

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV FYZIKÁLNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF PHYSICAL ENGINEERING

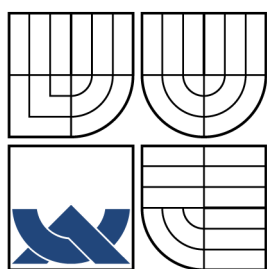
SOUSTAVA FABRY-PEROTOVA A MICHELSONOVA  
INTERFEROMETRU PRO MĚŘENÍ DÉLEK  
S FEMTOSEKUNDOVÝM LASEREM

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

BC. TOMÁŠ VÉMOLA

BRNO, 2011



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV FYZIKÁLNÍHO INŽENÝRSTVÍ



FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF PHYSICAL ENGINEERING

# SOUSTAVA FABRY-PEROTOVA A MICHELSONOVA INTERFEROMETRU PRO MĚŘENÍ DÉLEK S FEMTOSEKUNDOVÝM LASEREM

THE SYSTEM OF FABRY-PEROT AND MICHELSON INTERFEROMETER FOR  
LENGTH MEASUREMENT WITH A FEMTOSECOND LASER

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

BC. TOMÁŠ VÉMOLA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

ING. ONDŘEJ ČÍP, PH.D.

BRNO, 2011



## **ABSTRAKT**

Tato práce se zabývá návrhem komparačního interferometru. Jedná se o soustavu dvou interferometrů, Michelsonova a Fabryho-Pérotova. Účelem této sestavy je vzájemně porovnat výsledky délkových měření těchto interferometrů. V teoretické části jsou popsány principy měření s Michelsonovým a Fabryho-Pérotovým interferometrem. Zvláštní pozornost je věnována inovativní metodě interferometrických měření s laditelnými lasery a optickým frekvenčním hřebenem. V praktické části je popsána tzv. pilotní sestava. Jedná se o prototyp, který sloužil k základním experimentům pro porovnání obou výše zmíněných metod. Na základě výsledků měření a zkušeností s touto sestavou pak byla navržena definitivní sestava ve formě samostatného přístroje.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Michelsonův interferometr, Fabryho-Pérotův interferometr, FPI, femtosekundový laser, optický hřeben

## **ABSTRACT**

The thesis deals with a design of a comparing interferometer. It concerns a setup of two interferometers, one of them is a Michelson and another a Fabry-Pérot type. This set-up is made to compare results of length measurements simultaneously performed by each of them. In the Theory, basic principles of Michelson and Fabry-Pérot interferometers are described. A special attention is paid to an innovative method of length measurement with tunable lasers and optical frequency comb. In the Practical Part, so-called Pilot Experimental Setup is described. It is a prototype that has been used to perform basic experiments on comparing of the two above mentioned methods. Based on experimental results and practical experience with the Pilot Experimental Setup, a Final Setup is designed. It comes in a form of a stand-alone instrument.

## **KEYWORDS**

Michelson interferometer, Fabry-Pérot interferometer, FPI, femtosecond laser, frequency comb

VÉMOLA, T. Soustava Fabry-Perotova a Michelsonova interferometru pro měření délek s femtosekundovým laserem. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 98 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Ondřej Číp, Ph.D.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma „Soustava Fabry-Perotova a Michelsonova interferometru pro měření délek s femtosekundovým laserem“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne .....

.....

(podpis autora)

## Poděkování

Děkuji svému vedoucímu Ing. Ondřejovi Čípovi za směřování mé práce od prvních pokusů s interferometry až po návrh celého přístroje. Zejména pak děkuji za technickou pomoc při ovládání experimentů a za podněty a připomínky při konzultacích dílčích návrhů Michelsonova interferometru. Děkuji Mgr. Radkovi Šmídovi nejen za ochotné seznámení s chodem Laboratoře koherenční optiky a celého Ústavu přístrojové techniky AV ČR, ale také za uvedení do problematiky femtosekundových laserů. Ing. Zdeněk Buchta a Ing. Martin Čížek mi pomohli vyřešit mnoho problémů a nedorozumění s elektronikou. Ing. Jiří Kršek mi poskytnul cenné rady při konzultacích návrhu Michelsonova interferometru. Děkuji všem pracovníkům Oddělení koherenční optiky a technického oddělení, kteří se podíleli na výrobě experimentálního zařízení. Děkuji Mgr. Šmídovi a Bc. Haně Bosákové za četbu části rukopisu.

# OBSAH

|                                                                                                          |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Úvod                                                                                                     | 10        |
| <b>I Teoretická část</b>                                                                                 | <b>12</b> |
| <b>1 Femtosekundové lasery v metrologii</b>                                                              | <b>13</b> |
| 1.1 Definice metru a sekundy . . . . .                                                                   | 13        |
| 1.2 Přenesení přesnosti měření času na měření optické frekvence . . . . .                                | 14        |
| 1.3 Femtosekundové světelné pulzy . . . . .                                                              | 17        |
| 1.4 Femtosekundové lasery . . . . .                                                                      | 18        |
| 1.5 Optický hřeben . . . . .                                                                             | 18        |
| 1.5.1 Určení absolutní optické frekvence . . . . .                                                       | 21        |
| 1.6 Princip měření frekvence laseru pomocí optického hřebene . . . . .                                   | 22        |
| <b>2 Interferometrie</b>                                                                                 | <b>23</b> |
| 2.1 Interference světla . . . . .                                                                        | 23        |
| 2.1.1 Dvousvazková interference . . . . .                                                                | 23        |
| 2.1.2 Mnohasvazková interference . . . . .                                                               | 24        |
| 2.2 Michelsonův interferometr . . . . .                                                                  | 25        |
| 2.2.1 Historický vývoj MI . . . . .                                                                      | 25        |
| 2.2.2 Uspořádání Michelsonova interferometru . . . . .                                                   | 26        |
| 2.2.3 Kvadrurní detekce signálu u Michelsonova interferometru . . . . .                                  | 28        |
| 2.2.4 Chyby při měření s Michelsonovým interferometrem . . . . .                                         | 28        |
| 2.3 Fabryho-Pérotův interferometr . . . . .                                                              | 32        |
| 2.3.1 Historický vývoj . . . . .                                                                         | 32        |
| 2.3.2 Rezonátory se sférickými zrcadly . . . . .                                                         | 32        |
| 2.3.3 Popis funkce Fabryho-Pérotova interferometru . . . . .                                             | 33        |
| 2.3.4 Veličiny charakterizující rezonátor . . . . .                                                      | 35        |
| 2.3.5 Difrakční teorie rezonátorů . . . . .                                                              | 36        |
| 2.3.6 Měření s Fabryho-Pérotovým interferometrem . . . . .                                               | 38        |
| 2.4 Gaussovský svazek . . . . .                                                                          | 38        |
| 2.4.1 Transformace gaussovského svazku tenkou čočkou . . . . .                                           | 39        |
| 2.4.2 Gaussovský svazek v Michelsonově interferometru . . . . .                                          | 40        |
| 2.4.3 Gaussovske svazky ve Fabryho-Pérotově interferometru, navá-<br>zání svazku do rezonátoru . . . . . | 40        |
| 2.5 Index lomu vzduchu a jeho vliv na interferometrická měření . . . . .                                 | 41        |

|           |                                                                                                                                                    |           |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.5.1     | Měření délky pomocí Fabryho-Pérotova rezonátoru v atmosférických podmínkách . . . . .                                                              | 43        |
| <b>3</b>  | <b>Shrnutí teoretické části</b>                                                                                                                    | <b>46</b> |
| <b>II</b> | <b>Praktická část</b>                                                                                                                              | <b>47</b> |
| <b>4</b>  | <b>Návrh pilotní experimentální sestavy</b>                                                                                                        | <b>48</b> |
| 4.1       | Popis systému . . . . .                                                                                                                            | 48        |
| 4.2       | Optické uspořádání komparačního interferometru pro měření s femtosekundovým laserem . . . . .                                                      | 50        |
| <b>5</b>  | <b>Ověřovací experimenty</b>                                                                                                                       | <b>53</b> |
| 5.1       | Měření stability Michelsonova interferometru . . . . .                                                                                             | 53        |
| 5.2       | Měření piezoelektrického měniče . . . . .                                                                                                          | 53        |
| 5.2.1     | Měření hystereze . . . . .                                                                                                                         | 54        |
| 5.2.2     | Měření opakovatelnosti posuvu . . . . .                                                                                                            | 55        |
| 5.3       | Vliv teploty, tlaku a vlhkosti vzduchu na výsledek měření s Michelsonovým interferometrem . . . . .                                                | 57        |
| 5.4       | Měření s oběma interferometry a femtosekundovým laserem . . . . .                                                                                  | 58        |
| 5.4.1     | Měření nelineární chyby Michelsonova interferometru metodou optického hřebene . . . . .                                                            | 58        |
| 5.5       | Vlastnosti pilotní experimentální sestavy . . . . .                                                                                                | 58        |
| <b>6</b>  | <b>Koncepční návrh laboratorní soustavy Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru</b>                                                         | <b>61</b> |
| 6.1       | Požadavky na experimentální sestavu Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru . . . . .                                                       | 61        |
| 6.2       | Vývoj návrhu integrovaného interferometru (chronologicky) . . . . .                                                                                | 62        |
| 6.2.1     | Varianta č. I – Sestava s konfokálním rezonátorem a korekční čočkou . . . . .                                                                      | 63        |
| 6.2.2     | Varianta č. II – Sestava s dvouprůchodovým diferenčním Michelsonovým interferometrem . . . . .                                                     | 65        |
| 6.2.3     | Varianta č. III – Včlenění diferenčního Michelsonova interferometru do již existujícího Fabryho-Pérotova interferometru . . . . .                  | 66        |
| 6.2.4     | Varianta č. IV – Sestava s konfokálním Fabryho-Pérotovým rezonátorem, jednorůchodovým Michelsonovým interferometrem a koutovými odražeči . . . . . | 67        |
| 6.3       | Volba sestavy pro výrobu . . . . .                                                                                                                 | 68        |

|          |                                                                                          |           |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>7</b> | <b>Výrobní návrh definitivní soustavy Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru</b> | <b>70</b> |
| 7.1      | Popis jednotlivých dílů . . . . .                                                        | 70        |
| 7.1.1    | Mechanické prvky . . . . .                                                               | 70        |
| 7.1.2    | Optické prvky . . . . .                                                                  | 72        |
| 7.1.3    | Ostatní prvky . . . . .                                                                  | 73        |
| 7.2      | Vrstvení a další úpravy použitých optických prvků . . . . .                              | 73        |
| 7.3      | Výpočty parametrů interferometru . . . . .                                               | 75        |
| 7.3.1    | Obecné charakteristiky rezonátoru . . . . .                                              | 75        |
| 7.3.2    | Výpočet čočky pro navázání svazku do rezonátoru . . . . .                                | 76        |
| 7.3.3    | Výpočet čočky pro přizpůsobení svazku za rezonátorem . . . . .                           | 78        |
| 7.3.4    | Výpočet chyb měření navrženého interferometru . . . . .                                  | 79        |
| 7.3.5    | Teplotní roztažnost Fabryho-Pérotova interferometru . . . . .                            | 82        |
| 7.3.6    | Shrnutí vlastností soustavy . . . . .                                                    | 82        |
| 7.4      | Kompletace sestavy . . . . .                                                             | 83        |
| <b>8</b> | <b>Závěr</b>                                                                             | <b>85</b> |
|          | <b>Literatura</b>                                                                        | <b>86</b> |
|          | <b>Seznam symbolů, veličin a zkratk</b>                                                  | <b>90</b> |
|          | <b>Seznam příloh</b>                                                                     | <b>95</b> |
| <b>A</b> | <b>Obrazová příloha</b>                                                                  | <b>96</b> |
| <b>B</b> | <b>Výkresová dokumentace</b>                                                             | <b>98</b> |

# ÚVOD

V souvislosti s rozvojem strojírenství, stavebnictví, elektrotechnického průmyslu a dalších oborů rostou požadavky na metody, umožňující přesné odměřování délek. Hlavní důvody jsou dva – konstrukce součástí nebo staveb s co nejpřesněji definovanými rozměry (strojírenství, stavebnictví) a miniaturizace (elektrotechnika, nanotechnologie). K tomu je zapotřebí velmi citlivých senzorů, mezi nimiž zaujímají významné místo optické senzory, zvláště pak interferometry. Michelsonův interferometr se používá pro měření relativních i absolutních vzdáleností s vysokou citlivostí. V atmosféře lze měřit vzdálenosti řádově desítek metrů, ve vakuu řádově kilometry [1]. Fabryho-Pérotův interferometr se používá k relativnímu měření velmi malých (mikrometrových) vzdáleností s velmi vysokou (subnanometrovou) citlivostí [2].

Jedním z odvětví moderní metrologie je využití femtosekundových laserů, zejména na jejich frekvenčním spektru – tzv. optického hřebene. Technika spektroskopických měření pomocí optického hřebene byla navržena Theodorem Hänschem roku 1976 [3], zásadního pokroku dostala roku 1999 s příchodem tzv. fotonických optických vláken [4], která umožnila použít techniku zvanou *self referencing* [5]. Roku 2000 byl femtosekundový laser použit k porovnání optické frekvence spektrální čáry vodíku a radiofrekvenčního normálu [6, 7]. Za svou práci v poli přesné spektroskopie a techniku optického hřebene získal Hänsch spolu s Glauberem a Hallem roku 2005 Nobelovu cenu za fyziku [8].

Cílem této práce je navrhnout optické zařízení, soustavu, která umožní porovnat měření délky pomocí Michelsonova (MI) a Fabryho-Pérotova (FPI) interferometru – komparační interferometr. Přístroj má sloužit k měření vzdálenosti v řádu jednotek mikrometrů s nanometrovou přesností. Měření s Fabryho-Pérotovým interferometrem se provádí inovativní metodou měření frekvence laditelného laseru navázaného na vybraný příčný mód rezonátoru FPI pomocí optického hřebene. Optická frekvence laditelného laseru je získána smíšením jeho spektra s vybranou částí spektra optického hřebene a měřením záznějové frekvence pomocí radiofrekvenčního čítače.

Teoretická část této práce se zabývá základním popisem interferometrických měření s femtosekundovými lasery. Popisuje princip Michelsonova i Fabryho-Pérotova interferometru s přihlédnutím k charakteru měření, pro něž má být navrhovaná soustava použita.

Praktická část se zabývá laboratorní soustavou dvou výše zmíněných interferometrů. Nejprve je to soustava, kterou nazýváme pilotní. Ta sloužila k provádění ověřovacích experimentů. Jejich cílem bylo především získat praktické zkušenosti důležité pro konstrukční návrh samostatného přístroje. V práci jsou uvedeny výsledky vybraných experimentů, které slouží jako základ k diskuzi koncepčních návrhů no-

vého přístroje, který nazýváme „definitivní sestava“. Jeden z koncepčních návrhů je na základě definovaných požadavků vybrán a konstrukčně zpracován. Jsou vypočítány jeho základní charakteristiky a odhadnuty velikosti chyb, které se při měření s tímto přístrojem mohou projevit.

# Část I

## Teoretická část

# 1 FEMTOSEKUNDOVÉ LASERY V METROLOGII

## 1.1 Definice metru a sekundy

Definice metru – základní jednotky SI – nezněla vždy tak, jak ji známe dnes. Nejprve byl metr definován jako desetimiliontina kvadrantu zemského. Když se však zjistilo, že délka metru neodpovídá vlastní definici, byl roku 1889 metr definován jako vzdálenost dvou rýsek na tyči z platiny a iridia (*1<sup>ière</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures* – CGPM) [9]. Roku 1960 byla tato definice 11. konferencí CGPM změněna a metr byl definován jako 1 650 763,73 vlnových délek ve vakuu odpovídajících přechodu atomu  $^{86}\text{Kr}$  mezi hladinami  $2p_{10}$  a  $5d_5$  [10]. Nejistota takto definovaného metru byla  $10^{-9}$ . Současná definice metru využívá jiné základní jednotky – sekundy, (s). Tato definice byla přijata roku 1983 a zní : [11]:

„The metre is the length of the path travelled by light in vacuum during a time interval of  $1/299\,792\,458$  of a second.“

v češtině zní definice následovně:

„Metr je délka dráhy světla ve vakuu během časového intervalu  $1/299\,792\,458$  sekundy.“

Přesnost, s jakou jsme nyní schopni určit metr tedy závisí na tom, jak přesně jsme schopni měřit čas a nakolik tuto přesnost umíme přenést do měření délky.

Podobně jako definice délky i definice sekundy prošla svým vývojem. Nejprve byla sekunda definována zemskou rotací, později oběhem Země kolem Slunce. Kvantová spektroskopie pak objevila děje nesrovnatelně rovnoměrnější než pohyby nebeských těles – atomové a molekulové přechody. Současná definice sekundy využívá velmi jemného přechodu atomu cesia a zní [12]:

„The second is the duration of  $9\,192\,631\,770$  periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of the caesium 133 atom.“

V češtině:

„Sekunda je trvání  $9\,192\,631\,770$  period záření, odpovídajícího přechodu mezi dvěma velmi jemnými úrovněmi základního stavu atomu cesia-133.“

## 1.2 Přenesení přesnosti měření času na měření optické frekvence

Současná metrologie vychází z předpokladu, že rychlost světla ve vakuu je přesná a neměnná konstanta určená přírodními zákony. Zatím se nepodařilo dokázat, že by tomu bylo jinak. Nejistota, s jakou jsme schopni určit délku metru, musí být vyšší nebo rovna nejistotě, s jakou měříme čas pomocí cesiových hodin. Nejlépe dnes realizují definici sekundy SI cesiové fontány. Nejpresnější z nich je americká NIST-F1, která vykazuje nejistotu  $5 \cdot 10^{-16}$ . Tyto hodiny pracují v pulzním režimu (měřicí cyklus trvá přibližně 1 sekundu) a slouží ke kalibraci vodíkového maseru, který vykazuje dokonce vyšší krátkodobou stabilitu než cesiová fontána [13, 14]. Kalibrace se provádí zhruba  $1 \times$  týdně, protože po 2 týdnech od kalibrace se zvýší nestabilita maseru nad úroveň kontinuálně pracujících cesiových hodin [15].<sup>1</sup>

Z definice metru plyne, že nejjednodušším způsobem měření vzdálenosti je metoda přímá, tj. měření doby, za níž světlo urazí určitou vzdálenost podle relace

$$s = c_0 t, \quad (1.1)$$

kde  $c_0 = 299\,792\,458$  m/s je rychlost světla ve vakuu. Touto metodou byla například změřena vzdálenost Země a Měsíce [16], ovšem nelze ji použít pro malé vzdálenosti (řádově méně než 1 m), neboť neexistují dostatečně rychlé fotodetektory. Proto měříme malé vzdálenosti interferometricky, s využitím světelných zdrojů, u nichž známe s velkou přesností frekvenci ( $\nu$ ) nebo vakuovou vlnovou délku ( $\lambda_0$ ) [17]. Protože platí

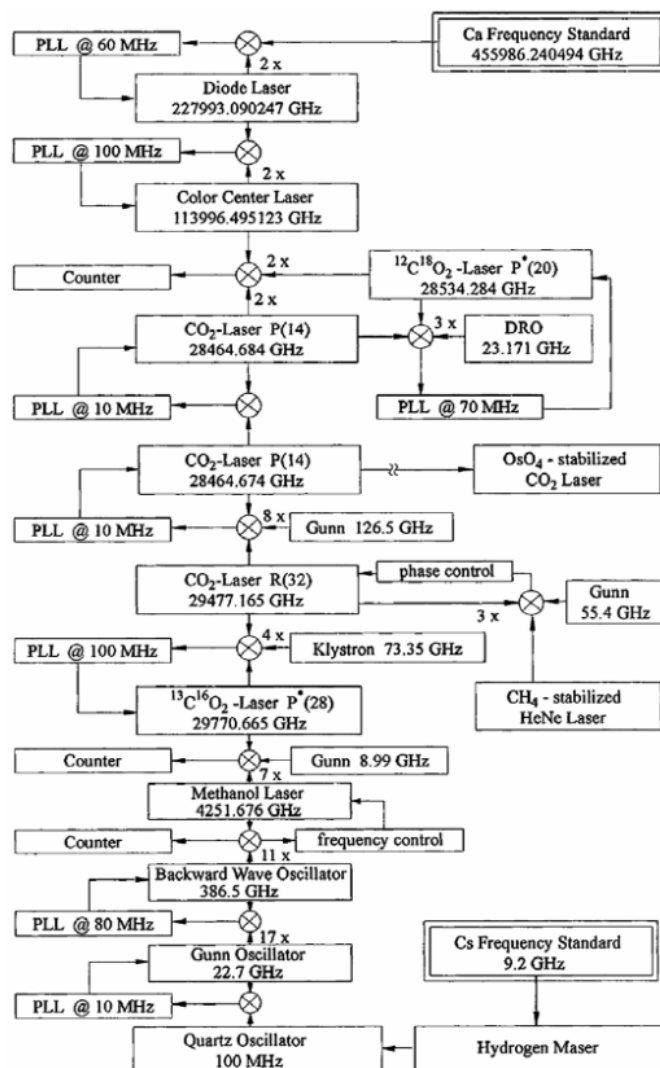
$$\lambda_0 = \frac{c_0}{\nu}, \quad (1.2)$$

jsou spolu vakuová vlnová délka a frekvence pevně svázány. Roku 1983 (v souvislosti s novou definicí metru) vznikla snaha poměřit frekvence (resp. vlnové délky) světelných zdrojů používaných v metrologii s normálem sekundy. Navázání optické frekvence na časový normál – cesiové hodiny – se ukázalo být poměrně obtížnou úlohou. Bylo třeba pomocí frekvence Cs hodin (9 192 631 770 Hz) měřit frekvence laserů nebo emisních čar, které se nacházejí v optické oblasti ( $\approx 10^{14}$  Hz) [19]. Pro tento účel bylo sestaveno několik velmi složitých zařízení. Jedno z nich uvádím pro ilustraci na obr. 1.1.

Situace se velmi zjednodušila roku 1999 s příchodem techniky optických hřebů [19]. Jsou to speciální femtosekundové lasery, jejichž frekvenční spektrum lze

---

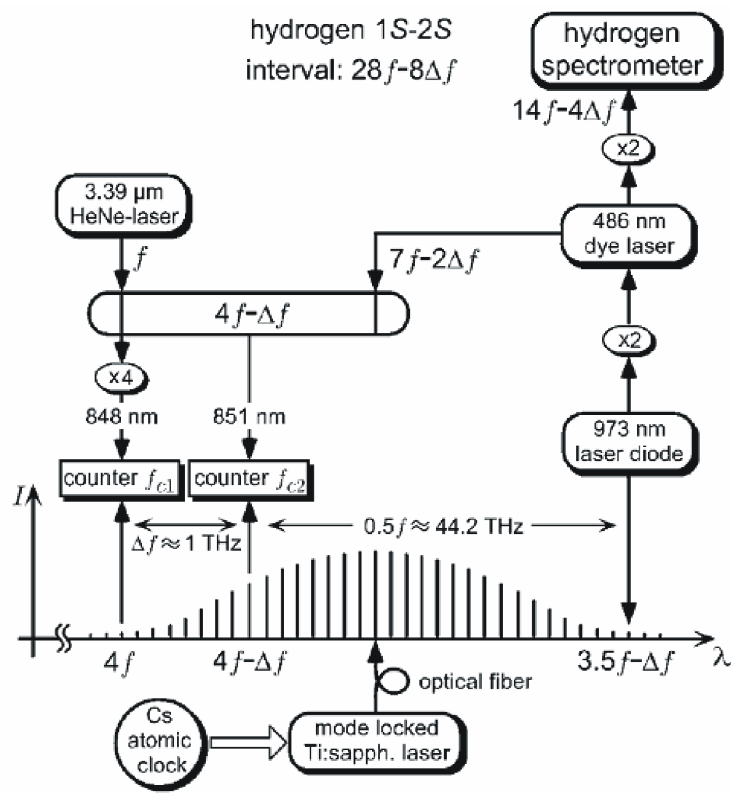
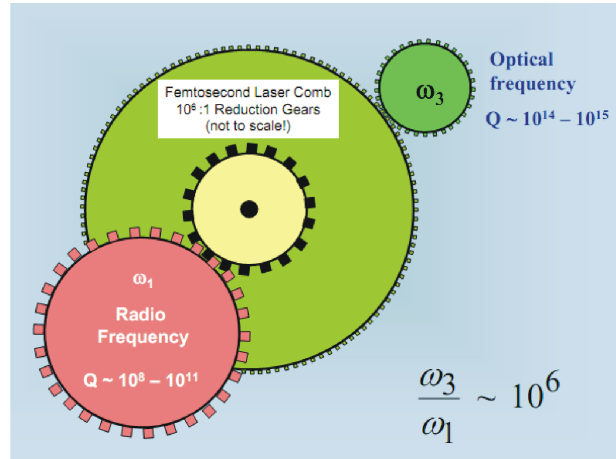
<sup>1</sup>Zvýšením stability nebo přesnosti myslíme většinou snížení hodnoty veličiny, která je charakterizuje. Nejvyšší možná stabilita je tak teoreticky rovna 0. Například stabilitu  $u < 10^{-13}$  považujeme za vysokou, zatímco stabilitu  $u > 10^{-3}$  za velmi malou (špatnou).



Obr. 1.1: Komplikovaná laboratorní sestava pro porovnání atomového přechodu vápníku a frekvence cesiových atomových hodin, umístěná v PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt) Braunschweig. Tento systém využívá řadu laserů a dalších oscilátorů. Pro svoji složitost byl realizován jen v několika málo laboratořích světa. Převzato z [19].

poměrně jednoduše stanovit pomocí měření v radiofrekvenční oblasti. Pomocí frekvenčního spektra femtosekundových laserů lze měřit frekvenci kontinuálních metrologických laserů nebo absorpčních čar prvků důležitých pro spektroskopii. Při měření pomocí femtosekundových laserů pak platí jednoduchá relace, že nejistota délkových měření je vyšší nebo nejvýše rovna nejistotě měření v radiofrekvenční oblasti. Velmi názorné schéma k ilustraci významu femtosekundových laserů v metrologii zveřejnil ve své nobelovské přednášce John L. Hall, viz obr. 1.2.

Jsou známy dva způsoby využití optického hřebene pro délková měření. První,



Obr. 1.2: Názorná ilustrace převodu časové reference na měření optické frekvence prostřednictvím femtosekundového optického hřebene. Dole: blokové schéma historicky prvního porovnání optické frekvence s cesiovými hodinami pomocí optického hřebene. Převzato z [19].

nepřímý, využívá k interferometrickým měřením zdroj, jehož frekvence (resp. vakuová vlnová délka) byla laboratorně změřena pomocí femtosekundového optického hřebene. Frekvence vybraných spektrálních čar je možno nalézt například v článku [17].

Tato práce se zabývá druhým, novějším způsobem. Tato metoda je intenzivně rozvíjena v Oddělení koherenční optiky v ÚPT Brno. Využívá femtosekundových laserů k on-line měření frekvence laditelného laseru, používaného k interferometrickému měření.

### 1.3 Femtosekundové světelné pulzy

Jak již bylo řečeno, optický hřeben představuje významný metrologický nástroj, protože umožňuje měřit optické frekvence pomocí časového normálu. Původ názvu „optický hřeben“ je v jeho spektru, které se skládá z úzkých čar oddělených konstantním frekvenčním intervalem. Takové spektrum mají za určitých okolností pulzní femtosekundové lasery.

