G}	součinitel spolehlivosti pro stálé zatížení
γ_{Q}	součinitel spolehlivosti pro proměnné zatížení
γ_{M1}	dílčí součinitel únosnosti průřezu při posuzování stability prutu
γ_{k}	vlastní vektor
δ	deformace
ε	přesnost iteračního výpočtu
ε	součinitel
ζ	proměnná k transformaci do jiného souřadného systému
ζ_{g}	bezrozměrný parametr působiště zatížení vzhledem ke středu smyku
ζ_{j}	bezrozměrný parametr nesymetrie průřezu
η	využití
κ	funkce popisující průběh ohybového momentu
κ_{R}	opravný součinitel
κ_{wt}	bezrozměrný parametr kroucení
$\bar{\lambda}_{\mathrm{fz}}$	poměrná štíhlost průřezu skládajícího se z pásnice a spolupůsobící části stojiny
$\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}}$	poměrná štíhlost při klopení
$\bar{\lambda}_{\mathrm{LT,0}}$	délka vodorovné části křivky klopení
$\bar{\lambda}_{\mathrm{p}}$	poměrná štíhlost stěny

$\overline{\lambda}_d$	poměrná štíhlost výztuhy
λ_1	srovnávací štíhlost
μ_{cr}	bezrozměrný kritický moment
μ_R	součinitel pro úpravu výsledku zkoušky
μ_1	tvarový součinitel střechy
ν	Poissonův součinitel
π	Ludolfovo číslo
ρ	relativní chyba měření
ρ	redukční součinitel efektivní šířky
ρ	měrná hmotnost vzduchu
σ	normálové napětí
σ_{Ed}	návrhová hodnota normálového napětí
$\sigma_{cr,m}$	kritické napětí prutu při ohybu
$\sigma_{cr,p}$	kritické napětí stěny
$\sigma_{cr,s}$	kritické napětí výztuhy
$\sigma_{max,Ed}$	maximální návrhové normálové napětí
σ_{srov}	srovnávací napětí
φ	složka přetvoření příčného řezu (natočení)
χ_d	součinitel vzpěrnosti pro únosnost v distorzním vybočení
χ_{LT}	součinitel klopení
ψ	poměr napětí
ϑ	absolutní pravděpodobná chyba měření

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM TABULEK

PUBLIKOVANÉ PRÁCE AUTORA

BALÁZS, I., MELCHER, J., HORÁČEK, M. Stabilisation of Beams by Trapezoidal Sheeting: Parametric Study. In: *Proceedings of the 3rd European Conference of Civil Engineering (ECCIE 12)*. Paříž: WSEAS Press, 2012, s. 223-227. ISSN 2227-4588, ISBN 978-1-61804-137-1.

HORÁČEK, M., MELCHER, J., BALÁZS, I. Design Bending Resistance of Thin-Walled Steel Beams with Respect to Lateral Torsional Buckling – Methods of Calculation. In: *Proceedings of the 3rd European Conference of Civil Engineering (ECCIE 12)*. Paříž: WSEAS Press, 2012, s. 254-259. ISSN 2227-4588, ISBN 978-1-61804-137-1.

BALÁZS, I. K problematice ohybu a kroucení jednoose symetrických tenkostěnných průřezů zatížených kolmo k ose symetrie. *15. odborná konference doktorského studia JUNIORSTAV 2013*. Brno: VUT v Brně, Fakulta stavební, 2013. ISBN 978-80-214-4670-0.

BALÁZS, I. Beams of Monosymmetric Thin-Walled Cross-Sections Loaded Perpendicularly to the Axis of Symmetry in the Light of the EN 1993 Approach. *Young Scientist 2013, The 5th PhD. Student Conference of Civil Engineering and Architecture*. Herľany: Technická univerzita v Košiciach, Stavebná fakulta, 2013. ISBN 978-80-553-1305-4.

BALÁZS, I., MELCHER, J. Geometricky nelineární analýza ocelových tenkostěnných nosníků jednoose symetrického průřezu zatížených kolmo k ose symetrie. *Sborník příspěvků vědecké konference Modelování v mechanice 2013*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2013, s. 1-14. ISBN 978-80-248-2985-2.

BALÁZS, I., MELCHER, J. Stabilization of Steel Beams of Monosymmetric Thin-Walled Cross-Sections by Trapezoidal Sheeting. *An International Journal of Science, Engineering and Technology*. Barcelona: World Academy of Science, Engineering and Technology, 2013, 82, s. 328-335. ISSN 2010-376X.

BALÁZS, I., MELCHER, J. Geometricky nelineární numerická analýza tenkostěnných nosníků jednoose symetrického průřezu zatížených kolmo k rovině symetrie. *Sborník* *vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2013, 13 (2), s. 1-10. ISSN 1213-1962.

BALÁZS, I. Ocelové tenkostěnné nosníky stabilizované sendvičovými panely – parametrická studie. *16. odborná konference doktorského studia JUNIORSTAV 2014*. Brno: VUT v Brně, Fakulta stavební, 2014. ISBN 978-80-214-4851-3.

BALÁZS, I. On problem of stabilization of steel beams of thin-walled cross-sections by sandwich panels. *Young Scientist 2014, The 6th PhD. Student Conference of Civil Engineering and Architecture*. Herľany: Technická univerzita v Košiciach, Stavebná fakulta, 2014. ISBN 978-80-553-1668-0.

BALÁZS, I., MELCHER, J. On problem of stabilization of steel thin-walled beams in bending by sandwich panels. *12th International Conference on Steel, Space & Composite Structures SS14*. Praha: CI-Premier Conference Organisation, 2014, s. 159-164. ISBN 978-981-09-0077-9.

BALÁZS, I., MELCHER, J. Stabilization of steel beams by sandwich panels: Influence of beam supports. *EUROSTEEL 2014, 7th European Conference on Steel and Composite Structures*. Neapol: ECCS – European Convention for Constructional Steelwork, 2014. ISBN 978-92-9147-121-8.

BALÁZS, I. Stabilita nosníků s příčným spojitým podepřením. *17. odborná konference doktorského studia JUNIORSTAV 2015*. Brno: VUT v Brně, Fakulta stavební, 2015. ISBN 978-80-214-5091-2.

BALÁZS, I. Application of the finite difference method to stability problems of metal members. *Young Scientist 2015, The 7th PhD. Student Conference of Civil Engineering and Architecture*. Jasná: Technická univerzita v Košiciach, Stavebná fakulta, 2015. ISBN 978-80-553-1988-9.

BALÁZS, I., MELCHER, J. Lateral Torsional Buckling of Steel Thin-Walled Beams with Lateral Restraints. *World Academy of Science, Engineering and Technology*. Vídeň: World Academy of Science, Engineering and Technology, 2015, 9 (6), s. 3268-3273. ISSN 1307-6892.

BALÁZS, I., MELCHER, J. Stability of Thin-Walled Beams with Lateral Continuous Restraint. *Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series*. 2015, 15 (1), s. 1-10. ISSN 1804-4824. DOI: 10.1515/tvsb-2015-0001.

BALÁZS, I., MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M., BELICA, A., OLY, R., MISIEK, T. Experimental verification of torsional restraint given to thin-walled members by sandwich panels. *Zborník prednášok. 40. aktív pracovníkov odboru oceľových konštrukcií*. Oščadnica: Žilinská univerzita v Žiline, Stavebná fakulta, 2015, s. 23-28. ISBN 978-80-89619-01-6.

BALÁZS, I., MELCHER, J., KARMAZÍNOVÁ, M., BELICA, A., OLY, R., MISIEK, T. Experimentální ověření míry rotačního podepření ocelových za studena tvarovaných nosníků pomocí sendvičových panelů. *53. celostátní konference o ocelových konstrukcích Hustopeče 2015*. Hustopeče: Česká společnost pro ocelové konstrukce, 2015, s. 3-5. ISBN 978-80-02-02601-3.

BALÁZS, I. Zkušební sestava pro experimentální ověření stabilizace ocelových nosníků sendvičovými panely. *18. odborná konference doktorského studia JUNIORSTAV 2016*. Brno: VUT v Brně, Fakulta stavební, 2016. ISBN 978-80-214-5311-1.

BALÁZS, I., MELCHER, J., BELICA, A. Experimental investigation of torsional restraint provided to thin-walled purlins by sandwich panels under uplift load. *Procedia Engineering*. 2016, 161, s. 818-824. ISSN 1877-7058. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.718.

BALÁZS, I. Vybrané případy klopení dvouose symetrických a jednoose symetrických nosníků zatížených kolmo k rovině symetrie. *19. odborná konference doktorského studia JUNIORSTAV 2017*. Brno: VUT v Brně, Fakulta stavební, 2017. ISBN 978-80-214-5462-0.

ÚČAST AUTORA NA VĚDECKÝCH PROJEKTECH

2012	Člen řešitelského týmu standardního projektu specifického výzkumu **FAST-S-12-1786 Navrhování a skutečné působení progresivních konstrukčních prvků z oceli, konstrukčního skla, betonu s důrazem na stabilitní problémy**
2012 – 2014	Člen řešitelského týmu projektu Grantové agentury České republiky **P105/12/0314 Klopení tenkostěnných ocelových nosníků s otvory** řešeného na Fakultě stavební Vysokého učení technického v Brně
2013	Řešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-13-2059 Analýza únosnosti tenkostěnných kovových nosníků podepřených plošnými prvky nebo lokálními příčnými vazbami se zřetelem na stabilitní problémy**
2013	Spoluřešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-13-2036 Problematika navrhování tlačených prutů z vrstveného konstrukčního skla**
2014	Řešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-14-2345 Stabilizace tenkostěnných kovových nosníků plošnými profily nebo lokálními příčnými vazbami**
2014	Spoluřešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-14-2374 Experimentální a numerická analýza nosníků z vrstveného konstrukčního skla namáhaných ohybem s vlivem ztráty příčné a torzní stability**
2015	Řešitel juniorského projektu specifického výzkumu **FAST-J-15-2804 Numerická a experimentální analýza tenkostěnných nosníků s příčnými vazbami proti vybočení z roviny ohybu a kroucení**
2016 – 2017	Člen řešitelského týmu standardního projektu specifického výzkumu **FAST-S-16-3687 Analýza skutečného chování tenkostěnných kovových nosníků stabilizovaných plošnými prvky**
2017	Člen řešitelského týmu standardního projektu specifického výzkumu **FAST-S-17-4655 Stabilitní problémy a skutečné chování nosných prvků z konstrukčního vrstveného skla**

SEZNAM PŘÍLOH

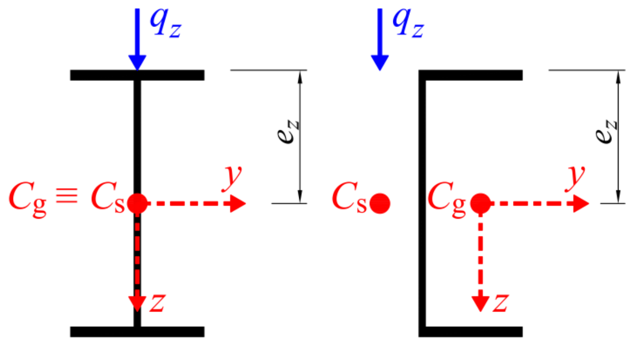
Příloha A Odvození kritického momentu variační metodou

Je uvažován nosník o rozpětí L namáhaný v rovině XZ příčným zatížením q_z, které způsobuje ohybový moment M_y (současně M_z = 0). Je uvažováno kloubové uložení jak v ohybu, tak v kroucení. Výchozími rovnicemi řešení budou rovnice (A.1) a (A.2), uvedené již v části 3.1.1, spolu s okrajovými podmínkami (A.3). Dále je přijat předpoklad průřezu souměrného okolo osy y, tedy $a_z = 0$ a b_z = 0. Této podmínce vyhovuje např. dvojose souměrný průřez tvaru I nebo jednoose souměrný průřez tvaru U.

$$E \cdot I_z \cdot v^{IV} + (M_y \cdot \varphi)'' = 0, \tag{A.1}$$

$$E \cdot I_\omega \cdot \varphi^{IV} + \left[\left(-2 \cdot b_z \cdot M_y - G \cdot I_t \right) \cdot \varphi' \right]' + \left[q_z \cdot (e_z - a_z) \right] \cdot \varphi + M_y \cdot v'' = 0, \tag{A.2}$$

$$v(0) = v(L) = 0, v''(0) = v''(L) = 0, \varphi(0) = \varphi(L) = 0, \varphi''(0) = \varphi''(L) = 0, \tag{A.3}$$



Obr. A1 Uvažované průřezy pro odvození kritického momentu

Uvážením výše uvedených podmínek (a_z = 0, b_z = 0, M_z = 0) lze získat základní diferenciální rovnice úlohy (A.4) – ta je shodná s rovnicí (A.1), a (A.5), které jsou platné pro dvojose symetrické průřezy tvaru I a jednoose symetrické průřezy tvaru U za předpokladu, že paprsek zatížení v rovině XZ prochází středem smyku. Přísluší jim okrajové podmínky (A.3).

$$E \cdot I_z \cdot v^{IV} + \left(M_y \cdot \varphi \right)'' = 0, \tag{A.4}$$

$$E \cdot I_\omega \cdot \varphi^{IV} - G \cdot I_t \cdot \varphi'' + q_z \cdot e_z \cdot \varphi + M_y \cdot v'' = 0. \tag{A.5}$$

Tyto rovnice jsou použity jako výchozí také v práci [13], která je věnována ztrátě příčné a torzní stability nosníku průřezu U a která byla publikována v roce 1970. Této problematice je věnován prostor i v práci [10] a v článku [14] (téhož autora).

Ve smyslu Vlasovova řešení [1] jsou zavedeny pomocné konstanty a, b a c (notace odpovídá odkazované práci [1]) a funkce κ (proměnnou je x):

$$a = \frac{E \cdot I_{\omega}}{L^2 \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}}}, \tag{A.6}$$

$$b = \frac{e_z \cdot E \cdot I_z}{L \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}}}, \tag{A.7}$$

$$c = \frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_{\mathrm{t}}}, \tag{A.8}$$

$$\kappa = \frac{L}{E \cdot I_z} \cdot M_y. \tag{A.9}$$

Dále je zavedena nová proměnná ζ, pomocí které je interval řešení transformován z $\langle 0; L \rangle$ na $\langle 0; 1 \rangle$, což usnadní následné operace. Všechny další derivace budou již podle ζ.

$$x = \zeta \cdot L. \tag{A.10}$$

Dosazení a úpravy rovnic (A.4) a (A.5) vedou na soustavu diferenciálních rovnic (A.11) a (A.12) s okrajovými podmínkami (A.13):

$$v^{\mathrm{IV}} + L \cdot (\kappa \cdot \varphi)'' = 0, \tag{A.11}$$

$$a \cdot \varphi^{\mathrm{IV}} - \varphi'' + b \cdot \kappa'' \cdot \varphi + \frac{c \cdot \kappa \cdot v''}{L} = 0. \tag{A.12}$$

$$v(0) = v(1) = 0, v''(0) = v''(1) = 0, \varphi(0) = \varphi(1) = 0, \varphi''(0) = \varphi''(1) = 0. \tag{A.13}$$

S pomocí okrajových podmínek byla navíc vyjádřena druhá derivace v jako výraz (A.14), což umožnilo přechod pouze k jedné diferenciální rovnici (A.15) o jedné proměnné φ:

$$v'' = -L \cdot \kappa \cdot \varphi, \tag{A.14}$$

$$a \cdot \varphi^{\mathrm{IV}} - \varphi'' + b \cdot \kappa'' \cdot \varphi - c \cdot \kappa^2 \cdot \varphi = 0. \tag{A.15}$$

Dalším krokem je aplikace Bubnovovy-Galerkinovy variační metody (postup uveden v [1]) na rovnici (A.15). Funkce φ je nahrazena novou funkcí (A.16), kde A je libovolná konstanta:

$$\varphi = A \cdot \sin \pi\zeta\,, \tag{A.16}$$

což po dosazení do (A.15) a vynásobení sin $\pi\zeta$ vede na rovnici (A.17):

$$a \cdot \pi^4 \cdot \sin^2 \pi\zeta + \pi^2 \cdot \sin^2 \pi\zeta + b \cdot \kappa'' \cdot \sin^2 \pi\zeta - c \cdot \kappa^2 \cdot \sin^2 \pi\zeta = 0\,. \tag{A.17}$$

Rovnice je integrována přes interval ⟨0; 1⟩:

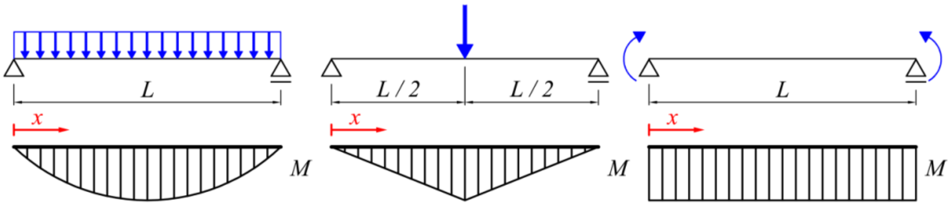
$$a \cdot \pi^4 \cdot \int_0^1 \sin^2 \pi\zeta \mathrm{d}\zeta + \pi^2 \cdot \int_0^1 \sin^2 \pi\zeta \mathrm{d}\zeta + b \cdot \int_0^1 \kappa'' \cdot \sin^2 \pi\zeta \mathrm{d}\zeta - c \cdot \int_0^1 \kappa^2 \cdot \sin^2 \pi\zeta \mathrm{d}\zeta = 0 \tag{A.18}$$

Po provedení integrace a úpravě výrazů je získána výsledná rovnice (A.19), která je platná pro průřezy tvaru I (dvojose symetrické) a U zatížené jakýmkoli příčným zatížením q_z procházejícím středem smyku (toto zatížení je vyjádřeno funkcí κ) a podepřené v ohybu i kroucení kloubově [1]:

$$(a \cdot \pi^2 + 1) + \int_0^1 \left(4 \cdot b \cdot \kappa + \frac{c}{\pi^2} \cdot \kappa^2 \right) \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta - \int_0^1 \frac{c}{\pi^2} \cdot \kappa^2 \mathrm{d}\zeta = 0\,. \tag{A.19}$$

Rovnoměrné spojité zatížení

Výchozí obecná rovnice (A.19) je použita pro řešení kritického momentu prostě uloženého nosníku o rozpětí L zatíženém rovnoměrným spojitým zatížením q_z po celém rozpětí (Obr. A2a).