Světelný pulz si můžeme představit jako monochromatickou vlnu [20]

$$E = \operatorname{Re} \{ E_0 \exp(i\omega t) \}, \quad (1.3)$$

kde  $E_0$  je amplituda elektrické intenzity,  $\omega = 2\pi\nu$  je úhlová frekvence vlny a  $t$  je čas. Výraz pro monochromatickou vlnu vynásobíme obálkovou funkcí, což je nejčastěji Gaussova funkce:

$$f = \exp(-\Gamma t^2). \quad (1.4)$$

Matematický zápis gaussovského pulzu je tedy

$$E = \operatorname{Re} \{ E_0 \exp(i\omega t - \Gamma t^2) \}. \quad (1.5)$$

Parametr  $\Gamma$  je komplexní číslo (ve tvaru  $\Gamma = a - ib$ ). Imaginární část představuje kvadratickou závislost fáze (nebo lineární závislost frekvence) na čase [21]. Porovnání průběhu elektrické intenzity gaussovského pulzu s reálným a komplexním parametrem  $\Gamma$  a monochromatické vlny o stejné centrální frekvenci je na obrázku 1.3.

Pulz, ve kterém se s časem mění frekvence, se anglicky nazývá *chirped pulse* (doslova: „kuňkavý pulz“ [18]). Takový pulz může vzniknout z pulzu s reálným parametrem  $\Gamma$ , který se šíří v disperzním prostředí, kde dochází k tomu, že nízké frekvence předbíhají vysoké (v optických systémech se zápornou disperzí, které se používají ke kompresi pulzů, je tomu naopak).

Výkonové spektrum gaussovského pulzu je opět Gaussova funkce. Pro spektrum pulzu s reálným parametrem  $\Gamma$  platí vztah

$$I(\omega) = \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma} \right]. \quad (1.6)$$

Příklad spektra gaussovského pulzu je zobrazen na obrázku 1.4. Pulz, pro který platí, že jeho frekvence nezávisí na čase, se nazývá „pulz omezený Fourierovou transformací“ (anglicky *Fourier-transform-limited pulse*). Pro takový pulz platí, že je nejkratší možný pro dané spektrum. Nutnou podmínkou je, že spektrum je symetrické [20]. Gaussovský pulz s reálným parametrem  $\Gamma$  tuto podmínku splňuje.

## 1.4 Femtosekundové lasery

Již v 70. letech se podařilo zkonstruovat první lasery generující světelné pulzy s dobou trvání pod 1 ps [22]. Nejprve se jednalo o barvivové, později o pevnolátkové a polovodičové lasery. Pevnolátkové pulzní lasery jsou schopny generovat pulzy o délce trvání pouhých jednotek femtosekund, tedy délky v jednotkách mikrometrů (ve vakuu). V současnosti disponují nejkratšími pulzy v oblasti optických frekvencí, pokud je mi známo, titan-safírové lasery, které vytvářejí světelné pulzy kratší než 5 fs [23]. Takovéto pulzy lze ještě zkrátit pomocí generátorů vyšších harmonických frekvencí. Tímto způsobem bylo dosaženo délky pulzu 2,8 fs pro vlnovou délku 260 nm [24]. Pro techniku optického hřebene měly zásadní význam fotonická vlákna, která umožňují femtosekundové pulzy spektrálně rozšířit na více než oktávu.

Při tvorbě světelných pulzů se využívá principu zvaného *mode-locking*, česky *svázání módů*. To znamená, že mezi jednotlivými módy laserového rezonátoru musí být konstantní fázový posuv. Pulzy pak vzniknou interferencí módů, což názorně ilustruje obrázek č. 1.5.

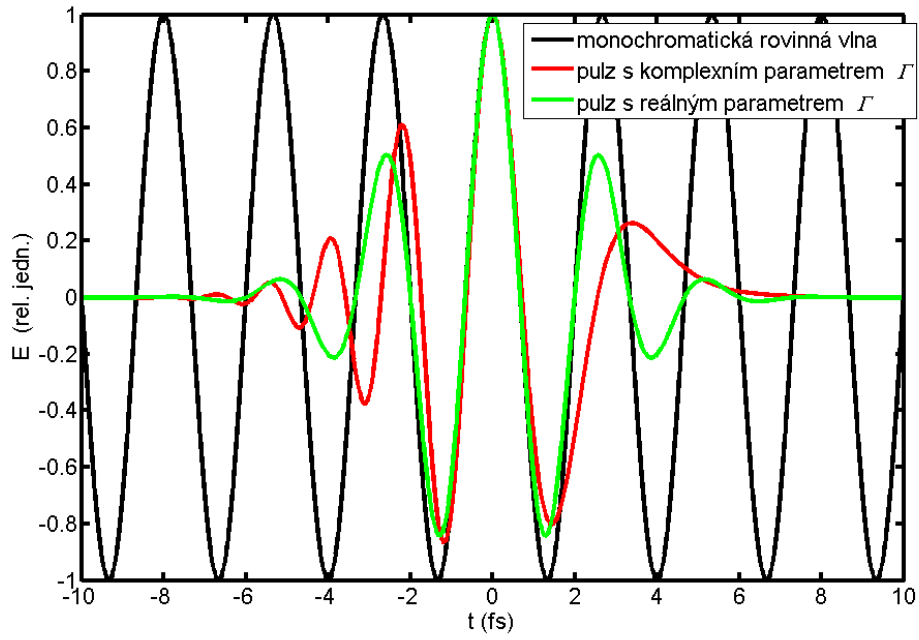
Je třeba zajistit, aby zisk laseru byl větší pro pulzní režim než pro kontinuální. To se provádí aktivně například pomocí akustooptického nebo elektrooptického modulatoru, nebo pasivně pomocí saturevatelné absorpce. Pasivní mode-locking umožňuje tvorbu kratších pulzů, neboť se zesiluje autoregulace [26].

## 1.5 Optický hřeben

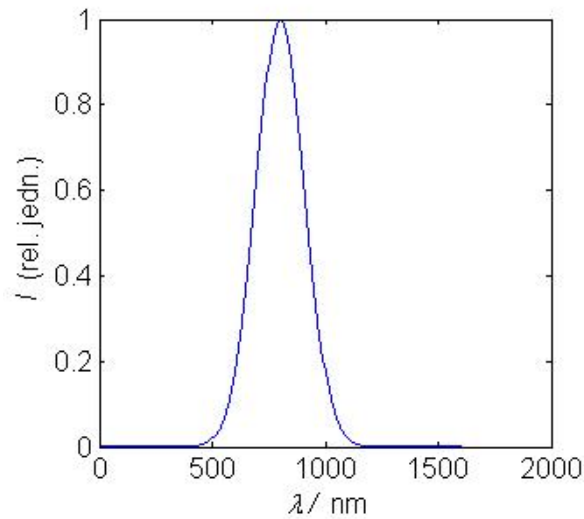
Spektrum jednoho světelného pulzu je dáno Fourierovou transformací jeho obálky a je centrované kolem nosné frekvence pulzu. Spektrum série, „vláčku“, identických pulzů (anglicky *pulse train*) separovaných konstantním časovým intervalem, lze obdržet vynásobením obáلكové funkce matematickou řadou. Z pravidla o Fourierově transformaci součtu [25]:

$$f(t) = \sum_{j=1}^n f_0(t - t_j) \quad (1.7)$$

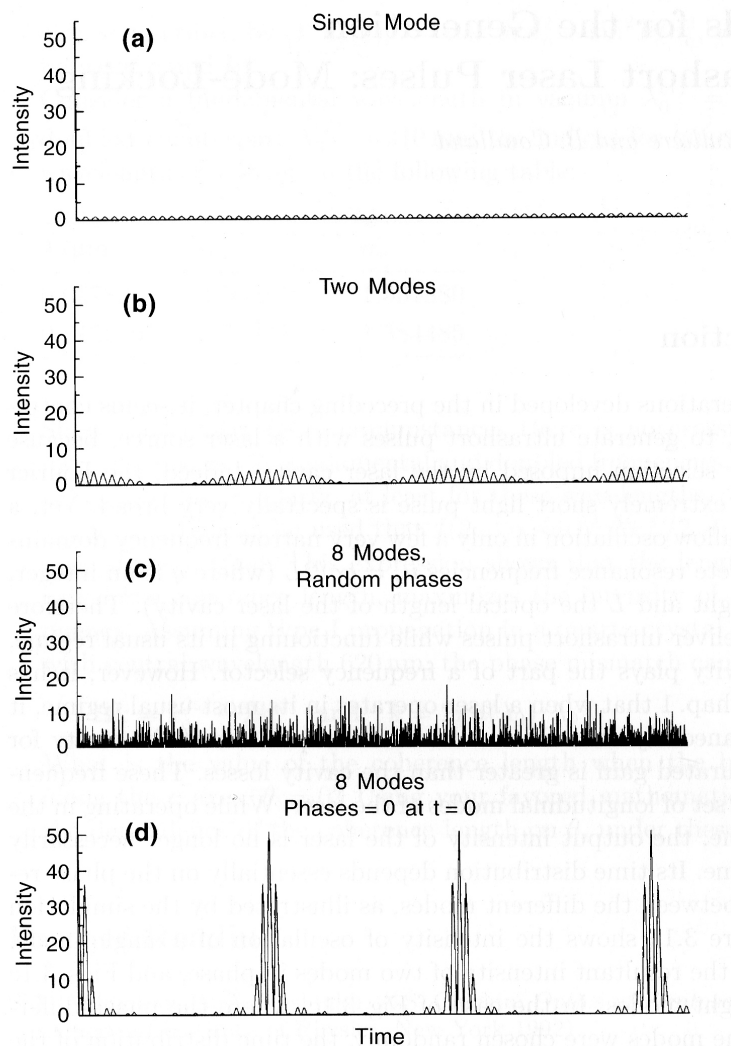
$$\text{FT}\{f(t)\} = \text{FT}\{f_0(t)\} \sum_{j=1}^n \exp(-ikTt_j) \quad (1.8)$$



Obr. 1.3: Porovnání gaussianských pulzů s monochromatickou vlnou. Parametry pulzů jsou:  $\Gamma = a - ib$  ;  $a = 10^{28}$  , ( $b = 2 \cdot 10^{28}$ ), frekvence monochromatické vlny  $\nu_0 = 375$  THz; pološířka pulzů v časové oblasti  $\Delta t \approx 5$  fs. Tyto pulzy přibližně odpovídají pulzům titan-safírového laseru.



Obr. 1.4: Spektrum gaussianského pulzu s reálným parametrem  $\Gamma$ . Parametry pulzu odpovídají popisku obrázku 1.3.



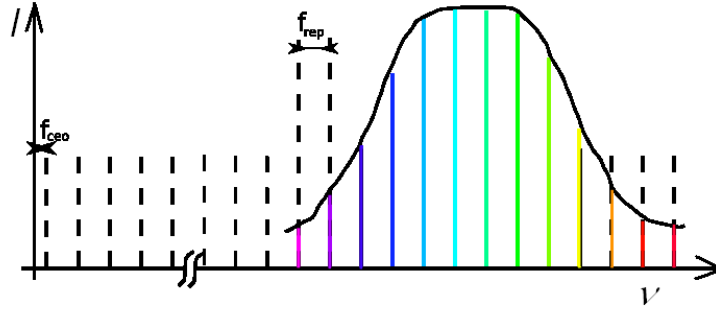
Obr. 1.5: Ilustrace vzniku světelného pulzu interferencí módů se stejným fázovým rozdílem. Shora: a) průběh elektrické intenzity jedné elektromagnetické vlny. b) průběh výsledné elektrické intenzity dvou vln – módů s blízkou frekvencí. c) Průběh výsledné elektrické intenzity osmi módů s náhodným fázovým posuvem. d) Interferencí osmi módů s pevně daným fázovým posunutím vzniká pulzní průběh elektrické intenzity. Převzato z [20].

plyne, že spektrum série pulzů je dáno spektrem jednoho pulzu násobeným sumou fázorů. Je-li časový interval mezi pulzy konstantní, projeví se spektrum jako série ostrých, ekvidistantních čar ohrazených obálkou – spektrem jednoho pulzu. Vzdálenost čar je nepřímo úměrná opakovací frekvenci femtosekundového laseru, který tyto pulzy generuje. Je-li toto spektrum dostatečně široké (čehož se zpravidla dosahuje s pomocí fotonických vláken, viz [4]), je možné změřit dvě frekvence, které je jednoznačně určují [26]. Jedná se o *offsetovou frekvenci*,  $f_{ceo}$  a *opakovací frekvenci*,

$f_{\text{rep}}$ . Tyto frekvence se nacházejí v radiofrekvenční oblasti, typicky jsou to stovky MHz. Frekvenci  $n$ -té čáry hřebene je možno vyjádřit jako

$$\nu_n = f_{\text{ceo}} + n f_{\text{rep}}, \quad n \in \mathcal{N}. \quad (1.9)$$

To je znázorněno také na obrázku 1.6. Nutno podotknout, že  $n$  bývá velmi velké.



Obr. 1.6: Spektrum femtosekundového optického hřebene. Každou z čar lze vyjádřit pomocí dvou frekvencí:  $f_{\text{ceo}}$  a  $f_{\text{rep}}$ .

### 1.5.1 Určení absolutní optické frekvence

Opakovací frekvenci série pulzů lze měřit snadno elektronicky, stačí vložit do dráhy svazku rychlou fotodiodu. Měření offsetové frekvence však nelze provést přímo, neboť spektrum femtosekundových laserů leží v optickém oboru a nezasahuje do radiofrekvenční oblasti. Spektroskopy principiálně nemohou rozlišit jednotlivé spektrální čáry optického hřebene [26], takže je třeba pro určení offsetové frekvence postupovat jinak.

Je-li spektrum femtosekundového laseru dostatečně široké a pokrývá rozsah jedné oktávy (tzn. obsahuje frekvence  $\nu$  a  $2\nu$ ), lze použít techniku měření záněje mezi dvojnásobkem frekvence čáry  $n$  a frekvencí čáry  $2n$ . Pro zánějovou frekvenci (frekvenci rázů) platí:

$$2\nu_n - \nu_{2n} = 2(n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}) - (2n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}) = f_{\text{ceo}}. \quad (1.10)$$

Jinou možností je vytvoření záněje mezi laserem pracujícím na známé frekvenci  $\nu_L$  s čarou  $n$  a záněje druhé harmonické frekvence tohoto laseru  $2\nu_L$  s frekvencí čáry  $2n$ . První technika, označovaná někdy jako self-referencing, je však praktičtější a dnes nejrozšířenější.

## 1.6 Princip měření frekvence laseru pomocí optického hřebene

Stabilita frekvence optického hřebene je odvozena od stability radiofrekvenčního zdroje, jímž je řízen, a může dosahovat stejného řádu [19]. V praxi bylo dosaženo krátkodobé stability optické frekvence řádově  $10^{-15}$  [27]. Tuto stabilitu je pak možné přenést na stabilitu laserového měření délek, což znamená zlepšení o 4 – 5 řádů vzhledem k metodám, které používají jako zdroj například polarizačně stabilizovaný He-Ne laser s krátkodobou stabilitou frekvence  $10^{-10}$  [28] či jódem stabilizovaný He-Ne laser s dlouhodobou stabilitou  $2,5 \cdot 10^{-11}$  [2].

Mějme laser s velmi úzkou pološířkou čáry. Mějme dále femtosekundový optický hřeben, jehož frekvence  $f_{\text{ceo}}$  a  $f_{\text{rep}}$  známe. Frekvence laseru se nachází mezi frekvencemi optického hřebene, které označíme (viz též obr.1.7):

$$\nu_n = f_{\text{ceo}} + n f_{\text{rep}}, \quad \nu_{n+1} = f_{\text{ceo}} + (n+1) f_{\text{rep}}.$$

Předpokládejme, že jsme změřili frekvenci laseru s přesností lepší než  $f_{\text{rep}}/2$ , například pomocí absorpční kyvety s plynem. Nyní jsme schopni určit  $n$ , neboť víme, že

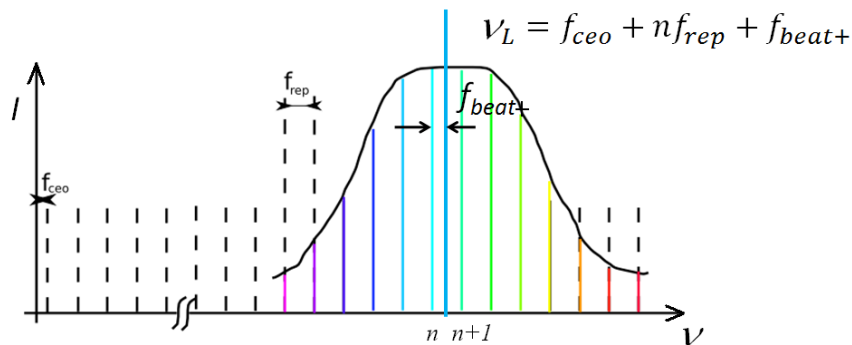
$$\nu_n < \nu_L \text{ a } \nu_{n+1} > \nu_L.$$

Zjistíme, jaká je frekvence  $f_{\text{beat}}$  zázněje laseru s čarou  $n$  nebo  $n+1$  frekvenčního hřebene (viz obr. 1.7). Pak pro frekvenci laseru pak platí

$$\nu_L = \nu_n + f_{\text{beat}+},$$

respektive

$$\nu_L = \nu_{n+1} - f_{\text{beat}-}.$$



Obr. 1.7: Ilustrace měření frekvence laseru pomocí frekvenčního optického hřebene.

## 2 INTERFEROMETRIE

Interferometrie se zabývá měřením délek pomocí jevu zvaného interference světla. Tento jev vzniká díky vlnové povaze světla. Světelnou vlnu můžeme charakterizovat vlnovou délkou nebo frekvencí. Jejich vazba na definici jednotku času a délky byla diskutována na str. 13.

### 2.1 Interference světla

Odečítání period elektromagnetických vln nelze v optickém frekvenčním oboru  $\nu \approx 10^{14}$  Hz realizovat přímo. Dopadem dvou a více světelných vln na detektor můžeme ale zajistit interferenci. Tak vzniká v rovině detektoru rozložení světelné intenzity (interferenční obrazec), jehož průběh se mění v čase i prostoru s frekvencí nižší, než je frekvence elektromagnetické vlny. Proto jej lze snadno detekovat elektronickými součástkami – nejčastěji fotodiodami.

Interference světla je jev, který vyplývá z principu superpozice. Ten říká, že pokud jsou jednotlivá světelná pole řešením vlnové rovnice (příp. Helmholtzovy rovnice), je jejím řešením i jejich součet [29]. Pokud se v prostoru setkají světelné vlny s vektory elektrické intenzity  $\vec{E}_1(\vec{r}, t), \dots, \vec{E}_n(\vec{r}, t)$ , je výsledné pole dáno součtem

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i(\vec{r}, t). \quad (2.1)$$

Fotodetektory však zaznamenávají intenzitu světla  $I = |E|^2$ , což znamená, že intenzita světla může být v určitých místech větší, než součet dílčích intenzit, v jiných naopak nižší než tento součet či nulová. Obecně platí  $I \neq \sum_{i=1}^n I_i$ . Tato rovnost by platila pro nekoherentní světlo, které však v experimentech s laserovými interferometry neuvažujeme.

#### 2.1.1 Dvousvazková interference

Interference dvou rovinných vln je nejjednodušším případem interference světla. Ačkoli je v praxi nemožné obdržet ideální rovinnou vlnu, existují situace, které se interferenci dvou rovinných vln velmi blíží. To nastává tehdy, když je zakřivení interferujících vlnoploch malé. Pro ilustraci dvou důležitých veličin, které charakterizují interferenční proužky (perioda a kontrast), je tato aproximace dostatečná.

Mějme tedy dvě rovinné vlny ( $j = 1, 2$ ) o stejné frekvenci  $\omega = 2\pi\nu$ , stejné polarizaci a amplitudách elektrické intenzity  $A_1, A_2$ :

$$E_1(\vec{r}, t) = A_1 \exp \left[ -i(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r} + \varphi_1) \right],$$

$$E_2(\vec{r}, t) = A_2 \exp \left[ -i(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r} + \varphi_2) \right],$$

tyto vlny spolu interferují na stínítku kolmém na osu úhlu vymezeného směry šíření těchto vln. Úhel mezi nimi je  $\theta$ , vlnová délka je

$$\lambda = \frac{2\pi}{|\vec{k}_1|} = \frac{2\pi}{|\vec{k}_2|}.$$

Intenzita výsledného interferenčního obrazce bude mít průběh

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi), \quad (2.2)$$

kde  $\Delta\varphi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}$ ,  $I_1 = A_1^2$  a  $I_2 = A_2^2$ .

Interferenční obrazec budou tvořit rovnoběžné proužky o periodě

$$p = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)}. \quad (2.3)$$

Pro kontrast interferenčních proužků platí vztah:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}. \quad (2.4)$$

## 2.1.2 Mnohasvazková interference

Mějme planparalelní vrstvu tloušťky  $l$ , jejíž oba povrchy mají intenzitní odrazivost  $R$  a propustnost  $T$ . Odrazivost ostatních ploch a absorpci neuvažujeme. Na desku dopadá kolmo rovinná vlna intenzity  $I_0 = 1$  (viz obr.2.1). Svazkům, které vykonají sudý počet odrazů ( $m = 0, 2, 4, 6, \dots$ ) náležejí intenzity

$$I_i = T^2, T^2 R^2, T^2 R^4, T^2 R^6, \dots$$

Tyto paprsky spolu interferují v nekonečnu nebo v ohniskové rovině čočky [30].

Předpokládejme, že úhel  $\theta = 0$ . Pokud je vzdálenost  $l$  rovna celočíselnému násobku poloviny vlnové délky ( $2l = n\lambda$ ), dochází ke konstruktivní interferenci. Pro světelnou intenzitu na ose svazku za vrstvou platí vztah

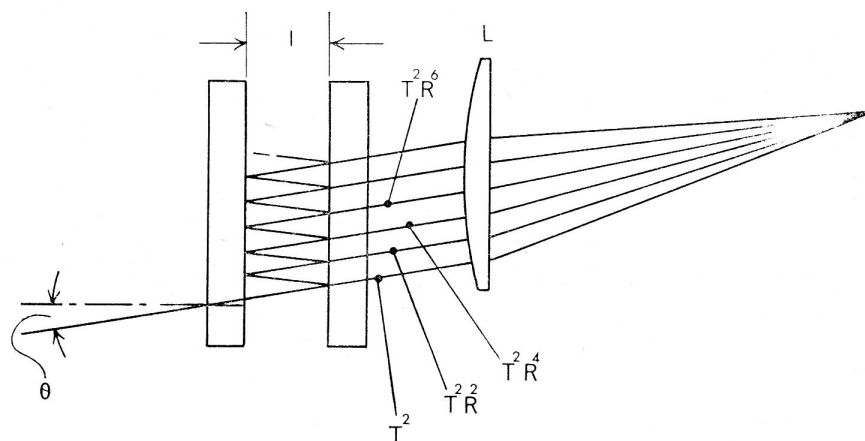
$$I = \frac{T^2}{1 - 2R \cos \varphi + R^2} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\varphi/2)}, \quad (2.5)$$

kde  $\varphi = 4\pi l/\lambda$  a  $F = 4R/(1 - R)^2$  je činitel jemnosti.

Snadno lze odvodit, že kontrast bude:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2R}{R^2 + 1}. \quad (2.6)$$

Platí tedy, že kontrast je maximální pro odrazivost vrstvy, která se blíží k 1. Toto pravidlo má obecnou platnost. Lze je aplikovat i v případech, kdy nahradíme planparalelní desky sférickými zrcadly. V interferometrické praxi se nejčastěji používá odrazivost zrcadel kolem 98 – 99 %, abychom byli schopni přivést mezi zrcadla dostatek světelného výkonu.



Obr. 2.1: Vznik mnohasvazkové interference s vyznačenou intenzitou jednotlivých svazků. V ohniskové rovině čočky vznikají interferenční kroužky. Úhel  $\theta$  je velmi malý. Převzato z [30].

## 2.2 Michelsonův interferometr

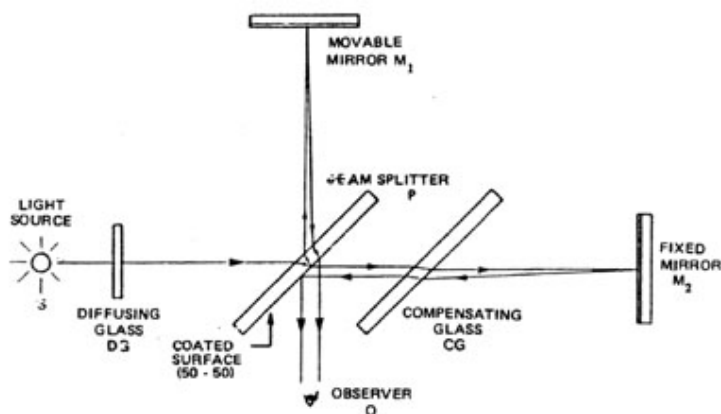
### 2.2.1 Historický vývoj MI

A. A. Michelson sestavil roku 1881 přístroj, který měl dokázat existenci tzv. éterového větru. Tento přesný optický přístroj – Michelsonův interferometr – však existenci žádného éterového větru nedokázal, což později potvrdila Einsteinem formulovaná speciální teorie relativity. Michelson pomocí svého přístroje v letech 1892–1893 srovnával délku metru s délkou světelných vln a zkoumal strukturu spektrálních čar. Později sestavil také tzv. hvězdný interferometr, který umožnil měřit úhlové průměry hvězd [32]. A. A. Michelson obdržel roku 1907 Nobelovu cenu „Za své přesné optické přístroje a za spektroskopická a metrologická bádání s jejich pomocí uskutečněná“ [31].

Později našel Michelsonův interferometr uplatnění v řadě oborů. S příchodem laserů a elektronických detekčních systémů razantně vzrostla vzdálenost, kterou je možné měřit, a přesnost měření. V oblasti fyzikálních experimentů se MI osvědčil zejména při studiu transparentních objektů [33], například při měření indexu lomu vzduchu [34, 35]. V optické výrobě je používán při měření úchylek tvaru lámavých ploch nebo měření poloměru křivosti ploch s velmi malým zakřivením. Ve strojírenství se MI používá ke kalibraci měrek a rýskových měřidel či posuvů výrobních a obráběcích strojů [36].

### 2.2.2 Uspořádání Michelsonova interferometru

Michelsonův interferometr patří mezi interferometry s dělením amplitudy. Obecně se skládá ze zdroje, polopropustného zrcadla, dvou plně odrazných zrcadel (referenčního a měřicího) a detektoru. Ze zdroje vychází kulová vlna, rovinná vlna nebo gaussovský svazek (v současnosti nejpoužívanější). Amplituda vlny je na děliči rozdělena tak, že 50% výkonu směřuje do referenční větve a 50% do měřicí větve. Tyto světelné vlny se odrazí od příslušných zrcadel, na děliči se znovu rozdělí v poměru 1:1 a na detektoru vznikne interferenční obrazec – interferenční proužky nebo kroužky. Změní-li se dráha svazku v jednom z ramen MI o  $\lambda/2$ , posune se interferenční obrazec o jednu periodu proužků (jinými slovy, změní se interferenční řád). Existují také interferometry víceprůchodové (svazek projde měřenou vzdálenost vícekrát), které jsou citlivější, nebo diferenční, které měří vzdálenost mezi dvěma rovnoběžnými zrcadly.