Obr. A2 Uvažované případy zatížení: a) spojité, b) osamělé břemeno, c) prostý ohyb

Ohybový moment se řídí funkcí (A.20), platnou pro interval ⟨0; L⟩. Ta je transformována na interval ⟨0; 1⟩ s pomocí funkce (A.10). Ohybový moment v nové proměnné bude mít tvar (A.21) a funkce κ nabude tvaru (A.22):

$$M_y = \frac{q \cdot x}{2} \cdot (L - x), \tag{A.20}$$

$$M_y = \frac{q \cdot L^2}{2} \cdot \left(\zeta - \zeta^2\right), \tag{A.21}$$

$$\kappa = \frac{q \cdot L^3}{2 \cdot E \cdot I_z} \cdot \left(\zeta - \zeta^2\right). \tag{A.22}$$

Prvním krokem je výpočet určitých integrálů v rovnici (A.19):

$$\int_0^1 \kappa \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \frac{q \cdot L^3}{2 \cdot E \cdot I_z} \int_0^1 \left(\zeta - \zeta^2\right) \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \frac{-q \cdot L^3}{4 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_z}, \tag{A.23}$$

$$\int_0^1 \kappa^2 \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \frac{q^2 \cdot L^6}{4 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \int_0^1 \left(\zeta^2 - 2\zeta^3 + \zeta^4\right) \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \frac{-3 \cdot q^2 \cdot L^6}{8 \cdot \pi^4 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \tag{A.24}$$

,

$$\int_0^1 \kappa^2 \mathrm{d}\zeta = \frac{q^2 \cdot L^6}{4 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \int_0^1 \left(\zeta^2 - 2\zeta^3 + \zeta^4\right) \mathrm{d}\zeta = \frac{q^2 \cdot L^6}{120 \cdot E^2 \cdot I_z^2}. \tag{A.25}$$

Integrály jsou dosazeny do rovnice (A.19), což poskytne kvadratickou rovnici (A.26):

$$\left(\frac{-3}{8 \cdot \pi^4} - \frac{1}{120}\right) \cdot \frac{L^6 \cdot c}{\pi^2 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \cdot q_z^2 - \frac{L^3 \cdot b}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} \cdot q_z + a \cdot \pi^2 + 1 = 0. \tag{A.26}$$

Je hledán kladný kořen kvadratické rovnice (A.26), který vyjadřuje kritické zatížení (kroky s jednotlivými postupnými úpravami jsou vynechány):

$$q_{\mathrm{cr}} = \frac{\dfrac{L^3 \cdot b}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + \sqrt{\dfrac{L^6 \cdot b^2}{\pi^4 \cdot E^2 \cdot I_z^2} - 4 \cdot \left(\dfrac{-3}{8\pi^4} - \dfrac{1}{120}\right) \cdot \dfrac{L^6 \cdot c}{\pi^2 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \cdot \left(a \cdot \pi^2 + 1\right)}}{2 \cdot \left(\dfrac{-3}{8 \cdot \pi^4} - \dfrac{1}{120}\right) \cdot \dfrac{L^6 \cdot c}{\pi^2 \cdot E^2 \cdot I_z^2}}. \tag{A.27}$$

Kritický moment je dán vztahem (A.28):

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{1}{8} \cdot q_{\mathrm{cr}} \cdot L^2. \tag{A.28}$$

Existují různé možnosti, jak upravit výsledný složitý vztah pro kritický moment do obecné formy vhodné k praktickému použití. Je výhodné vyjádřit hledaný vztah pomocí tří součinitelů, jejichž číselná hodnota je různá v závislosti na typu zatížení a okrajových podmínkách [12; 61]. Vývoj vztahů pro kritický moment a jejich srovnání je uvedeno v příspěvku [62]. V národních přílohách norem [15] a [16] jsou tyto součinitele označeny C_1, C_2 a C_3. Součinitel C_3 se neuplatní pro dvojose symetrické a jednoose symetrické průřezy zatížené kolmo k rovině symetrie. Vztah má obecnou podobu (A.29).

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}}}}{L} \cdot C_1 \cdot \\ \cdot \left(-C_2 \cdot \frac{\pi \cdot e_z \cdot \sqrt{E \cdot I_z}}{L \cdot \sqrt{G \cdot I_{\mathrm{t}}}} + \sqrt{C_2^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot e_z^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2 \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}}} + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{L^2 \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}}} + 1} \right) \cdot \tag{A.29}$$

Výraz (A.27) lze upravit do tvaru (A.30) a dosadit jej do vztahu pro kritický moment (A.28). Tím je získán výraz (A.31).

$$q_{\mathrm{cr}} = \frac{60 \cdot \pi^4 \cdot E \cdot I_z \cdot b}{-\left(45 + \pi^4\right) \cdot L^3 \cdot c} + \\ + \frac{60 \cdot \pi^3 \cdot E \cdot I_z \cdot \sqrt{c} \cdot \sqrt{45 + \pi^4}}{\left(45 + \pi^4\right) \cdot c \cdot L^3 \cdot \sqrt{30}} \cdot \sqrt{\frac{30}{45 + \pi^4} \frac{\pi^2 \cdot b^2}{c} + a \cdot \pi^2 + 1} \cdot \tag{A.30}$$

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{15 \cdot \pi^3 \cdot E \cdot I_z \cdot \sqrt{c} \cdot \sqrt{45 + \pi^4}}{2 \cdot \left(45 + \pi^4\right) \cdot c \cdot L \cdot \sqrt{30}} \cdot \\ \cdot \left(\frac{-\sqrt{30} \cdot \pi \cdot b}{\sqrt{c} \cdot \sqrt{45 + \pi^4}} + \sqrt{\frac{30}{45 + \pi^4} \cdot \frac{b^2}{c} + a \cdot \pi^2 + 1} \right) \cdot \tag{A.31}$$

Dosazením konstant a, b a c a úpravou výrazu je získán výsledný vztah pro kritický moment (A.32) pro dané okrajové podmínky a zatížení:

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}}{L} \cdot \frac{\pi^2}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{15}{45 + \pi^4}} \cdot \\ \cdot \left(-\sqrt{\frac{30}{45 + \pi^4}} \cdot \frac{\pi \cdot e_z \cdot \sqrt{E \cdot I_z}}{L \cdot \sqrt{G \cdot I_t}} + \sqrt{\frac{30}{45 + \pi^4} \cdot \frac{\pi^2 \cdot e_z^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2 \cdot G \cdot I_t} + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{L^2 \cdot G \cdot I_t} + 1} \right) \cdot \tag{A.32}$$

Osamělé břemeno uprostřed rozpětí

Dalším uvažovaným zatížením je osamělé břemeno uprostřed rozpětí (Obr. A2b). Integrály potřebné k dosazení do rovnice (A.19) jsou řešeny separátně pro každou z oblastí, na které má funkce ohybového momentu lineární průběh. Interval ⟨0; L⟩ je opět transformován na interval ⟨0; 1⟩. Funkce κ v intervalu ⟨0; 1/2⟩ se potom řídí rovnicí (A.33) a v intervalu ⟨1/2; 1⟩ rovnicí (A.34):

$$\kappa = \frac{F \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_z} \cdot \zeta \,, \tag{A.33}$$

$$\kappa = \frac{F \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_z} \cdot (1 - \zeta) \,. \tag{A.34}$$

Dalším krokem je výpočet určitých integrálů a jejich dosazení do rovnice (A.19):

$$\int_0^1 \kappa \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \int_0^{\frac{1}{2}} \kappa \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta + \int_{\frac{1}{2}}^1 \kappa \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = -\frac{F \cdot L^2}{2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_z} \,, \tag{A.35}$$

$$\int_0^1 \kappa^2 \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \int_0^{\frac{1}{2}} \kappa^2 \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta + \int_{\frac{1}{2}}^1 \kappa^2 \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = -\frac{F^2 \cdot L^4}{8 \cdot \pi^2 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \,, \tag{A.36}$$

$$\int_0^1 \kappa^2 \mathrm{d}\zeta = \int_0^{\frac{1}{2}} \kappa^2 \mathrm{d}\zeta + \int_{\frac{1}{2}}^1 \kappa^2 \mathrm{d}\zeta = \frac{F^2 \cdot L^4}{48 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \,, \tag{A.37}$$

$$\frac{-c \cdot L^4 \cdot (6 + \pi^2)}{48 \cdot \pi^4 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \cdot F^2 - \frac{2 \cdot b \cdot L^2}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} \cdot F + a \cdot \pi^2 + 1 = 0 \,. \tag{A.38}$$

Kritický moment je dán vztahem (A.39):

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{F_{\mathrm{cr}} \cdot L}{4} \,. \tag{A.39}$$

Kritické zatížení F_{cr} je hledáno jako kladný kořen kvadratické rovnice (A.38), což po úpravě a dosazení konstant a, b a c vede na výsledný vztah (A.40):

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{cr}} = {} & \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}}}}{L} \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{\pi^2 + 6}} \cdot \\ & \cdot \left(\begin{aligned} & -\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\pi \cdot \sqrt{\pi^2 + 6}} \cdot \frac{\pi \cdot e_z \cdot \sqrt{E \cdot I_z}}{L \cdot \sqrt{G \cdot I_{\mathrm{t}}}} + \\ & + \sqrt{\frac{48}{\pi^2 \cdot (\pi^2 + 6)} \cdot \frac{\pi^2 \cdot e_z^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2 \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}}} + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{L^2 \cdot G \cdot I_{\mathrm{t}}} + 1} \end{aligned} \right) . \end{aligned} \tag{A.40}$$

Prostý ohyb

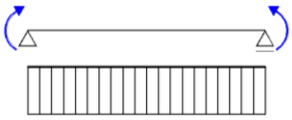
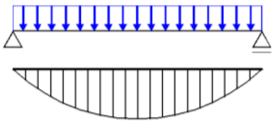
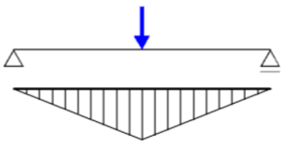
Nejjednodušším případem z hlediska matematického řešení je případ zatížení prostým ohybem (s konstantním průběhem momentu po celém rozpětí), tedy případ, kdy κ = konst. (Obr. A2c). Dále se uplatní vztah (A.41) a rovnice (A.19) přejde do tvaru (A.42). Jejím řešením, úpravou a dosazením konstant a, b a c je získán výraz pro kritický moment (A.43).

$$\int_0^1 \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = 0\,, \tag{A.41}$$

$$-\frac{c}{\pi^2}\cdot\kappa^2 + a\cdot\pi^2 + 1 = 0\,, \tag{A.42}$$

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{\pi\cdot\sqrt{E\cdot I_{\mathrm{z}}\cdot G\cdot I_{\mathrm{t}}}}{L}\cdot\sqrt{\frac{\pi^2\cdot E\cdot I_{\omega}}{L^2\cdot G\cdot I_{\mathrm{t}}}+1}\,. \tag{A.43}$$

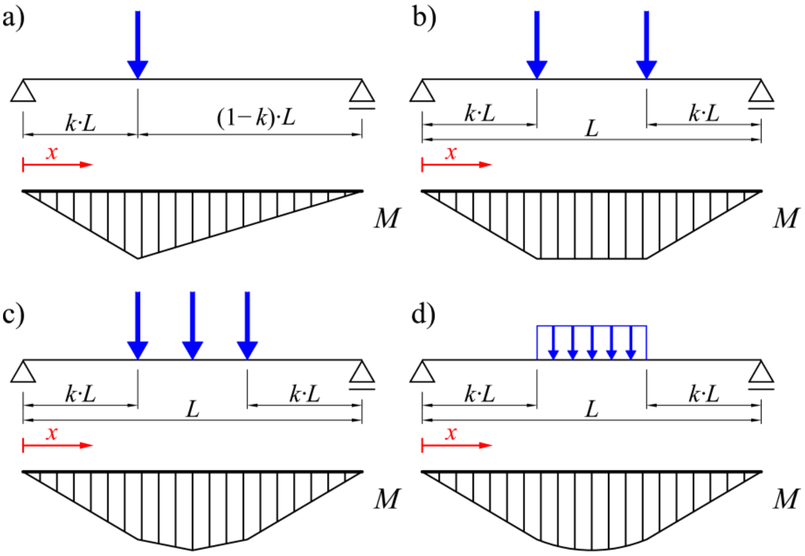
Uvedenými postupy lze získat vztahy pro kritické momenty i pro jiné okrajové podmínky a jiné typy zatížení, resp. jiné průběhy ohybových momentů. Pro výše uvedené případy zatížení jsou výsledné součinitele shrnuty v Tab. A1.

zatížení a průběh momentu	C_1	C_2
	1,000	1,000
	$\frac{\pi^2}{2\cdot\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\frac{15}{45+\pi^4}} = 1{,}132$	$\sqrt{\frac{30}{45+\pi^4}} = 0{,}459$
	$\frac{\pi\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{\pi^2+6}} = 1{,}366$	$\frac{4\cdot\sqrt{3}}{\pi\cdot\sqrt{\pi^2+6}} = 0{,}554$

Tab. A1 Vybrané součinitele C_1 a C_2

Některé speciální případy ztráty příčné a torzní stability při ohybu

Je řešeno několik vybraných speciálních případů zatížení podle Obr. A3. Kritické momenty budou vyjádřeny ve tvaru (A.29).



Obr. A3 Vybrané speciální případy klopení

a) Osamělé břemeno v obecné poloze

Je uvažováno osamělé břemeno v libovolné poloze dané vzdáleností $k{\cdot}L$ od levé podpory nosníku (Obr. A3a). Ohybový moment v intervalu $\langle 0;\, k{\cdot}L\rangle$ se řídí funkcí (A.44) a přísluší mu funkce (A.45), vycházející ze vztahu (A.9). Pro interval $\langle k{\cdot}L;\, L\rangle$ se uplatní výrazy (A.46) a (A.47). Funkce κ jsou platné v intervalech $\langle 0;\, k\rangle$ a $\langle k;\, 1\rangle$:

$$M_y = F \cdot (1-k) \cdot x\,, \tag{A.44}$$

$$\kappa = \frac{F \cdot L^2 \cdot (1-k)}{E \cdot I_z} \cdot \zeta\,, \tag{A.45}$$

$$M_y = F \cdot k \cdot (L-x), \tag{A.46}$$

$$\kappa = \frac{F \cdot k \cdot L^2}{E \cdot I_z} \cdot (1-\zeta). \tag{A.47}$$

Dalším krokem je výpočet určitých integrálů potřebných do rovnice (A.19). Integrály je nutno počítat obecně pro oba dva intervaly, na kterých je funkce κ lineární, neboť poloha břemene se může libovolně měnit. Pro další práci bude zavedena substituce P, Q a R pro usnadnění následného zápisu.

$$\int_0^1 \kappa \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \int_0^k \kappa \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta + \int_k^1 \kappa \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \frac{F \cdot L^2}{E \cdot I_z} \cdot \frac{\cos 2\pi k - 1}{4 \cdot \pi^2} = \frac{F \cdot L^2}{E \cdot I_z} \cdot P\,, \tag{A.48}$$

$$\int_0^1 \kappa^2 \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta = \int_0^k \kappa^2 \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta + \int_k^1 \kappa^2 \cdot \cos 2\pi\zeta \mathrm{d}\zeta =$$

$$= \frac{F^2 \cdot L^4}{E^2 \cdot I_z^2} \cdot \left[\begin{array}{l} \dfrac{(1-k)^2}{8 \cdot \pi^3} \cdot \left(\begin{array}{l} 4 \cdot \pi^2 \cdot k^2 \cdot \sin 2\pi k - 2 \cdot \sin 2\pi k + \\ + 4 \cdot \pi \cdot k \cdot \cos 2\pi k \end{array} \right) + \\ + \dfrac{k^2}{8 \cdot \pi^3} \cdot \left[\begin{array}{l} (-4 \cdot \pi^2 + 8 \cdot \pi^2 \cdot k - 4 \cdot \pi^2 \cdot k^2 + 2) \cdot \\ \cdot \sin 2\pi k + 4 \cdot \pi \cdot (1-k) \cdot \cos 2\pi k \end{array} \right] \end{array} \right] = \frac{F^2 \cdot L^4}{E^2 \cdot I_z^2} \cdot Q, \tag{A.49}$$

$$\int_0^1 \kappa^2 \mathrm{d}\zeta = \int_0^k \kappa^2 \mathrm{d}\zeta + \int_k^1 \kappa^2 \mathrm{d}\zeta =$$

$$= \frac{F^2 \cdot L^4}{E^2 \cdot I_z^2} \cdot \left[\frac{(1-k)^2 \cdot k^3}{3} + k^2 \cdot \left(\frac{1}{3} - k + k^2 - \frac{k^3}{3} \right) \right] = \frac{F^2 \cdot L^4}{E^2 \cdot I_z^2} \cdot R. \tag{A.50}$$

Integrály (A.48), (A.49) a (A.50) jsou dosazeny do rovnice (A.19) a kritické zatížení F_{cr} je hledáno jako maximální (kladný) kořen kvadratické rovnice (A.51). Po úpravě je kritické zatížení dáno výrazem (A.52). Obecný vztah pro ohybový moment pod osamělým břemenem (ve vzdálenosti $k \cdot L$ od levé podpory na prostém nosníku o rozpětí L je dán vztahem (A.53):

$$\left(\frac{c \cdot L^4 \cdot Q}{\pi^2 \cdot E^2 \cdot I_z^2} - \frac{c \cdot L^4 \cdot R}{\pi^2 \cdot E^2 \cdot I_z^2} \right) \cdot F^2 + \frac{4 \cdot b \cdot L^2 \cdot P}{E \cdot I_z} \cdot F + a \cdot \pi^2 + 1 = 0, \tag{A.51}$$

$$F_{\mathrm{cr}} = \frac{\pi \cdot E \cdot I_z \cdot \sqrt{c} \cdot \sqrt{R-Q}}{c \cdot L^2 \cdot (Q-R)} \cdot \left[-\frac{2 \cdot \pi \cdot b \cdot P}{\sqrt{c} \cdot \sqrt{R-Q}} + \sqrt{\frac{4 \cdot P^2 \cdot \pi^2 \cdot b^2}{c \cdot (R-Q)} + a \cdot \pi^2 + 1} \right]. \tag{A.52}$$

$$M_y = F \cdot k \cdot L \cdot (1-k). \tag{A.53}$$

Je-li za F dosazeno kritické zatížení F_{cr}, má vztah pro kritický moment podobu (A.54) a součinitele C_1 a C_2 lze (v závislosti na k, které vyjadřuje polohu břemene) po úpravě zapsat pomocí výrazů (A.55) a (A.56).

$$M_{\mathrm{cr}} = \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}}{L} \cdot \frac{k \cdot (1-k)}{\sqrt{R-Q}} \cdot \left[-\frac{2 \cdot P}{\sqrt{R-Q}} \cdot \frac{\pi \cdot e_z \cdot \sqrt{E \cdot I_z}}{L \cdot \sqrt{G \cdot I_t}} + \sqrt{\frac{4 \cdot P^2}{R-Q} \frac{\pi^2 \cdot e_z \cdot E \cdot I_z}{L^2 \cdot G \cdot I_t} + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{L^2 \cdot G \cdot I_t} + 1} \right], \tag{A.54}$$

$$C_1 = \frac{k \cdot (1-k)}{\sqrt{R-Q}} =$$

$$= \frac{2 \cdot \pi \cdot k \cdot (1-k) \cdot \sqrt{3 \cdot \pi}}{\sqrt{\begin{array}{l} 4 \cdot \pi^3 \cdot k^2 \cdot (k-1)^2 - 3 \cdot (1-k)^2 \cdot \\ \cdot \left(2 \cdot \pi^2 \cdot k^2 \cdot \sin 2\pi k - \sin 2\pi k + 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \cos 2\pi k\right) - \\ - 3 \cdot k^2 \cdot \left[\left(1 - 2 \cdot \pi^2 + 4 \cdot \pi^2 \cdot k - 2 \cdot \pi^2 \cdot k^2\right) \cdot \sin 2\pi k + 2 \cdot \pi \cdot (1-k) \cdot \cos 2\pi k\right] \end{array}}}, \tag{A.55}$$

$$C_2 = -\frac{2 \cdot P}{\sqrt{R-Q}} =$$

$$= \frac{-\sqrt{3 \cdot \pi} \cdot (\cos 2\pi k - 1)}{\pi \cdot \sqrt{\begin{array}{l} 4 \cdot \pi^3 \cdot k^2 \cdot (k-1)^2 - 3 \cdot (1-k)^2 \cdot \\ \cdot \left(2 \cdot \pi^2 \cdot k^2 \cdot \sin 2\pi k - \sin 2\pi k + 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \cos 2\pi k\right) - \\ 3 \cdot k^2 \cdot \left[\left(1 - 2 \cdot \pi^2 + 4 \cdot \pi^2 \cdot k - 2 \cdot \pi^2 \cdot k^2\right) \cdot \sin 2\pi k + 2 \cdot \pi \cdot (1-k) \cdot \cos 2\pi k\right] \end{array}}}. \tag{A.56}$$

V Tab. A2 jsou uvedeny vypočítané hodnoty součinitelů C_1 a C_2 pro vybrané polohy osamělého břemene. Při $k = 0,5$ (osamělé břemeno uprostřed rozpětí) přechází tento obecný problém v případ osamělého břemene uprostřed rozpětí.

k	C_1	C_2
0,1	1,700	0,183
0,2	1,552	0,340
0,3	1,447	0,457
0,4	1,386	0,529
0,5	1,366	0,554

Tab. A2 Součinitele C_1 a C_2 pro vybrané polohy osamělého břemene

b) Dvě symetricky umístěná osamělá břemena

Dalším řešeným případem je prostý nosník zatížený dvěma symetricky umístěnými osamělými břemeny (Obr. A3b). Vzdálenost břemen od podpor je $k \cdot L$, kde k nabývá hodnot z intervalu (0; 1/2⟩. Řešení je provedeno stejným postupem jako pro předchozí případy a dovedeno do vyjádření součinitelů C_1 a C_2 v závislosti na k. Výsledné součinitele jsou vyjádřeny vztahy (A.57) a (A.58), hodnoty pro vybrané polohy jsou v Tab. A3.

$$C_1 = \frac{\pi \cdot k \cdot \sqrt{6 \cdot \pi}}{\sqrt{4 \cdot \pi^3 \cdot k^2 \cdot \left(\frac{3}{2} - 2 \cdot k\right) - 6 \cdot \pi \cdot k \cdot \cos 2\pi k + 3 \cdot \sin 2\pi k}}, \tag{A.57}$$

$$C_2 = \frac{(1-\cos 2\pi k)\cdot\sqrt{6\cdot\pi}}{\pi\cdot\sqrt{4\cdot\pi^3\cdot k^2\cdot\left(\frac{3}{2}-2\cdot k\right)-6\cdot\pi\cdot k\cdot\cos 2\pi k+3\cdot\sin 2\pi k}}\,. \tag{A.58}$$

k	C_1	C_2
0,1	1,003	0,194
0,2	1,021	0,357
0,3	1,069	0,473
0,4	1,170	0,536
0,5	1,366	0,554

Tab. A3 Součinitele C_1 a C_2 pro vybrané polohy osamělých břemen

c) Trojice symetricky umístěných osamělých břemen

Také tento případ zatížení (Obr. A3c) je řešen stejným postupem jako předchozí případy. Hodnoty součinitelů C_1 a C_2 pro vybrané polohy břemen jsou v Tab. A4.

k	C_1	C_2
0,0	1,366	0,554
0,1	1,249	0,431
0,2	1,196	0,455
0,3	1,190	0,506
0,4	1,239	0,543
0,5	1,366	0,554

Tab. A4 Součinitele C_1 a C_2 pro vybrané polohy osamělých břemen

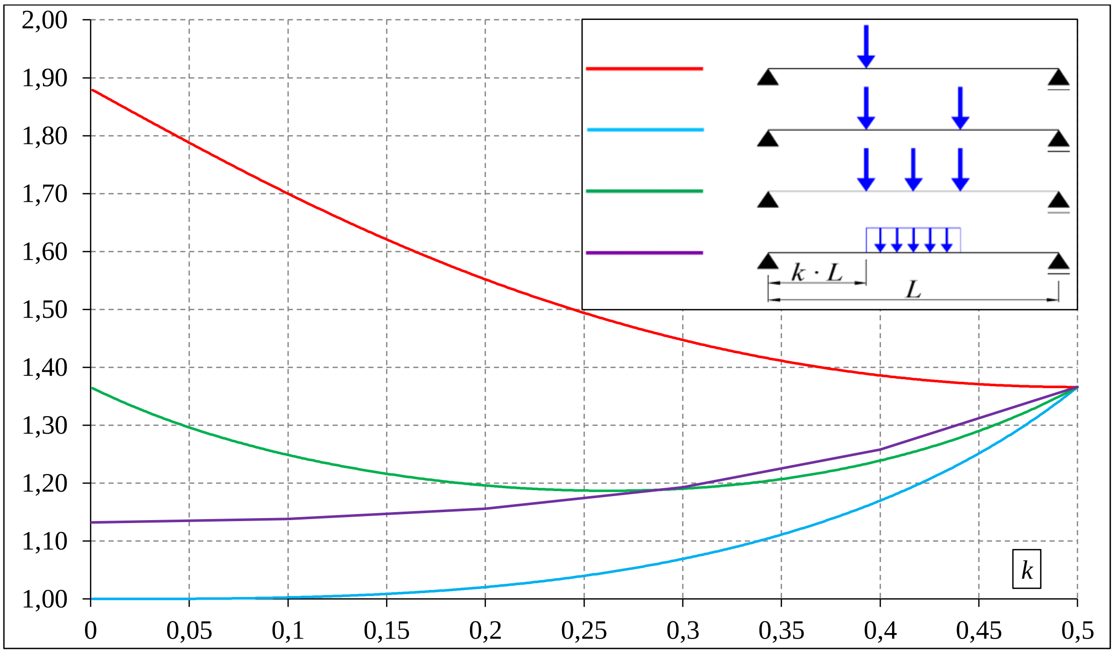
d) Částečné symetrické spojité zatížení

Výsledné hodnoty součinitelů pro případ podle Obr. A3d jsou shrnuty v Tab. A5.

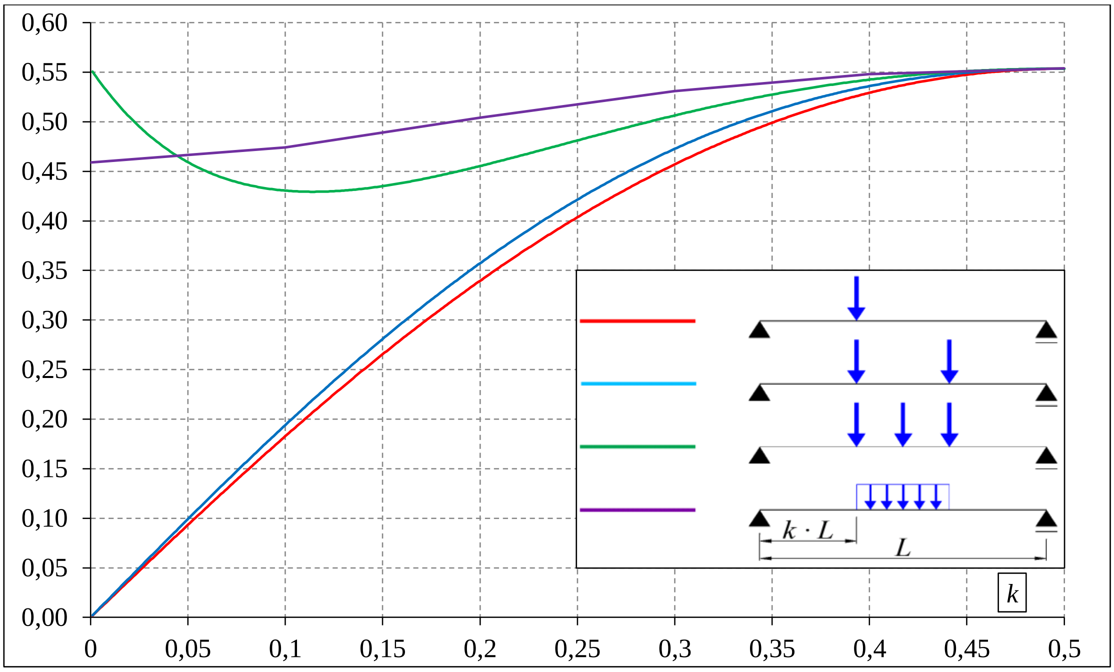
k	C_1	C_2
0,0	1,132	0,459
0,1	1,138	0,474
0,2	1,156	0,504
0,3	1,193	0,531
0,4	1,258	0,548
0,5	1,366	0,554

Tab. A5 Součinitele C_1 a C_2 pro vybrané polohy spojitého zatížení

Následující grafy zobrazují průběhy součinitelů C_1 a C_2 v závislosti na k, tedy na umístění břemen, resp. spojitého zatížení dle Obr. A3.



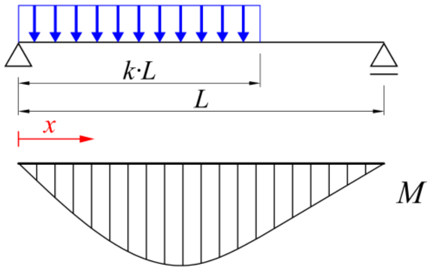
Obr. A4 Průběhy součinitele C_1 pro vybrané speciální případy klopení



Obr. A5 Průběhy součinitele C_2 pro vybrané speciální případy klopení

e) Částečné nesymetrické spojité zatížení

Posledním řešeným speciálním případem klopení je částečné spojité zatížení, nesymetricky umístěné na části rozpětí nosníku od podpory po vzdálenost $k{\cdot}L$ (Obr. A6). V Tab. A6 jsou shrnuty hodnoty součinitelů C_1 a C_2 pro vybrané polohy spojitého zatížení.



Obr. A6 Nesymetrické spojité zatížení

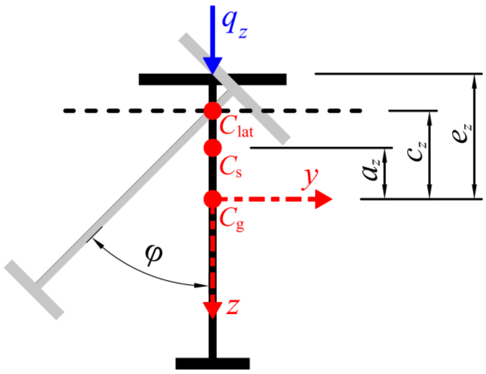
k	C_1	C_2		k	C_1	C_2
0,1	1,723	0,125		0,6	1,197	0,477
0,2	1,545	0,235		0,7	1,164	0,485
0,3	1,398	0,324		0,8	1,145	0,479
0,4	1,320	0,400		0,9	1,135	0,466
0,5	1,245	0,450		1,0	1,132	0,459

Tab. A6 Součinitele C_1 a C_2 pro vybrané polohy spojitého zatížení

Příloha B Příklad řešení ohýbaného nosníku s úplným příčným podepřením s využitím numerických metod

Je uvažován ohýbaný nosník, který je ve vzdálenosti c_z (v bodě C_{lat}) od těžiště C_{g} po délce spojitě příčně zajištěn podélným ztužením, které v tomto bodě brání příčnému posunutí průřezu. V místě ztužení je tak průřezu vnucena osa otáčení [5]. Popisovaná situace je znázorněna na Obr. B1.

Je předpokládáno, že ztužení je dokonale tuhé, nosník má rozpětí L a je prostě uložený v ohybu i kroucení, tedy platí okrajové podmínky (3.17) uvedené v kapitole 3. Je uvažován ideální nosník, tedy nosník dokonale přímý a bez počátečních nahodilých odchylek.



Obr. B1 Ztráta příčné a torzní stability po délce spojitě podepřeného nosníku

Vzhledem k tomu, že příčnému posunutí průřezu je v místě ztužení zabráněno (je nulové), jedinou neznámou funkcí přetvoření je úhel zkroucení φ a diferenciální rovnice (3.10) a (3.11) doznají určitých úprav a zjednodušení. Výsledkem je jedna homogenní diferenciální rovnice čtvrtého řádu (B.1) [5] (obecně s nekonstantními koeficienty) s okrajovými podmínkami (B.2) pro prosté uložení a (B.3) pro oboustranné vetknutí:

$$\begin{aligned}&\left[E \cdot I_{\omega} + E \cdot I_z \cdot (c_z - a_z)^2\right] \cdot \varphi^{IV} - G \cdot I_{\mathrm{t}} \cdot \varphi'' + \\ &+ 2 \cdot (c_z - a_z - b_z) \cdot (M_y \cdot \varphi')' + q_z \cdot (e_z - c_z) \cdot \varphi = 0\end{aligned}, \tag{B.1}$$

$$\varphi(0) = \varphi(L) = 0, \varphi''(0) = \varphi''(L) = 0, \tag{B.2}$$

$$\varphi(0) = \varphi(L) = 0, \varphi'(0) = \varphi'(L) = 0, \tag{B.3}$$

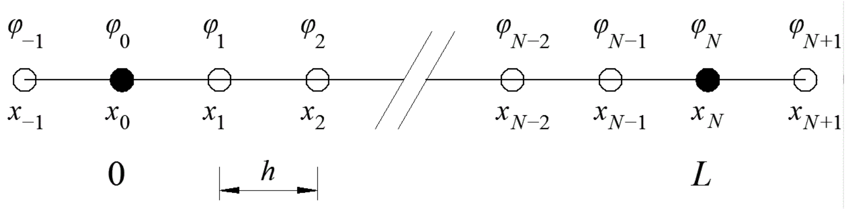
kde q_z je hodnota zatížení, při kterém nastane ztráta stability (kritické zatížení). Ostatní veličiny byly vysvětleny v části 3.1.1. Z matematického hlediska je hledání kritického zatížení popsáno problémem vlastních hodnot diferenciální rovnice (B.1). V řešeném případě jedná o tzv. Sturm-Liouvilleův problém vlastních hodnot diferenciální rovnice čtvrtého řádu [63]. Řešení složitého problému vlastních hodnot diferenciálních rovnic vyšších řádů je možné např. s využitím vybraných numerických metod.

Řešení pomocí vybraných metod numerické matematiky

Kritické zatížení je definováno jako problém vlastní hodnoty diferenciální rovnice (B.1). Řešení tohoto problému v uzavřeném tvaru není v současné době známo, proto je pro výpočet třeba použít vybrané metody numerické matematiky. Jeden z možných přístupů je nastíněn v této práci. Je založen na metodě sítí[12], která lze dobře algoritmizovat. Postup spočívá v diskretizaci intervalu daného rozpětím nosníku L na N konečných diferencí a v následném řešení problému vlastní hodnoty. Pro praktické účely je nejvýznamnější nejnižší vlastní číslo (nejnižší kritické zatížení, při kterém může nastat ztráta stability) [64].[13]

Diskretizace problému

Rozpětí nosníku L představuje z matematického hlediska uzavřený interval $\langle 0; L \rangle$. Ten je s krokem h rozdělen na N podintervalů, kde každý podinterval je charakterizován uzlem na začátku a na konci. Existuje tedy $N - 1$ ekvidistantních uzlů x_i takových, že $0 = x_0 < x_1 < \ldots < x_{N-1} < x_N = L$, kde $x_i = i \cdot h$ a $h = 1 / N$. Soustavu podintervalů a uzlů lze znázornit diferenčním schématem (Obr. B2). Každému uzlu x_i je přiřazena hodnota φ_i neznámé funkce přetvoření φ. Z okrajových podmínek (B.2) vyplývá, že $\varphi_0 = \varphi(0) = 0$ a $\varphi_N = \varphi(L) = 0$.



Obr. B2 Diferenční schéma

Pomocí výrazů (B.4), (B.5) a (B.6) známých z numerické matematiky jsou zavedeny první, druhá a čtvrtá centrální diference pro aproximaci první, druhé a čtvrté derivace:

[12] Metoda sítí je označována také jako metoda konečných diferencí.

[13] Počet vlastních čísel diferenciální rovnice (B.1) není omezen. Všechna vlastní čísla tvoří tzv. spektrum vlastních čísel.

$$f_i' = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{2 \cdot h}, \tag{B.4}$$

$$f_i'' = \frac{\varphi_{i+1} - 2 \cdot \varphi_i + \varphi_{i-1}}{h^2}, \tag{B.5}$$

$$f_i^{IV} = \frac{\varphi_{i+2} - 4 \cdot \varphi_{i+1} + 6 \cdot \varphi_i - 4 \cdot \varphi_{i-1} + \varphi_{i-2}}{h^4}. \tag{B.6}$$

Na všechny uzly řešeného intervalu znázorněného na Obr. B2 jsou aplikovány centrální diference (B.4), (B.5) a (B.6). Aplikace centrálních diferencí na uzly x_0 a x_N vyžaduje znalost funkčních hodnot φ_{-1} a φ_{N+1} ve fiktivních uzlech $x_{-1} = -h$ a $x_{N+1} = L + h$. Tyto hodnoty mohou být určeny pomocí okrajových podmínek a předpisů pro centrální diference. Pro prostý nosník jsou získány aplikací okrajových podmínek (B.2) hodnoty $\varphi_{-1} = -\varphi_1$ a $\varphi_{N+1} = -\varphi_{N-1}$. Pro nosník oboustranně vetknutý jsou po použití okrajových podmínek (B.3) získány funkční hodnoty $\varphi_{-1} = \varphi_1$ a $\varphi_{N+1} = \varphi_{N-1}$. Funkční hodnoty v uzlech x_1 až x_{N-1} zůstávají neznámé. Diferenciální rovnice (B.1) je výchozí pro hledání nejnižší vlastní hodnoty. Pro zjednodušení dalšího zápisu je provedena následující substituce jednotlivých koeficientů této rovnice:

$$S_1 = \left[E \cdot I_\omega + E \cdot I_z \cdot \left(c_z - a_z\right)^2\right], \tag{B.7}$$

$$S_2 = G \cdot I_t, \tag{B.8}$$

$$S_3 = 2 \cdot \left(c_z - a_z - b_z\right), \tag{B.9}$$

$$S_4 = c_z - e_z. \tag{B.10}$$

S rovnicí (B.1) bude dále pracováno ve tvaru (B.11):

$$S_1 \cdot \varphi^{IV} - S_2 \cdot \varphi'' + S_3 \cdot M_y' \cdot \varphi'' = q_z \cdot S_4 \cdot \varphi. \tag{B.11}$$

Tato rovnice je sestavena pro každý z uzlů x_i, kde $i = 1, \ldots, N$ tak, že za druhou a čtvrtou derivaci funkce φ je dosazena druhá a čtvrtá centrální diference (B.5) a (B.6) aproximující druhé a čtvrté derivace v každém z příslušných uzlů x_i. Tato modifikace vede na systém $N - 1$ algebraických rovnic, které mohou být maticově vyjádřeny jako (B.12). Přechod na maticovou formu umožní řešit problém vlastních hodnot diferenciální rovnice (B.1) jako problém vlastních čísel určité matice.