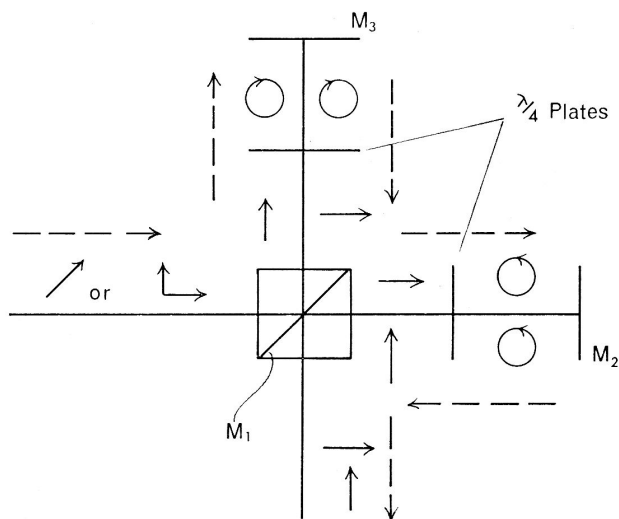


Obr. 2.2: Michelsonův interferometr – klasické uspořádání [37]. Zdrojem může být např. výbojka, jejíž světlo rozptyluje matnice. Kompenzační destička způsobí, že dráha, kterou světlo urazí ve skle, je pro obě větve stejná.

Klasické uspořádání se dnes v metrologii většinou nepoužívá. Jedním z důvodů je nežádoucí odraz svazku zpět do laseru, jiným to, že nelze dosáhnout přesnosti významně převyšující  $\lambda/4$ . V současné době se dává přednost uspořádání s polarizačním děličem světla, viz obr. 2.3 (takovýto MI už nepatří mezi interferometry s dělením amplitudy, ale mezi tzv. interferometry s dělením podle polarizace). Polarizační dělič (McNeillův hranol) je stmelen ze dvou pravoúhlých hranolů, přičemž přepona jednoho z nich je speciálně navrstvena tak, aby došlo k odrazu TE( $\perp$ ) polarizace a průchodu TM( $\parallel$ ) polarizace. V tomto uspořádání je třeba zabránit tomu, aby se svazky vracely zpět do zdroje. Naopak je třeba, aby dopadaly na detektor. Toho lze docílit vložením čtvrtvlnové destičky do obou ramen, která po dvou průchodech svazku otočí rovinu polarizace o  $90^\circ$ . Tento problém lze vyřešit i použitím

koutových odražečů. Ty způsobí, že se odražené svazky s dopadajícími nepřekrývají a putují po oddělených drahách.

V uspořádání s polarizačním děličem nedochází k interferenci na stínítku, pokud před ně není umístěn polarizátor natočený o  $45^\circ$  vzhledem k oběma rovinám polarizace. Pak dochází ke vzniku interferenčních proužků podobně jako u klasického uspořádání.



Obr. 2.3: Michelsonův interferometr – moderní uspořádání s polarizačním dělením. Vyznačena polarizace svazků. Čárkované šipky představují směr paprsku. [30]

V ideálním případě, kdy interferometrem prochází rovinná vlna a přístroj je nájstován, vznikají v rovině detektoru interferenční proužky s nekonečnou šířkou. Není-li přístroj dokonale nájstován, vznikají interferenční proužky (kroužky) konečné šířky, což ale není výraznou závadou, je-li rozměr detektoru menší než šířka těchto proužků. Místo jednoho detektoru (fotodiody) se častěji používá kvadrturní detekční jednotka (obr. 2.4). Nicméně v každém z uvedených uspořádání je důležité dosáhnout maximálního kontrastu. Z rovnice 2.4 plyne, že je třeba nastavit interferometr tak, aby intenzita světla dopadajícího na detektor z obou větví byla stejná. Při použití kvadrturní detekční jednotky musíme navíc dbát na to, aby polarizace svazků byly vzájemně kolmé. Také je důležité dosáhnout toho, aby oba svazky byly co možná nejvíce blízké rovinným vlnám.

Praktickým omezením pro Michelsonův interferometr je konečná koherenční délka světelného zdroje. Určuje maximální rozdíl délky měřicího a referenčního ramene  $\Delta d$  a je rovna

$$l_c = 2\Delta d = \frac{c}{\nu_{\text{FWHM}}}, \quad (2.7)$$

kde  $c$  je rychlost světla a  $\nu_{\text{FWHM}}$  je pološířka čáry. Pro laboratorní účely a měření vzdáleností v řádu centimetrů je koherenční délka laserů bohatě dostačující. Například u He-Ne laseru jsou to až kilometry [1].

### 2.2.3 Kvadrurní detekce signálu u Michelsonova interferometru

V klasickém uspořádání, které využívá jako dělič světla polopropustné zrcadlo, není možné dosáhnout rozlišení významně převyšujícího  $\lambda/4$ . Navíc je při použití jediného detektoru za určitých okolností (průchod maximem nebo minimem interferenčního proužku) nemožné nebo obtížné určit směr posuvu. Oba problémy lze ale v tomto případě vyřešit použitím kvadrurní detekční jednotky. Její funkce je popsána na obrázku 2.4.

Interferenční fázi vypočítáme z poměrů kvadrurních signálů z detekční jednotky:

$$\varphi = \arctan \frac{I_y}{I_x}. \quad (2.8)$$

Přepočet na měřenou vzdálenost provedeme u jednopřůchodového interferometru takto:

$$d = \frac{\varphi}{2\pi} \frac{\lambda}{2} + m \frac{\lambda}{4}, \quad (2.9)$$

kde  $m$  odpovídá počtu průchodů přes osu  $x$  v kladném smyslu minus počet průchodů v záporném smyslu.

Použití kvadrurní detekční jednotky umožňuje dosáhnout v podstatě libovolného citlivosti (ne však přesnosti). Citlivost je v současné praxi určena šířkou pásma analogově-digitálního převodníku, který digitalizuje signál z fotodiod umístěných uvnitř kvadrurní detekční jednotky. Tato hodnota bývá v praxi  $\lambda/2048$ ,  $\lambda/1024$  a pod.

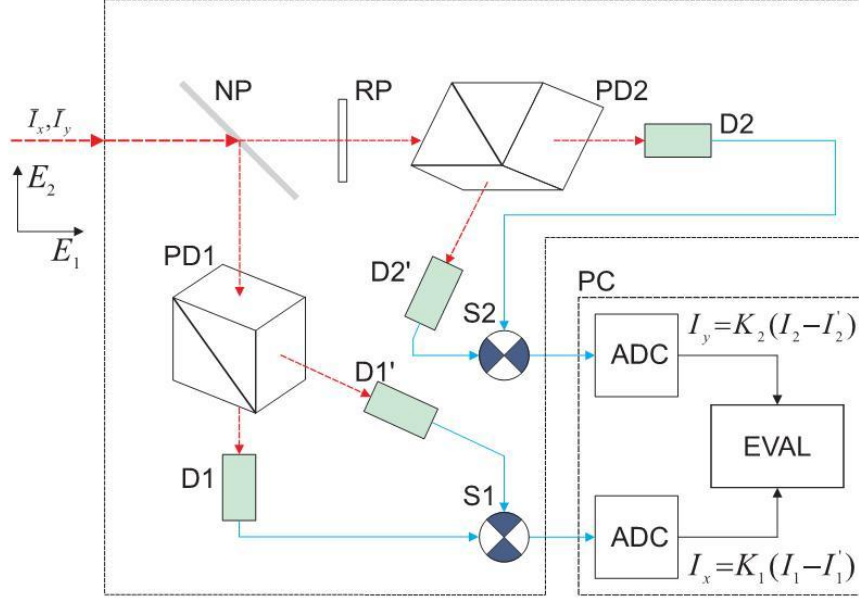
### 2.2.4 Chyby při měření s Michelsonovým interferometrem

Rozlišujeme čtyři druhy chyb měření s Michelsonovým interferometrem [40]. Jedná se o chyby způsobené teplotní roztažností, mrtvou dráhou, Abbeho chybu a nelineární cyklickou chybu.

#### Vliv teplotní roztažnosti

Vliv teploty na měřenou vzdálenost zaznamenáme tehdy, když referenční a měřicí svazek projdou odlišnou vrstvou skla. V takovém případě pro chybu platí:

$$\Delta d_{t1} = (n_G - n_{\text{air}}) \alpha \cdot \Delta l, \quad [\Delta d_{t1}] = \text{mK}^{-1}, \quad (2.10)$$



Obr. 2.4: Schéma kvadraturní detekční jednotky, převzato z [38]. Nepolarizující dělič (NP) rozdělí amplitudu každé z polarizací do 2 větví. V jedné z nich je vložena čtvrtvlnová destička (RP). Polarizační děliče (PD1, PD2) jsou vzhledem k rovinám polarizace natočeny o  $45^\circ$ , takže každý z nich funguje v podstatě jako dva polarizátory. Za každým děličem je dvojice foto-detektorů (D,D') na nichž vzniká interferenční obrazec. Rozdílový signál z obou dvojic je převeden do digitální podoby a zpracován počítačem. Díky čtvrtvlnové destičce jsou oba rozdílové signály vzájemně posunuty o  $\varphi = \pi/2$ . Detekce signálů s fázovým rozdílem  $90^\circ$  se nazývá „kvadraturní detekce“ [39]. Kvadraturní jednotka umožňuje bezpečně rozeznat směr posuvu proužků a nepřímo také jejich kontrast a intenzitu.

kde  $\alpha$  je koeficient teplotní roztažnosti skla a  $\Delta l$  je rozdíl drah měřicího a referenčního svazku uvnitř skleněných prvků.  $n_G$  a  $n_{\text{air}}$  jsou indexy lomu pro sklo a vzduch.

Měřicí nebo referenční zrcadlo jsou často upevněny ve velké vzdálenosti od děliče svazku. V takovém případě se projeví teplotní roztažnost materiálů, z nichž je interferometr vyroben. Platí:

$$\Delta d_{t2} = \Delta_M - \Delta_R, \quad [\Delta d_{t2}] = \text{mK}^{-1}, \quad (2.11)$$

kde

$$\Delta_M = \sum_i \alpha_i l_i,$$

$$\Delta_R = \sum_j \alpha_j l_j,$$

jsou koeficienty teplotní roztažnosti jednotlivých prvků násobené jejich délkami sečtené ve výslednou teplotní roztažnost měřicího (M) a referenčního (R) ramene interferometru.

### Vliv mrtvé dráhy svazku

Mrtvá dráha je definovaná jako rozdíl drah, které urazí referenční a měřicí svazek ve vzduchu mimo měřenou oblast (pro diferenční interferometry) nebo jako rozdíl délek ramen (pro nediferenční interferometry).

$$\Delta d_m = -\frac{\Delta n}{n_{\text{air}}}(d_M - d_R), \quad [\Delta d_m] = \text{m}, \quad (2.12)$$

kde  $d_M$  a  $d_R$  jsou délky drah měřicího a referenčního svazku ve vzduchu v metrech.

### Abbeho chyba

Tato chyba vzniká v případě, kdy není splněna Abbeho podmínka. To jest, když při posuvu dojde k rotaci měřicího zrcadla o úhel  $\beta$  kolem osy, která neprotíná svazek.

$$\Delta d_A = l \tan \beta, \quad (2.13)$$

kde  $l$  je vzdálenost osy rotace od osového bodu svazku a  $\beta$  je úhel natočení. Podobná chyba vzniká, když posuv, který měříme, není vykonáván rovnoběžně s osou svazku, ale svírá s ní úhel  $\gamma$ (rad). Pak platí:

$$\Delta d_x = 1 - \frac{1}{\cos \gamma} d, \quad [\Delta d_x] = \text{m},$$

kde  $d$  je vzdálenost, jakou jsme naměřili. Skutečná vzdálenost je pak rovná naměřené hodnotě, od níž jsme odečetli všechny chyby:

$$d = d_{\text{nam}} - \sum \Delta d.$$

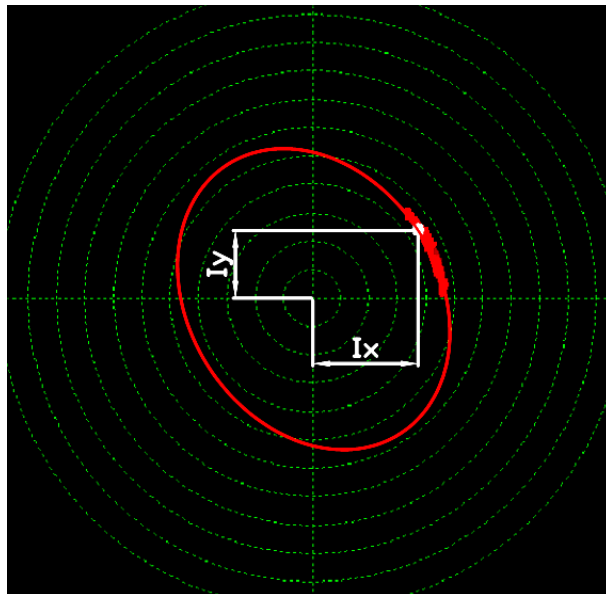
### Nelineární chyba

Velký problém při dosahování nanometrového rozlišení při měření s Michelsonovým interferometrem s kvadrurní detekční jednotkou může být tzv. nelineární chyba. Jejím projevem je periodicky se opakující odchylka měřené hodnoty od skutečné, nemá však kumulativní charakter. Perioda této chyby odpovídá periodě interferenčních proužků a nelineární chyba dosahuje velikosti o 2–3 řády nižší, než je použitá vlnová délka.

Hlavním zdrojem nelinearity měření je nesplnění předpokladu, že fázový posuv mezi signály detekovanými v kvadratuře je  $\pi/2$ . Příčinou může být výrobní

nepřesnost vnitřního uspořádání detektoru, jeho natočení vzhledem k rovinám polarizace vstupujících svazků nebo nesouosost měřicího a referenčního svazku [38]. Proud v jednotlivých větvích detektoru označme  $I_x, I_y$ . Předpokládejme, že amplitudy proudů  $I_x$  a  $I_y$  jsou shodné, tzn. že je systém bezchybně nastaven. Pak je interferenční fáze určena jako

$$\varphi = \arctan \frac{I_y}{I_x}. \quad (2.14)$$



Obr. 2.5: Grafické zobrazení dat z kvadraturní detekční jednotky pro ilustraci vzniku nelineárních chyb. Interferenční fáze je získána z úhlu rotujícího fázoru podle vztahu  $\varphi = \arctan(I_y/I_x)$ . V ideálním případě opisuje fázor kružnici, obecně se však jedná o elipsu. Úhel  $\varphi$  se přepočítá na posuv podle vztahu  $d = (\varphi/2\pi) \cdot \lambda/2$ . Excentricita elipsy způsobí, že úhel fázoru neodpovídá interferenční fázi. Vyšší excentricitě elipsy odpovídá větší nelineární chyba měření. Elipsa byla do grafu dodatečně dokreslena pro ilustraci.

Graficky je interferenční fáze v rovině  $[I_x, I_y]$  znázorněna bodem na kružnici (viz obr. 2.5). Obecně však proudy  $I_x, I_y$  díky výše zmíněným nedokonalostem vykreslí elipsu, což má za důsledek vznik chyb v určení interferenční fáze, neboť rovnice 2.14 nedává pro elipsu správný výsledek. Typická chyba, která takto vzniká, je pro běžný jednopruřadový Michelsonův interferometr s  $\lambda = 633 \text{ nm}$  řádově v jednotkách nm a s periodou  $\lambda/2$  kolísá kolem nuly (nemá kumulativní charakter). Podrobný rozbor vzniku nelineárních chyb a jejich korekce je nad rámec této práce, je možné jej nalézt v článkách [38, 41, 42].

## 2.3 Fabryho-Pérotův interferometr

### 2.3.1 Historický vývoj

Charles Fabry vypracoval v letech 1890–92 teorii mnohasvazkové interference, která se stala základem pro jeho budoucí experimentální činnost. Ch. Fabry a Alfred Pérot zkonstruovali v devadesátých letech 19. století přístroj, který dnes známe jako Fabryho-Pérotův interferometr (FPI) [43]. Původní Fabryho-Pérotův interferometr se skládal ze dvou planoparalelních destiček, jejichž vnitřní vrstvy byly vysoce odrazné. Díky tomu měl přístroj vynikající rozlišovací schopnost a našel tak celou řadu uplatnění, zejména ve spektroskopii. Jen Fabry a Pérot publikovali v letech 1896–1902 patnáct odborných článků o různých aplikacích tohoto přístroje. Za zmínku stojí důkaz existence ozonové vrstvy provedený Fabrym a Buissonem roku 1913 [44]. Z hlediska metrologie je významné porovnání vlnových délek spektrálních čar se standardním metrem, které znamenalo zpřesnění hodnot vlnových délek, do té doby měřených pomocí hranolových spektroskopů, o jeden řád [45, 46].

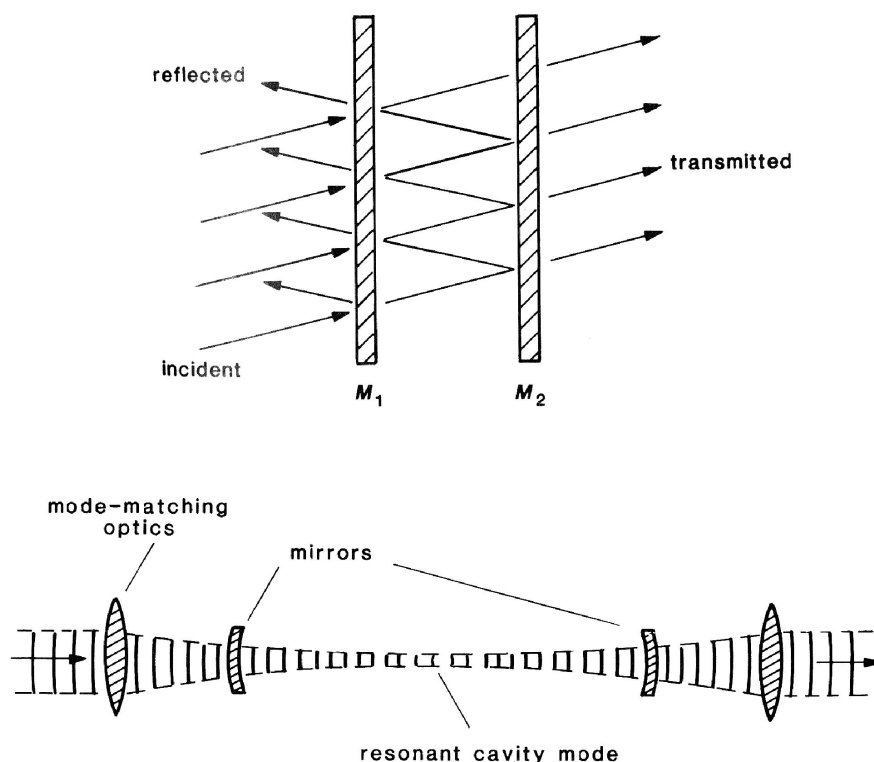
Daleko bouřlivější rozvoj než na počátku 20. století zažily Fabryho-Pérotovy interferometry (nebo obecněji dutinové rezonátory) po roce 1960 v souvislosti s jedinou aplikací, kterou byly lasery. Zjistilo se totiž, že optický jednoosý dutinový rezonátor je ideálním konstrukčním prvkem k zajištění zpětné vazby nezbytné pro chod laseru. Drtivá většina laserů, počínaje prvním laserem Th. Maimana [48] a konče nejmodernějšími lasery, využívá stále rezonátory na principu mnohasvazkové interference, ovšem často ve složitějších uspořádáních, než bylo původní, Fabryho-Pérotovo s planárními zrcadly.

V souvislosti s rozvojem nanotechnologie našly rezonátory díky své vynikající rozlišovací schopnosti uplatnění jako senzory k velmi přesnému odměřování malých posuvů [49].

Fabryho-Pérotův interferometr patří mezi mnohasvazkové interferometry. Skládá se z dvou rovinných nebo sférických, vysoce odrazných zrcadel přesně umístěných proti sobě (viz obr. č. 2.6). Díky tomu, že svazek projde drahou mezi zrcadly mnohonásobně, je citlivost Fabryho-Pérotova interferometru mnohem vyšší, než je citlivost všech jednopřechodových interferometrů. Průběh spektrální propustnosti interferometru není sinusový, ale je tvořen ostrými maximy separovanými širokými tmavými intervaly [30].

### 2.3.2 Rezonátory se sférickými zrcadly

V souvislosti s rozvojem laserů v 60. letech 20. století došlo k masovému využívání optických rezonátorů jako prostředků k dosažení zpětné vazby. Bylo tedy nutné podrobně rozpracovat teorii rezonátorů, zvláště pak sférických. Vzniklo tak několik



Obr. 2.6: Fabryho-Pérotův interferometr. Nahoře klasické uspořádání, tzv. etalon, dole moderní uspořádání rezonátoru se sférickými zrcadly a s vyznačeným chodem gaussovského svazku navázaného do rezonátoru pomocí čoček. Převzato z [21].

směrů, podle toho, na které fyzikální teorii byly založeny. Nejvýznamnější pro praxi je difrakční teorie rezonátorů, kterou vypracovali Fox a Li [50] a přístup založený na aproximaci módů rezonátorů světelnými svazky, zvláště gaussovskými (Boyd, Gordon, Kogelnik) [51]. V následujícím textu budou použity některé výsledky obou teorií.

### 2.3.3 Popis funkce Fabryho-Pérotova interferometru

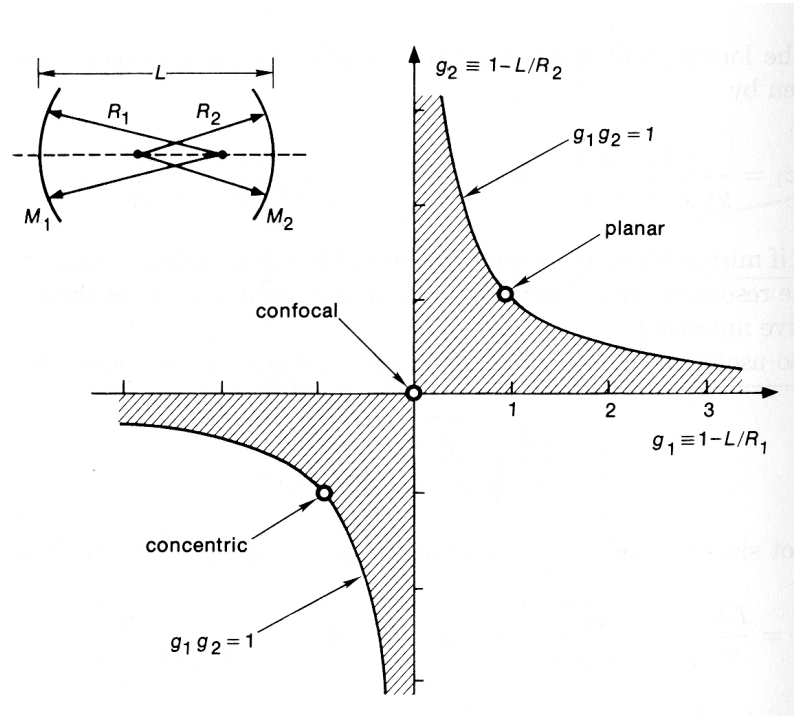
Fabryův-Pérotův interferometr se skládá se ze dvou obecně sférických zrcadel umístěných na společné optické ose, která je dána spojnicí středů křivosti [47]. Vzdálenost mezi vrcholy zrcadel na ose označme  $d$ , poloměry křivosti  $r_1, r_2$ . Rezonátor je stabilní, pokud se paprsek po dvou odrazech replikuje, prochází stejnou dráhou. Matematicky lze podmínku stability vyjádřit jako:

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1, \text{ kde :} \quad (2.15)$$

$$g_1 = \left(1 - \frac{d}{r_1}\right) \quad (2.16)$$

$$g_2 = \left(1 - \frac{d}{r_2}\right). \quad (2.17)$$

V souřadném systému daném veličinami  $g_1$  a  $g_2$  se stabilní rezonátory nacházejí v plochách ohraničených hyperbolami, jak je vidět na obrázku 2.7.



Obr. 2.7: Diagram stability interferometru s vyznačenými základními typy interferometru. V tomto grafu je poloměr zrcadel značen  $R$  a délka rezonátoru  $L$ . Převzato z [21].

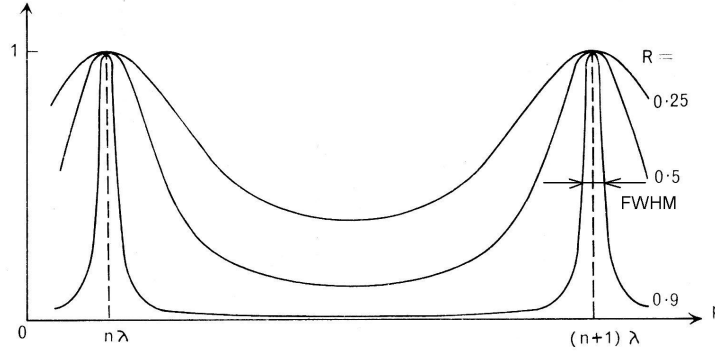
Pro určité frekvence je v rezonátoru splněna tzv. selfkonzistenční podmínka, jinými slovy, vzniká stojaté vlnění. Počet půlvln světelného záření, nacházejících se uvnitř rezonátoru, nazývejme osový mód,  $q$ . Vzhledem k tomu, že je vlnová délka viditelného světla velmi malá ve srovnání s typickými – centimetrovými – rozměry rezonátoru, bývá  $q$  velmi velké. Rozdíl frekvencí dvou sousedících módů s  $q = s$  a  $q = s + 1, s \in \mathcal{N}$  budeme nazývat separace osových módů. Tato hodnota je pro rezonátor délky  $d$  rovna:

$$\nu_0 = \frac{c}{2d}. \quad (2.18)$$

Frekvence oscilujícího módu je tedy rovna

$$\nu = q \cdot \nu_0. \quad (2.19)$$

Pokud rezonátor rezonuje v módu  $q$ , vniká ostrá rezonanční čára s jedním maximem (viz obr. 2.8). Má charakter interferenčního kroužku lokalizovaného v nekonečnu.



Obr. 2.8: Intenzita interferenčních proužků vzniklých na planparalelní vrstvě (jednoduchém Fabryho-Pérotově interferometru). Vyznačena propustnost pro různé hodnoty odrazivosti zrcadel  $R$ . Převzato z [30].

### 2.3.4 Veličiny charakterizující rezonátor

Šířka čar v transmisním spektru je důležitou vlastností každého interferometrického přístroje. Definujeme proto několik veličin, kterými lze rozlišovací schopnost rezonátoru kvantifikovat.

Relativní rozlišení lze definovat jako poměr poloviny pološířky čáry a intervalu mezi čarami:  $\mathcal{R} = \text{FWHM}/\lambda$ . Rezonátory s vyšší odrazivostí zrcadel mají vyšší rozlišení, jak je vidět z obr. 2.8. Rozlišení je ve frekvenční oblasti definováno jako podíl pološířky rezonanční čáry ( $\nu_{\text{FWHM}}$ ) a frekvenční separace osových módů  $\nu_0$ :

$$\mathcal{R} = \frac{\nu_{\text{FWHM}}}{\nu_0}. \quad (2.20)$$

Finesu (jemnost) můžeme definovat jako převrácenou hodnotu rozlišení:

$$\mathcal{F} = \frac{1}{\mathcal{R}}, \quad (2.21)$$

nebo

$$\mathcal{F} = \frac{\sqrt{R_1 R_2} \pi}{1 - \sqrt{R_1 R_2}}, \quad (2.22)$$

pro pološířku čáry platí:

$$\nu_{\text{FWHM}} = \frac{c}{2d\sqrt{\mathcal{F}}}. \quad (2.23)$$

Faktor kvality je definován jako

$$Q = 2\pi \frac{\text{energie uvnitř oscilátoru}}{\text{energie vydaná během jedné periody}} \quad (2.24)$$

což je rovno

$$Q = 2\pi \frac{d}{\delta\lambda}, \quad (2.25)$$

kde

$$\delta = \frac{1}{2} (\delta_{r1} + \delta_{d1} + \delta_{r2} + \delta_{d2})$$

představuje ztráty při průchodu rezonátorem.  $\delta_r$  jsou ztráty při odrazech a  $\delta_d$  jsou difrakční ztráty.