$$\begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & & & & & & \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & & & & & \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & \dots & & & & \\ & K_{42} & K_{43} & \dots & \dots & \dots & & & \\ & & K_{53} & \dots & \dots & \dots & K_{N-5,N-3} & & \\ & & & \dots & \dots & \dots & K_{N-4,N-3} & K_{N-4,N-2} & \\ & & & & \dots & \dots & K_{N-3,N-3} & K_{N-3,N-2} & K_{N-3,N-1} \\ & & & & & \dots & K_{N-2,N-3} & K_{N-2,N-2} & K_{N-2,N-1} \\ & & & & & & K_{N-1,N-3} & K_{N-1,N-2} & K_{N-1,N-1} \end{vmatrix} \begin{Vmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_{N-3} \\ \varphi_{N-2} \\ \varphi_{N-1} \end{Vmatrix} = q_z S_4 h^4 \begin{vmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_{N-3} \\ \varphi_{N-2} \\ \varphi_{N-1} \end{vmatrix} . \qquad \text{(B.12)}$$

Jednotlivé prvky této matice jsou definovány pomocí výrazů (B.13) až (B.16):

$$K_{i+2,i} = K_{i,i+2} = S_1 \quad \text{pro } i = 1, \dots, N-3, \qquad \text{(B.13)}$$

$$K_{i+1,i} = -4 \cdot S_1 + T_{i+1} \quad \text{pro } i = 1, \dots, N-2, \qquad \text{(B.14)}$$

$$K_{i,i+1} = -4 \cdot S_1 + T_i \quad \text{pro } i = 1, \dots, N-2, \qquad \text{(B.15)}$$

$$K_{i,i} = 6 \cdot S_1 - 2 \cdot T_i \quad \text{pro } i = 2, \dots, N-2. \qquad \text{(B.16)}$$

Pro určení prvků $K_{1,1}$ a $K_{N-1,N-1}$ se uplatní okrajové podmínky (v závislosti na způsobu uložení) v uzlech $x_0 = 0$ a $x_N = L$. Pro prostě uložený nosník je získán výraz (B.17) a pro nosník oboustranně vetknutý výraz (B.18):

$$K_{i,i} = 5 \cdot S_1 - 2 \cdot T_i \quad \text{pro } i = \{1; N-1\}, \qquad \text{(B.17)}$$

$$K_{i,i} = 7 \cdot S_1 - 2 \cdot T_i \quad \text{pro } i = \{1; N-1\}. \qquad \text{(B.18)}$$

Člen T_i ve výrazech (B.17) až (B.18) je dán jako výraz (B.19):

$$T_i = h^2 \cdot \left(S_3 \cdot M'_{y,i} - S_2\right). \qquad \text{(B.19)}$$

Všechny výše uvedené substituční hodnoty byly získány po úpravách soustavy algebraických rovnic sestavených pro každý z uzlů diferenčního schématu. Maticová rovnice (B.12) může být symbolicky zapsána pomocí vztahu (B.20):

$$K \cdot \varphi = q_z \cdot S_4 \cdot h^4 \cdot \varphi, \qquad \text{(B.20)}$$

kde φ značí vektor deformací (pootočení) v jednotlivých uzlech (B.21):

$$\varphi = \left| \varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad \ldots \quad \varphi_{N-3} \quad \varphi_{N-2} \quad \varphi_{N-1} \right|^{\mathsf{T}}. \tag{B.21}$$

Pro další postup je zápis rovnice (B.20) dále zjednodušen na (B.22):

$$G \cdot \varphi = q_z \cdot \varphi, \tag{B.22}$$

kde matice G je definována jako výraz (B.23):

$$G = \frac{K}{S_4 \cdot h^4}. \tag{B.23}$$

Rovnice (B.23) již má vhodný základní tvar pro hledání vlastních čísel, neboť na levé straně se nachází součin matice soustavy a vektoru deformace a na pravé straně součin vlastního čísla a vektoru deformace. Protože z praktického hlediska má největší význam nejnižší vlastní číslo, bude další text zaměřen na možnosti hledání této důležité hodnoty.[14]

Numerické řešení problému vlastních čísel

Existuje řada více či méně efektivních metod numerické matematiky pro aproximaci nejmenšího vlastního čísla dané matice jako např. inverzní mocninná metoda, metoda iterace podprostoru [65] a jiné. Další možností může být použití iteračního QR algoritmu [66], který poskytuje všechna vlastní čísla (spolu s příslušnými vlastními vektory, které jsou s vlastními čísly svázány) dané matice. Jedná se tedy o řešení úplného problému vlastních čísel této matice. Vlastní vektory mají z hlediska teorie tenkostěnných prutů význam vlastních tvarů neboli tvarů vybočení prutu při ztrátě stability.

Iterační QR algoritmus bude použit pro hledání vlastních čísel matice G. Algoritmus je stručně popsán (k označuje pořadí iteračního kroku):

$$G = G_0 = Q_0 \cdot R_0, \tag{B.24}$$

$$G_{k+1} = R_k \cdot Q_k, k \geq 1, \tag{B.25}$$

kde matice Q_k *a* R_k vzniknou takzvaným QR rozkladem matice G_k v daném iteračním kroku. Postup tedy spočívá v rozkladu matice G_k v k-té iteraci na součin dvou matic a jejich zpětné násobení, kterým je získána matice G_{k+1} pro následující iterační krok $k + 1$.

[14] Po převedení diferenciální rovnice (B.1) na soustavu $N - 1$ algebraických rovnic pro numerické řešení problému vlastních čísel je možné pracovat pouze s $N - 1$ vlastními čísly, tedy s počtem, který odpovídá hodnosti matice K, resp. G.

Matice G_k může být rozložena na součin matic Q_k a R_k např. pomocí Gramova-Schmidtova ortogonalizačního procesu [67]. Při iterování platí výraz (B.26):

$$\lim_{k \to \infty} G_k = D, \tag{B.26}$$

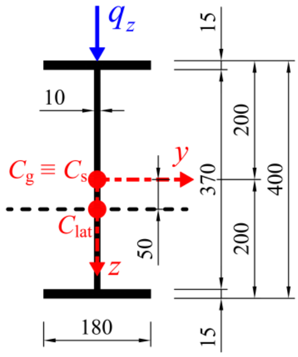
kde D je diagonální matice s vlastními čísly na hlavní diagonále (ostatní prvky jsou nulové). Matice G tedy v průběhu iterace konverguje k diagonální matici D. Při hodnosti matice G_k rovné $N - 1$ bude nejnižší vlastní číslo zaujímat pozici $D_{N-1,N-1}$. Vlastní vektory (vlastní tvary) je možné získat jako sloupce matice vzniklé násobením matic Q_{k+1} a Q_k v průběhu iterace.

V případě, že je hledáno pouze nejnižší vlastní číslo a příslušný vlastní vektor (což může být právě případ hledání nejnižšího, tedy rozhodujícího, kritického zatížení a příslušného tvaru vybočení), je možné použít efektivnější metody. Jednou z nich je inverzní mocninná metoda, při které je nejnižší vlastní číslo q_z matice G dáno aplikací základní mocninné metody na matici G^{-1}. Algoritmus inverzní mocninné metody je stručně uveden níže (k značí číslo iteračního kroku) [65]. Vektor γ_k je vlastní vektor (tvar vybočení) příslušný vlastnímu číslu $q_{z,k}$.

1. je zvolena počáteční iterace pomocného vektoru α_0 a požadovaná přesnost iteračního výpočtu ε;
2. pro $k = 0$: $\gamma_k = \dfrac{1}{\|\alpha_k\|} \cdot \alpha_k, \alpha_{k+1} = G \cdot \gamma_k, q_{z,k} = \langle \gamma_k, \alpha_{k+1} \rangle$;
3. pro $k = 1, 2, \ldots$: $\gamma_k = \dfrac{1}{\|\alpha_k\|} \alpha_k, \alpha_{k+1} = G\gamma_k, q_{z,k+1} = \langle \gamma_k, \alpha_{k+1} \rangle$ dokud $\left| q_{z,k+1} - q_{z,k} \right| \leq \varepsilon$

Příklad řešení s použitím metod numerické matematiky

Výše uvedené numerické metody jsou aplikovány na příkladu prostě uloženého nosníku dvojose symetrického průřezu podle Obr. B3. Platí okrajové podmínky (B.2). Příčné podepření je situováno ve vzdálenosti 50 mm od těžiště průřezu (c_z = 50 mm). Výpočet je proveden pro rozpětí nosníku L = 5 m a pro spojité rovnoměrné zatížení q_z = 1 kN/m. Je použitý postup řešení uvedený výše s krokem diskretizace h = 0,25 m (počet podintervalů N = 20). Řešení vede na diferenciální rovnici (B.27) s okrajovými podmínkami (B.2):



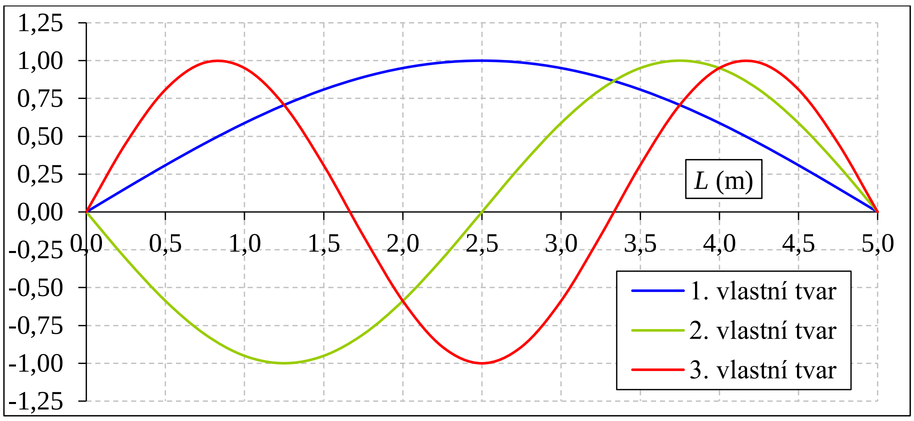
Obr. B3 Průřez uvažovaného nosníku

$$121122{,}3\cdot\varphi^{IV} - 41848{,}8\cdot\varphi'' + 0{,}1\cdot M_y' \cdot\varphi'' = 0{,}25\cdot q_z\cdot\varphi\,, \tag{B.27}$$

která je pomocí metody konečných diferencí převedena na $N - 1 = 19$ algebraických rovnic, pro které jsou pomocí QR algoritmu hledána vlastní čísla, která reprezentují kritická zatížení.

Nejnižší vlastní číslo získané tímto postupem má hodnotu 142666,6. Kritické zatížení má tedy velikost ≈142,67 kN/m a příslušný kritický moment pro prostý nosník je M_{cr} = 445,84 kNm. Na Obr. B4 jsou znázorněny první tři nejnižší normované vlastní tvary (tvary vybočení) matice G získané pomocí QR algoritmu (vyšší tvary nejsou pro přehlednost zobrazeny). Pro srovnání: výpočet kritického momentu postupem dle [15] pro prostý nosník stejného průřezu, ale bez příčného podepření dává výsledek M_{cr} = 261,1 kNm. V tomto případě tedy příčné podepření zvýšilo hodnotu kritického momentu cca o 71 %.

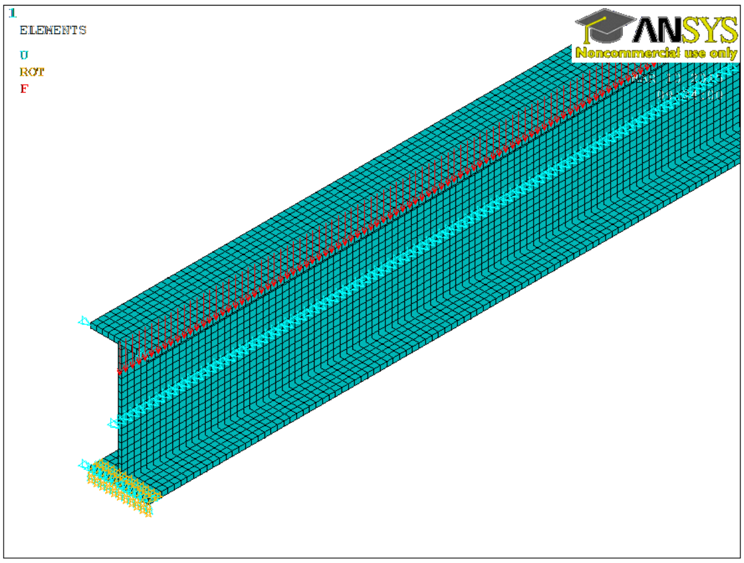
Použití inverzní mocninné metody pro tento řešený příklad při počtu 50 podintervalů (N = 50) poskytuje nejnižší vlastní číslo o hodnotě 137118,7. Tomu odpovídá kritický moment M_{cr} = 428,50 kNm.



Obr. B4 První tři normované vlastní tvary

Řešení s využitím softwaru na bázi metody konečných prvků

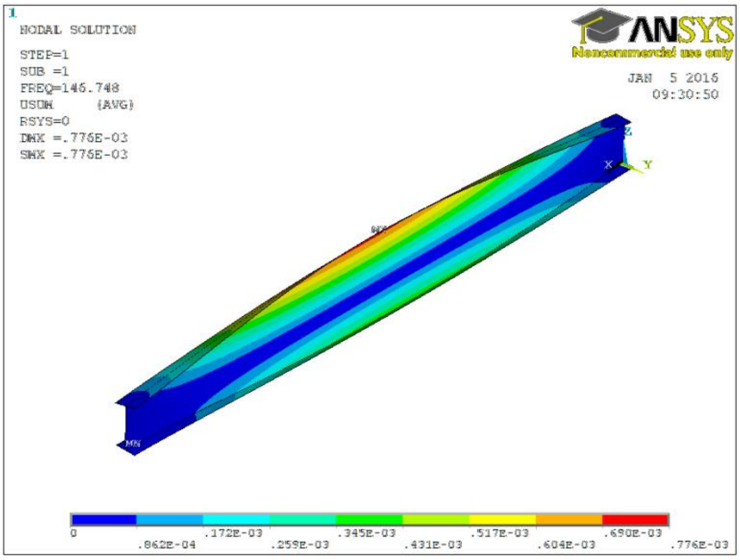
Příklad nosníku dvojose symetrického průřezu uvedený v předcházející části je řešený s použitím programového systému ANSYS 14.0 [60] založeného na metodě konečných prvků (MKP). Tloušťka jednotlivých stěn průřezu je malá ve srovnání s ostatními rozpěry. Pro tento typ prvků jsou vhodné deskostěnové prvky, pro numerickou analýzu je zvolen konečný prvek SHELL181. Průřez, pozice příčného spojitého podepření a zatížení je ve shodě s příkladem z předchozí části. Délka hrany konečného prvku je zvolena 20 mm. Na Obr. B5 je zobrazen detail konečně-prvkového numerického modelu řešeného nosníku v programu ANSYS. Je patrný také způsob uložení, jedná se o tzv. vidlicové uložení, které zabraňuje příčnému posunu nosníku nad podporami, zatímco deplanace průřezu je umožněna. Tyto okrajové podmínky jsou v souladu s dokumentem [68], který popisuje teoretický podklad řešení stability prutů v normě [15].



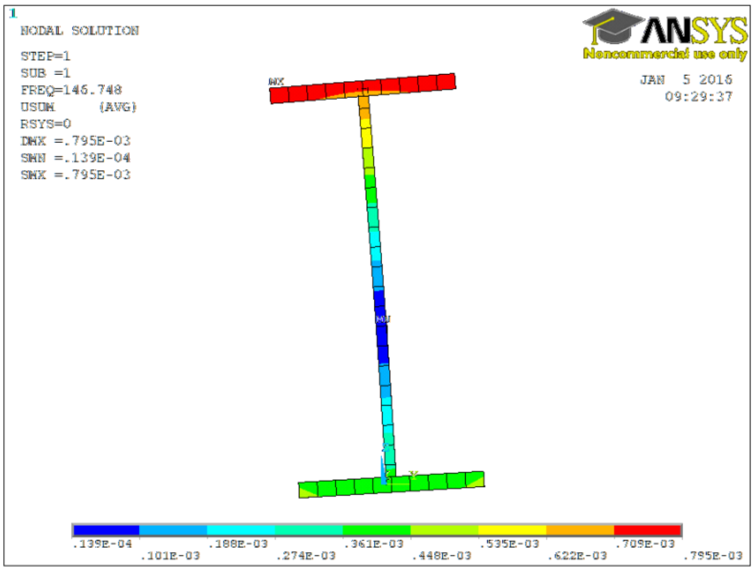
Obr. B5 Numerický model v programu ANSYS

V programu ANSYS je provedena materiálově i geometricky lineární analýza (podle teorie I. řádu) a analýza vlastních tvarů (LBA analýza[15]). Tato analýza poskytla nejnižší kladné vlastní číslo v hodnotě 146,748, jedná se tedy o kritické zatížení a velikosti ≈146,75 kN/m. Tomu odpovídá kritický moment M_{cr} = 458,59 kNm. První kladný vlastní tvar (výsledek analýzy v programu ANSYS) je vyobrazen na Obr. B6.

[15] LBA – Linear Buckling Analysis



Obr. B6 První kladný vlastní tvar



Obr. B7 První kladný vlastní tvar (příčný řez)

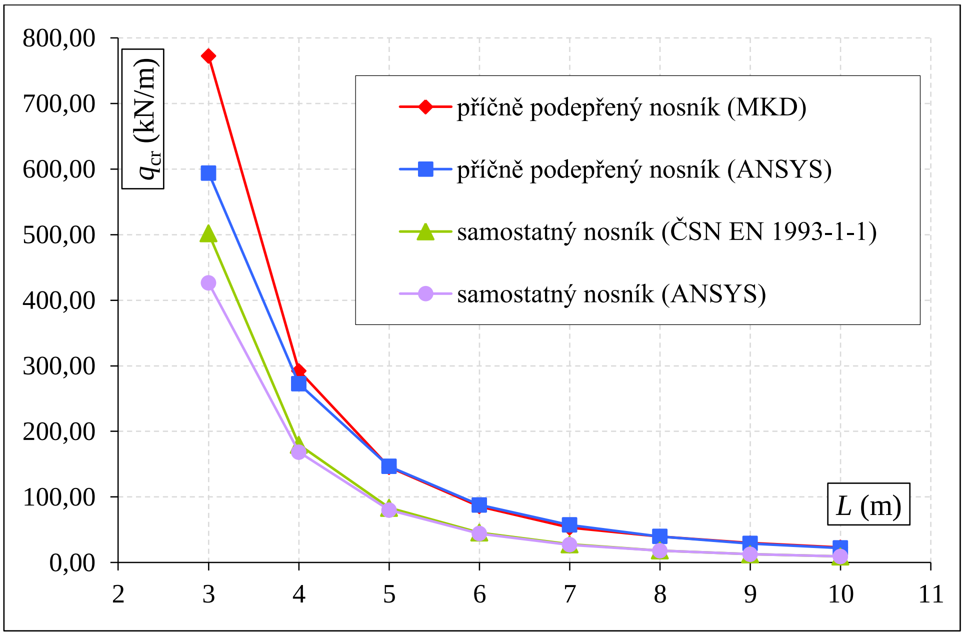
Srovnání s řešením metodou konečných diferencí je v Tab. B1. V posledním řádku tabulky je kritické zatížení odpovídající kritickému momentu určenému podle vztahu (4.2) uvedeného v kapitole 4.

metoda	kritické zatížení q_{cr} (kN/m)
metoda konečných diferencí + QR algoritmus	142,67
metoda konečných prvků (ANSYS)	146,75
vztah (4.2) dle Březiny [5]	141,70

Tab. B1 Srovnání výsledků

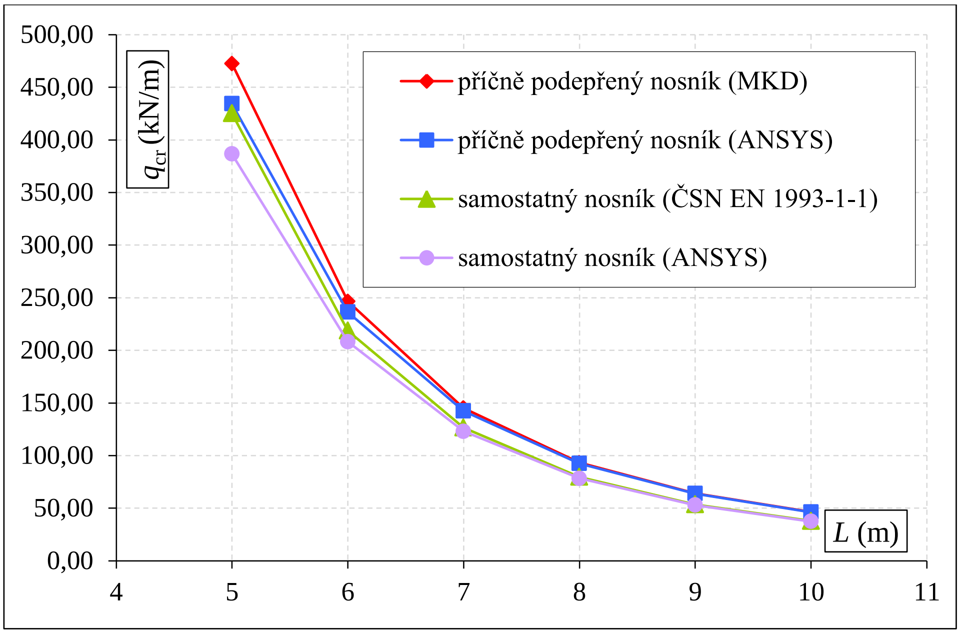
Algoritmizace numerických metod pro výpočet kritického zatížení

Algoritmy metody sítí (pro diskretizaci problému a přechod k maticové formě) a inverzní mocninné metody vyložené v kapitole výše byly naprogramovány v jazyce VBA[16] (programovací jazyk umožňující tvorbu vlastních aplikací v rámci programu MS Excel). Po zadání potřebných vstupních údajů (průřezové charakteristiky, rozpětí, poloha příčného podepření a působiště zatížení, krok dělení intervalu definovaného rozpětím nosníku a požadovaná přesnost iteračního výpočtu) program rozdělí interval rozpětí nosníku na jednotlivé podintervaly, sestaví příslušné matice a vektory a iteračně vypočítá hodnotu kritického zatížení jako řešení problému nejnižšího vlastního čísla dané matice prostřednictvím inverzní mocninné metody. Grafy znázorňují vybrané výsledky (průřez a poloha příčného podepření byly převzaty podle Obr. B3, rozpětí L bylo uvažováno od 3 m do 10 m) – kritická zatížení v kN/m pro nosník s příčným podepřením získaná tímto programem a srovnání s řešením ekvivalentního problému v programu ANSYS. Pro ilustraci jsou v grafu vynesena také kritická zatížení identického samostatného nosníku (bez příčného podepření) získaná analýzou v programu ANSYS a řešením pomocí dokumentu [15] (přes kritický moment M_{cr}). Jsou řešeny dva případy: prosté podepření (Obr. B8) a vetknutí (Obr. B9).



Obr. B8 Srovnání metod výpočtu kritického zatížení – prosté uložení

[16] Visual Basic for Applications



Obr. B9 Srovnání metod výpočtu kritického zatížení – vetknutí

Na uvedených grafech je patrný určitý rozdíl mezi získanými hodnotami kritických zatížení pro malá rozpětí (nízké štíhlosti) nosníků pro výsledky získané metodou konečných prvků a výsledky z vlastního programu. Tento rozdíl lze vysvětlit skutečností, že prostorový model vytvořený v programovém systému ANSYS a řešený metodou konečných prvků dovoluje, aby se projevily lokální problémy stability štíhlých stěn průřezu, které nastávají současně s globálním problémem ztráty stability prutu jako celku a které vedou ke snížení kritického zatížení. U větších rozpětí zcela převládá globální ztráta příčné a torzní stability a rozdíl mezi metodami je minimální. Vzhledem k tomu, že matice soustavy odvozená metodou sítí byla odvozena z diferenciálních rovnic globální stability ohýbaného nosníku (za předpokladu neměnnosti příčného řezu), je přirozené, že uvedené lokální jevy nejsou zohledněny. Pozitivní vliv příčného podepření je na představovaných výsledcích přesto zřetelný.

Příloha C Měření skutečné tloušťky nosníků

Série experimentů I

test I-1	t_i	$\Delta_+ t_i$	$\Delta_- t_i$	$(\Delta t_i)^2$	test I-2	t_i	$\Delta_+ t_i$	$\Delta_- t_i$	$(\Delta t_i)^2$
i	mm	mm	mm	mm^2	i	mm	mm	mm	mm^2
1	2,900		-0,018	0,000324	1	2,930		-0,001	0,000001
2	2,880		-0,038	0,001444	2	2,930		-0,001	0,000001
3	2,950	0,032		0,001024	3	2,940	0,009		0,000081
4	2,930	0,012		0,000144	4	2,930		-0,001	0,000001
5	2,910		-0,008	0,000064	5	2,920		-0,011	0,000121
6	2,900		-0,018	0,000324	6	2,930		-0,001	0,000001
7	2,910		-0,008	0,000064	7	2,940	0,009		0,000081
8	2,940	0,022		0,000484	8	2,930		-0,001	0,000001
9	2,940	0,022		0,000484	9	2,930		-0,001	0,000001
10	2,920	0,002		0,000004	10	2,930		-0,001	0,000001
Σ	29,18	0,09	-0,09	0,00436	Σ	29,31	0,018	-0,018	0,00029
aritmetický průměr			t	2,918 mm	aritmetický průměr			t	2,931 mm
abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00464 mm	abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,0012 mm
zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,005 mm	zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,001 mm
relativní chyba			ρ	0,17 %	relativní chyba			ρ	0,03 %
$t_{obs} = 2{,}918 \pm 0{,}005$ mm, $\rho = 0{,}17$ %					$t_{obs} = 2{,}931 \pm 0{,}001$ mm, $\rho = 0{,}03$ %				

Tab. C1 Vyhodnocení měření tloušťky nosníku testů I-1 a I-2

test I-3	t_i	$\Delta_+ t_i$	$\Delta_- t_i$	$(\Delta t_i)^2$
i	mm	mm	mm	mm^2
1	2,940		-0,005	0,000025
2	2,950	0,005		0,000025
3	2,970	0,025		0,000625
4	2,930		-0,015	0,000225
5	2,940		-0,005	0,000025
6	2,950	0,005		0,000025
7	2,940		-0,005	0,000025
8	2,950	0,005		0,000025
9	2,940		-0,005	0,000025
10	2,940		-0,005	0,000025
Σ	29,45	0,04	-0,04	0,00105
aritmetický průměr			t	2,945 mm
abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00228 mm
zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,002 mm
relativní chyba			ρ	0,07 %
$t_{obs} = 2{,}945 \pm 0{,}002$ mm, $\rho = 0{,}07$ %				

Tab. C2 Vyhodnocení měření tloušťky nosníku testu I-3

Série experimentů II

test II-1	t_i	Δ_+t_i	Δ_-t_i	$(\Delta t_i)^2$	test II-2	t_i	Δ_+t_i	Δ_-t_i	$(\Delta t_i)^2$
i	mm	mm	mm	mm^2	i	mm	mm	mm	mm^2
1	2,880	0,016		0,000256	1	2,850		-0,022	0,000484
2	2,890	0,026		0,000676	2	2,910	0,038		0,001444
3	2,860		-0,004	0,000016	3	2,880	0,008		0,000064
4	2,850		-0,014	0,000196	4	2,850		-0,022	0,000484
5	2,870	0,006		0,000036	5	2,900	0,028		0,000784
6	2,890	0,026		0,000676	6	2,880	0,008		0,000064
7	2,850		-0,014	0,000196	7	2,850		-0,022	0,000484
8	2,850		-0,014	0,000196	8	2,850		-0,022	0,000484
9	2,850		-0,014	0,000196	9	2,850		-0,022	0,000484
10	2,850		-0,014	0,000196	10	2,900	0,028		0,000784
Σ	28,64	0,074	-0,074	0,00264	Σ	28,72	0,11	-0,11	0,00556
aritmetický průměr			t	2,864 mm	aritmetický průměr			t	2,872 mm
abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00361 mm	abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00524 mm
zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,004 mm	zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,005 mm
relativní chyba			ρ	0,14 %	relativní chyba			ρ	0,17 %
t_{obs} = 2,864 ± 0,004 mm, ρ = 0,14 %					t_{obs} = 2,872 ± 0,005 mm, ρ = 0,17 %				

Tab. C3 Vyhodnocení měření tloušťky nosníku testů II-1 a II-2

Série experimentů III

test III-1	t_i	Δ_+t_i	Δ_-t_i	$(\Delta t_i)^2$	test III-2	t_i	Δ_+t_i	Δ_-t_i	$(\Delta t_i)^2$
i	mm	mm	mm	mm^2	i	mm	mm	mm	mm^2
1	2,890	0,005		0,000025	1	2,880		-0,003	0,000009
2	2,900	0,015		0,000225	2	2,870		-0,013	0,000169
3	2,880		-0,005	0,000025	3	2,880		-0,003	0,000009
4	2,880		-0,005	0,000025	4	2,880		-0,003	0,000009
5	2,880		-0,005	0,000025	5	2,900	0,017		0,000289
6	2,880		-0,005	0,000025	6	2,880		-0,003	0,000009
7	2,890	0,005		0,000025	7	2,890	0,007		0,000049
8	2,890	0,005		0,000025	8	2,880		-0,003	0,000009
9	2,900	0,015		0,000225	9	2,890	0,007		0,000049
10	2,860		-0,025	0,000625	10	2,880		-0,003	0,000009
Σ	28,85	0,045	-0,045	0,00125	Σ	28,83	0,031	-0,031	0,00061
aritmetický průměr			t	2,885	aritmetický průměr			t	2,883 mm
abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00248 mm	abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00174 mm
zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,002 mm	zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,002 mm
relativní chyba			ρ	0,07 %	relativní chyba			ρ	0,07 %
t_{obs} = 2,885 ± 0,002 mm, ρ = 0,07 %					t_{obs} = 2,883 ± 0,002 mm, ρ = 0,07 %				

Tab. C4 Vyhodnocení měření tloušťky nosníku testů III-1 a III-2

Série experimentů IV

test IV-1	t_i	Δ_+t_i	Δ_-t_i	$(\Delta t_i)^2$	test IV-2	t_i	Δ_+t_i	Δ_-t_i	$(\Delta t_i)^2$
i	mm	mm	mm	mm^2	i	mm	mm	mm	mm^2
1	2,920		-0,007	0,000049	1	2,910	0,007		0,000049
2	2,930	0,003		0,000009	2	2,880		-0,023	0,000529
3	2,920		-0,007	0,000049	3	2,890		-0,013	0,000169
4	2,940	0,013		0,000169	4	2,890		-0,013	0,000169
5	2,910		-0,017	0,000289	5	2,910	0,007		0,000049
6	2,900		-0,027	0,000729	6	2,920	0,017		0,000289
7	2,890		-0,037	0,001369	7	2,900		-0,003	0,000009
8	2,990	0,063		0,003969	8	2,890		-0,013	0,000169
9	2,940	0,013		0,000169	9	2,920	0,017		0,000289
10	2,930	0,003		0,000009	10	2,920	0,017		0,000289
Σ	29,27	0,095	-0,095	0,00681	Σ	29,03	0,065	-0,065	0,00201
aritmetický průměr			t	2,927 mm	aritmetický průměr			t	2,903 mm
abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,0058 mm	abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00315 mm
zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,006 mm	zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,003 mm
relativní chyba			ρ	0,20 %	relativní chyba			ρ	0,10 %
t_{obs} = 2,927 ± 0,006 mm, ρ = 0,20 %					t_{obs} = 2,903 ± 0,003 mm, ρ = 0,10 %				

Tab. C5 Vyhodnocení měření tloušťky nosníku testů IV-1 a IV-2

Série experimentů V

test V-1	t_i	Δ_+t_i	Δ_-t_i	$(\Delta t_i)^2$	test V-2	t_i	Δ_+t_i	Δ_-t_i	$(\Delta t_i)^2$
i	mm	mm	mm	mm^2	i	mm	mm	mm	mm^2
1	2,900	0,013		0,000169	1	2,910	0,025		0,000625
2	2,910	0,023		0,000529	2	2,910	0,025		0,000625
3	2,880		-0,007	0,000049	3	2,900	0,015		0,000225
4	2,910	0,023		0,000529	4	2,900	0,015		0,000225
5	2,900	0,013		0,000169	5	2,900	0,015		0,000225
6	2,910	0,023		0,000529	6	2,880		-0,005	0,000025
7	2,870		-0,017	0,000289	7	2,860		-0,025	0,000625
8	2,870		-0,017	0,000289	8	2,880		-0,005	0,000025
9	2,860		-0,027	0,000729	9	2,860		-0,025	0,000625
10	2,860		-0,027	0,000729	10	2,850		-0,035	0,001225
Σ	28,87	0,095	-0,095	0,00401	Σ	28,85	0,095	-0,095	0,00445
aritmetický průměr			t	2,887 mm	aritmetický průměr			t	2,885 mm
abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00445 mm	abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00469 mm
zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,004 mm	zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,005 mm
relativní chyba			ρ	0,214 %	relativní chyba			ρ	0,17 %
t_{obs} = 2,887 ± 0,004 mm, ρ = 0,14 %					t_{obs} = 2,885 ± 0,005 mm, ρ = 0,17 %				

Tab. C6 Vyhodnocení měření tloušťky nosníku testů V-1 a V-2

Série experimentů VI

test VI-1	t_i	$\Delta_+ t_i$	$\Delta_- t_i$	$(\Delta t_i)^2$	test VI-2	t_i	$\Delta_+ t_i$	$\Delta_- t_i$	$(\Delta t_i)^2$
i	mm	mm	mm	mm^2	i	mm	mm	mm	mm^2
1	2,920	0,021		0,000441	1	2,920	0,007		0,000049
2	2,910	0,011		0,000121	2	2,910		-0,003	0,000009
3	2,880		-0,019	0,000361	3	2,910		-0,003	0,000009
4	2,910	0,011		0,000121	4	2,910		-0,003	0,000009
5	2,910	0,011		0,000121	5	2,920	0,007		0,000049
6	2,920	0,021		0,000441	6	2,920	0,007		0,000049
7	2,880		-0,019	0,000361	7	2,920	0,007		0,000049
8	2,880		-0,019	0,000361	8	2,910		-0,003	0,000009
9	2,890		-0,009	0,000081	9	2,900		-0,013	0,000169
10	2,890		-0,009	0,000081	10	2,910		-0,003	0,000009
Σ	28,99	0,075	-0,075	0,00249	Σ	29,13	0,028	-0,028	0,00041
aritmetický průměr			t	2,899 mm	aritmetický průměr			t	2,913 mm
abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00351 mm	abs. pravděpodobná chyba			ϑ	0,00142 mm
zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,004 mm	zaokr. abs. pravd. chyba			ϑ	0,001 mm
relativní chyba			ρ	0,14 %	relativní chyba			ρ	0,03 %
t_{obs} = 2,899 ± 0,004 mm, ρ = 0,14 %					t_{obs} = 2,913 ± 0,001 mm, ρ = 0,03 %				

Tab. C7 Vyhodnocení měření tloušťky nosníku testů VI-1 a VI-2

Příloha D Příklad statického výpočtu a posouzení tenkostěnné ocelové vaznice stabilizované sendvičovými panely

Modelový příklad je zaměřen na konstrukční návrh, statický výpočet a posouzení tenkostěnné ocelové vaznice tvaru Z s využitím stabilizace plošnými prvky opláštění. V příkladu budou také uplatněny poznatky získané v rámci experimentálního výzkumu shrnutého v této práci. Postup bude proveden v souladu s aktuálně platnými normami pro navrhování ocelových konstrukcí, a to zejména se základní normou [15], normou pro ocelové tenkostěnné za studena tvarované prvky a plošné profily [18] a normou pro výpočet boulení stěn [24].

Příklad je zpracován pro ocelovou tenkostěnnou vaznici působící jako prostý nosník a namáhanou pouze ohybem. V praxi je obvyklé také navrhování tenkostěnných vaznic jako spojité nosníky, pro zjednodušení a vystižení podstaty je pro modelový příklad přijat předpoklad prostého nosníku. Dále je nutno dodat, že prakticky mohou být vaznice, vedle ohybového momentu, namáhány i tlakovou silou (vyplývající např. z působení větru na čelní stěnu, příp. vyplývající z funkce příčného střešního ztužidla).

V rámci příkladu je předpokládáno, že uložení vaznice je navrženo tak, že zabraňuje distorzi stojiny a přenese lokální příčnou sílu, takže není nutné posuzovat lokální únosnost stojiny vaznice.

U za studena tvarovaných profilů je nutno věnovat pozornost vlastnostem materiálu – mezi kluzu a mezi pevnosti. Jejich jmenovité hodnoty lze převzít z tabulky v [18]. Pro ocel S220 GD+Z platí:

Základní mez kluzu $f_{\mathrm{yb}} = 220\ \mathrm{MPa}$

Mez pevnosti $f_{\mathrm{u}} = 300\ \mathrm{MPa}$

Tvarování za studena ovlivňuje vlastnosti materiálu. Zvýšenou průměrnou mez kluzu f_{ya} lze určit z následujícího vztahu, kde A_{g} je celková plocha průřezu, k je součinitel dle způsobu tvarování (k = 7 pro válcování, k = 5 pro jiné způsoby), n je počet pravoúhlých ohybů v příčném řezu s poloměrem $r \leq 5 \cdot t$ a t je tloušťka materiálu bez kovových povlaků.

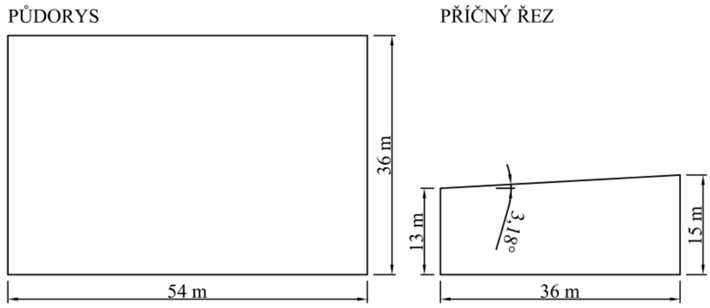
$$f_{\mathrm{ya}} = f_{\mathrm{yb}} + \left(f_{\mathrm{u}} - f_{\mathrm{yb}}\right) \cdot \frac{k \cdot n \cdot t^2}{A_{\mathrm{g}}}, \text{ ale } f_{\mathrm{ya}} \leq \frac{f_{\mathrm{u}} + f_{\mathrm{yb}}}{2}$$

Ve vztazích v normě [18], kde je mez kluzu specifikována jako f_{y}, lze použít průměrnou mez kluzu f_{ya}. V ostatních případech se použije základní mez kluzu f_{yb}.