Difrakční ztráty rezonátoru lze charakterizovat pomocí Fresnelova čísla definovaného

$$N = \frac{a^2}{\lambda d} \quad (2.26)$$

pro systém se zrcadly stejného poloměru (apertury)  $a$ , respektive

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda d} \quad (2.27)$$

pro rezonátor s kruhovými zrcadly o poloměrech  $a_1, a_2$ . Je-li Fresnelovo číslo  $N$  vyšší než 100, můžeme difrakční ztráty bez ohledu na typ rezonátoru zanedbat a vystačíme s popisem rezonátoru pomocí geometrické optiky. V jiném případě je možné difrakční ztráty zahrnout do odrazivosti zrcadel:

$$R_i = 1 - \delta_{r,i} + \delta_{d,i}.$$

Velikostí difrakčních ztrát pro různé typy rezonátorů a poloměry zrcadel se zabývá například článek [52].

### 2.3.5 Difrakční teorie rezonátorů

Difrakční teorie rezonátorů byla vypracována v 60. letech 20. století. Je založena na skalární teorii difrakce a vychází z Fresnelova-Kirchhoffova difrakčního integrálu [47]. Stav v prostoru rezonátoru se popisuje pomocí skalárního pole, obsahujícího amplitudu a fázi elektrické složky elektromagnetického pole.

Výpočet pole v rezonátoru zpravidla vychází ze stavu, kdy známe rozložení elektrické intenzity záření na jednom ze zrcadel:  $E_{S1}(x_1, y_1)$ . K výpočtu rozložení intenzity  $E_{S2}(x_2, y_2)$  se využívá Fresnelova-Kirchhoffova formule:

$$E_{S2}(x_2, y_2) = \frac{ik}{4\pi} \int_{S1} \frac{E_{S1}(x_1, y_1)}{r'} (1 + \cos \Theta) \exp(-ikr') dS_1 \quad (2.28)$$

Pak je třeba vyřešit stejnou rovnici pro stanovení účinku záření odraženého zrcadlem 2 na zrcadlo 1. Při řešení rezonátoru hledáme takové rozdělení intenzity  $E_{S1}$ , které se po odrazu od zrcadla 2 reprodukuje.

Tyto (většinou numerické) výpočty byly pro většinu základních typů rezonátorů provedeny záhy po zavedení difrakční teorie rezonátorů, tedy během 60. a 70. let 20. století. V následujícím textu budu využívat některé výsledky, které tato teorie dává.

## Degenerace módů v rezonátoru

Z difrakční teorie plyne, že stojaté vlnění v optickém rezonátoru lze popsat pomocí TEM módů se třemi indexy  $m, n, q$  [47]. Indexy  $m, n$  představují počet minim pole v rovině kolmé na osu rezonátoru. Význam indexu  $q$  byl výše definován jako počet půlvln na ose rezonátoru, někdy se též definuje jako počet uzlů (minim) na ose rezonátoru. Vzhledem k tomu, že  $q$  dosahuje typicky hodnot  $10^4 - 10^6$ , lze tento rozdíl ve většině případů zanedbat. Protože je také v praxi obtížné určit absolutní hodnotu  $q$  (na rozdíl od její změny, kterou už lze měřit velmi snadno), používá se ke značení TEM módů jen indexů  $m, n$ .

Obecně platí, že rezonanční TEM módy se stejným indexem  $q$ , ale s různými součty indexů ( $m + n$ ) mají různé frekvence. Za rezonátor se zvýšenou degenerací módů považujeme takový rezonátor, kde některé módy s různým součtem indexů ( $m + n$ ) mají stejnou frekvenci. Pro celkový fázový posuv, resp. rezonanční frekvenci v rezonátoru s kruhovými zrcadly platí

$$2\pi\varphi_{\text{celk}} = \frac{\nu}{\nu_0} = q + \frac{1}{\pi} (m + n + 1) \arccos \sqrt{g_1 g_2}. \quad (2.29)$$

Speciálně pro konfokální rezonátor platí  $g_1 = g_2 = 0$ , a tedy

$$\frac{\nu}{\nu_0} = q + \frac{1}{2} (m + n + 1). \quad (2.30)$$

Stupeň degenerace tohoto rezonátoru je 2, to znamená, že pro každý index  $q$  existují dvě rezonanční frekvence, jedna odpovídá sudému součtu  $m + n$ , druhá lichému. Výhodou konfokálního rezonátoru je, že fázový posun nezávisí na Fresnelově čísle. Mezi další praktické výhody patří, že má tento rezonátor nejnižší ztráty pro dané Fresnelovo číslo  $N$  a fáze základního módu  $\text{TEM}_{00}$  i módu  $\text{TEM}_{01}$  je konstantní na celé ploše zrcadel [52]. Frekvenční vzdálenost dvou nejbližších módů, zvaná *free spectral range*, v překladu „volný spektrální rozsah“, je

$$\nu_{FSR} = \frac{c}{4d} \quad (2.31)$$

Konfokální rezonátor se tedy chová podobně jako planární rezonátor dvojnásobné délky.

Pro planoparalelní rezonátor s  $g_1 = g_2 = 1$  dostaneme vztah

$$\frac{\nu}{\nu_0} = q + (m + n + 1). \quad (2.32)$$

Stupeň degenerace planoparalelního rezonátoru je 1, ovšem v tomto případě závisí fázový posuv ještě na Fresnelově čísle.

Oproti tomu fázový posuv koncentrického rezonátoru ( $g_1 = g_2 = -1$ ) na Fresnelově čísle nezávisí pro  $N > 5$ , ačkoli je jeho stupeň degenerace roven taktéž 1. Oba tyto rezonátory však mají největší ztráty pro dané  $N$ .

### 2.3.6 Měření s Fabryho-Pérotovým interferometrem

Existuje více metod pro měření délek pomocí FPI. Uvádím dvě z nich pro srovnání:

- **Měření pomocí počítání rezonancí.** Měníme délku rezonátoru tak, že posouváme jedno ze zrcadel. Laserový svazek je navázán do rezonátoru. Bude rezonovat pokaždé, kdy se  $q$  změní o jednotku. To odpovídá posuvu o  $\lambda/2$ . Takto lze měřit delší vzdálenosti (zhruba jednotky m) s poměrně malou přesností, přibližně  $\lambda/2$ .
- **Měření frekvence laseru zachyceného na jednom módu.** Zajistíme stav, kdy laser v rezonátoru budí jediný podélný mód  $q$  a je na něj zavěšen zpětno-va-zební smyčkou. Mění-li se délka rezonátoru, nemění se  $q$ , ale frekvence laseru. Takto měřitelný rozsah je omezen rozsahem tohoto laditelného laseru, tedy maximálně několik desítek % délky rezonátoru. Přesnost a rozlišení metody je dána přesností a rozlišením měření vlnové délky laseru.

Druhá jmenovaná metoda umožňuje využít k měření femtosekundový optický hřeben. Ten je použit jako zdroj stabilní optické frekvence. Frekvence laditelného laseru je metodou detekce záznejše porovnána s vybranou spektrální komponentou optického hřebene. Experimentálně bylo u měření délek pomocí FPI demonstrováno rozlišení pod 1 pm pro integrační dobu kratší než 1 minuta [49]. Subnanometrová přesnost je zpravidla dosažitelná jen pro malé posuvy (desítky mikrometrů jsou v této souvislosti považovány za velký rozsah [53]). Při použití krystalového oscilátoru je možné v běžných laboratorních podmínkách dosáhnout dlouhodobé stability řádově  $10^{-14}$  [19]. O optických hřebenech bylo podrobněji pojednáno v kapitole 1.5.

## 2.4 Gaussovský svazek

Lasery, které pracují v módu  $TEM_{00}$  dávají prostorové rozložení světla známé jako gaussovský svazek. Toto rozložení lze zapsat matematicky jako [21]

$$\vec{\mathcal{E}}(x, y, z) = A_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\exp[-ikz + i\phi(z)]}{w(z)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} - ik\frac{x^2 + y^2}{2R(z)}\right], \quad (2.33)$$

kde  $w(z)$  je poloměr stopy svazku,  $R(z)$  je poloměr zakřivení vlnoplochy,  $\phi(z)$  je Guoyův fázový posuv a  $A_0$  je konstanta s rozměrem elektrické intenzity, odpovídající intenzitě na ose svazku. Gaussovský svazek splňuje Helmholtzovu rovnici

$$\nabla^2 \mathcal{E}(\vec{r}) + k^2 \mathcal{E}(\vec{r}) = 0. \quad (2.34)$$

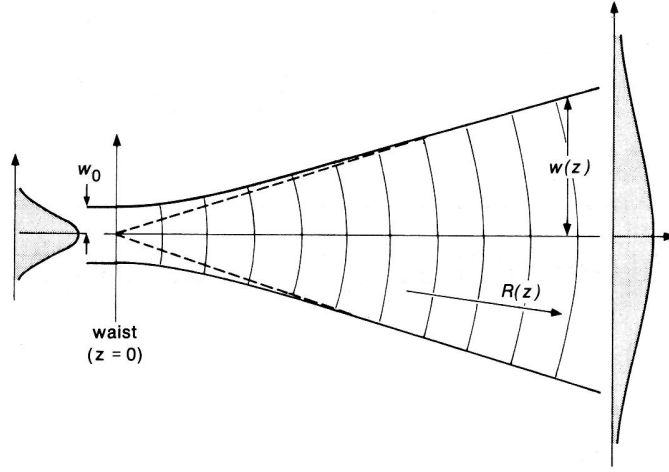
Všechny podstatné parametry gaussovských svazků mohou být vyjádřeny pomocí poloměru stopy svazku v pase (waistu)  $w_0$  a Rayleighovy vzdálenosti  $z_R$ . Platí

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (2.35)$$

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z} \quad (2.36)$$

$$\phi(z) = \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (2.37)$$

Protože také platí  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ , můžeme celý svazek charakterizovat pomocí polohy pasu (kde  $z = 0$ ), jeho poloměru  $w_0$  a vlnové délky  $\lambda$ , případně pomocí poloměru svazku ve dvou bodech  $w(z_1), w(z_2)$  a vlnové délky.



Obr. 2.9: Gaussovský svazek.  $w_0$  je poloměr svazku v pase,  $R(z)$  poloměr zakřivení vlnoplochy,  $w(z)$  je poloměr svazku ve vzdálenosti  $z$  od pasu. Pro Rayleighovu vzdálenost platí  $w(z_R) = \sqrt{\pi} w_0$ . Převzato z [21].

### 2.4.1 Transformace gaussovského svazku tenkou čočkou

Parametry gaussovského svazku se při průchodu optickým prvkem změň, mluvíme o transformaci svazku. Nejběžnějším a v praxi nejdůležitějším případem je průchod svazku tenkou čočkou s ohniskovou vzdáleností  $f$ . Definujme veličinu zvanou komplexní parametr gaussovského svazku:

$$\frac{1}{\tilde{q}(z)} = q_1(z) + iq_2(z) = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)}. \quad (2.38)$$

Při průchodu tenkou čočkou s ohniskovou délkou  $f$  se komplexní parametr svazku změň na:

$$\frac{1}{\tilde{q}_2(z)} = \frac{1}{\tilde{q}_1(z)} - \frac{1}{f}, \quad (2.39)$$

přičemž platí, že poloměr pasu je v rovině čočky pro oba svazky stejný:

$$w_1 = w_2.$$

Při průchodu transparentním prostředím platí:

$$\tilde{q}_2(z) = \tilde{q}_1(0) + z. \quad (2.40)$$

### 2.4.2 Gaussovský svazek v Michelsonově interferometru

Gaussovský svazek můžeme, až na Guoyův fázový posun, považovat v kterémkoli bodě za kulovou vlnu s poloměrem křivosti  $R(z)$ . Je-li tento poloměr velký, což nastává v okolí pasu a pro  $z \gg z_R$ , můžeme gaussovský svazek považovat přibližně za rovinnou vlnu. Pro interferenci dvou rovnoběžných gaussovských svazků se stejnými parametry  $(R, w)$  tak platí vztah 2.4 pro kontrast odvozený na str. 24. Vztah pro periodu proužků pak platí velmi dobře v okolí pasu, kde je vlnoplocha rovinná.

V Michelsonově interferometru se vždy snažíme o to, abychom dostali co nejlepší kontrast interferenčního obrazce na detektoru a velkou periodu proužků. Snažíme se tedy docílit toho, aby svazky dopadající na detektor byly co nejpodobnější rovinné vlně, zejména pokud jde o poloměr křivosti vlnoplochy. Vlivem zakřivení vlnoploch gaussovských svazků na kontrast interferenčního signálu se zabývá literatura [54]. V této práci nebude tento vliv diskutován.

### 2.4.3 Gaussovské svazky ve Fabryho-Pérotově interferometru, navázání svazku do rezonátoru

Pro rezonátory s dostatečně velkými zrcadly (velkým Fresnelovým číslem  $N$ ) platí, že základní transverzální mód  $TEM_{00}$  má příčné rozložení elektrické amplitudy dané Gaussovou funkcí a svazek v rezonátoru je gaussovský svazek [55]. To je z praktického hlediska velmi výhodné, neboť většina laserů poskytuje přibližně gaussovský svazek.<sup>1</sup> Gaussovským svazkem laseru tedy lze snadno vybudit rezonanci základního módu interferometru.

Navázání svazku do rezonátoru (mode matching) lze uskutečnit pomocí čočky s ohniskovou vzdáleností  $f$  větší, než je charakteristická délka [51]:

$$f > f_0 = \frac{\pi w_{0R} w_{0L}}{\lambda}, \quad (2.41)$$

kde

$$w_{0R} = \left( \frac{\lambda d}{\pi} \right)^2 \frac{(r_1 - d)(r_2 - d)(r_1 + r_2 - d)}{d(r_1 + r_2 - 2d)^2} \quad (2.42)$$

---

<sup>1</sup>To je pochopitelné, neboť lasery jsou vlastně rezonátory s aktivním prostředím uvnitř. Pokud pracují jednomodově, pracují většinou v základním  $TEM_{00}$  módu, protože má nejnižší ztráty.

je poloměr pasu (waistu) v rezonátoru a  $w_{0L}$  je poloměr pasu navazovaného svazku. Vzdálenost pasu od prvního zrcadla rezonátoru je dána vztahem:

$$s = \frac{d(r_2 - d)}{r_1 + r_2 - 2d}. \quad (2.43)$$

Použijeme-li k navázání svazku čočku s ohniskovou vzdáleností  $f$ , pro její vzdálenost od pasů platí:

$$\begin{aligned} d_R &= f \pm \frac{w_{0R}}{w_{0L}} \sqrt{f^2 - f_0^2}, \\ d_L &= f \pm \frac{w_{0L}}{w_{0R}} \sqrt{f^2 - f_0^2}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

index R značí rezonátor, index L navazovaný laserový paprsek.

Pro svazek oscilující v rezonátoru platí, že poloměr křivosti vlnoplochy je při dopadu roven poloměru křivosti zrcadel. Pro poloměr svazku na zrcadlech platí:

$$w_1^4 = \left( \frac{\lambda r_1}{\pi} \right)^2 \frac{r_2 - d}{r_1 - d} \frac{d}{r_1 + r_2 - d}, \quad (2.45)$$

$$w_2^4 = \left( \frac{\lambda r_2}{\pi} \right)^2 \frac{r_1 - d}{r_2 - d} \frac{d}{r_2 + r_1 - d} \quad (2.46)$$

a pro poloměr svazku v pase pro speciální případ symetrických rezonátorů platí:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda d}{\pi}} \left[ \left( 2 - \frac{d}{r} \right) / 4 \frac{d}{r} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.47)$$

## 2.5 Index lomu vzduchu a jeho vliv na interferometrická měření

Index lomu vzduchu je veličina, která citelně ovlivňuje výsledek interferometrických měření v atmosférických podmínkách, více v otevřeném prostoru, méně v uzavřené místnosti. Ačkoli se frekvence světla při průchodu vzduchem nemění, mění se jeho vlnová délka podle vztahu

$$\lambda = \lambda_0 \frac{c_{\text{air}}}{c_0}, \quad (2.48)$$

kde  $\lambda_0 = c_0/\nu$  je vlnová délka ve vakuu,  $c_0 = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1}$  je fázová rychlost světla ve vakuu,  $c$  ve vzduchu. Bezrozměrná veličina  $n = c_0/c_{\text{air}}$  je index lomu. Hodnota indexu lomu vzduchu je blízká 1, ale liší se od 1 na čtvrtém desetinném místě. Hodnota indexu lomu vzduchu pro  $0^\circ\text{C}$  a  $101,3 \text{ kPa}$  je  $1,000\,293$ , skutečná hodnota však závisí na celé řadě veličin, především je to tlak vzduchu  $p$ , teplota  $t$ , relativní vlhkost vzduchu  $\phi$ , obsah  $\text{CO}_2$  a vlnčet  $\sigma = 1/\lambda_0[\mu\text{m}]$ . Index lomu

vzduchu v interferometru není homogenní (může být jiný v referenční a měřicí větvi) a je časově proměnný. Příčinou těchto jevů je proudění vzduchu, provázené změnou teploty, tlaku a jeho chemického složení.

Existuje řada empirických formulí pro nepřímé měření indexu lomu vzduchu pomocí environmentálních dat, z nichž nejpoužívanější je zřejmě Edlénova formule. Bengt Edlén zveřejnil roku 1966 svou studii, v níž uveřejnil vzorec pro výpočet indexu lomu vzduchu pomocí teploty, tlaku vzduchu a tlaku vodních par. Tento vzorec také zohledňoval disperzi. Pro úplnost a představu o komplikovanosti takového empirického vztahu uvádím jeho celou podobu [56, 57]<sup>2</sup>:

$$(n - 1) = \left[ (n - 1)_{tp} + n_{tp_h} - n_{tp} \right] \cdot (n - 1)_x / (n - 1)_s \quad (2.49)$$

kde pro člen zohledňující teplotu a tlak platí:

$$\begin{aligned} (n - 1)_{tp} &= K_\lambda D_{tp} \\ K_\lambda &= \frac{n - 1}{101,32 \cdot (1 + 15\alpha)} \\ \alpha &= \frac{1}{273,15} \\ D_{tp} &= \frac{p \cdot [1 + p \cdot (6,128 - 0,09976 \cdot t) \cdot 10^{-6}]}{1 + 0,003661 \cdot t} \end{aligned}$$

pro člen obsahující teplotu a parciální tlak vodní páry platí vztah:

$$n_{tp_h} = n_{tp} - p_h \cdot (42,922 - 0,343 \cdot \sigma^2) \cdot 10^{-8}$$

pro člen zohledňující obsah CO<sub>2</sub> platí:

$$(n - 1)_x = [1 + 0,0054 \cdot (x - 0,03)] \cdot (n - 1)_s,$$

kde  $(n - 1)_s$  je vzorec pro stanovení indexu lomu suchého vzduchu:

$$(n - 1)_s \cdot 10^8 = 8342,13 + 2406030 \cdot (130 - \sigma^2)^{-1} + 15997 \cdot (38,9 - \sigma^2)^{-1}$$

Ve výše uvedených rovnicích platí, že  $p$  je tlak v kPa,  $p_h$  je parciální tlak vodních par,  $\sigma$  je vlnočet v  $\mu\text{m}^{-1}$  a  $x$  je koncentrace CO<sub>2</sub> v %. Suchý (standardní) vzduch obsahuje 78,09 hm.% N<sub>2</sub>, 20,95 hm.% O<sub>2</sub>, 0,93 hm.% Ar a 0,03 hm. % CO<sub>2</sub> při teplotě 15 °C a tlaku 101,325 kPa.

Edlén u své formule odhadl nejistotu na  $5 \cdot 10^{-8}$ . Později byla v jeho práci nalezena drobná systematická chyba, neboť bylo zjištěno, že průměrná hodnota koncentrace

---

<sup>2</sup>Pozn. Edlén své vzorce publikoval pro tlak v torrech. Použitá převodní konstanta: 1 kPa = 7,5006 Torr. To neodpovídá článku [57], kde se zřejmě autor dopustil drobné chyby a v jednom případě použil hodnotu 1 kPa = 7,6 Torr).

CO<sub>2</sub> ve standardním vzduchu není 0,03%, jak uvádí Edlén, nýbrž 0,0444% [58]. Postupem času prodělala Edlénova formule řadu dalších zpřesnění a obvykle se dnes mluví o *modifikované Edlénově formuli* [59]. Při normálním obsahu CO<sub>2</sub> a vlnové délce 632,8 nm (He-Ne laser) lze modifikovanou Edlénovu formuli napsat následovně [57]:

$$(n - 1) \cdot 10^6 = 2,87782p \frac{1 + p(6,01 - 0,0972t) \cdot 10^{-6}}{1 + 0,003661t} - 6,49\phi(100050 + 2,3t + 3,1p) \exp \left[ \frac{-5321}{t + 273,15} \right], \quad (2.50)$$

kde  $t$  je teplota ve °C,  $\phi$  je vlhkost vzduchu v % a  $p$  je tlak vzduchu v kPa. Tento vzorec, nebude-li uvedeno jinak, jsem použil pro určení indexu lomu vzduchu v experimentální části této práce.

### 2.5.1 Měření délky pomocí Fabryho-Pérotova rezonátoru v atmosférických podmínkách

Chybu způsobenou změnou indexu lomu vzduchu při měření Michelsonovým interferometrem jsem již popsal v kap. 2.2.4, která se souhrnně zabývala chybami při měření s MI. Tato kapitola se bude zabývat vlivem změny indexu lomu vzduchu na měření s Fabryho-Pérotovým interferometrem.

Nachází-li se uvnitř rezonátoru vzduch, případně jiné izotropní a homogenní transparentní prostředí s indexem lomu  $n$ , změní se některé parametry rezonátoru. V následujících úvahách se budu soustředit na vliv vzduchu na vlastnosti rezonátoru, tedy situaci, kdy se index lomu v dutině rezonátoru jen málo liší od 1. Je-li index vzduchu  $n$ , je rychlost světla ve vzduchu pro jednu vlnovou délku rovna

$$c_{\text{air}} = \frac{c_0}{n_{\text{air}}},$$

kde  $c_0$  je rychlost světla ve vakuu a  $n_{\text{air}}$  je index lomu vzduchu.

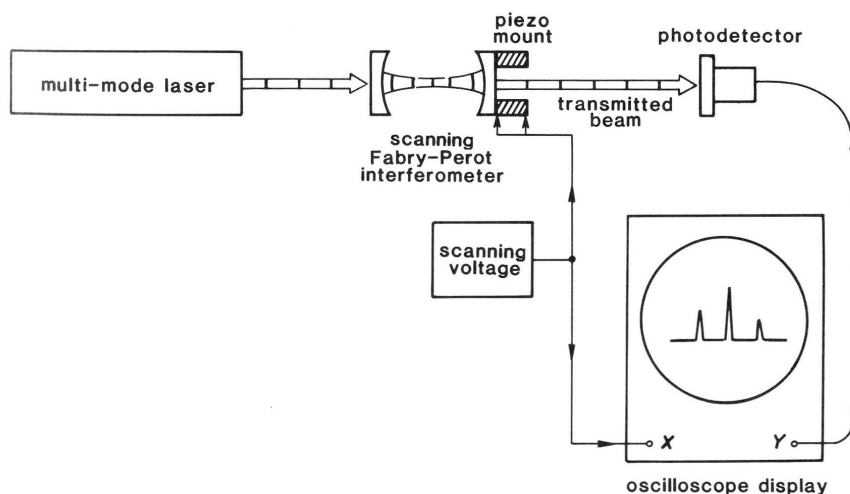
Separace osových módů se změní následujícím způsobem:

$$\nu_0 = \frac{c_{\text{air}}}{2d} = \frac{c_0}{2n_{\text{air}}d}. \quad (2.51)$$

Mějme světelný zdroj se spektrální pološířkou nižší než  $\nu_0$ . Světlo z tohoto zdroje rezonuje v Fabryho-Pérotově interferometru umístěném ve vakuu na osovém módu  $q$ . Změníme nyní index lomu uvnitř rezonátoru na hodnotu  $n$  (do interferometru budeme pomalu napouštět vzduch). Zároveň budeme zvyšovat vlnovou délku (snížovat frekvenci) zdroje tak, že bude stále rezonovat na módu  $q$ . Prakticky se to nejnázve

provádí pomocí kmitajících (skenovacích) rezonátorů (viz obr. 2.10). Signál z fotodiody umístěné za rezonátorem se zpracuje počítačem a provede se numerická derivace. Kmitá-li rezonátor v okolí maxima rezonanční čáry, prochází numerická derivace nulou. Zpětnou vazbou zajistíme ladění frekvence zdroje tak, aby rezonátor stále kmital kolem středu píku. Z rovnic 2.18, 2.19 a 2.51 plyne, že změna frekvence zdroje bude nepřímo úměrná změně indexu lomu uvnitř rezonátoru:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\nu_1}{\nu_2}$$



Obr. 2.10: Skenovací Fabryho-Pérotův interferometr. Převzato z [21].

Takto lze tedy použít Fabryho-Perotův rezonátor jako refraktometr. Využití Fabryho-Pérotova interferometru k měření indexu lomu vzduchu s pomocí femtosekundového laseru je popsáno v článku [60].

Pokud situaci obrátíme a budeme měnit mechanickou délku rezonátoru tak, aby zdroj o stálé frekvenci rezonoval stále na stejném módu, dostaneme *normál optické délky*. Definujme tedy veličinu nazvanou *optická délka* takto:

$$l_{opt} = dn_{air} \quad (2.52)$$

Změní-li se index lomu z hodnoty  $n_1$  na  $n_2$ , bude

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{d_2 n_2}{d_1 n_1}.$$

Pokud ale provedeme výše zmíněnou fixaci délky interferometru na podélný mód, musí platit, že  $\nu_1 = \nu_2$ , neboť se frekvence nemění. Protože  $q$  je konstantní a platí rov. (2.19), musí platit  $\nu_{FSR1} = \nu_{FSR2}$  a tedy i  $d_1 n_1 = d_2 n_2$ . Veličina  $d_i n_i$  je ovšem výše

definovaná optická délka. Máme-li tedy stabilní zdroj světla a dvě vysoce odrazná zrcadla, můžeme s jejich pomocí realizovat etalon optické délky.

Chceme-li použít Fabryho-Pérotův interferometr k měření posuvů v atmosférických podmínkách, je žádoucí potlačit vliv kolísání indexu lomu vzduchu na měření délky. Lze postupovat tak, že měříme environmentální data (teplota, tlak, vlhkost vzduchu a obsah  $\text{CO}_2$ ) a z nich stanovíme index lomu vzduchu (viz kap. 2.5). Změnu optické délky rezonátoru, způsobenou kolísáním indexu lomu, od měřené délky odečteme. Jiným způsobem je umístění dvou FPI v těsné blízkosti, přičemž jeden je použit jako refraktometr (má neměnnou mechanickou délku) a druhý jako měřicí, tzn. jedno z jeho zrcadel je pohyblivé. Lze také zajistit stálou teplotu, případně i vlhkost a další environmentální podmínky, uvnitř rezonátoru a kolísání indexu lomu vzduchu tak potlačit.

### 3 SHRNUÍ TEORETICKÉ ČÁSTI

Femtosekundové optické hřebeny jsou moderní metodou k velmi přesnému relativnímu i absolutnímu měření optických frekvencí. Fabryho-Pérotův interferometr je velmi citlivý přístroj, umožňující vysoce přesné měření malých vzdáleností a posuvů. Použijeme-li techniku navázání laseru na vybraný mód rezonátoru (str. 38), můžeme k měření frekvence laditelného laseru využít femtosekundový hřeben. Přesnost a stabilita takového uspořádání se blíží přesnosti, s jakou dnes měříme čas, protože optický hřeben je řízen časovým normálem.