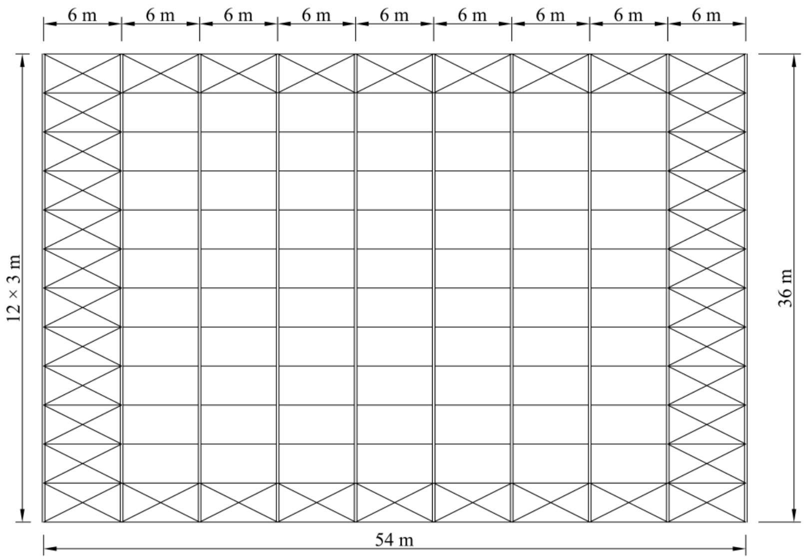
D.1 Charakteristika, zatěžovací stavy, kombinace zatěžovacích stavů

Charakteristika objektu

Budova má pravoúhlý půdorys a plochou střechu (Obr. D1). Je umístěna v II. sněhové oblasti a II. větrové oblasti. Kategorie terénu je uvažována III.



Obr. D1 Rozměry řešeného objektu



Obr. D2 Schematická dispozice střešní konstrukce

Rozpětí vaznice $L = 6$ m Zatěžovací šířka jedné vaznice $B = 3$ m

Klimatická zatížení

Zatížení sněhem

Zatížení je určeno v souladu s [69]:

Sklon střechy $\alpha = 3{,}18°$

Tvarový součinitel $\mu_1 = 0{,}80$ (sklon střechy menší než 30°)

Základní tíha sněhu $s_k = 1{,}00$ kN/m^2 (oblast II)

Součinitel expozice $C_e = 1{,}00$ (normální krajina) Tepelný součinitel $C_t = 1{,}00$

Charakt. Hodnota zatížení sněhem $s = \mu_1 \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k = 0{,}8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1{,}00 = 0{,}80 \text{ kN/m}^2$

Zatížení větrem

Zatížení je určeno v souladu s [70]:

Výchozí základní rychlost větru $v_{b,0} = 25{,}00$ m/s (oblast II)

Součinitel směru $c_{dir} = 1{,}00$

Součinitel období $c_{season} = 1{,}00$

Základní rychlost větru $v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0} = 1 \cdot 1 \cdot 25 = 25{,}00 \text{ m/s}$

Součinitel orografie $c_o(z) = 1{,}00$

Parametry terénu (kategorie II) $z_0 = 0{,}3 \text{ m}$ $z_{min} = 5{,}00 \text{ m}$

Součinitel terénu $k_r = 0{,}19 \cdot \left(\dfrac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07} = 0{,}19 \cdot \left(\dfrac{0{,}3}{0{,}05}\right)^{0,07} = 0{,}215$

Součinitel drsnosti $c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\dfrac{z}{z_0}\right) = 0{,}215 \cdot \ln\left(\dfrac{15}{0{,}3}\right) = 0{,}841$

Střední rychlost větru $v_m(z) = c_r(z) \cdot c_o(z) \cdot v_b = 0{,}841 \cdot 1 \cdot 25{,}00 = 21{,}03 \text{ m/s}$

Součinitel turbulence $k_I = 1{,}00$

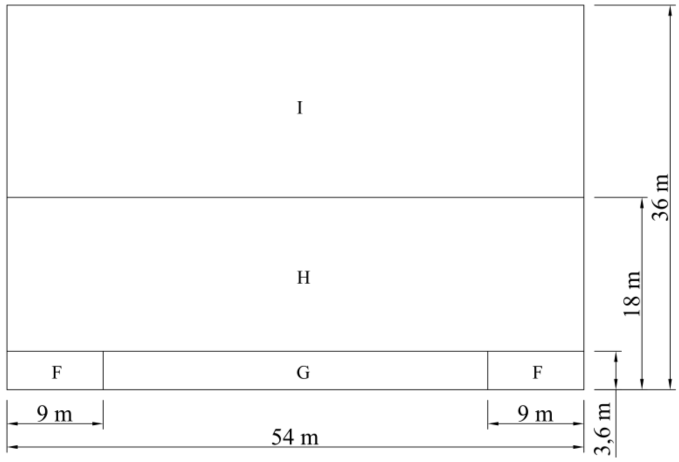
Intenzita turbulence $I_v(z) = \dfrac{k_I}{c_o(z) \cdot \ln\left(\dfrac{z}{z_0}\right)} = \dfrac{1{,}00}{1{,}00 \cdot \ln\left(\dfrac{15}{0{,}03}\right)} = 0{,}256$

Měrná hmotnost vzduchu $\rho = 1{,}25 \text{ kg/m}^3$

Maximální dynamický tlak

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z) = [1 + 7 \cdot 0{,}256] \cdot \frac{1}{2} \cdot 1{,}25 \cdot 21{,}03^2 = 771{,}75 \text{ N/m}^2 = 0{,}772 \text{ kN/m}^2$$

Ploché střechy jsou definovány sklonem -5° ≤ α ≤ 5°. Střecha je rozdělena na zatěžovací oblasti podle Obr. D3. Vaznice bude navržena pro oblast G.



Obr. D3 Zatěžovací oblasti střechy

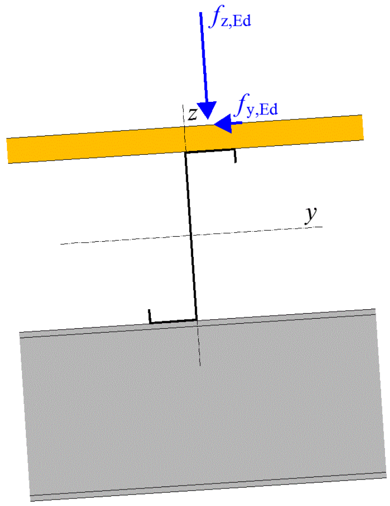
Menší z hodnot b nebo $2 \cdot h$ $\quad e = \min(b;2 \cdot h) = \min(54;36) = 36$ m

Součinitel vnějšího tlaku větru $\quad C_{\mathrm{pe},10} = -1{,}20$ (oblast G)

Tlak větru $\quad w = C_{\mathrm{pe},10} \cdot q_p(z) = -1{,}20 \cdot 0{,}772 = -0{,}926\ \mathrm{kN/m^2}$

Zatěžovací stavy

Vaznice je ve sklonu α = 3,81°. Zatížení bude rozpočítáno do složek ve směru os y a z.



Obr. D4 Souřadný systém

ZS1 Stálé zatížení a vlastní tíha vaznice

	kg/m	kg/m^2	kN/m^2	kN/m
sendvičové panely		8,60	0,086	0,258
vlastní tíha vaznice	12,36			0,124

celkem $\quad g_k =$ 0,382 kN/m

Složka ve směru osy y $g_{y,\mathrm{k}} = g_\mathrm{k} \cdot \sin\alpha = 0{,}382 \cdot \sin 3{,}18 = 0{,}021\ \mathrm{kN/m}$

Složka ve směru osy z $g_{z,\mathrm{k}} = g_\mathrm{k} \cdot \cos\alpha = 0{,}382 \cdot \cos 3{,}18 = 0{,}381\ \mathrm{kN/m}$

ZS2 Sníh

Charakteristická hodnota $s_\mathrm{k} = s \cdot B = 0{,}80 \cdot 3{,}0 = 2{,}40\ \mathrm{kN/m}$

Složka ve směru osy y $s_{y,\mathrm{k}} = s_\mathrm{k} \cdot \sin\alpha = 2{,}40 \cdot \sin 3{,}18 = 0{,}133\ \mathrm{kN/m}$

Složka ve směru osy z $s_{z,\mathrm{k}} = s_\mathrm{k} \cdot \cos\alpha = 2{,}40 \cdot \cos 3{,}18 = 2{,}396\ \mathrm{kN/m}$

ZS3 Vítr

Charakteristická hodnota $w_\mathrm{k} = w \cdot B = -0{,}926 \cdot 3{,}0 = -2{,}778\ \mathrm{kN/m}$

Složka ve směru osy y $w_{y,\mathrm{k}} = 0{,}00\ \mathrm{kN/m}$

Složka ve směru osy z $w_{z,\mathrm{k}} = w_\mathrm{k} = -2{,}778\ \mathrm{kN/m}$

Kombinace zatěžovacích stavů pro mezní stav únosnosti

Kombinace zatěžovacích stavů jsou vytvořeny podle rovnice 6.10 [59].

Souč. stálého zatížení $\gamma_\mathrm{G} = 1{,}35$ Souč. proměnného zatížení $\gamma_\mathrm{Q} = 1{,}50$

$\gamma_\mathrm{G} = 1{,}00$ $\gamma_\mathrm{Q} = 0{,}00$

Kombinace 1

$$f_{y,\mathrm{Ed}} = g_{y,\mathrm{k}} \cdot 1{,}35 + s_{y,\mathrm{k}} \cdot 1{,}50 = 0{,}021 \cdot 1{,}35 + 0{,}133 \cdot 1{,}50 = 0{,}228\ \mathrm{kN/m}$$

$$f_{z,\mathrm{Ed}} = g_{z,\mathrm{k}} \cdot 1{,}35 + s_{z,\mathrm{k}} \cdot 1{,}50 = 0{,}381 \cdot 1{,}35 + 2{,}396 \cdot 1{,}50 = 4{,}108\ \mathrm{kN/m}$$

Kombinace 2

$$f_{y,\mathrm{Ed}} = g_{y,\mathrm{k}} \cdot 1.00 + w_{y,\mathrm{k}} \cdot 1.50 = 0{,}021 \cdot 1{,}00 + 0{,}000 \cdot 1{,}50 = 0{,}021\ \mathrm{kN/m}$$

$$f_{z,Ed} = g_{z,\mathrm{k}} \cdot 1{,}00 + w_{z,\mathrm{k}} \cdot 1{,}50 = 0{,}381 \cdot 1{,}00 + (-2{,}778) \cdot 1{,}50 = -3{,}786\ \mathrm{kN/m}$$

Předpokládá se, že střešní plášť je tuhý a vaznice bude přenášet pouze ohybový moment okolo osy y rovnoběžné s pláštěm.

Návrhové ohybové momenty

Kombinace 1 $M_{y,\mathrm{Ed}} = \frac{1}{8} \cdot f_{z,\mathrm{Ed}} \cdot L^2 = \frac{1}{8} \cdot 4{,}108 \cdot 6^2 = 18{,}49\ \mathrm{kNm}$

Kombinace 2 $M_{y,\mathrm{Ed}} = \frac{1}{8} \cdot f_{z,\mathrm{Ed}} \cdot L^2 = \frac{1}{8} \cdot -3{,}786 \cdot 6^2 = -17{,}04\ \mathrm{kNm}$

Kladný moment z kombinace 1 způsobuje tah v dolní (volné) pásnici vaznice a tlak v horní (připojené) pásnice vaznice. Při záporném momentu z kombinace 2 se působení zamění, volná pásnice bude tlačena. Posouzení bude provedeno pro obě kombinace.

Návrh průřezu

Je navržen průřez Z300-3 z oceli S220 GD+Z s povrchovou úpravou pozinkováním Z275 (275 g/m^2). Jako návrhová tloušťka t je uvažována tloušťka jádra profilu t_{cor}. Na základě měření nosníků (měření jsou shrnuta v příloze C) je skutečná tloušťka jádra uvažována jako průměr ze všech provedených měření tloušťky profilu Z300-3, což poskytuje hodnotu t_{cor} = 2,84 mm. Vliv zaoblení průřezu v rozích je zanedbán (vnitřní poloměr zaoblení splňuje podmínky $r \leq 5 \cdot t$ a $r \leq 0{,}1 \cdot b_{\mathrm{p}}$) – lze předpokládat, že se průřez skládá z rovinných částí s ostrými rohy. Při určení materiálových charakteristik za studena tvarovaného profilu se pro nosníky použité v rámci experimentálního ověřování uplatní k = 5 a n = 4.

Základní mez kluzu $f_{\mathrm{yb}} = 220\ \mathrm{MPa}$ Mez pevnosti $f_{\mathrm{u}} = 300\ \mathrm{MPa}$

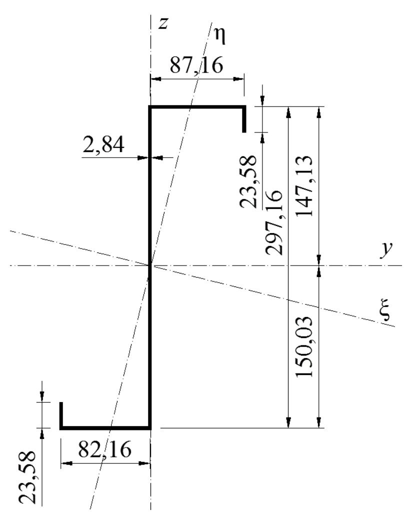
Průměrná mez kluzu

$$f_{\mathrm{ya}} = f_{\mathrm{yb}} + \left(f_{\mathrm{u}} - f_{\mathrm{yb}}\right) \cdot \frac{k \cdot n \cdot t^2}{A_{\mathrm{g}}} =$$

$$= 220 + \left(300 - 220\right) \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 2{,}84^2}{1458{,}738} = 228{,}85\ \mathrm{MPa}$$

Pro výpočet průřezových charakteristik je s výhodou využita příloha C normy [18], která poskytuje pomůcky k výpočtu průřezových charakteristik tenkostěnných profilů.

vybrané průřezové charakteristiky plného průřezu	
průřezová plocha	A = 1458,738 mm^2
souřadnice těžiště	z_{gc} = 150,026 mm
souřadnice těžiště	y_{gc} = 83,214 mm
souřadnice středu smyku	z_{sc} = 160,987mm
souřadnice středu smyku	y_{sc} = 83,707 mm
moment setrvačnosti k ose y	I_y = 19335172,404 mm^4
moment setrvačnosti k ose z	I_z = 2111019,307 mm^4
deviační moment setrvačnosti	I_{yz} = 4575832,606 mm^4
úhel odklonu hlavních os setrvačnosti	α = –13,99°
moment setrvačnosti k hlavní ose ξ	I_ξ = 20475331,830 mm^4
moment setrvačnosti k hlavní ose η	I_η = 970859,880 mm^4



Tab. D1 Průřezové charakteristiky plného průřezu

D.2 Mezní stav únosnosti

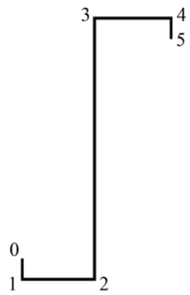
Posouzení na kladný ohybový moment

Ohybový moment $M_{y,\mathrm{Ed}} = 18{,}49\ \mathrm{kNm}$

Průřezové moduly $W_{y,\mathrm{d}} = \dfrac{I_y}{z_{\mathrm{gc1}}} = \dfrac{19335172{,}404}{150{,}026} = 128878{,}81\ \mathrm{mm}^3$

$$W_{y,\mathrm{h}} = \frac{I_y}{z_{\mathrm{gc1}}} = \frac{19335172{,}404}{147{,}134} = 131412{,}00\ \mathrm{mm}^3$$

Normálová napětí od ohybu v jednotlivých bodech průřezu



Obr. D5 Body průřezu

$$\sigma_{0,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y} \cdot z_0 = \frac{18490}{19335172{,}404 \cdot 10^{-6}} \cdot 0{,}126446 = 120{,}92\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{1,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y} \cdot z_1 = \frac{18490}{19335172{,}404 \cdot 10^{-6}} \cdot 0{,}150026 = 143{,}47\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{2,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y} \cdot z_2 = \frac{18490}{19335172{,}404 \cdot 10^{-6}} \cdot 0{,}150026 = 143{,}47\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{3,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y} \cdot z_3 = \frac{18490}{19335172{,}404 \cdot 10^{-6}} \cdot \left(-0{,}147134\right) = -140{,}70\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{4,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y} \cdot z_4 = \frac{27600}{19335172{,}404 \cdot 10^{-6}} \cdot \left(-0{,}147134\right) = -140{,}70\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{5,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y} \cdot z_5 = \frac{27600}{19335172{,}404 \cdot 10^{-6}} \cdot \left(-0{,}123554\right) = -118{,}15\ \mathrm{MPa}$$

Zatřídění průřezu

Součinitel $\varepsilon = \sqrt{\dfrac{235}{f_y}} = \sqrt{\dfrac{235}{220}} = 1{,}03$

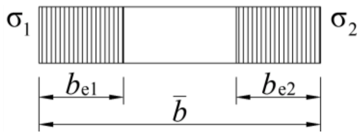
Stojina $\dfrac{c}{t} = \dfrac{297{,}16}{2{,}84} = 104{,}63 < 124 \cdot \varepsilon = 127{,}72$ třída 3

Pásnice $\dfrac{c}{t} = \dfrac{87{,}16}{2{,}84} = 30{,}7 < 42 \cdot \varepsilon = 42{,}84$ třída 3

Průřez je třídy 3. V rámci tohoto případu není třeba provést analýzu lokálního boulení. Další výpočet je pouze formální a ukazuje postup při případném použití oceli vyšší pevnosti, což by vedlo k vyšším poměrným štíhlostem tenkých stěn.

Analýza lokálního boulení

Horní pásnice (řešeno jako vnitřní tlačená část) $\bar{b} = 87{,}16\ \mathrm{mm}$



$\sigma_1 = -140{,}70\ \mathrm{MPa} \quad \sigma_2 = -140{,}70\ \mathrm{MPa}$

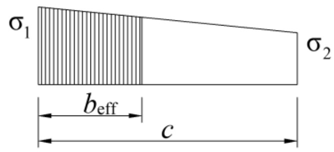
$\psi = \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1} = \dfrac{-140{,}70}{-140{,}70} = 1 \qquad k_\sigma = 4$

$$\bar{\lambda}_\mathrm{p} = \frac{\frac{\bar{b}}{t}}{28{,}4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{\frac{87{,}16}{2{,}84}}{28{,}4 \cdot 1{,}03 \cdot \sqrt{4}} = 0{,}524$$

$\bar{\lambda}_\mathrm{p} = 0{,}524 < 0{,}5 + \sqrt{0{,}085 - 0{,}055 \cdot \psi} = 0{,}673 \qquad \rho = 1{,}00$

$b_\mathrm{eff} = \rho \cdot \bar{b} = 1{,}00 \cdot 87{,}16 = 87{,}16\ \mathrm{mm}$

Horní okrajová výztuha (řešeno jako přečnívající tlačená část) $c = 23{,}58\ \mathrm{mm}$



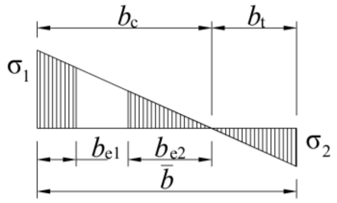
$\sigma_1 = -140{,}70\ \mathrm{MPa} \qquad \sigma_2 = -118{,}15\ \mathrm{MPa}$

$\psi = \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1} = \dfrac{-118{,}15}{-140{,}70} = 0{,}84 \qquad k_\sigma = \dfrac{0{,}578}{\psi + 0{,}34} = \dfrac{0{,}578}{0{,}84 + 0{,}34} = 0{,}49$

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{p}} = \frac{\dfrac{c}{t}}{28{,}4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma}}} = \frac{\dfrac{23{,}58}{2{,}84}}{28{,}4 \cdot 1{,}03 \cdot \sqrt{0{,}49}} = 0{,}405$$

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{p}} = 0{,}405 < 0{,}748 \qquad \rho = 1{,}00 \qquad c_{\mathrm{eff}} = \rho \cdot c = 1{,}00 \cdot 23{,}58 = 23{,}58\ \mathrm{mm}$$

Stojina (řešeno jako vnitřní tlačená část) $\bar{b} = 297{,}16$ mm



$$\sigma_1 = -140{,}70\ \mathrm{MPa} \qquad \sigma_2 = 143{,}47\ \mathrm{MPa}$$

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{143{,}47}{-140{,}70} = -1{,}02 \qquad k_{\sigma} = 5{,}98 \cdot (1-\psi)^2 = 24{,}40$$

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{p}} = \frac{\dfrac{\bar{b}}{t}}{28{,}4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma}}} = \frac{\dfrac{297{,}16}{2{,}84}}{28{,}4 \cdot 1{,}03 \cdot \sqrt{24{,}40}} = 0{,}724$$

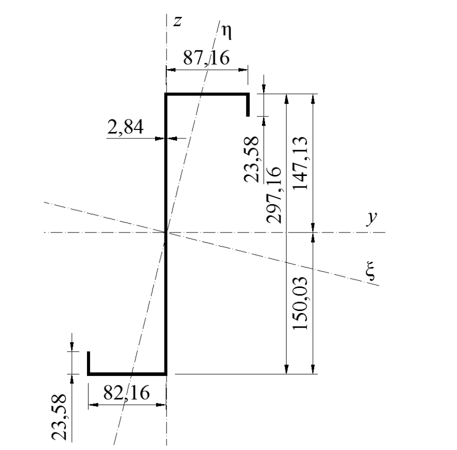
$$\bar{\lambda}_{\mathrm{p}} = 0{,}724 < 0{,}5 + \sqrt{0{,}085 - 0{,}055 \cdot \psi} = 0{,}875$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_{\mathrm{p}} - 0{,}055 \cdot (3+\psi)}{\bar{\lambda}_{\mathrm{p}}^2} = \frac{0{,}724 - 0{,}055 \cdot (3-1{,}02)}{0{,}724^2} = 1{,}173 \rightarrow \rho = 1{,}0$$

$$b_{\mathrm{eff}} = \frac{\rho \cdot \bar{b}}{1-\psi} = \frac{1{,}0 \cdot 297{,}16}{1+1{,}02} = 147{,}13\ \mathrm{mm}$$

$$b_{\mathrm{e1}} = 0{,}4 \cdot b_{\mathrm{eff}} = 0{,}4 \cdot 147{,}13 = 58{,}85\ \mathrm{mm} \qquad b_{\mathrm{e2}} = 0{,}6 \cdot b_{\mathrm{eff}} = 0{,}6 \cdot 147{,}11 = 88{,}28\ \mathrm{mm}$$

vybrané průřezové charakteristiky efektivního průřezu	
průřezová plocha	A_{eff} = 1458,738mm^2
souřadnice těžiště	z_{gc} = 150,026 mm
souřadnice těžiště	y_{gc} = 83,214 mm
moment setrvačnosti k ose y	$I_{\mathrm{eff},y}$ = 19335172,404 mm^4
moment setrvačnosti k ose z	$I_{\mathrm{eff},z}$ = 2111019,307 mm^4
deviační moment setrvačnosti	I_{yz} = 4575832,606 mm^4
úhel odklonu hlavních os setrvačnosti	α = –13,99°
moment setrvačnosti k hlavní ose ξ	I_{ξ} = 20475331,830 mm^4
moment setrvačnosti k hlavní ose η	I_{η} = 970859,880 mm^4



Tab. D2 Efektivní průřezové charakteristiky pro lokální boulení

Posouzení podepřené pásnice

Posouzení se provede v následujícím tvaru (za předpokladu, že $N_{\mathrm{Ed}} = 0$).

Podmínka $\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = \dfrac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} \le \dfrac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}$

Výpočet $M_{y,\mathrm{Ed}} = 18{,}49\ \mathrm{kNm}$

$$W_{\mathrm{eff},y} = \frac{I_{\mathrm{eff},y}}{z_{\mathrm{gc2}}} = \frac{19335172{,}404}{147{,}130} = 131415{,}57\ \mathrm{mm}^3$$

$$\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} = \frac{18490}{131415{,}57 \cdot 10^{-3}} = 140{,}70\ \mathrm{MPa}$$

Posouzení $\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = 140{,}70\ \mathrm{MPa} \le \dfrac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} = \dfrac{228{,}85}{1{,}00} = 228{,}85\ \mathrm{MPa}$ vyhovuje

Využití $\eta = \dfrac{\sigma_{\max,\mathrm{Ed}}}{\dfrac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} = \dfrac{140{,}70}{\dfrac{228{,}85}{1{,}00}} = 0{,}61$

Posouzení volné pásnice

Posouzení volné pásnice se obecně provede v následujícím tvaru (za předpokladu, že $N_{\mathrm{Ed}} = 0$). Kromě ohybu okolo osy y se v obecném případě uplatní také příčný ohyb a kroucení, které je zavedeno prostřednictvím ekvivalentního příčného zatížení volné pásnice $q_{\mathrm{h,Ed}}$, z něhož vyplyne moment $M_{\mathrm{fz,Ed}}$. V případě, že je volná pásnice tažená, lze moment $M_{\mathrm{fz,Ed}}$ zanedbat.

Podmínka $\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = \dfrac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} + \dfrac{M_{\mathrm{fz,Ed}}}{W_{\mathrm{fz}}} \le \dfrac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}$

Výpočet $M_{y,\mathrm{Ed}} = 18{,}49\ \mathrm{kNm}$

$$W_{\mathrm{eff},y} = \frac{I_{\mathrm{eff},y}}{z_{\mathrm{gc1}}} = \frac{19335172{,}404}{150{,}03} = 128875{,}37\ \mathrm{mm}^3$$

$$\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} = \frac{18490}{128875{,}37 \cdot 10^{-3}} = 143{,}47\ \mathrm{MPa}$$

Posouzení $\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = 143{,}47\ \mathrm{MPa} \le \dfrac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} = \dfrac{228{,}85}{1{,}00} = 228{,}85\ \mathrm{MPa}$ vyhovuje

Využití $\eta = \dfrac{\sigma_{\max,\mathrm{Ed}}}{\dfrac{f_\mathrm{y}}{\gamma_\mathrm{M1}}} = \dfrac{143{,}47}{\dfrac{228{,}85}{1{,}00}} = 0{,}63$

Posouzení na záporný ohybový moment

Ohybový moment $M_{y,\mathrm{Ed}} = -17{,}04\ \mathrm{kNm}$

Průřezové moduly $W_{y,\mathrm{d}} = \dfrac{I_y}{z_\mathrm{gc1}} = \dfrac{19335172{,}404}{150{,}026} = 128878{,}81\ \mathrm{mm}^3$

$$W_{y,\mathrm{h}} = \frac{I_y}{z_\mathrm{gc1}} = \frac{19335172{,}404}{147{,}134} = 131412{,}00\ \mathrm{mm}^3$$

Normálová napětí od ohybu v jednotlivých bodech průřezu

$$\sigma_{0,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y}\cdot z_0 = \frac{-17040}{19335172{,}404\cdot 10^{-6}}\cdot 0{,}126446 = -111{,}43\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{1,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y}\cdot z_1 = \frac{-17040}{19335172{,}404\cdot 10^{-6}}\cdot 0{,}150026 = -132{,}22\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{2,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y}\cdot z_2 = \frac{-17040}{19335172{,}404\cdot 10^{-6}}\cdot 0{,}150026 = -132{,}22\ \mathrm{MPa}$$

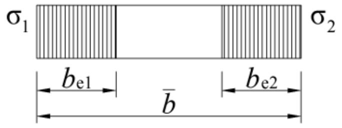
$$\sigma_{3,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y}\cdot z_3 = \frac{-17040}{19335172{,}404\cdot 10^{-6}}\cdot \left(-0{,}147134\right) = 129{,}67\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{4,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y}\cdot z_4 = \frac{-17040}{19335172{,}404\cdot 10^{-6}}\cdot \left(-0{,}147134\right) = 129{,}67\ \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{5,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{I_y}\cdot z_5 = \frac{-17040}{19335172{,}404\cdot 10^{-6}}\cdot \left(-0{,}123554\right) = 108{,}89\ \mathrm{MPa}$$

Analýza lokálního boulení

Dolní pásnice (řešeno jako vnitřní tlačená část) $\bar{b} = 82{,}16\ \mathrm{mm}$



$\sigma_1 = -132{,}22\ \mathrm{MPa}$ $\sigma_2 = -132{,}22\ \mathrm{MPa}$

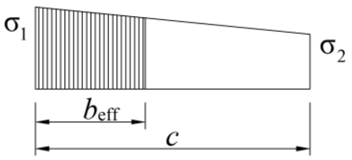
$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-132{,}22}{-1932{,}22} = 1 \qquad k_\sigma = 4$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\frac{\bar{b}}{t}}{28{,}4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{\frac{82{,}16}{2{,}84}}{28{,}4 \cdot 1{,}03 \cdot \sqrt{4}} = 0{,}494$$

$$\bar{\lambda}_p = 0{,}494 < 0{,}5 + \sqrt{0{,}085 - 0{,}055 \cdot \psi} = 0{,}673 \qquad \rho = 1{,}00$$

$$b_{eff} = \rho \cdot \bar{b} = 1{,}00 \cdot 82{,}16 = 82{,}16 \text{ mm}$$

Dolní okrajová výztuha (řešeno jako přečnívající tlačená část) $c = 23{,}58$ mm



$$\sigma_1 = -132{,}22 \text{ MPa} \qquad \sigma_2 = -111{,}43 \text{ MPa}$$

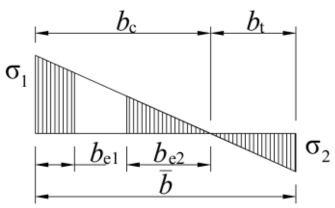
$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{-111{,}43}{-132{,}22} = 0{,}84 \qquad k_\sigma = \frac{0{,}578}{\psi + 0{,}34} = \frac{0{,}578}{0{,}84 + 0{,}34} = 0{,}49$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\frac{c}{t}}{28{,}4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{\frac{23{,}58}{2{,}84}}{28{,}4 \cdot 1{,}03 \cdot \sqrt{0{,}49}} = 0{,}405$$

$$\bar{\lambda}_p = 0{,}405 < 0{,}748 \qquad \rho = 1{,}00$$

$$c_{eff} = \rho \cdot c = 1{,}00 \cdot 23{,}58 = 23{,}58 \text{ mm}$$

Stojina (řešeno jako vnitřní tlačená část) $\bar{b} = 297{,}16$ mm



$$\sigma_1 = -132{,}22 \text{ MPa} \qquad \sigma_2 = 129{,}67 \text{ MPa}$$

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{129{,}67}{-132{,}22} = -0{,}98 \qquad k_\sigma = 5{,}98 \cdot (1 - \psi)^2 = 23{,}37$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\frac{\bar{b}}{t}}{28{,}4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{\frac{297{,}16}{2{,}84}}{28{,}4 \cdot 1{,}03 \cdot \sqrt{23{,}37}} = 0{,}735$$

$$\overline{\lambda}_{\mathrm{p}} = 0{,}735 < 0{,}5 + \sqrt{0{,}085 - 0{,}055 \cdot \psi} = 0{,}873$$

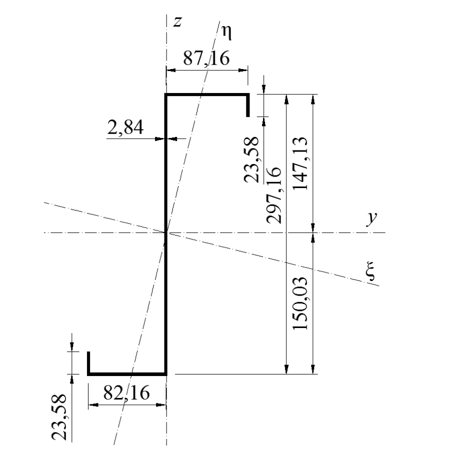
$$\rho = \frac{\overline{\lambda}_{\mathrm{p}} - 0{,}055 \cdot (3 + \psi)}{\overline{\lambda}_{\mathrm{p}}^2} = \frac{0{,}735 - 0{,}055 \cdot (3 - 0{,}98)}{0{,}735^2} = 1{,}154 \rightarrow \rho = 1{,}00$$

$$b_{\mathrm{eff}} = \frac{\rho \cdot \overline{b}}{1 - \psi} = \frac{1{,}00 \cdot 297{,}16}{1 + 0{,}98} = 150{,}03\ \mathrm{mm}$$

$$b_{\mathrm{e1}} = 0{,}4 \cdot b_{\mathrm{eff}} = 0{,}4 \cdot 150{,}03 = 60{,}01\ \mathrm{mm}$$

$$b_{\mathrm{e2}} = 0{,}6 \cdot b_{\mathrm{eff}} = 0{,}6 \cdot 150{,}03 = 90{,}02\ \mathrm{mm}$$

vybrané průřezové charakteristiky efektivního průřezu	
průřezová plocha	A_{eff} = 1458,738mm^2
souřadnice těžiště	z_{gc} = 150,026 mm
souřadnice těžiště	y_{gc} = 83,214 mm
moment setrvačnosti k ose y	$I_{\mathrm{eff},y}$ = 19335172,404 mm^4
moment setrvačnosti k ose z	$I_{\mathrm{eff},z}$ = 2111019,307 mm^4
deviační moment setrvačnosti	I_{yz} = 4575832,606 mm^4
úhel odklonu hlavních os setrvačnosti	α = –13,99°
moment setrvačnosti k hlavní ose ξ	I_{ξ} = 20475331,830 mm^4
moment setrvačnosti k hlavní ose η	I_{η} = 970859,880 mm^4



Tab. D3 Efektivní průřezové charakteristiky pro lokální boulení

Analýza distorzního boulení tlačené pásnice

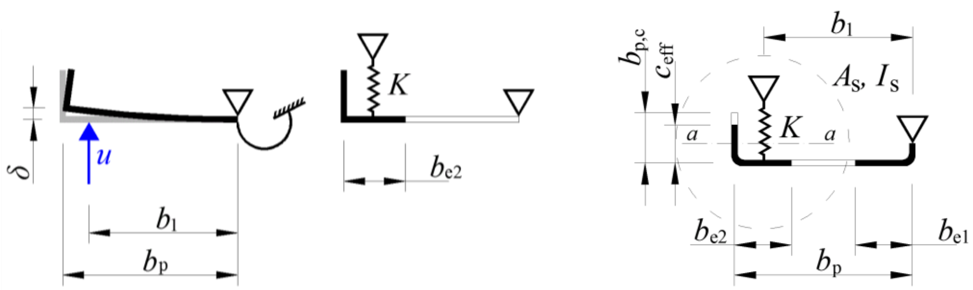
Analýza distorzního boulení dolní pásnice je provedena v souladu s [18]. Pásnice se modeluje jako tlačený prvek se spojitým částečným podepřením. Pérová tuhost výztuhy K je dána jako podíl jednotkového zatížení u a odpovídající deformace δ.

$$K = \frac{u}{\delta}$$

Pérovou tuhost podepření K je možno určit z následujícího vztahu.

$$K = \frac{E \cdot t^3}{4 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{1}{b_1^2 \cdot h_{\mathrm{w}} + b_1^3 + 0{,}5 \cdot b_1 \cdot b_2 \cdot h_{\mathrm{w}} \cdot k_{\mathrm{f}}}$$

Ve vztahu jsou užity rozměry dle Obr. D6. Rozměr b_1 je vzdálenost mezi průsečíkem stojiny s řešenou pásnicí a účinné plochy okrajové výztuhy. Rozměr b_2 je tatáž vzdálenost, avšak pro druhou pásnici. Součinitel k_{f} pro ohýbaný nosník má hodnotu 0.



Obr. D6 Distorzní boulení a průřez výztuhy (podle [18])

V prvním kroku výpočtu se stanoví průřezová plocha výztuhy A_s podle Obr. D6 a vypočítá se moment setrvačnosti výztuhy I_s k ose a – a. Průřezová plocha se skládá z části b_{e2} a c_{eff} (vyplývající z analýzy lokálního boulení).

Pro tento průřez se stanoví kritické napětí $\sigma_{cr,s}$ pro distorzní ztrátu stability (vybočení výztuhy).

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2 \cdot \sqrt{K \cdot E \cdot I_s}}{A_s}$$

Na základě kritického napětí se určí poměrná štíhlost $\bar{\lambda}_d$ a součinitel vzpěrnosti pro distorzní vybočení χ_d.

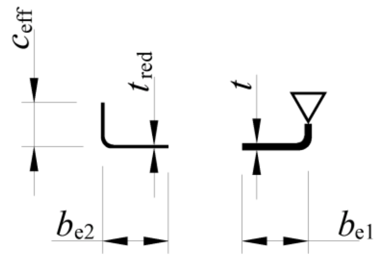
$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{\frac{f_{yb}}{\sigma_{cr,s}}}$$

$$\chi_d = 1{,}0 \qquad \text{pro } \bar{\lambda}_d \leq 0{,}65$$

$$\chi_d = 1{,}47 - 0{,}723 \cdot \bar{\lambda}_d \qquad \text{pro } 0{,}65 < \bar{\lambda}_d < 1{,}38$$

$$\chi_d = \frac{0{,}66}{\bar{\lambda}_d} \qquad \text{pro } \bar{\lambda}_d \geq 1{,}38$$

Součinitel vzpěrnosti při distorzním vybočení se dále iteračně zpřesňuje tak, že se v dalším iteračním kroku uvažuje s redukovanou pevností $\chi_d \cdot f_{yb} \cdot \gamma_{M0}$ se součinitelem vzpěrnosti χ_d z předchozího kroku. Tím se (přes poměrnou štíhlost) vypočítá nový součinitel χ_d a iterační postup se opakuje, dokud není rozdíl mezi aktuální a předchozí iterací menší než požadovaná přesnost výpočtu. Konečným součinitelem χ_d se redukuje tloušťka výztuhy podle Obr. D7. Výše uvedený postup je aplikován na řešený příklad. Rozměr c_{eff} se určí postupem dle [18] s užitím [24].