Jiným typem interferometru je Michelsonův interferometr. Díky moderním detekčním technikám, zejména kvadrurní detekci, umožňuje dosáhnout sub-nanometrové citlivosti. Konstrukce přístroje, který měří posuv téhož prvku (zrcadla) pomocí Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru, umožní obě metody vzájemně porovnat.

# Část II

## Praktická část

## 4 NÁVRH PILOTNÍ EXPERIMENTÁLNÍ SESTAVY

Jako první krok k výslednému návrhu soustavy Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru byla navržena a poté postavena tzv. pilotní experimentální sestava. Na ní bylo třeba ověřit, jestli je soustava MI a FPI vhodná k měření. Sestava se skládá z Michelsonova interferometru v jednopřechodovém nediferenčním uspořádání s polarizačním děličem a kvadrurní detekční jednotkou a Fabryho-Pérotova interferometru s rovinnými zrcadly a detekcí reflexního spektra. Tato soustava byla připojena na sestavu pro měření vlnové délky pomocí optického hřebene. Schéma celé sestavy je na následujícím obrázku (obr. 4.1).

### 4.1 Popis systému

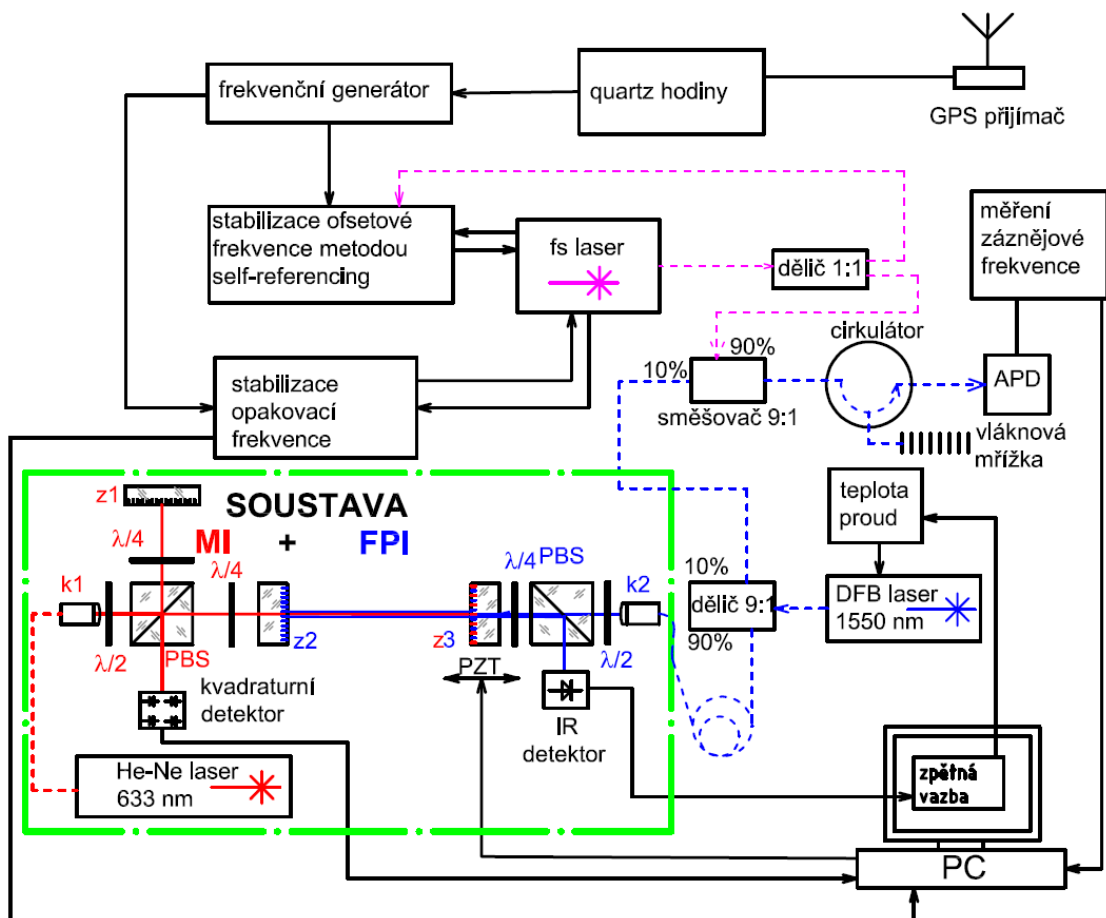
Laboratoře Ústavu přístrojové techniky AV ČR disponuje aparaturou pro měření optické frekvence metodou detekce zázněje s optickým hřebenem. Tato soustava slouží (mimo další experimenty, jichž se tato práce netýká) k měření frekvence laserové diody navázané do Fabryho-Pérotova interferometru.

Jako časový normál pro stabilizaci optického hřebene jsou použity hodiny na bázi teplotně stabilizovaného křemenného krystalového oscilátoru, které jsou každou sekundu synchronizovány s časovým normálem GPS. Tento časový normál řídí pomocí frekvenčních generátorů vláknový femtosekundový laser. Stabilita spektra femtosekundového laseru – optického hřebene – je rovna stabilitě těchto hodin. Díky stabilnímu oscilátoru dosahuje vysokých hodnot krátkodobá (jednotky až stovky sekund) i dlouhodobá stabilita (tisíc a více sekund). Krátkodobá stabilita ovlivňuje přesnost jednotlivých naměřených hodnot, dlouhodobá stabilita ovlivňuje přesnost a stabilitu celé série měření. Obecně platí, že čím déle měříme, tím vyšší přesnosti můžeme dosáhnout. Stabilita použitého zařízení Meridian GPS TimeBase je v tabulce 4.1.

Stabilizace optického hřebene se provádí metodou self-referencing, popsanou na str. 21. Použitý femtosekundový laser je vláknový (MenloSystems FC 1500), aktivním prostředím je sklo s příměsí erbia. Střední vlnová délka je 1560 nm, výkon 200 mW, délka pulzu cca 120 fs. Opakovací frekvence  $100^{+0,129}_{-0,257}$  MHz. K rozšíření spektra je použito fotonické vlákno. Část světla z něj vystupujícího je použita ke stabilizaci opakovací a offsetové frekvence (parametry určující výsledné spektrum optického hřebene), část k vytvoření zázněje se světlem DFB<sup>1</sup> diody.

---

<sup>1</sup>DFB = Distributed Feedback Laser, laser s rozprostřenou zpětnou vazbou. Tyto diody patří v současnosti k nejstabilnějším laserovým diodám.



Obr. 4.1: Blokové schéma experimentu s Michelsonovým interferometrem, Fabryho-Pérotovým interferometrem a femtosekundovým laserem. Plnou černou čarou jsou značeny elektrické kabely a čárkovaně optická vlákna. Plná červená čára náleží laserovému svazku MI a modrá svazku FPI.  $\lambda/2$ ,  $\lambda/4$  – vlnové destičky; k1, k2 – kolimátory; PBS – polarizační dělič. PZT – piezoelektrický měnič. APD – avalanche photodiode (rychlá fotodioda).

K experimentům s FPI používáme infračervenou DFB diodu. Jedná se o diodu JDS Uniphase CQF935,  $\lambda = 1542,15$  nm při  $25^\circ\text{C}$ , typický výkon  $P = 40$  mW, pološířka čáry  $\nu_{\text{FWHM}} = 1$  MHz). Frekvence (resp. vlnová délka) a intenzita DFB diody je ovládána změnou operační teploty. Vlnová délka diody je teplotně laditelná v rozsahu  $1540,03 - 1545,55$  nm, což odpovídá  $0-65^\circ\text{C}$ . Světlo z diody je navázáno do optického vlákna. 90% výkonu je přivedeno do rezonátoru, 10% do soustavy pro měření frekvence. Signál z DFB a femtosekundového laseru je filtrován vláknovou mřížkou. Ta odráží velmi úzký rozsah frekvencí centrovaný kolem frekvence DFB laseru. Cirkulátor zamezí odrazu zpět do laseru a směřuje tak výkon odraženého světla na rychlou fotodiodu (APD). Mezi DFB a femtosekundovým laserem vzniká záněj (rázy), pomocí jehož frekvence určujeme relativní změnu frekvence DFB di-

ody. DFB dioda slouží k určení frekvence rezonančního módu dutiny FPI. Princip této metody byl popsán v teoretické části této práce na str. 21.

| čas $t/s$ | stabilita $u_t$      |
|-----------|----------------------|
| $10^0$    | $4 \cdot 10^{-12}$   |
| $10^1$    | $4,5 \cdot 10^{-12}$ |
| $10^2$    | $8,5 \cdot 10^{-12}$ |
| $10^3$    | $7 \cdot 10^{-12}$   |
| $10^4$    | $1 \cdot 10^{-12}$   |
| $10^5$    | $1 \cdot 10^{-13}$   |

Tab. 4.1: Stabilita časové základny GPS TimeBase HS-OCXO.

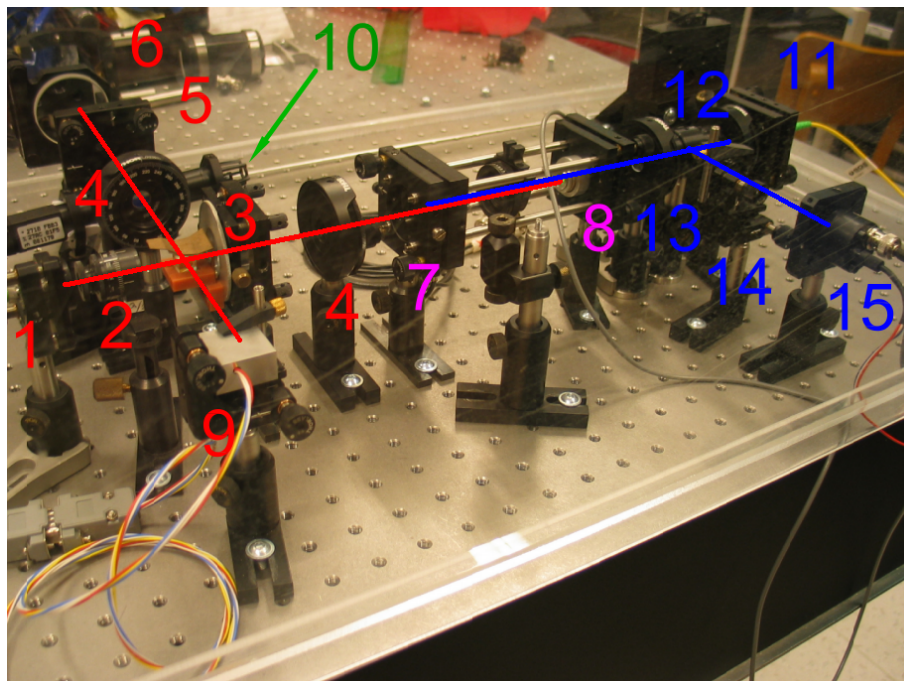
## 4.2 Optické uspořádání komparačního interferometru pro měření s femtosekundovým laserem

Svazek z frekvenčně stabilizovaného He-Ne laseru SIOS ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ) je přiveden optickým vláknem do kolimátoru. Půlplnovou destičkou je jeho rovina polarizace natočena tak, aby bylo na detektoru dosaženo maximálního kontrastu (neboli, aby dělič rozděloval výkon svazku přibližně v poměru 1:1 do měřicího a referenčního ramene Michelsonova interferometru). Měřicím zrcadlem je přední (pravé) zrcadlo FPI, referenčním zrcadlem je samostatně stojící rovinné dielektrické zrcadlo. Detektorem je kvadrurní detekční jednotka. Podrobněji byl princip MI rozebrán v teoretické části na str. 25.

Fabryho-Pérotův interferometr je tvořen tyčovou konstrukcí výrobce Thorlabs a je tvořen dvěma zrcadly (planoparalelními deskami vyrobenými v Meoptě Přerov). Tyto desky jsou na vnitřních plochách opatřeny interferenčními HR a AR vrstvami. Protože je třeba zdroj i detektor umístit před rezonátor (měřit reflexní spektrum), je použita půlplnová a čtvrtplnová deska obdobně jako u MI. Detektorem je fotodioda napojená na osciloskop nebo počítač. Jedno ze zrcadel je napojeno na piezoelektrický měnič a umožňuje použít interferometr ve skenovacím režimu (viz str. 44).

Pomocí Michelsonova i Fabryho-Pérotova interferometru měříme posunutí zrcadla (č. 8 na obr. 4.2). Všechny potřebné údaje jsou zpracovány počítačem. Jedná se o:

- signál z kvadrurní detekční jednotky MI  $\rightarrow$  výpočet interferenční fáze a počtu průběhlých proužků  $\rightarrow$  naměřená vzdálenost



Obr. 4.2: Fotografie optické části laboratorní aparatury pro současné měření s Michelsonovým a Fabryho-Pérotovým interferometrem. 1 – kolimátor svazku He-Ne laseru (633 nm) napojený na optické vlákno. 2 – půlvlnová destička. 3 – polarizační dělič. 4 – čtvrtvlnové destičky. 5 – kompenzační destička pro kompenzaci teplotní roztažnosti zrcadla FPI(7). 6 – referenční zrcadlo MI. 7 – zadní zrcadlo FPI. 8 – přední zrcadlo FPI. 9 – kvadrantní detekční jednotka. 10 – čidlo pro měření teploty a vlhkosti vzduchu. 11 – kolimátor svazku DFB diody (1542 nm) napojený na vlákno. 12 – polarizační dělič. 13 – čtvrtvlnová destička pro  $\lambda = 1542$  nm. 14 – šedý filtr (pro snížení intenzity světla dopadajícího na detektor). 15 – IR detektor (fotodioda).

- signál z detektoru FPI → výpočet numerické derivace pro zpětnou vazbu
- zázněj DFB diody s optickým hřebenem → výpočet změny frekvence → změna vzdálenosti
- offsetová a opakovací frekvence fs laseru
- environmentální data (teplota, tlak, vlhkost vzduchu) → index lomu vzduchu

Pomocí těchto veličin můžeme prostřednictvím počítače ovládat experiment (ladit):

- operační teplota DFB diody a injekční proud tekoucí diodou

- budící napětí na piezoelektrickém měniči, ovládajícím délku rezonanční dutiny FPI

Teplotou měníme frekvenci DFB laseru. Napětím na piezoelektrickém měniči měníme mechanickou délku rezonátoru. Počítač je také použit k řízení femtosekundového laseru, offsetové a opakovací frekvence a teploty difrakční mřížky. Ta je regulována automaticky tak, aby byla frekvence DFB laseru uprostřed reflexní čáry jejího spektra.

Existují dva způsoby k proměření rozsahu piezoelektrického měniče (PZT). První možností je přivést časově proměnný signál na PZT (např. trojúhelníkový) a měřit prodloužení rezonátoru v závislosti na čase. To opět provedeme tak, že diodu navážeme na vybraný mód rezonátoru pomocí zpětnovazební smyčky a měříme změnu její frekvence.

Druhou možností je měnit periodicky teplotu a tedy i optickou frekvenci laserové diody a zároveň měnit délku rezonátoru pomocí PZT tak, aby bylo světlo diody v rezonanci s vybraným módem rezonátoru. Při všech těchto měřeních zaznamenáváme veškeré údaje, zejména záznamovou frekvenci, údaje z kvadraturní detekční jednotky MI a environmentální údaje pro výpočet indexu lomu vzduchu.

Navázání laserové diody na vybraný mód rezonátoru se provádí pomocí zpětnovazební smyčky, realizované s pomocí počítače. Provádíme jemnou modulaci napětí piezoelektrického měniče na frekvenci 1000 Hz. Zaznamenáváme signál z IR detektoru snímajícího reflexní spektrum FPI. Provedeme numerickou derivaci. Nacházíme-li se ve vrcholu rezonanční čáry, mění se znaménko první derivace. Hodnota první derivace signálu představuje regulovanou veličinu. Vybočí-li do kladných hodnot, přivede regulační smyčka na PZT vyšší napětí nebo zvýší frekvenci DFB diody (podle zvolené metody měření) a obráceně. Tímto způsobem je zajištěno, že DFB laser je stále v rezonanci s vybraným módem FPI.

## 5 OVĚŘOVACÍ EXPERIMENTY

Tato kapitola se zabývá měřeními, provedenými na pilotní sestavě. Jejich cílem je ověřit na prototypu funkčnost komparačního Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru. Zejména, jestli je možné měřit oběma interferometry zároveň, jaký je rozdíl mezi hodnotami délky, měřenými pomocí obou z nich a jaké jsou chyby měření. Také je třeba zjistit, jakých mechanických a tepelně-mechanických vlastností je třeba dosáhnout a na co je třeba dbát při návrhu přístroje.

Sestava byla zkompletována a bylo ověřeno, že oba interferometry mohou pracovat současně a reagují očekávaným způsobem na posun zrcadla zprostředkovaný piezoelektrickým měničem. Michelsonovým interferometrem lze posuv zrcadla měřit bez větších problémů, je však citlivější na vibrace optického stolu než FPI. S justováním Fabryho-Pérotova interferometru se vyskytly drobné obtíže, neboť bylo náročné vyladit jej tak, aby rezonanční čára byla hladká a neobsahovala vedlejší maxima. Nakonec se podařilo dosáhnout požadovaného profilu čáry a pomocí zpětnovazebné smyčky navázat frekvenci DFB laseru na podélný mód rezonátoru.

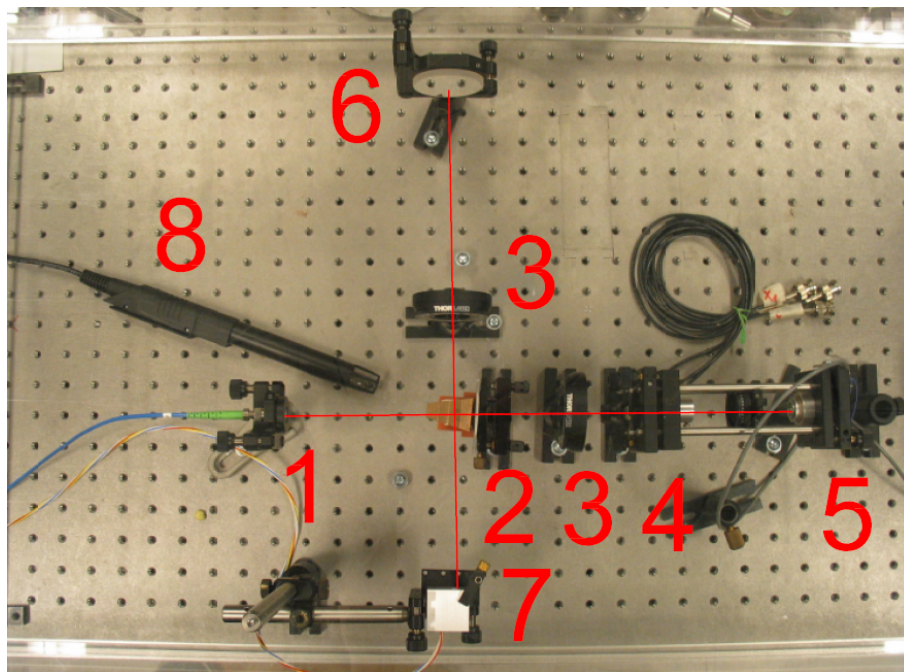
### 5.1 Měření stability Michelsonova interferometru

Provedl jsem několik měření stability pilotního Michelsonova interferometru v různých časových intervalech. Uvádím několik typických výsledků. Pro porovnání jsem změřil stabilitu v noci a stabilitu v běžném denním provozu laboratoře (obr. 5.2).

Z výsledků měření stability je patrné, že při měření v noci je stabilita přibližně o jeden řád lepší než během dne. To je dáno především tím, že lidská přítomnost v laboratoři mění teplotu vzduchu, jeho vlhkost a obsah  $\text{CO}_2$ , a tím i index lomu. Proto je lépe provádět interferometrická měření bez lidské přítomnosti, je-li to možné. Na záznamu měření ve dne jsou také patrné vibrace, způsobené nedokonalostí tlumení optického stolu a také tlakovými rázy ve vzduchu, např. při zavření dveří.

### 5.2 Měření piezoelektrického měniče

Provedl jsem několik měření, jejichž cílem bylo charakterizovat vlastnosti piezoelektrického měniče, který je použit k zajištění velmi malého a rovnoměrného lineárního posuvu zrcadla. Předpokládáme, že podobný piezoelektrický měnič bude použit i ve finální podobě soustavy. Tato měření jsem prováděl pouze pomocí Michelsonova interferometru.



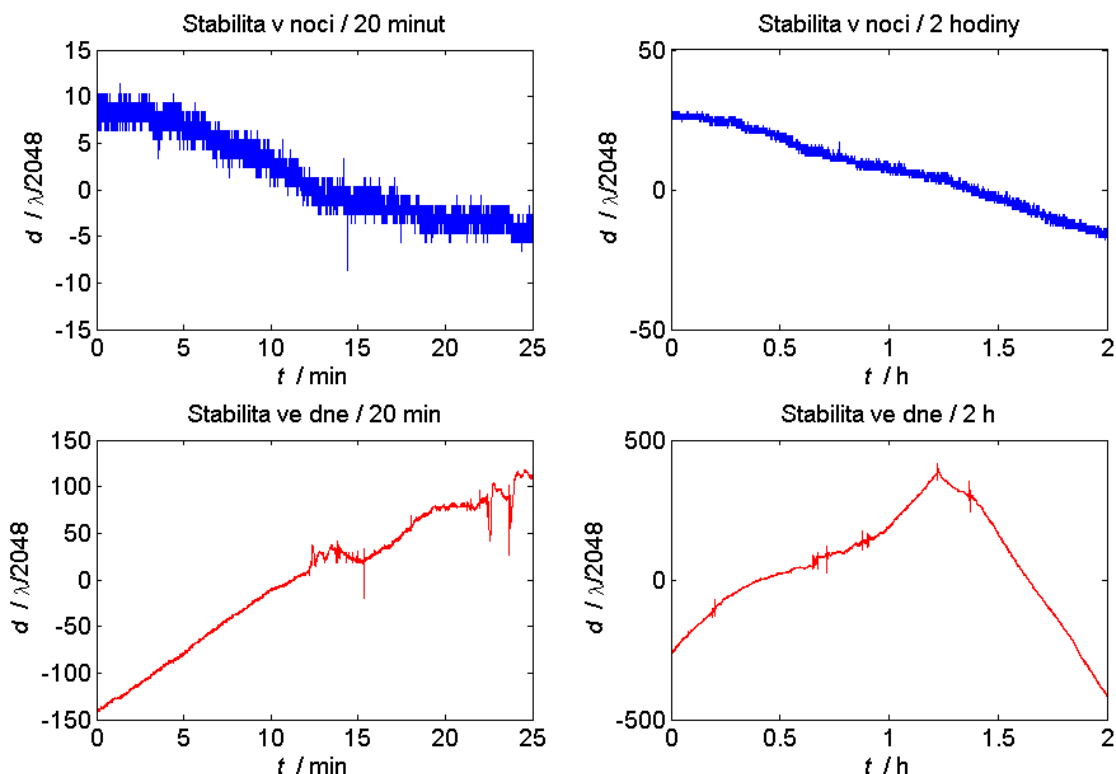
Obr. 5.1: Fotografie pilotní experimentální sestavy pro měření s Michelsonovým interferometrem. 1 – optické vlákno napojené na kolimátor. 2 – polarizační dělič. 3 – čtvrtvlnové destičky. 4 – Fabryho-Pérotův rezonátor. 5 – měřicí zrcadlo MI. 6 – referenční zrcadlo MI. 7 – kvadrurní detekční jednotka. 8 – sonda pro měření teploty a vlhkosti vzduchu.

### 5.2.1 Měření hystereze

Hystereze je typická vlastnost elektrostričních (piezoelektrických) součástek. Je-li k elektrodám piezoelektrického měniče připojen periodický elektrický signál, např. trojúhelníkový, závislost prodloužení na napětí vykazuje hysterezi. To znamená, že při stejném napětí na elektrodách dostaneme dvě různé hodnoty prodloužení podle toho, jestli je napětí rostoucí nebo klesající.

Provedl jsem měření hystereze elektrostričního prstence z materiálu PZT<sup>1</sup> s rozměry  $\phi = 22$  mm,  $t = 2$  mm,  $h = 10$  mm. Jedná se o bipolární měnič s maximálním pracovním rozsahem  $\pm 150$  V. Toto i následující měření v této kapitole bylo prováděno s počítačovou podporou, a to v prostředí grafického programovacího jazyka LabView. To umožňuje snadno měnit parametry sběru a ukládání dat, dovoluje také řídit experiment přes datové sběrnice a realizovat zpětnovazební smyčky. Výsledek měření – hysterezní křivka – je na obr. 5.3.

<sup>1</sup>PZT je zkratka pro zirkoničtan-titaničtan olovnatý ( $\text{Pb}[\text{Zr}_{1-x}\text{Ti}_x]\text{O}_2$ ), což je materiál vykazující piezoelektrický a elektrostriční jev a zároveň tato zkratka znamená piezoelectric transducer (piezoelektrický měnič), což se zhusta zaměňuje. V tomto textu má zkratka rovněž oba významy.



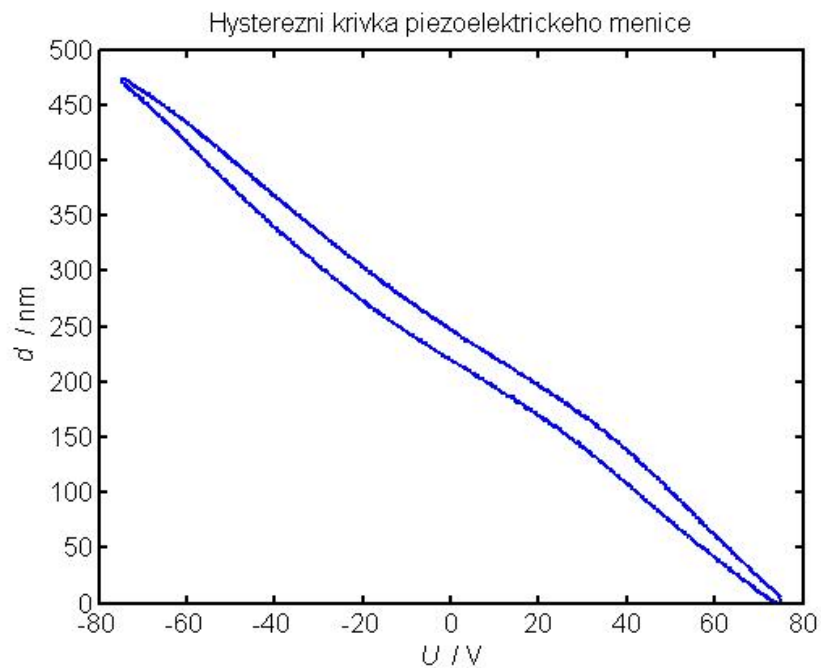
Obr. 5.2: Měření stability Michelsonova interferometru. Použitá vlnová délka je  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Uvážíme-li, že délka ramene Michelsonova interferometru je 20 cm, dostáváme stabilitu (postupně):  $2 \cdot 10^{-8}$ ,  $6 \cdot 10^{-8}$ ,  $4 \cdot 10^{-7}$ ,  $1 \cdot 10^{-6}$ .

Měření probíhalo pod krytem z polymetylmakrylátu (plexiskla), aby byly potlačeny fluktuace indexu lomu vzduchu, které způsobují kolísání měřené veličiny. Rozsah napětí byl  $\pm 75 \text{ V}$ , tvar signálu byl trojúhelníkový s nízkou frekvencí (přibližně 0,5 Hz). Výsledek měření je zobrazen v grafu na obr. 5.3. Šířka hysterezní smyčky (tj. vzdálenost bodu na horní a dolní části smyčky odpovídajících stejnému napětí) v nejširším místě je 25 nm.

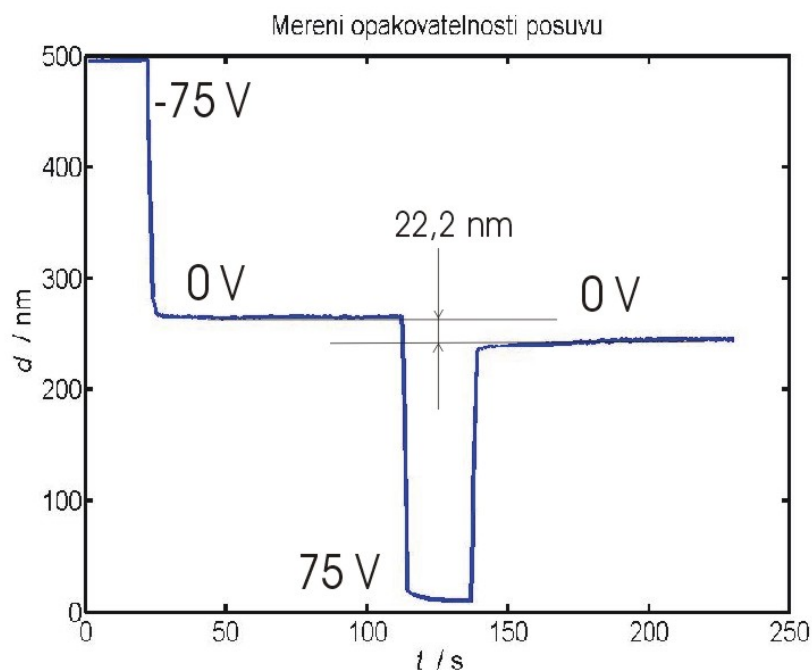
### 5.2.2 Měření opakovatelnosti posuvu

V prvním přiblížení předpokládáme, že závislost prodloužení piezoelektrického měniče na přiloženém napětí je jednoznačná. Při měření hystereze jsme se přesvědčili, že tomu tak není. Hodnotu maximálního rozdílu polohy posuvu při určitém přiloženém napětí pro různé počáteční stavy nazýváme nejistotou opakovatelnosti posuvu. Čím nižší hodnota této nejistoty, tím je posuv dokonalejší; v ideálním případě by tato hodnota byla nulová.

Změřil jsem nejvyšší nejistotu opakovatelnosti posuvu pro daný pracovní rozsah (150 V) (obr. 5.4). Provedl jsem rychlou změnu napětí na měniči z -75 V na 0 V a



Obr. 5.3: Hysterezní smyčka piezoelektrického měniče. Rozsah napětí  $\pm 75$  V. Šířka hysterezní smyčky v nejširším místě je 25 nm.



Obr. 5.4: Měření opakovatelnosti posuvu. Nejistota opakovatelnosti je 22 nm.

poté z 75 V na 0 V. Nejistotu posuvu odhadneme jako rozdíl mezi dvěma polohami odpovídajícími přechodu z mezního kladného a mezního záporného napětí na nulové.

Hodnota nejistoty posuvu pro pracovní rozsah  $\pm 75$  V je  $\Delta d = 22$  nm. Tato hodnota odpovídá naměřené šířce hysterezní smyčky pro stejný rozsah napětí.

### 5.3 Vliv teploty, tlaku a vlhkosti vzduchu na výsledek měření s Michelsonovým interferometrem

Teplota je veličina, která ovlivňuje výsledek měření s Michelsonovým interferometrem dvěma způsoby.

- Přímo – vlivem teplotní roztažnosti dochází při změně teploty materiálu k nestejnému roztažení měřicího a referenčního ramene MI. Za předpokladu, že je v průběhu měření teplotní roztažnost ramen konstantní (což je pro malý rozsah teplot zpravidla splněno), je závislost měřené veličiny na teplotě konstantní. Konstantu úměrnosti označme  $\alpha_l$ .
- Nepřímo – teplota ovlivňuje výsledek měření také skrze index lomu vzduchu (viz vzorec 2.50). Derivací tohoto vztahu zjistíme, že změna indexu lomu na jednotkovou změnu teploty je:

$$\Delta n = \frac{\partial n}{\partial t} = -9 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}. \quad (5.1)$$

Konstantu vyjadřující závislost změřené hodnoty na změně tlaku budeme značit  $k_n$ .

Změna tlaku a vlhkosti vzduchu mají zanedbatelný vliv na mechanickou délku rezonátoru, ovlivňují ale hodnotu indexu lomu vzduchu.

Provedl jsem několik měření, převážně v noci nebo přes víkend, kdy je prostředí obklopující interferometr stabilnější. Z těchto měření jsem určil hodnoty konstant  $\alpha_l$  a  $k_n$  pomocí metody nejmenších čtverců:

$$\alpha_l = 1500 \pm 600 \text{ nm.K}^{-1}$$

$$k_n = 9,316 \pm 0,002 \text{ mm}$$

Takto získané konstanty je možné použít ke korekci naměřených dat, zvláště při déle trvajících měřeních (řádově hodiny). Hodnotu  $\alpha_l$  je možné použít k vyladění obou ramen interferometru na stejnou teplotní roztažnost.

## 5.4 Měření s oběma interferometry a femtosekundovým laserem

### 5.4.1 Měření nelineární chyby Michelsonova interferometru metodou optického hřebene

Při měření byl použit planparalelní Fabryho-Pérotův rezonátor s délkou cca 8 cm. Do něj byl navázán svazek DFB diody. Posuvné zrcadlo bylo zároveň měřeno Michelsonovým interferometrem.

Laserová DFB dioda byla laděna změnou teploty. Zpětnovazební smyčka naprogramovaná ve vizuálním programovacím nástroji LabView umožnila dosáhnout trojúhelníkového průběhu závislosti teploty na čase. Ten způsobil odpovídající průběh frekvence, resp. vlnové délky laseru. Touto zpětnovazební smyčkou byl rezonátor „uzamknut“ na vybraný podélný mód. Plnému rozsahu přeladění teploty odpovídalo prodloužení elektrostrikčního prstence (PZT) o 750 nm (pracovní rozsah byl oproti předchozím experimentům zvýšen na cca  $\pm 130$  V).

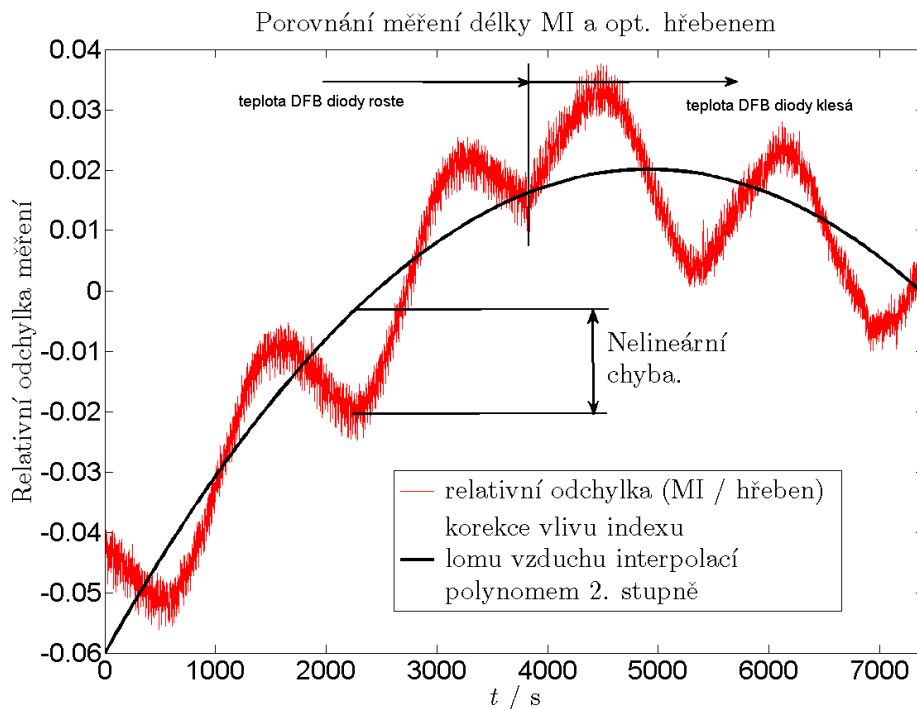
Výsledek měření délky rezonátoru pomocí MI byl porovnán s výsledkem měření délky FPI pomocí optického hřebene. Relativní rozdíl těchto frekvencí je zobrazen v grafu na obr. č. 5.5.

Z naměřených dat jsem odhadnul velikost nelineární chyby MI na  $(9,3 \pm 1,8)$  nm.

## 5.5 Vlastnosti pilotní experimentální sestavy

Hlavním cílem měření provedených na pilotní experimentální sestavě bylo získat informace a zkušenosti, potřebné k optickému a mechanickému návrhu přístroje (definitivní sestavy). Nejprve shrnu některé důležité vlastnosti pilotní sestavy:

- Teplotní roztažnost MI je vysoká, neboť většina optických prvků je uchycena na ocelových součástech (deska optického stolu, tyčová konstrukce rezonátoru, stojánky). V důsledku toho dosáhne v běžném provozu během dvou hodin (typická délka měření) teplotní chyba hodnoty srovnatelné s měřicím rozsahem ( $\approx 1 \mu m$ ). I když je délka ramen přibližně stejná, projevuje se na výsledku měření i kolísání indexu lomu vzduchu.
- Teplotní roztažnost rezonátoru (FPI) je přibližně  $850 \text{ nm.K}^{-1}$ , protože tyčová konstrukce rezonátoru je z oceli.
- Michelsonův interferometr je jednopružkový a nediferenční. Bez problémů bylo dosaženo potřebného kontrastu na detektoru.



Obr. 5.5: Výsledky porovnání měření posuvu pomocí Michelsonova interferometru a měření změny frekvence rezonančního módu Fabryho-Pérotova interferometru technikou optického hřebene. Měření bylo ovlivněno kolísáním indexu lomu vzduchu a teploty vzduchu. Bez tohoto kolísání by relativní odchylka měření obsahovala pouze nelineární chybu MI. Korekce byla provedena interpolací polynomem 2. stupně.

- Každý z interferometrů pracuje na jiné vlnové délce. To je v tomto případě nezbytné, neboť dráhy svazků DFB diody a He-Ne laseru se překrývají. Pokud by pracovaly na stejné frekvenci, docházelo by mezi nimi k nežádoucí interferenci a nebylo by je možné separovat pomocí dielektrických vrstev (filtrů).
- Pilotní sestava, zejména MI, je citlivá na mechanické vibrace a akustické rušení, protože optické prvky jsou přichyceny většinou jednotlivě pomocí stojánků, které se při otřesech snadno rozkmitají.
- Soustava je složená z prvků volné optiky umístěných na stojancích, nedá se tedy přenášet. Při každém přemístění některého optického prvku se změní teplotní roztažnost interferometru a ztrácí se tak reproducibilita měření. Vliv fluktuací indexu lomu vzduchu lze zmírnit umístěním sestavy pod polymethylmetakrylátový kryt, případně do vakuové komory. To je však u soustavy z volné optiky připevněné na optickém stole nemyslitelné.

Dále je třeba zmínit, že na této soustavě měříme reflexní (odrazné) spektrum Fabryho-Pérotova interferometru, což není zcela výhodné, neboť rezonance se projevují jako nevýrazný pokles světelné intenzity na detektoru. Pozadí signálu tvoří odraz od předního zrcadla interferometru (cca  $99\%I_0$ ) a rezonance představuje pokles této hodnoty přibližně o 0,5%. Justování tohoto interferometru je časově náročná, protože planparalelní FPI je velmi náchylný na přesnost nastavení zrcadel a existuje velmi malý úhlový interval naklopení zrcadel, v němž rezonátor funguje. Planparalelní rezonátor funguje na mezi stability. Navíc se ve spektru při malém rozladění vyskytuje obvykle několik nedegenerovaných vyšších módů, takže může být obtížné vyladit interferometr tak, aby rezonanční čára nevykazovala postranní maxima (resp. minima). Výhodnější je použít interferometr v konfokálním uspořádání. Ten je snadnější na justování a jeho stupeň degenerace je 2.

Elektrostrikční prstenec se jako posuv zrcadla osvědčil. Rozsah posuvu je poměrně malý ( $1\ \mu\text{m}$ ), ale pro naše účely postačuje. V celém proměřeném pracovním rozsahu  $\approx \pm 150\ \text{V} \approx 1\ \mu\text{m}$  se prakticky nemění tvar rezonanční čáry FPI, z čehož soudím, že posuv je velmi rovnoměrný a přímočarý. Nezpůsobuje tedy vznik Abbeho chyby.

## 6 KONCEPČNÍ NÁVRH LABORATORNÍ SOUSTAVY MICHELSONOVA A FABRYHO-PÉROTOVA INTERFEROMETRU

### 6.1 Požadavky na experimentální sestavu Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru

V lednu a únoru 2010 jsem zkompletoval tzv. pilotní sestavu, která byla podrobně popsána v předchozí kapitole (str. 48). Poznatky, které jsem získal při kompletování sestavy, a také zkušenosti z měření s ní provedených posloužily k formulaci požadavků na finální soustavu Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru.

Při měření s pilotní experimentální sestavou se ukázalo, že nejvýznamnějším vlivem, způsobujícím chybu měření, je rozdílná teplotní roztažnost ramen Michelsonova interferometru. Druhým nejvýznamnějším vlivem je změna optických drah způsobená kolísáním indexu lomu vzduchu v součinnosti s nestejnou délkou ramen MI. Oba tyto vlivy v kombinaci způsobily chybu zhruba  $\Delta d = 1,5 \mu\text{m/K}$  při měření s MI. Další nevýhodou je teplotní roztažnost dutiny Fabryho-Pérotova interferometru ( $850 \text{ nm.K}^{-1}$ ). Rozdíl teplotní roztažnosti obou interferometrů je tedy  $650 \text{ nm.K}^{-1}$ . Při měření ovlivňuje vysoká teplotní roztažnost dobu, po kterou je možné měřit, jak to bylo ilustrováno v experimentální části na str. 55. Vliv teplotních chyb lze odstranit umístěním celé sestavy do temperované vakuové komory.

Mimo teplotních chyb se projevují i další chyby, zejména tedy nelineární chyba. Je třeba zajistit, aby byl interferenční kontrast co nejlepší. Je nutné pamatovat i na to, aby při posuvu nevznikala Abbeho chyba. Dalším problémem při měření jsou mechanické vibrace. Pokud ale probíhá měření v noci, jejich vliv je zanedbatelný.

Podle zkušeností s měřením na pilotní sestavě a požadavků plynoucích ze zadání práce jsem formuloval kritéria, která by měla navržená soustava splňovat:

1. Michelsonův interferometr by měl být uspořádán pokud možno diferenčně a měřit pouze relativní změnu rozteče zrcadel rezonátoru. FPI je v konfokálním uspořádání.
2. Dutina optického rezonátoru tvořícího FPI by měla vykazovat velmi malou teplotní roztažnost. Obě ramena MI musí mít stejnou nebo velmi podobnou teplotní roztažnost, není-li interferometr uspořádán diferenčně.
3. Každý z interferometrů by měl pracovat na jiné vlnové délce pro eliminaci interferenčních vlivů. FPI pracuje na vlnové délce  $1542 \text{ nm}$ , aby bylo možné měřit s femtosekundovými lasery.

4. Sestava musí být robustní a nebýt citlivá na mechanické vibrace. Při běžném provozu v budově by při měření neměla amplituda vibrací v záznamu významně přesáhnout mez rozlišení (0,3 nm).
5. Sestavu by mělo být možné umístit do vakuové komory pro měření bez vlivu fluktuací indexu lomu vzduchu (tlak  $10^{-3}$  Pa). Tím se omezují rozměry interferometru na 120x150x200 mm, což je dáno rozměry vakuové komory v laboratořích koherenční optiky na ÚPT.
6. Optické schéma sestavy má obsahovat pokud možno co nejméně optických členů, aby byl potlačen vliv geometrických nepřesností optických prvků a jejich výroba nebyla příliš drahá nebo časově náročná.
7. Soustava by měla být přenosná a pokud možno i rozebíratelná, pokud by bylo později potřeba ji pozměnit.

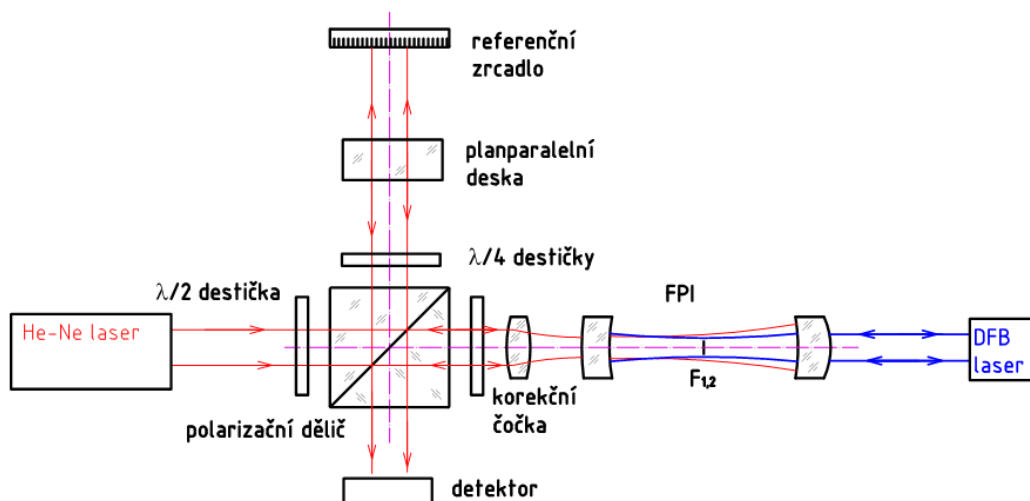
## 6.2 Vývoj návrhu integrovaného interferometru (chronologicky)

Komparační interferometr Michelsonův a Fabryho-Pérotův není složitý přístroj, co do počtu optických a mechanických komponent. Jedná se o sloučení dvou poměrně jednoduchých optických zařízení do jednoho a nevzniká zde *a priori* potřeba použití dalších optických prvků, než jaké obsahují tyto přístroje samostatně. Protože však existuje řada konstrukčně i funkčně rozdílných uspořádání MI, několik typů geometrických uspořádání FPI, existuje množství způsobů, jak přístroj uspořádat. Jelikož celý proces návrhu vhodného schématu trval téměř rok, považuji za vhodné se o některých diskutovaných řešeních zmínit a rozebrat zde jejich klady a zápory.

### 6.2.1 Varianta č. I – Sestava s konfokálním rezonátorem a korekční čočkou

Tento první návrh se příliš neliší od pilotní sestavy popsané v předcházející kapitole (str. 48). Na rozdíl od ní však nepočítá s použitím planárních zrcadel pro FPI, ale zrcadel sférických v tzv. konfokálním uspořádání. Byl by využit FPI zkonstruovaný Ing. Ježkem z ÚPT, který je k dispozici a má velmi nízkou teplotní roztažnost. Pro měření posuvu pohyblivého zrcadla FPI by byl použit jednopružkový MI s polarizačním dělením.

Protože sférická zrcadla FPI působí jako rozptylné čočky, bylo by nutné do svazku MI vložit korekční čočku, která by zajistila, aby se svazek nerozbíhal. Jinou možností by bylo vyrobit druhý FPI se stejnými parametry jako má výše zmíněný a vložit jej do referenční větve.



Obr. 6.1: Schéma optické sestavy varianty 1 s korekční čočkou. MI je nediferenční, FPI je konfokální ( $F_1 \equiv F_2$ ) o délce  $d = 60$  mm.

Konfokální Fabryho-Pérotův interferometr není časově náročný na justování a je obecně považován za nejstabilnější rezonátor, protože malé odchylky zrcadel od ideální polohy nemohou způsobit nestabilitu. Mohou však zvýšit difrakční ztráty a zhoršit degeneraci módů a tedy tvar rezonanční čáry. V konfokálním rezonátoru dochází k silné degeneraci módů stupně dva (k teorii degenerace módů viz str. 2.3.5), takže je spektrum základních a vyšších módů tvořeno frekvencemi  $\nu = c/4d$ , což dává sérii úzkých čar s jedním maximem podobně jako planparalelní interferometr dvojnásobné délky.

V následujícím přehledu shrnu, které z požadavků tato varianta splňuje. Stejný přehled bude uveden u každé diskutované varianty.

1. Michelsonův interferometr není uspořádán diferenčně.
2. Teplotní roztažnost rezonátoru je zanedbatelná, protože v sestavě by byl použit rezonátor zkonstruovaný Ing. Ježkem, který používá keramiku s nízkou teplotní roztažností – zerodur (Schott AG) – k vymezení vzdálenosti mezi zrcadly. Referenční rameno Michelsonova interferometru lze navrhnout tak, aby mělo přibližně stejnou teplotní roztažnost jako rameno měřicí. Vyrovnání teplotních roztažností by bylo možno dosáhnout vhodnou volbou materiálů.
3. Podmínka, že každý interferometr bude pracovat na jiné vlnové délce může být splněna použitím vhodných interferenčních vrstev.
4. Pokud by nebyl MI mechanicky spojen s rezonátorem, měření by bylo silně ovlivněno vibracemi.
5. Sestavu by bylo možné umístit do vakua za předpokladu, že by se podařilo minimalizovat rozměry MI, neboť vakuová komora má malé rozměry. Rozhodně by však nebylo možné sestavu umístit do vakua v případě, že by měl být v referenčním rameni MI umístěn druhý rezonátor, případně jemu odpovídající čočka a zrcadlo. Možnost umístění sestavy do vakua tak jde do značné míry proti požadavku na stejnou teplotní roztažnost obou ramen MI.
6. Optická soustava obsahuje korekční čočky, což znesnadňuje justování.
7. Soustavu lze zkonstruovat tak, aby byla rozebíratelná, nebylo by ji však možné přenášet vcelku.

## Rozbor

Výše uvedená sestava by nebyla náročná na výrobu, neboť použitelný Fabryho-Pérotův rezonátor byl již vyroben dříve. Nákladné by bylo vyrobit druhý, identický, pokud by se to ukázalo být nevyhnutelné.

Dalším problémem bylo vyřešit otázku chodu paprsku helium-neonového laseru Michelsonova interferometru rezonátorem. První zrcadlo FPI se pro svazek chová jako rozptylná čočka, druhé jako konkávní zrcadlo. Pokud bychom požadovali, aby svazek šířící se tam i zpět měl stejné parametry, museli bychom mezi dělič a rezonátor vložit ještě korekční čočku (viz obr. 6.1). Délku dráhy ve skle bychom museli v referenční větvi kompenzovat planparalelní skleněnou deskou. Otázkou je, jak by se toto řešení projevilo na kontrastu interferenčních proužků. Zřejmě by se projevil vliv sférických aberací čoček umístěných na dráze svazku.

Jinou diskutovanou možností bylo vložit do referenčního ramene identický rezonátor, jako je v rameni měřicím. Pak by měl svazek dopadající z obou větví na detektor stejné parametry. Nevýhodou by však byla náročnost na výrobu.

### 6.2.2 Varianta č. II – Sestava s dvouprůchodovým diferenčním Michelsonovým interferometrem

Dvouprůchodový Michelsonův interferometr umožňuje měřit s dvojnásobným rozlišením oproti jednaprůchodovému interferometru. Posuvu měřicího zrcadla o  $\lambda/4$  odpovídá posuv interferenčního proužku o celou periodu. Diferenční uspořádání dovoluje měřit vzdálenost mezi dvěma vzájemně rovnoběžnými zrcadly. V tomto uspořádání je pak mrtvá dráha svazku nulová.

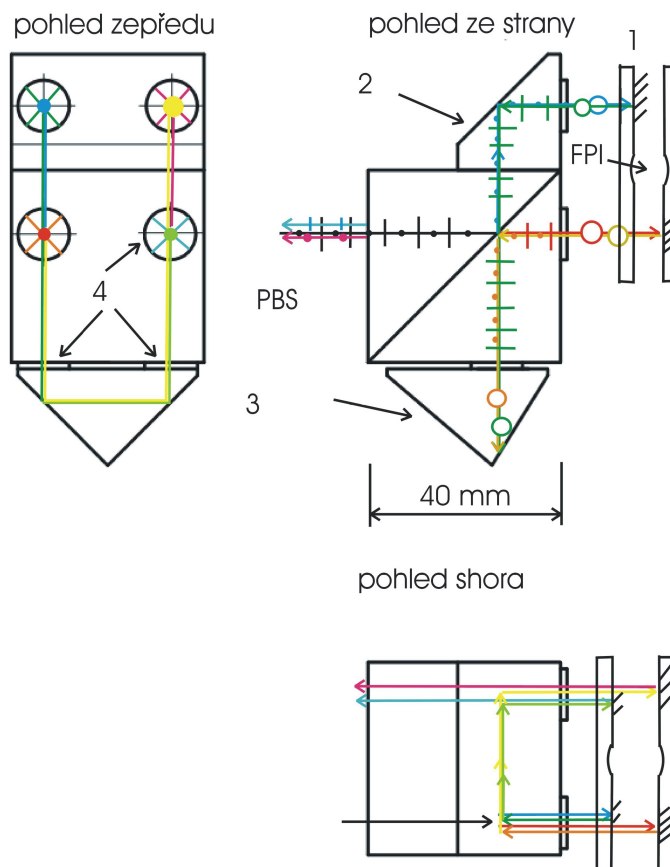
Navrhnul jsem optické schéma (viz obrázek 6.2) dvouprůchodového diferenčního interferometru. Takovéto uspořádání umožňuje spojit výhody diferenčního a dvouprůchodového interferometru.

Přehled vlastností interferometru podle návrhu č. II:

1. Fabryho-Pérotův interferometr může být zkonstruován tak, aby měl malou teplotní roztažnost.
2. Michelsonův interferometr je uspořádán diferenčně. Chyba způsobená teplotní roztažností MI a FPI je prakticky stejná, což je velmi výhodné pro měření.
3. Podmínka, že každý interferometr bude pracovat na jiné vlnové délce, může být splněna.
4. Robustnost a tuhost sestavy nelze vyhodnotit – závisí na tuhosti použitých mechanických dílů.
5. Sestavu by bylo možné umístit do vakua v případě, že by celkové mechanické rozměry nepřekročily 120x150x200 mm.
6. Sestava je opticky komplikovaná a náročná na výrobní přesnost.
7. Soustavu lze navrhnout tak, aby byla rozebíratelná a přenosná.

#### Rozbor

Tato sestava velmi dobře splňuje požadavky, zejména co se teplotní roztažnosti týče. Je ale problematická z hlediska výroby a kompletace optických dílů. Bylo by potřeba vyrobít (kusově) polarizační dělič o rozměrech  $40 \times 40 \times 40$  mm, velmi přesný pravoúhlý hranol (s přesností pravého úhlu i přepony v jednotkách minut) a šest čtvrtvlnových destiček.



Obr. 6.2: Dvouprůchodový diferenční Michelsonův interferometr. Zelená a modrá barva svazků odpovídá referenční větvi, žlutá, oranžová, červená a fialová měřicí větvi. Svazky mají vyznačenu polarizaci. Sestava se skládá ze dvou planoparalelních desek (1), které jsou v příslušných kvadrantech opatřeny vrstvami na odraz. Uprostřed těchto desek jsou vybroušena zrcadla pro Fabryho-Pérotův interferometr (FPI). Optická sestava MI se skládá z pravoúhlého hranolu (2), polarizačního děliče (PBS), koutového odražeče (3) a čtvrtvlnových destiček (4).