Obr. D7 Redukce tloušťky vlivem distorzního boulení

$$c_{eff} = \rho \cdot b_{p,c}$$

$$\frac{b_{p,c}}{b_p} = \frac{23{,}58}{82{,}16} = 0{,}29 < 0{,}35 \rightarrow k_\sigma = 0{,}5$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\frac{c}{t}}{28{,}4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{\frac{23{,}58}{2{,}84}}{28{,}4 \cdot 1{,}03 \cdot \sqrt{0{,}5}} = 0{,}401$$

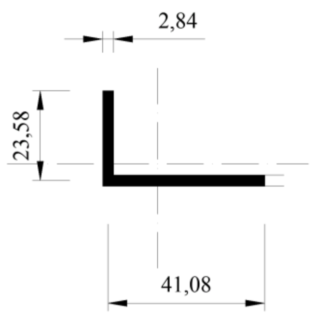
$$\bar{\lambda}_p = 0{,}401 < 0{,}748 \qquad \rho = 1{,}00$$

$$c_{eff} = \rho \cdot b_{p,c} = 1{,}00 \cdot 23{,}58 = 23{,}58 \text{ mm}$$

$$A_s = 183{,}62 \text{ mm}^2$$

$$I_s = 9095{,}36 \text{ mm}^4$$

$$b_1 = 69{,}11 \text{ mm}$$



Obr. D8 Průřez řešené výztuhy – vstupní rozměry do iteračního výpočtu

$$K = \frac{210 \cdot 10^9 \cdot 0{,}00284^3}{4 \cdot \left(1 - 0{,}3^2\right)} \cdot \frac{1}{0{,}06911^2 \cdot 0{,}29716 + 0{,}06911^3} = 755422{,}29 \text{ N/m}$$

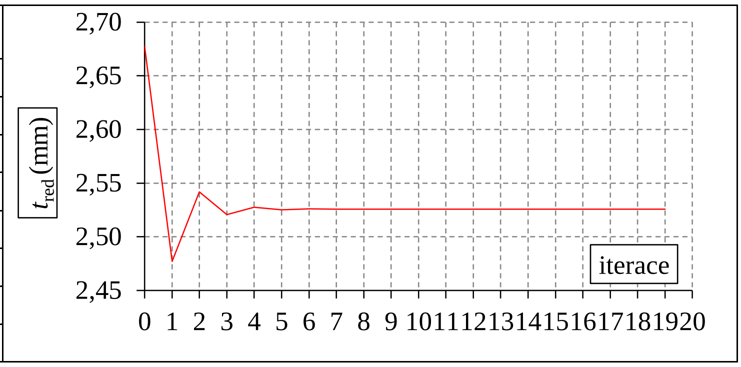
$$\sigma_{cr,s} = \frac{2 \cdot \sqrt{755422{,}29 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 9095{,}36 \cdot 10^{-12}}}{183{,}62 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6} = 413{,}74 \text{ MPa}$$

$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{\frac{220,00}{413,74}} = 0,729$$

$$\chi_d = 1,47 - 0,723 \cdot 0,729 = 0,942$$

Záznam iteračního výpočtu redukované tloušťky je shrnut níže.

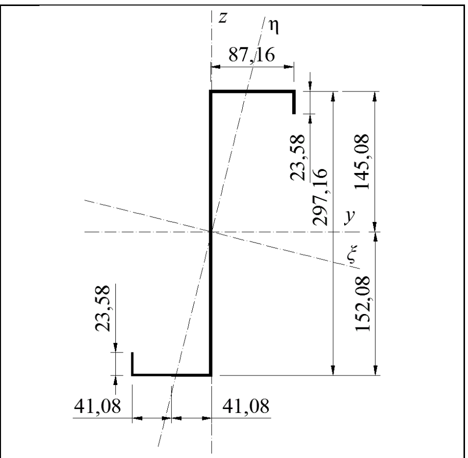
i	$\bar{\lambda}_d$	χ_d	t_{red} (mm)
0	0,729	0,943	2,677
1	0,827	0,872	2,477
2	0,795	0,895	2,542
3	0,806	0,888	2,521
4	0,802	0,890	2,528
5	0,803	0,889	2,525
6	0,803	0,889	2,526
7	0,803	0,889	2,526



Tab. D4 Záznam iteračního výpočtu

$$t_{red} = 2,53 \text{ mm}$$

vybrané průřezové charakteristiky efektivního průřezu	
průřezová plocha	$A_{eff} = 1438,423$ mm^2
souřadnice těžiště	$z_{gc} = 152,084$ mm
souřadnice těžiště	$y_{gc} = 84,205$ mm
moment setrvačnosti k ose y	$I_{eff,y} = 18896668,262$ mm^4
moment setrvačnosti k ose z	$I_{eff,z} = 2005795,664$ mm^4
deviační moment setrvačnosti	$I_{yz} = 4366323,001$ mm^4
úhel odklonu hlavních os setrvačnosti	$\alpha = -13,67°$
moment setrvačnosti k hlavní ose ξ	$I_\xi = 19958606,513$ mm^4
moment setrvačnosti k hlavní ose η	$I_\eta = 943857,413$ mm^4



Tab. D5 Efektivní průřezové charakteristiky pro lokální a distorzní boulení

Posouzení podepřené pásnice

Posouzení podepřené pásnice se provede v následujícím tvaru (za předpokladu, že $N_{Ed} = 0$).

Podmínka $$\sigma_{max,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{eff,y}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Výpočet $$M_{y,Ed} = -17,04 \text{ kNm}$$

$$W_{eff,y} = \frac{I_{eff,y}}{z_{gc2}} = \frac{18896668,262}{145,08} = 130249,99 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} = \frac{17040}{130249{,}99 \cdot 10^{-3}} = 130{,}83\ \mathrm{MPa}$$

Posouzení $\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = 130{,}83\ \mathrm{MPa} \leq \frac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} = \frac{228{,}85}{1{,}00} = 228{,}85\ \mathrm{MPa}$ vyhovuje

Využití $\eta = \dfrac{\sigma_{\max,\mathrm{Ed}}}{\dfrac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} = \dfrac{130{,}83}{\dfrac{228{,}85}{1{,}00}} = 0{,}57$

Posouzení volné pásnice

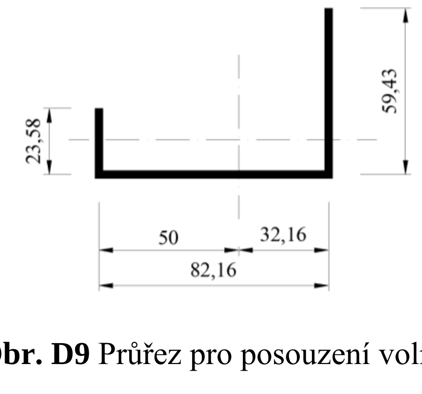
Posouzení volné pásnice se obecně provede v následujícím tvaru (za předpokladu, že $N_{\mathrm{Ed}} = 0$). Kromě ohybu okolo osy y se uplatní také příčný ohyb a kroucení, které je zavedeno prostřednictvím ekvivalentního příčného zatížení volné pásnice $q_{\mathrm{h,Ed}}$, z něhož vyplyne moment $M_{\mathrm{fz,Ed}}$.

Podmínka $\sigma_{\max,\mathrm{Ed}} = \dfrac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} + \dfrac{M_{\mathrm{fz,Ed}}}{W_{\mathrm{fz}}} \leq \dfrac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}$

Výpočet $M_{y,\mathrm{Ed}} = -17{,}04\ \mathrm{kNm}$

$$W_{\mathrm{eff},y} = \frac{I_{\mathrm{eff,y}}}{z_{\mathrm{gc1}}} = \frac{18896668{,}262}{152{,}06} = 124271{,}13\ \mathrm{mm}^3$$

Průřezový modul W_{fz} se týká průřezu složeného z plné plochy volné pásnice a spolupůsobící části stojiny pro ohyb okolo osy z. Spolupůsobící část stojiny se pro průřezy tvaru Z uvažuje jako 1/5 její výšky (od průsečíku stojiny s pásnicí).



Obr. D9 Průřez pro posouzení volné pásnice

$$I_{fz} = 491968{,}26\ \mathrm{mm}^4$$

$$W_{\mathrm{fz1}} = \frac{I_{\mathrm{fz}}}{y_{\mathrm{gc1}}} = \frac{491968{,}26}{50{,}00} = 9840{,}00\ \mathrm{mm}^3$$

$$W_{fz2} = \frac{I_{fz}}{y_{gc2}} = \frac{491968{,}26}{32{,}16} = 15295{,}98 \text{ mm}^3$$

Výpočet ekvivalentního příčného zatížení $q_{h,Ed}$ (viz kapitola 4.2) je shrnut níže. Součinitel ekvivalentního příčného zatížení k_h pro Z průřez se určí podle Obr. 4.19 (podle [18]).

$$q_{Ed} = 3{,}786 \text{ kN/m}$$

$$k_{h0} = \frac{I_{yz}}{I_y} \cdot \frac{g_s}{h} = \frac{4575832{,}606}{19335172{,}404} \cdot \frac{136{,}173}{297{,}16} = 0{,}108$$

$$k_h = k_{h0} - \frac{a}{h} = 0{,}108 - \frac{43{,}58}{297{,}16} = -0{,}039$$

$$q_{h,Ed} = k_h \cdot q_{Ed} = -0{,}039 \cdot 3{,}786 = -0{,}148 \text{ kN/m}$$

$$M_{fz,Ed} = \kappa_R \cdot M_{0,fz,Ed}$$

$$M_{0,fz,Ed} = \frac{1}{8} \cdot q_{h,Ed} \cdot L^2 = \frac{1}{8} \cdot (-0{,}148) \cdot 6^2 = -0{,}67 \text{ kNm}$$

Opravný součinitel κ_R se pro vaznici působící jako prostý nosník bez táhel určí pomocí součinitele pružné podpory R. Ve vztahu pro jeho určení vystupuje hodnota příčné tuhosti K, která se získá z experimentu. V rámci příkladu se uplatní hodnota 35,84 N/mm, získaná z experimentálního ověření rotačního podepření profilu Z300-3 sendvičovými panely zatíženými sáním (je uvažována nejnižší ze získaných hodnot). Jedná se o charakteristickou hodnotu příčné tuhosti.

$$R = \frac{K \cdot L^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{fz}} = \frac{35840 \cdot 6^4}{\pi^4 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 491968{,}26 \cdot 10^{-12}} = 4{,}62 < 40$$

$$\kappa_R = \frac{1 - 0{,}0225 \cdot R}{1 + 1{,}013 \cdot R} = \frac{1 - 0{,}0225 \cdot 4{,}62}{1 + 1{,}013 \cdot 4{,}62} = 0{,}158$$

$$M_{fz,Ed} = 0{,}158 \cdot (-0{,}67) = -0{,}106 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{max,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{eff,y}} + \frac{M_{fz,Ed}}{W_{fz}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Posouzení

$$\sigma_{max,Ed} = \frac{17040}{124271{,}13 \cdot 10^{-3}} + \frac{106}{9840 \cdot 10^{-3}} = 147{,}89 \text{ MPa} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{228{,}85}{1{,}00} = 228{,}85 \text{ MPa}$$

Využití $$\eta = \frac{\sigma_{\max,\mathrm{Ed}}}{\frac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} = \frac{147{,}89}{\frac{228{,}85}{1{,}00}} = 0{,}65$$ vyhovuje

Vzpěrná únosnost volné pásnice

Vzpěrná únosnost tlačené pásnice se ověří pomocí následujícího vztahu.

$$\frac{1}{\chi_{\mathrm{LT}}} \cdot \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} + \frac{M_{\mathrm{fz,Ed}}}{W_{\mathrm{fz}}} \le \frac{f_{\mathrm{yb}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}$$

Součinitel klopení χ_{LT} se určí postupem podle [15] s užitím křivky vzpěrné pevnosti b (α_{LT} = 0,34) pro poměrnou štíhlost $\overline{\lambda}_{\mathrm{fz}}$, týkající se průřezu na Obr. D9. Má se použít poměrná štíhlost $\overline{\lambda}_{\mathrm{LT,0}}$ = 0,4 a součinitel β = 0,75.

Vzpěrná délka volné pásnice l_{fz} pro vztlakové zatížení může být určena podle následujícího vztahu s užitím součinitele R_0. Pro prostý nosník platí $L_0 = L$.

$$R_0 = \frac{K \cdot L_0^4}{\pi^4 \cdot E \cdot I_{\mathrm{fz}}} = \frac{35840 \cdot 6^4}{\pi^4 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 491968{,}26 \cdot 10^{-12}} = 4{,}62$$

$$l_{\mathrm{fz}} = 0{,}7 \cdot L \cdot \left(1 + 13{,}1 \cdot R_0^{1,6}\right)^{-0,125} = 0{,}7 \cdot 6 \cdot \left(1 + 13{,}1 \cdot 4{,}62^{1,6}\right)^{-0,125} = 2{,}240 \text{ m}$$

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_{\mathrm{yb}}}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{210000}{220}} = 97{,}06$$

$$\overline{\lambda}_{\mathrm{fz}} = \frac{\frac{l_{\mathrm{fz}}}{i_{\mathrm{fz}}}}{\lambda_1} = \frac{\frac{2240}{32{,}38}}{97{,}06} = 0{,}713$$

$$\Phi_{\mathrm{LT}} = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha_{\mathrm{LT}} \cdot \left(\overline{\lambda}_{\mathrm{fz}} - \overline{\lambda}_{\mathrm{LT,0}}\right) + \beta \cdot \overline{\lambda}_{\mathrm{fz}}^2\right] =$$
$$= 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}34 \cdot (0{,}713 - 0{,}4) + 0{,}75 \cdot 0{,}713^2\right] = 0{,}744$$

$$\chi_{\mathrm{LT}} = \frac{1}{\Phi_{\mathrm{LT}} + \sqrt{\Phi_{\mathrm{LT}}^2 - \beta \cdot \overline{\lambda}_{\mathrm{fz}}^2}} = \frac{1}{0{,}744 + \sqrt{0{,}744^2 - 0{,}75 \cdot 0{,}713^2}} = 0{,}863$$

$$\frac{1}{\chi_{\mathrm{LT}}} \cdot \frac{M_{y,\mathrm{Ed}}}{W_{\mathrm{eff},y}} + \frac{M_{\mathrm{fz,Ed}}}{W_{\mathrm{fz}}} \le \frac{f_{\mathrm{yb}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}$$

$$\frac{1}{0{,}863} \cdot \frac{17040}{124271{,}13 \cdot 10^{-3}} + \frac{106}{9840 \cdot 10^{-3}} = 169{,}66 \text{ MPa} \le \frac{220{,}00}{1{,}00} = 220 \text{ MPa}$$

$$\eta = \frac{\sigma_{\mathrm{max,Ed}}}{\frac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} = \frac{169{,}66}{\frac{220{,}00}{1{,}00}} = 0{,}77 \qquad \text{vyhovuje}$$

D.3 Mezní stav použitelnosti

Je posouzen průhyb vaznice uprostřed rozpětí a porovnán s limitní hodnotou, která je uvažována jako L / 200 [15]. Je posouzena kombinace stálého zatížení a sněhu (vše v charakteristických hodnotách).

$$u_{\mathrm{lim}} = \frac{L}{200} = \frac{6000}{200} = 30\ \mathrm{mm}$$

$$f_{\mathrm{k}} = g_{\mathrm{z,k}} + s_{\mathrm{z,k}} = 0{,}381 + 2{,}396 = 2{,}777\ \mathrm{kN/m}$$

$$u = \frac{5}{384} \cdot \frac{f_{\mathrm{k}} \cdot L^4}{E \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{2777 \cdot 6^4}{210 \cdot 10^9 \cdot 19335172{,}404 \cdot 10^{-12}} = 0{,}0115\ \mathrm{m} = 11{,}5\ \mathrm{mm}$$

$$u < u_{\mathrm{lim}} \qquad 11{,}5\ \mathrm{mm} < 30\ \mathrm{mm} \qquad \text{vyhovuje}$$

Příloha E Tahové zkoušky oceli

Z dodaných ocelových tenkostěnných profilů byly odebrány 4 vzorky pro provedení tahových zkoušek za účelem zjištění skutečných materiálových charakteristik oceli. Zkoušky byly provedeny v souladu s [71]. Nejvýznamnějšími výsledky zkoušek jsou mez kluzu $R_{p0,2}$ = 245 MPa a mez pevnosti R_m = 321 MPa. Kompletní protokol je níže.

Zwick / Roell

31.01.17

Zkušební protokol

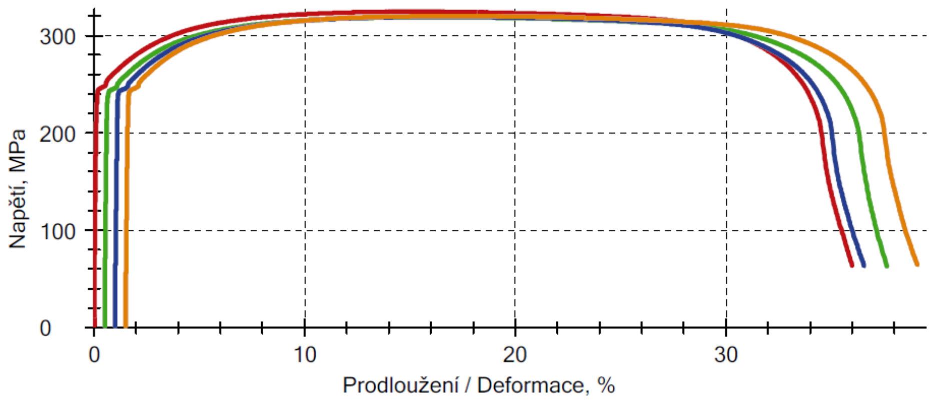
Zákazník	:	Typ vzorku	:
Číslo obj.	:	Zpracování	:
Zkušební norma	: EN 10002-1	Zkoušel(a)	:
Typ a popis	:	Poznámky...	:
Materiál	:	Zkušební systém	:
Odběr vzorku	:		

Předzatížení : 2 MPa Rychlost do meze kluzu : 10 MPa/s
Rychlost pro E-Modul : 10 MPa/s Rychlost zkoušky : 0,003 1/s

Výsledky zkoušek:

Zkouška č.	S_0 mm^2	L_0 mm	E GPa	$R_{p0.2}$ MPa	R_m MPa	A_g %	$A_{t\,(kor.)}$ %	$A_{5,65}$ %	$A_{11,3}$ %	A_{80mm} %
1	58,46	80,00	210	246	325	15,32	36,0	53,6	34,5	36,0
2	59,16	80,00	210	244	319	15,02	37,1	55,8	35,4	37,1
3	57,97	80,00	210	244	319	15,16	35,6	53,1	34,1	35,6
4	58,58	80,00	209	244	320	15,32	37,6	56,5	35,9	37,6

Grafické záznamy série:



Statistika:

Série n = 4	S_0 mm^2	L_0 mm	E GPa	$R_{p0.2}$ MPa	R_m MPa	A_g %	$A_{t\,(kor.)}$ %	$A_{5,65}$ %	$A_{11,3}$ %	A_{80mm} %
$\bar{x}$	58,54	80,00	210	245	321	15,21	36,6	54,8	35,0	36,6
s	0,49	0,00	0,252	1	3	0,14	0,9	1,6	0,8	0,9
ν [%]	0,83	0,00	0,12	0,37	0,83	0,93	2,59	3,00	2,34	2,59

Veselý 31_1_2017.zs2 Strana 1/1