### 6.2.3 Varianta č. III – Včlenění diferenčního Michelsonova interferometru do již existujícího Fabryho-Pérotova interferometru

Jinou možností, jak využít předností teplotně stabilního konfokálního rezonátoru od Ing. Ježka, by bylo vložit do prostoru uvnitř rezonátoru koutový odražeč nebo malé zrcátko mechanicky spojené se zrcadlem FPI. To by sloužilo jako měřicí zrcadlo jednopřechodového Michelsonova interferometru s polarizačním dělením. Případně by se k druhému zrcadlu FPI doplnilo referenční zrcadlo pro Michelsonův interferometr

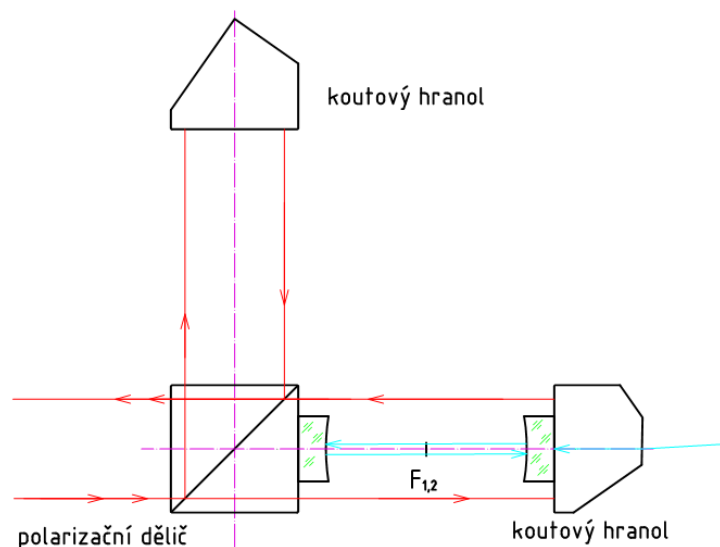
v diferenčním uspořádání.

## Rozbor

Tato sestava by měla nízkou teplotní roztažnost a bylo by ji možné umístit do vakuové komory. Zjistilo se ale, že vnitřní rozměry rezonátoru jsou tak malé, že by do něj nebylo možné žádná zrcátka ani koutové odražeče umístit. Tato varianta je tedy nerealizovatelná.

### 6.2.4 Varianta č. IV – Sestava s konfokálním Fabryho-Pérotovým rezonátorem, jednopružchodovým Michelsonovým iterferometrem a koutovými odražeči

Michelsonův interferometr lze uspořádat tak, že dráha svazků putujících ve směru tam a zpět je různá. Detektor je pak možno umístit vedle vstupujícího svazku a není nutné používat čtvrtvlnové destičky pro změnu polarizace. Toho nelze dosáhnout použitím rovinných zrcadel, ale pomocí koutových odražečů, které nahradí referenční i měřicí zrcadlo.



Obr. 6.3: Jednopružchodový nediferenční Michelsonův interferometr. Zrcadla konfokálního rezonátoru (plankonkávní čočky  $F_1 \equiv F_2$ ) jsou natmelená na optických prvcích Michelsonova interferometru.

Přehled vlastností interferometru:

1. Michelsonův interferometr není uspořádán diferenčně. Výhodou však je, že obě jeho ramena mohou být zkonstruována tak, že budou mít stejnou teplotní roztažnost.
2. Fabryho-Pérotův interferometr může být navržen tak, aby měl nízkou teplotní roztažnost.
3. Podmínka, že každý interferometr bude pracovat na jiné vlnové délce, může být bez obtíží splněna. Není třeba používat zvláštní vrstvy, svazky pracující na jednotlivých vlnových délkách procházejí po jiných drahách.
4. Soustavu lze navrhnout tak, aby byla velmi robustní.
5. Soustavu bude možné umístit do vakua v případě, že bude mít dostatečně malé rozměry.
6. Optické uspořádání sestavy je velmi jednoduché a obsahuje jen několik málo prvků. Výhodou je, že není potřeba čtvrtvlnových destiček, které mohou být zdrojem nelineární chyby, nejsou-li přesně vyrobeny a správně orientovány.
7. Soustavu lze navrhnout tak, aby byla rozebíratelná, přenosná a kompaktní.

## Rozbor

Výhodou této varianty je její jednoduchost. Není zde potřeba velmi přesných optických prvků jako u varianty č. II. Koutové odražeče jsou v požadované přesnosti běžně dostupné. Mechanické součásti mohou být bez obtíží vyrobeny. Nevýhodou je, že Michelsonův interferometr není uspořádán diferenčně. Dráha měřicího svazku MI a dráha svazku FPI není přesně stejně dlouhá. Důsledkem toho se na délce měřené FPI projeví teplotní roztažnost skla čoček zatímco na délce měřené MI se projeví změna indexu lomu vzduchu. Vliv této nedokonalosti na měření lze potlačit vložením sestavy do temperované vakuové komory.

## 6.3 Volba sestavy pro výrobu

V tabulce 6.1 uvádím přehled navržených řešení soustavy Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru a jejich hodnocení podle vybraných kritérií.

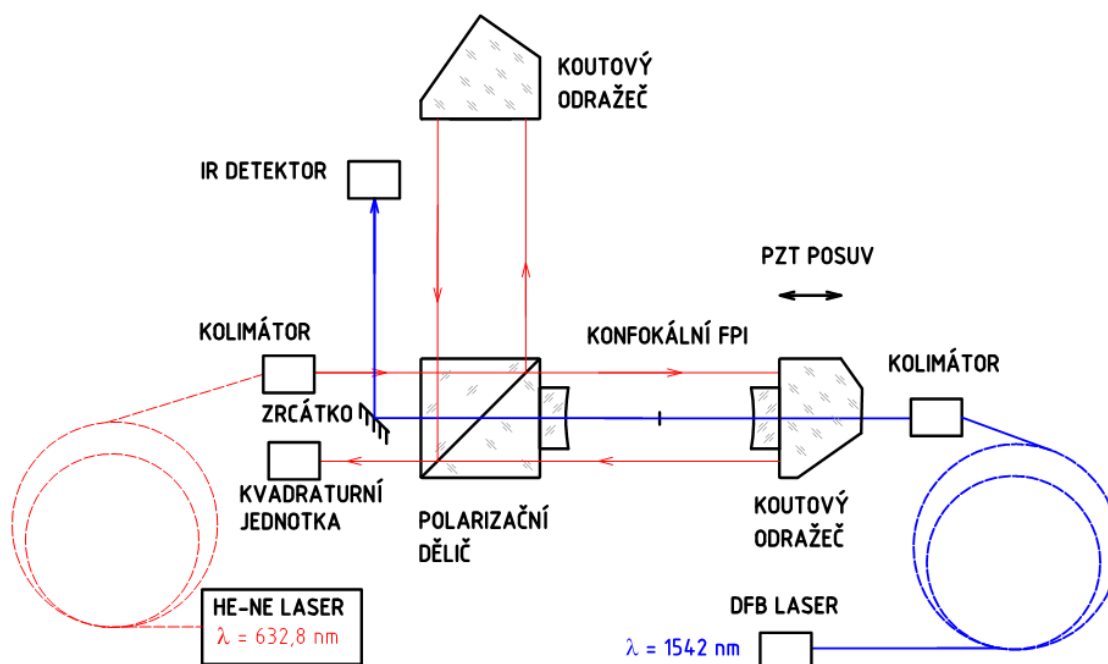
Na základě porovnání jednotlivých návrhů (viz tab. 6.3) jsme rozhodli, že bude zkonstruována varianta č. 4. Pro Fabryho-Pérotův budou využita konkávní zrcátka  $r = 40,08$  mm, FPI bude uspořádán konfokálně a bude do něj navázán svazek DFB laserové diody s  $\lambda = 1542$  nm. Michelsonův interferometr bude pracovat na vlnové

| číslo<br>var. | citlivost<br>MI              | vliv<br>vibrací         | teplotní<br>roztažnost | vakuum?  | náročnost<br>výroby (1–5) |
|---------------|------------------------------|-------------------------|------------------------|----------|---------------------------|
| 1             | $\lambda/2048$               | pravděpodobně<br>vysoký | velmi<br>nízká         | ano/ne*  | 3/5*                      |
| 2             | $\lambda/4096$<br>diferenčně | nízký                   | kompensovaná           | spíše ne | 5                         |
| 3             | $\lambda/2048$<br>diferenčně | nízký                   | nízká                  | ano      | nelze<br>vyrobit          |
| 4             | $\lambda/2048$               | nízký                   | kompensovatelná        | ano      | 2                         |

Tab. 6.1: Porovnání navržených uspořádání soustavy MI+FPI. \*s korekční čočkou/se dvěma rezonátory

délce 632,8 nm a bude mít nediferenční uspořádání s jedním průchodem a polarizačním dělením. Mechanické součásti, pokud jsou normalizované, budou zakoupeny, ostatní budou vyrobeny. Optické prvky, které nejsou v inventáři, budou zakoupeny, případně dále upraveny podle potřeby. Optické schéma navržené sestavy je na obr. 7.1.

## 7 VÝROBNÍ NÁVRH DEFINITIVNÍ SOUSTAVY MICHELSONOVA A FABRYHO-PÉROTOVA INTERFEROMETRU



Obr. 7.1: Optické schéma navrženého komparačního interferometru.

### 7.1 Popis jednotlivých dílů

#### 7.1.1 Mechanické prvky

V příloze této práce (na zadní desce) jsou výrobní výkresy finální sestavy interferometru. Na nich jsou zakresleny díly, které nebylo možné koupit nebo dohledat v inventáři. Výrobou byly pověřeny dílny na Ústavu přístrojové techniky. Číslování výkresů odpovídá následujícímu výčtu:

- MFPI 01. *Díl č. 1: Klec pro hranol.* Jedná se robustní součást vyrobenou z titanu. V ní jsou vyvrtány čtyři díry  $\phi 26$ , které slouží k přístupu k opticky účinným plochám hranolu, dále díry  $\phi 4$  pro umístění invarových kolíků (MFPI 10), o něž se budou opírat distanční šrouby justovacích držáků. Díry  $\phi 10$  slouží pro uchycení pružin (MFPI 14), zajištěných kolíky vsunutými do děr  $\phi 3,2$ . K přichycení kleci k optickým držákům slouží dva závity M6 délky 20 mm.

- MFPI 02. *Díl č. 2: Víko.* Vkládá se zespod do klece pro hranol, v níž je upevněno čtyřmi šrouby M4. Víko je rovněž vyrobeno z titanu. Ten má koeficient teplotní roztažnosti pro 25°C ( $\alpha = 8,8 \cdot 10^{-6}$  [61]) podobný sklu SF2 ( $\alpha = 8,4 \cdot 10^{-6}$  [62]), ze kterého je zhotoven hranol, který se vkládá do drážky ve víku. Při natmelení hranolu na víko bude působením teploty vznikat minimální napětí, čímž se sníží riziko prasknutí hranolu nebo jeho odlepení.
- MFPI 03. *Díl č. 3: Držák justovací 1.* Pomocí tří justovacích distančních šroubů se opírá o invarové kolíky (č. 12, 13, 14), proti nimž je přitahován třemi pružinami (č. 19), které jsou zajištěny třemi stavěcími šrouby M4x20. Tyto šrouby zároveň zajišťují objímku hranolu (č. 5), umístěnou v díře  $\phi 40H7$ , proti posunutí.
- MFPI 04. *Díl č. 4: Držák justovací 2.* Tento držák je uchycen ke kleci podobným způsobem jako držák 1. Pružiny jsou však jen 2 namísto 3 (z konstrukčních důvodů). Díra  $\phi 48$  slouží k uložení kroužku (č. 15). Zahloubení  $\phi 14,5$  slouží k uchycení BNC zásuvky pro přívod elektrického napětí k piezoelektrickému měniči.
- MFPI 05. *Díl č. 5: Objímka hranolu.* Vkládá se do držáku 1 (díl č. 3). Slouží k uložení koutového hranolu referenčního ramene Michelsonova interferometru (díl č. 24a). Na obrubě objímky ( $\phi 24$ ) je umístěna teflonová podložka (díl č. 18), na ní je přitlačen hranol pomocí dílů č. 6, 8, 9.
- MFPI 06. *Díl č. 6: Závitový kroužek.* Slouží k přitlačení částí MFPI 08 a MFPI 09 na hranol pomocí jemného závitu na díle MFPI 05.
- MFPI 07. *Díly č. 7, 10 a 11: Kolíky.* Kolíky 10 a 11 k zajištění pružin (MFPI 14) v kleci (MFPI 01) a kolík č. 7 pro zajištění válce (díl č. 8) proti otáčení.
- MFPI 08. *Díl č. 8: Přítlačný válec.* Zprostředkovává přesun síly ze závitového kroužku (díl č. 6) na plastovou podložku (díl č. 9). Díky kolíku zamezuje nežádoucímu přenosu momentu síly a rotace na koutový hranol č. 24a.
- MFPI 09. *Díl č. 9: Podložka.* Vyrobená z plastu, aby se zamezilo poškození hranolu při dotažení.
- MFPI 10. *Díly č. 12–14: Kolíky invarové.* Slouží k hrubému vymezení vzdálenosti mezi klecí pro hranol a justovacími držáky. Pro snížení vlivu teplotní roztažnosti na délku ramen interferometru jsou vyrobeny z invaru. Invar je slitina FeNi36 (36 % niklu v železe s případnými dalšími příměsemi), jehož koeficient teplotní roztažnosti pro 25°C je ( $\alpha = 0,9 \cdot 10^{-6}$  [63]) i méně.

- MFPI 11. *Díl č. 15: Kroužek titanový.* Je vložen do držáku 2 (MFPI 04). Na něj je nalepen skleněný kroužek 1 (MFPI 12). Díra slouží k protažení elektrického vodiče k piezoelektrickému měniči.
- MFPI 12. *Díly č. 16 a 17: Kroužky 1,2.* Kroužek 1 slouží k nalepení piezoelektrického měniče (díl č. 26) na kroužek MFPI 11. Kroužek 2 slouží k nalepení koutového hranolu (č. 24b) na piezoelektrický měnič.
- MFPI 13. *Díl č. 18: Kroužek teflonový.* Slouží jako podložka pro koutový hranol, která se vkládá do objímky (díl č. 6).
- MFPI 14. *Pružina.* Slouží k přitlačení justovacích šroubů na invarové kolíky.

### 7.1.2 Optické prvky

- *Díl č. 25: Polarizační dělič.* McNeillův hranol o velikosti 25,4x25,4x25,4 mm. Výrobce: Thorlabs, katalogové označení: PBS251. Materiál: SF2. Rovinnost opticky účinných povrchů  $\lambda/10$  pro 633 nm, zkreslení vlnoplochy do  $\lambda/4$ , odchylka odraženého svazku ( $90^\circ \pm 5'$ ), odstup polarizací 1:1000. AR (antireflexní) vrstva vnějších optických ploch je s odrazivostí menší než 0,5% pro rozsah 420–680 nm. Tolerance mechanických rozměrů je 0,2 mm. Odrazivost vnitřní vrstvy pro  $\perp$ polarizaci  $> 99,5\%$ , propustnost vrstvy pro  $\parallel$ polarizaci  $> 90\%$  (z [www.thorlabs.com](http://www.thorlabs.com)). Propustnost pro vlnovou délku 1542 nm je 90%, což je důležité pro náš experiment s DFB diodou.
- *Díl č. 24a: Koutový odražeč 1.* Thorlabs PS971. Nevrstvený koutový odražeč broušený do kulata na průměr 25,4 mm. Rovinnost ploch  $\lambda/10$  pro 633 nm, odchylka dopadajícího a odraženého svazku  $3'$ .
- *Díl č. 24b: Koutový odražeč 2.* Podobně jako předcházející. Oba koutové odražeče budou dále vrstveny, tento bude navíc zbroušen, aby jím mohl procházet svazek DFB laseru skrz.
- *Díl č. 29a: Čočka 1.* Jedná se o plankonkávní čočku popsanou výše. Je navrstvena následovně: konkávní plocha HR (vysoce odrazná) vrstva pro  $\lambda = 1542$  nm. Rovinná plocha: AR vrstva pro 1542 nm.
- *Díl č. 29b: Čočka 2.* Plankonkávní čočka totožných rozměrů. Konkávní plocha vrstvena na HR pro 1542 nm, rovinná plocha bez vrstvy kvůli tmelení na koutový odražeč.
- *Další optické prvky.* Mimo výše uvedené prvky jsou součástí experimentální sestavy ještě půlvlnová destička, čočky pro přizpůsobení módu, kolimátory

a pod. Tyto prvky slouží k navázání svazku do interferometru, nejsou však zahrnuty do konstrukčního návrhu. V experimentu stojí na samostatných stojácích a nejsou k interferometru nijak připojeny.

Na obrázcích 7.2 a 7.3 je znázorněn řez měřícím a referenčním ramenem interferometru. Tyto obrázky mají formu výkresu sestavení, pro přehlednost však nejsou zobrazeny některé prvky. Přednostně jsou zobrazeny optické prvky a součásti, které se podílejí na teplotní roztažnosti roztečí zrcadel interferometru.

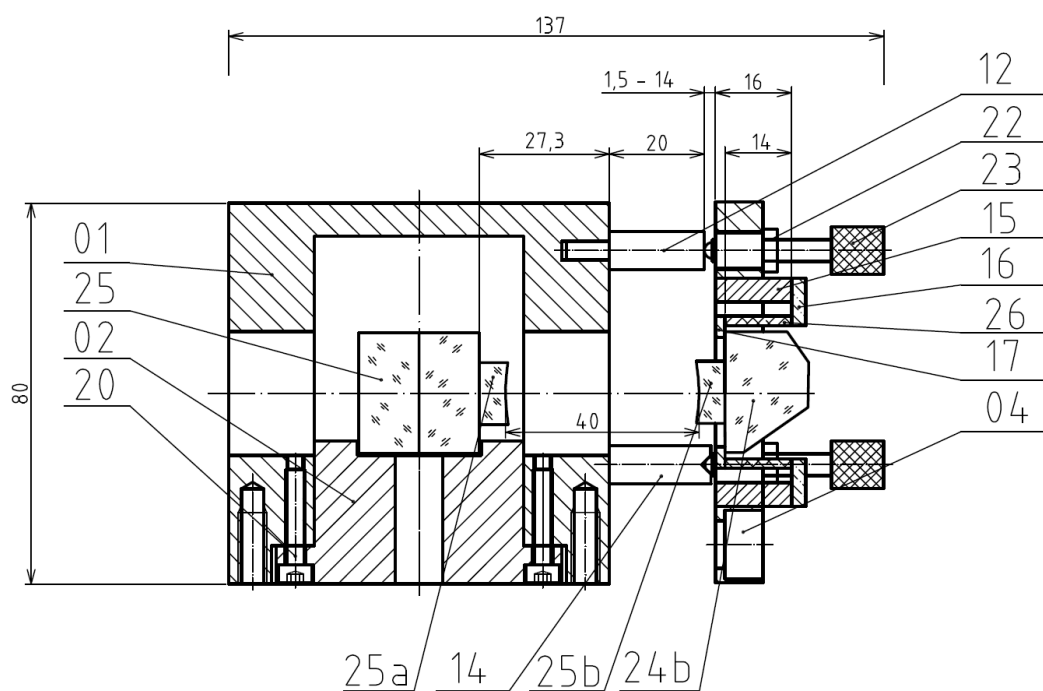
### 7.1.3 Ostatní prvky

- *Díl č.20* – šroub M4x16, celý závit.
- *Díl č.21* – šroub stavěcí M4x20.
- *Díl č.22* – závitová redukce pro justovací šrouby. Thorlabs N100L5P.
- *Díl č.23* – šroub justovací Thorlabs s hlavou. Withworthův závit 3/16", stoupání závitu 1/100", délka závitu 1".
- *Díl č.26* – Piezoelektrický měnič. Keramický článek tvaru prstence s vnějším průměrem 32 mm, vnitřním 28 mm a výškou 14 mm. Na vnější a vnitřní straně jsou elektrody, prstenec se po přiložení napětí elektrostričně prodlužuje ve směru rovnoběžném se svou geometrickou osou.
- *Díl č.27* – zásuvka BNC.
- *Díl č.28* – šroub justovací Thorlabs s vnitřním šestihranem. Withworthův závit 3/16", stoupání 1/100", délka 1,5".

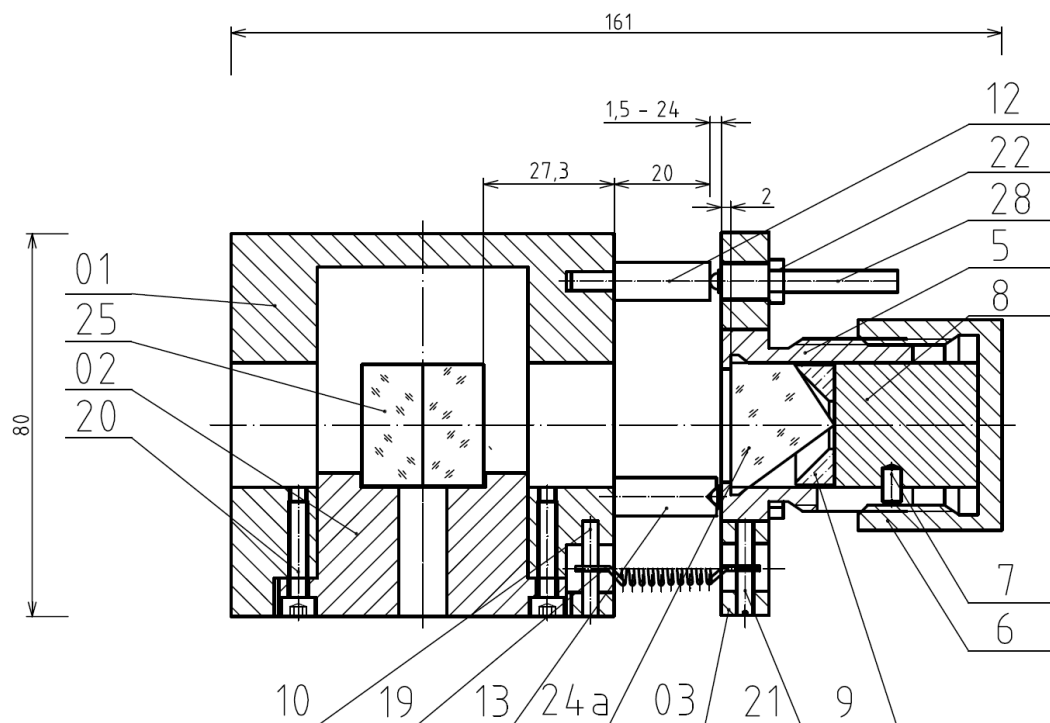
## 7.2 Vrstvení a další úpravy použitých optických prvků

Některé z optických prvků bylo nutné upravit. Čočka 2 byla odvrstvena a následně opatřena vysoce odraznou vrstvou na konkávní ploše (HR 98% pro  $\lambda = 633$  a 1542 nm). Koutový odrazeč č. 2 byl zbroušen a vyleštěn na zakázku podle výkresu, který je v příloze. Úpravu provedl optik Stanislav Fešar, Jezernice.

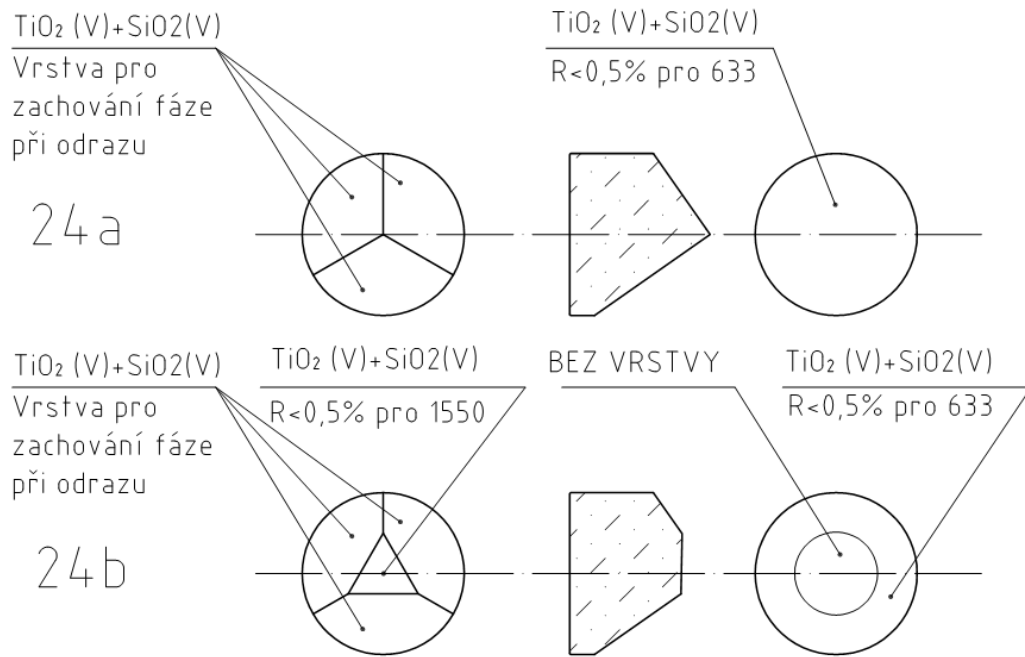
Vrstvení koutových hranolů je znázorněno na obrázku 7.4. Vrstvení provedli RNDr. Pokorný a Mgr. Oulehla, pracovníci Ústavu přístrojové techniky AV ČR.



Obr. 7.2: Řez měřicím ramenem. Vyznačena tloušťka dílů, které se podílejí na teplotní roztažnosti systému.



Obr. 7.3: Řez referenčním ramenem. Vyznačena tloušťka dílů, které se podílejí na teplotní roztažnosti systému.



Obr. 7.4: Výkres vrstvení koutových odražečů.

## 7.3 Výpočty parametrů interferometru

### 7.3.1 Obecné charakteristiky rezonátoru

Rozhodli jsme se sestavit rezonátor ze dvou identických konkávních zrcadel (čoček) ze skla BK7 s parametry (viz obr. 7.5):

$$r_1 = 40,08 \text{ mm}$$

$$r_2 = \infty;$$

$$a = 6,5 \text{ mm}$$

$$t = 5,5 \text{ mm},$$

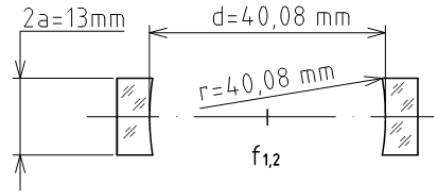
$$n_{633} = 1,51509$$

$$n_{1542} = 1,50091$$

kde  $r_{1,2}$  jsou poloměry křivosti,  $a$  je poloměr zrcadla (čočky),  $t$  je osová tloušťka a  $n_{633}, n_{1542}$  je index lomu pro He-Ne laser a DFB diodu. Konkávní plochy jsou opatřeny vakuově napařenými vrstvami  $\text{TiO}_2$  a  $\text{SiO}_2$  s odrazivostí 98%.

Délka rezonátoru je  $d = r_{1,2} = r = 40,08 \text{ mm}$ . Poloměr zrcadel je  $a = 6,5 \text{ mm}$ , odrazivost zrcadel je  $R = 99 \%$ , Fresnelovo číslo je

$$N = \frac{a^2}{\lambda d} = \frac{6,5^2}{1,542 \cdot 10^{-3} \cdot 40,08} = 684,$$



Obr. 7.5: Schéma Fabryho-Pérotova interferometru pro definitivní sestavu.

což znamená, že difrakční ztráty rezonátoru jsou naprosto zanedbatelné. Poloměr stop svazku na zrcadlech je:

$$w_1^2 = w_2^2 = \frac{\lambda r}{\pi} \sqrt{\frac{d}{2r - d}} = 0,14 \text{ mm}.$$

Poloměr svazku v pase je:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda d}{\pi}} \left[ \left( 2 - \frac{d}{r} \right) / 4 \frac{d}{r} \right]^{\frac{1}{4}} = 99 \text{ } \mu\text{m}.$$

Volný spektrální interval je

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{4d} = 1,870 \text{ GHz},$$

finesa (jemnost) rezonátoru je

$$\mathcal{F} = \frac{\sqrt{R_1 R_2} \pi}{1 - \sqrt{R_1 R_2}} \approx 310$$

a faktor kvality rezonátoru

$$Q \approx 1,6 \cdot 10^7.$$

Z finesy odhadneme rozlišení (pološířku čáry) jako:

$$\nu_{\text{FWHM}} = \frac{c}{2d\sqrt{\mathcal{F}}} = 212 \text{ MHz}.$$

Rozlišení je v praxi ještě vyšší díky využití elektronické detekce s výpočtem numerické derivace.

### 7.3.2 Výpočet čočky pro navázání svazku do rezonátoru

K navázání svazku do rezonátoru je třeba použít čočku, jejíž ohnisková délka je větší než charakteristická délka (rov. 2.41). Protože se však plankonkávní zrcadlo chová jako rozptylka, je potřeba provést korekci [55]. Pro korigované veličiny platí:

$$w_0^k = w_0 \sqrt{K},$$

$$s^k = \frac{n_{air}d}{2}K,$$

kde

$$K = \frac{2}{2 + \frac{t}{r}(n^2 - 1)},$$

$t$  je tloušťka čočky,  $s$  je vzdálenost korigovaného (zdánlivého) pasu od vrcholu konkávní plochy čočky a  $d$  je délka rezonátoru.

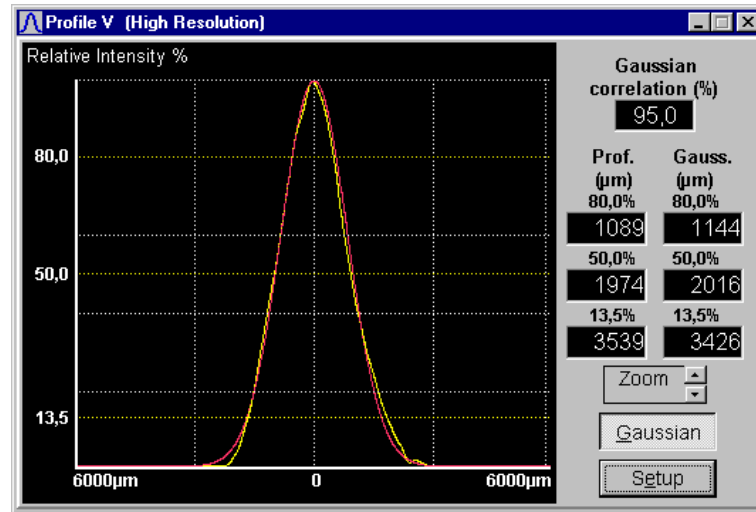
Čočka je natmelena na koutový odražeč délky 17,5 mm na optické ose. Materiál čočky i odražeče je sklo BK7. Index lomu je  $n_{1542} = 1,50091$ , tloušťka celé vrstvy je  $t = 5,5 + 17,5 = 23$  mm, dostáváme:

$$K = 0,7356$$

$$w_0^k = 84,91 \mu\text{m},$$

$$s^k = 14,75 \text{ mm}.$$

Pomocí měřiče profilu svazku jsem změřil svazek DFB diody vystupující z kolimátoru (viz obr. 7.6) a určil jeho parametry, abych mohl vypočítat ohniskovou délku čočky pro navázání svazku.



Obr. 7.6: Výsledek měření svazku laseru DFB diody  $\lambda = 1542$  nm ve vzdálenosti 860 mm od kolimátoru. Měření bylo provedeno celkem ve třech vzdálenostech od kolimátoru pomocí zařízení pro měření profilu laserových svazků BeamMaster (Coherent Inc.)

Svazek DFB diody byl změřen ve třech vzdálenostech od kolimátoru pomocí měřiče svazků BeamMaster (Coherent). Z naměřených dat jsem určil jeho parametry:  $w_{0L} = 1,552$  mm,  $z_R = 1,45$  m, poloha pasu je 183 mm před kolimátorem. Pro

čočku k navázání do rezonátoru musí platit, že její ohnisková délka je větší než tzv. charakteristická délka:

$$f > f_0 = \frac{\pi w_{0R} w_{0L}}{\lambda} = 268 \text{ mm}, \quad (7.1)$$

Volím čočku  $f=300$  mm. Pro vzdálenost čočky od pasů svazku dostanu podle rov. 2.44:

$$d_R = f \pm \frac{w_{0R}}{w_{0L}} \sqrt{f^2 - f_0^2} \approx (300 \pm 7) \text{ mm}$$

$$d_L = f \pm \frac{w_{0L}}{w_{0R}} \sqrt{f^2 - f_0^2} \approx (300 \pm 2464) \text{ mm}.$$

Vidíme, že velký rozdíl poloměrů pasů svazku vyžaduje umístit čočku do velké vzdálenosti od kolimátoru. To je v laboratorních podmínkách nemožné. Proto jsem zvolil možnost provést transformaci dvěma čočkami. Vzhledem k tomu, že rozbíhavost svazku vystupujícího z kolimátoru je malá, použiji přibližný vztah pro fokusaci gaussovského svazku [21]:

$$w_1 = \frac{f\lambda}{\pi w_0}, \quad (7.2)$$

kde  $w_0$  je poloměr pasu svazku na čočce a  $w_1$  je poloměr svazku v pase za čočkou,  $f$  je ohnisková vzdálenost čočky. Pas transformovaného svazku leží přibližně v ohnisku. Jako první transformační čočku volím čočku s  $f_1 = 200$  mm. Dostávám  $w_1 = 31,63 \text{ } \mu\text{m} = w_{0L}$ . Charakteristická délka je nyní

$$f_0 = \frac{\pi w_{0R} w_{0L}}{\lambda} = 5,47 \text{ mm},$$

jako druhou transformační čočku volím čočku s ohniskovou vzdáleností  $f = 100$  mm. Dostávám

$$d_R = 100 \pm 268 \rightarrow 368 \text{ mm}$$

$$d_L = 100 + 37 = 137 \text{ mm},$$

kde  $d_L$  je vzdálenost transformační čočky č. 2 od ohniska čočky č. 1 a  $d_R$  je vzdálenost čočky 2 od konkávní plochy zrcadla rezonátoru.

### 7.3.3 Výpočet čočky pro přizpůsobení svazku za rezonátorem

Jelikož chceme umístit detektor za rezonátor, vypočítáme vhodnou čočku pro fokusaci svazku na fotodiodu. Požadujeme, aby  $w_{0,2} = 1$  mm. Provedeme korekci parametrů svazku v rezonátoru. Protože je v našem případě zrcadlo natmeleno na

polarizační dělič jiného indexu lomu a tloušťky  $l = 25,4$  mm, je  $n_1 = 1,50091$  a  $n_2 = 1,62055$ .

$$\begin{aligned} K &= \frac{2}{2 + \frac{t}{r}(n_1^2 - 1) + \frac{l}{r}(n_2^2 - 1)} \\ &= 0,6245, \end{aligned}$$

$$w_0^k = 78,2 \text{ } \mu\text{m},$$

$$s^k = 12,51 \text{ mm}.$$

Pro ohniskovou délku čočky dostaneme podle 7.1

$$f > 158 \text{ mm}.$$

Volím čočku  $f = 200$  mm, její vzdálenost od pasu v rezonátoru je podle rov. 2.44:

$$d_R = (200 \pm 9,5) \text{ mm}$$

vzdálenost detektoru od čočky je pak

$$d_D = (200 \pm 1580) \text{ mm} = 1780 \text{ mm}.$$

Čočka ohniskové délky 200 mm bude umístěna 209,5 mm od vnitřní plochy výstupní čočky rezonátoru. Chceme-li, aby stopa na detektoru měla poloměr 1 mm, bude detektor umístěn 1580 mm od čočky. Tuto vzdálenost však není nutné dodržet, protože není nutné umístit fotodiodu přímo v pase svazku, naopak je výhodné ji umístit do místa, kde je průřez svazku větší.

### 7.3.4 Výpočet chyb měření navrženého interferometru

O chybách měření s Michelsonovým interferometrem bylo pojednáno v kapitole 2.2.4 na str. 28. Při návrhu jsem se snažil tyto chyby potlačit, ale přesto je vliv některých chyb nezanedbatelný. Velikost některých z nich je možné přibližně stanovit výpočtem.

#### Chyba způsobená teplotními vlivy

Jednou z předností navrženého interferometru je, že dráha měřicího a referenčního svazku obsahuje stejnou tloušťku skla. Chyba  $t_1$  je tedy

$$\Delta d_{t1} = 0.$$

Obtížnější však je vyčíslit chybu způsobenou teplotní roztažností mechanických součástí. Roztažnost referenčního ramene jsem stanovil součtem teplotních roztažností jednotlivých dílů, které se procesu účastní:

| materiál   | $\alpha \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [61] | $l / \text{mm}$ | směr | $\Delta_R / \text{nm.K}^{-1}$ |
|------------|--------------------------------------------|-----------------|------|-------------------------------|
| titan      | $8,8 \pm 0,3$                              | 27,3            | +    | $240 \pm 8$                   |
| invar      | $1,2 \pm 0,02$                             | 20              | +    | $24,0 \pm 0,4$                |
| nerez ocel | $10,7 \pm 0,4$                             | 1,7             | +    | $18,2 \pm 0,7$                |
| titan      | $8,8 \pm 0,3$                              | 2               | +    | $17,6 \pm 0,8$                |
| celkem     | —                                          | 56              | +    | $300 \pm 9$                   |

| materiál   | $\alpha \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [61] | $l / \text{mm}$ | směr | $\Delta_M / \text{nm.K}^{-1}$ |
|------------|--------------------------------------------|-----------------|------|-------------------------------|
| titan      | $8,8 \pm 0,3$                              | 27,3            | +    | $240 \pm 8$                   |
| invar      | $1,2 \pm 0,02$                             | 20              | +    | $24,0 \pm 0,4$                |
| nerez ocel | $10,7 \pm 0,4$                             | 1,7             | +    | $18,2 \pm 0,7$                |
| titan      | $8,8 \pm 0,3$                              | 16              | +    | $141 \pm 5$                   |
| PZT [64]   | $3 \pm 1$                                  | 14              | -    | $-42 \pm 14$                  |
| celkem     | —                                          | 51              | +    | $381 \pm 17$                  |

Podobně jsem stanovil i teplotní roztažnost měřicího ramene:

Chyba způsobená rozdílem teplotních roztažností ramen je

$$\Delta d_{t_2} \approx (381 - 300) \approx (80 \pm 20) \text{ nm.K}^{-1}.$$

To je zhruba 20x méně, než v předchozím uspořádání. Chyba způsobená mrtvou dráhou je nulová. Díky vysoké teplotní justovacích šroubů je možné teplotní roztažnost kompenzovat (za vzniku chyby způsobené mrtvou dráhou ve vzduchu). Při měřeních, kdy regulujeme délku rezonátoru pomocí PZT na konstantní optickou délku, je vliv rozdílu teplotní roztažnosti ramen nepodstatný a projeví se pouze teplotní roztažnost referenčního ramene.

### Korekce MI na nulovou teplotní chybu pro vzduch

Měříme-li v atmosférických podmínkách, provedeme korekci následovně:

Hodnotu změny indexu lomu  $\Delta n$  pro teplotní rozdíl 1 stupně obdržíme derivací vztahu pro index lomu (rov. 2.50) pro typické laboratorní podmínky ( $t = 23^\circ\text{C}$ ,  $\phi = 30\%$ ,  $p = 100 \text{ kPa}$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} \cdot 10^6 &= \frac{-1,05}{(1 + 0,0037t)^2} - \\ &- (19\,570\,200 + 448,5t) \frac{5321}{(t + 273,15)^2} \exp\left(\frac{-5321}{t + 273,15}\right) \approx \\ &\approx -9 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1} \end{aligned}$$

Pak je

$$\Delta n \approx \frac{-9 \cdot 10^{-7}}{1,00029} \approx -9 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}.$$

Tato hodnota představuje citlivost změny indexu lomu vzduchu na teplotě za předpokladu, že se nemění vlhkost ani tlak vzduchu. Teplotní roztažnost nerezivějící oceli je přibližně  $10,7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , takže celková změna vlivu teplotní roztažnosti na měření při posuvu justovacím šroubem o 1 mm bude  $-9,8 \cdot 10^{-6} \text{ nm.K}^{-1}$ . Při měření v běžných laboratorních podmínkách pro kompenzaci kolísání teploty tedy vysuneme justovací šrouby referenčního odražeče o  $8 \pm 2 \text{ mm}$ . Projeví se ovšem chyba způsobená změnou vlhkosti a tlaku vzduchu, protože mrtvá dráha je nyní 16,4 mm.

Jinou možností je provést měření závislosti měřené veličiny (délky) na teplotě vzduchu a přístroj vyladit tak, aby vliv kolísání teploty na měření byl co nejmenší. Případně je zde i možnost natmelit referenční koutový odražeč přímo na dělič. Tím by sice chyba MI způsobená teplotní roztažností vzrostla, ale byla by téměř stejná pro oba interferometry, což má také svůj praktický význam pro některá měření. Rozdíl teplotních roztažností interferometrů by byl v takovém případě roven přibližně  $80 \text{ nm.K}^{-1}$ .

### **Korekce MI na nulovou teplotní chybu pro vakuum**

Obdobně můžeme provést korekci teplotní roztažnosti pro měření ve vakuu. Změna teplotní roztažnosti měřicího ramene při posuvu justovacím šroubem o 1 mm bude  $-10,7 \cdot 10^{-6} \text{ nm.K}^{-1}$ , takže je třeba vysunout justovací šrouby o  $7,5 \pm 1,9 \text{ mm}$ . Ve vakuu je vliv mrtvé dráhy nulový, takže tato korekce nezpůsobuje další chybu.

### **Abbeho chyba a nelineární chyba**

Při pilotních experimentech jsme nezaznamenali žádný náklon zrcadla způsobený posuvem (v celém rozsahu posuvu měl rezonátor stejný profil rezonanční čáry). Předpokládám tedy, že použitý piezoelektrický prstenec dával dostatečně přímočarý posuv. Proto použijeme v definitivní sestavě piezoelektrický měnič od stejného výrobce (Ferropem A/S, Dánsko).

Vliv nelineární chyby na měření určí až experiment, protože je obtížné až nemožné ji určit analyticky. Závisí totiž hlavně na nedokonalostech justování, výrobních nepřesnostech, zkreslení vlnoplochy, nesplnění požadavku rovinnosti vlnoploch a dalších veličinách, které lze pouze odhadnout. Po sestavení aparatury však bude možné nelineární chybu Michelsonova interferometru změřit.

### 7.3.5 Teplotní roztažnost Fabryho-Pérotova interferometru

Podobným způsobem jako u Michelsonova interferometru jsem vypočítal teplotní roztažnost Fabryho-Pérotova interferometru:

| materiál      | $\alpha (\cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1})$ [61] | $l / \text{mm}$ | směr | $\alpha l / \text{nm.K}^{-1}$ |
|---------------|----------------------------------------------|-----------------|------|-------------------------------|
| titan         | $8,8 \pm 0,3$                                | 27,3            | +    | $240 \pm 8$                   |
| sklo BK7 [62] | $7,1 \pm 0,05$                               | 5,5             | -    | $-39,1 \pm 0,3$               |
| invar         | $1,2 \pm 0,02$                               | 20              | +    | $24,0 \pm 0,4$                |
| nerez ocel    | $10,7 \pm 0,4$                               | 1,7             | +    | $18,2 \pm 0,7$                |
| titan         | $8,8 \pm 0,3$                                | 16              | +    | $141 \pm 5$                   |
| PZT [64]      | $3 \pm 1$                                    | 14              | -    | $-42 \pm 14$                  |
| sklo BK7 [62] | $7,1 \pm 0,05$                               | 5,5             | -    | $-39,1 \pm 0,3$               |
| celkem        | —                                            | 40              | +    | $301 \pm 17$                  |

Tab. 7.1: Teplotní roztažnost Fabryho-Pérotova interferometru v navržené soustavě.

Hodnota teplotní roztažnosti stanovená pomocí výpočtu je  $\alpha_l = 301 \pm 17 \text{ nm.K}^{-1}$ .

### 7.3.6 Shrnutí vlastností soustavy

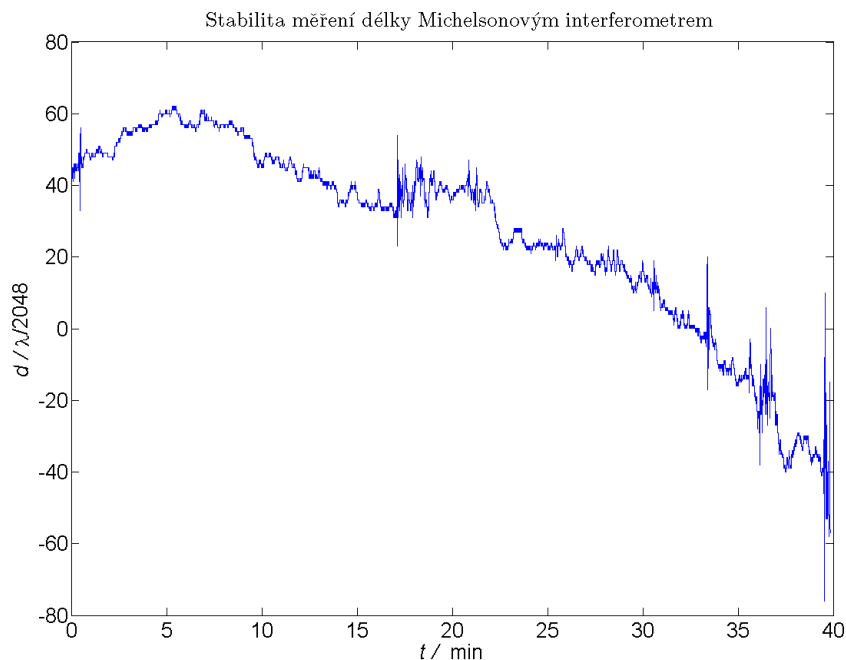
- **Mechanické vlastnosti.** Navržená soustava vykazuje přibližně o řád nižší chybu měření způsobenou teplotní roztažností než pilotní soustava. Tuto chybu lze dále kompenzovat vhodným vysunutím justovacích šroubů nebo ji potlačit umístěním soustavy do temperované vakuové komory.
- **Optické vlastnosti.** Jedná se o komparační interferometr k simultánnímu měření posuvu dvěma interferometry pracujícími na různých vlnových délkách. Michelsonův interferometr využívá He-Ne laser s vlnovou délkou  $\lambda = 633 \text{ nm}$  a Fabryho-Pérotův interferometr využívá DFB laserovou diodu s  $\lambda = 1542 \text{ nm}$ . FPI je uspořádán konfokálně s délkou dutiny rezonátoru  $40,08 \text{ mm}$ . MI je nediferenční jednorůchodový s dělením svazku podle polarizace. K separaci vstupujícího a vystupujícího svazku dochází díky použití koutových odražečů.
- **Další vlastnosti.** Navrženou sestavu lze umístit do vakua. Sestava interferometru je přenosná vcelku a je odolnější vůči vibracím optického stolu než sestava pilotní.

| varianta    | citlivost<br>MI | vliv<br>vibrací | teplotní<br>roztlačnost            | vakuum? | FPI        |
|-------------|-----------------|-----------------|------------------------------------|---------|------------|
| pilotní     | $\lambda/2048$  | velký           | vysoká<br>$1,5 \mu\text{m.K}^{-1}$ | NE      | planární   |
| definitivní | $\lambda/2048$  | nízký           | kompenzovaná                       | ANO     | konfokální |

Tab. 7.2: Porovnání definitivní soustavy s pilotní soustavou

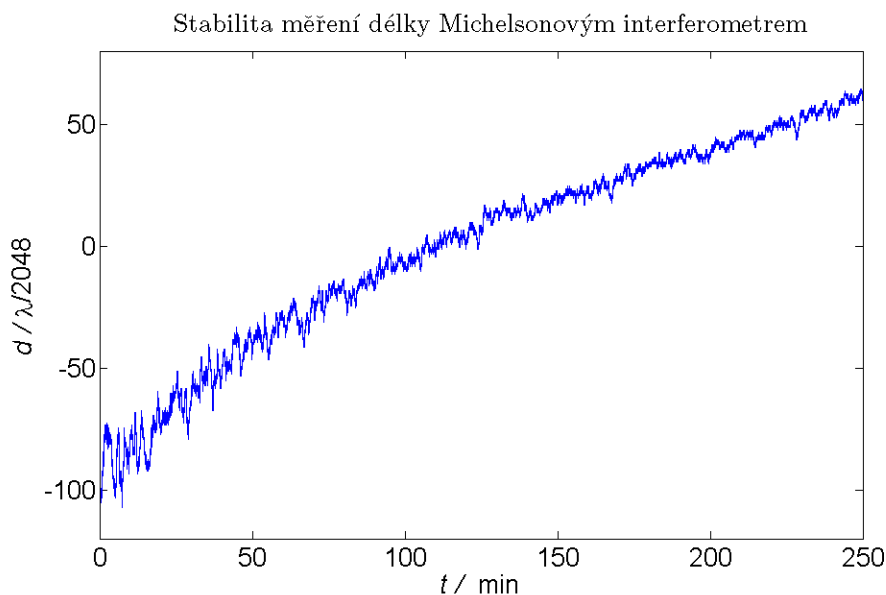
## 7.4 Kompletace sestavy

Mechanické díly sestavy byly vyrobeny v dílnách Ústavu přístrojové techniky podle návrhu. Díly pro uchycení optických prvků byly vyrobeny z titanu, kolíky pro vymezení vzdáleností z invaru. Některé prvky sestavy byly zakoupeny (hranoly, justovací šrouby a pod.). Sestavu jsem zkompletoval v laboratořích Oddělení koherenční optiky. V nejbližších dnech plánujeme experimenty na ověření její funkčnosti. Pak bude sestava sloužit k porovnávání výsledků měření Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru. Navržená soustava MI a FPI tak umožní například testování algoritmů pro korekci nelineárních chyb měření MI.



Obr. 7.7: Záznam kolísání měřené hodnoty délky Michelsonova interferometru definitivní sestavy. Měřeno 25.5. v odpoledních hodinách v běžném laboratorním provozu.

Provedl jsem předběžné měření stability měření délky pomocí nově zkonstruovaného MI v denním provozu laboratoře (viz obr. 7.7). Mechanická délka byla při měření konstantní, napětí na PZT měniči bylo nulové. Interferometr byl umístěn na optickém stole bez jakéhokoli krytu proti proudění vzduchu. I za těchto nepříznivých podmínek je stabilita srovnatelná se stabilitou dosahovanou pilotní soustavou, umístěnou pod polymetylmakrylátovým krytem. Také výsledek měření v noci (obr. 7.8) se jeví jako uspokojivý.



Obr. 7.8: Záznam kolísání Michelsonova interferometru definitivní sestavy. Měřeno v noci. Aparatura nebyla umístěna pod ochranným krytem.

## 8 ZÁVĚR

Tato práce je shrnutím mého více než ročního působení na půdě Ústavu přístrojové techniky AV ČR. V kolektivu Oddělení koherenční optiky pod vedením Ing. Ondřeje Čípa, Ph.D. jsem se zabýval konstrukcí přístroje, který umožní porovnat měření Michelsonovým interferometrem s měřením pomocí Fabryho-Pérotova interferometru kontrolovaného optickým hřebenem. Za svého působení na ÚPT jsem získal množství cenných zkušeností, zejména z oblasti metrologie a koherenční optiky.

V rámci své práce jsem se zabýval teoretickými principy činnosti Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru. Popsal jsem metodu měření s Fabryho-Pérotovým interferometrem pomocí laditelného laseru s frekvencí měřenou metodou detekce zázněje s optickým hřebenem. Zabýval jsem se chybami vznikajícími při měření délek, zejména Michelsonovým interferometrem.

Realizoval jsem pilotní experimentální sestavu Michelsonova a Fabryho-Pérotova interferometru. Tato soustava, sestavená na optickém stole pomocí prvků volné (stojánkové) optiky, posloužila k ověření funkčnosti komparačního interferometru. Bylo na ní provedeno několik měření včetně měření nelineární chyby Michelsonova interferometru.

Na základě zkušeností s měřením a justováním pilotní sestavy jsem navrhl několik konceptů komparačního interferometru využívajícího různá uspořádání Michelsonova interferometru. Podle stanovených kritérií jsem navržená řešení porovnal a vybral nejvhodnější uspořádání pro výrobu.

S přihlédnutím k dostupnosti potřebných optických prvků na trhu jsem navrhnul optické schéma přístroje. Vybrané optické prvky byly zakoupeny a podle potřeby dále upraveny. Navrhnul jsem mechanickou soustavu komparačního interferometru a zadal ji do výroby v dílnách ÚPT. Mechanické prvky, které jsou normované, byly zakoupeny. Mechanická soustava byla vyrobena a zkompletována a v současné době na ní probíhají ověřovací experimenty. Fotografie vyrobené soustavy jsou k vidění v obrazové příloze této práce.

Zkonstruovaný přístroj umožní například experimentálně ověřit funkčnost algoritmů na odstranění nelineární chyby vznikající při měření Michelsonovým interferometrem. To umožní zvýšit přesnost měření délek touto metodou, která je v současné době v průmyslu velmi rozšířená.

# LITERATURA

## Seznam citovaných zdrojů

- [1] M. J. Beesley. *Lasers & Their Applications*, Taylor & Francis Ltd., London 1976.
- [2] J. R. Lawall. *Journal of the Optical Society of America*, **22**, 2786 (2003).
- [3] Th. W. Hänsch. Application of high resolution laser spectroscopy. In: *Tunable Lasers and Applications*, Springer-Verlag, Berlin 1976, str. 326.
- [4] J. K. Ranka, R. S. Windeler, A. J. Stentz. *Optics Letters* **25**, 25 (2000).
- [5] D. J. Jones et al. *Science* **288**, 635 (2000).
- [6] J. Reichert, M. Niering, R. Holzwarth et al. *Physical Review Letters*, **84**, 3232 (2000).
- [7] H. Telle. *PTB news*. 3/2000.
- [8] The Nobel Prize in Physics 2005.  
[nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2005](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2005) (citováno 5. 3. 2011).
- [9] Metr a jeho historie. [http://www.converter.cz/h\\_metr.htm](http://www.converter.cz/h_metr.htm) (citováno 12. 3. 2011).
- [10] Resolution 6 of the 11th meeting of the CGPM (1960).  
<http://www.bipm.org/en/CGPM/db/11/6/> (citováno 12. 3. 2011).
- [11] Unit of length (metre). [http://www.bipm.org/en/si/si\\_brochure/chapter2/2-1/metre.html](http://www.bipm.org/en/si/si_brochure/chapter2/2-1/metre.html) (Citováno 12. 3. 2011).
- [12] Unit of time (second). [http://www.bipm.org/en/si/si\\_brochure/chapter2/2-1/second.html](http://www.bipm.org/en/si/si_brochure/chapter2/2-1/second.html) (citováno 12. 3. 2011).
- [13] Čermák, J. et al. *Metrologie*, **2**, 2 (2007).
- [14] Primary frequency standards.  
<http://www.nist.gov/pml/div688/grp50/primary-frequency-standards.cfm> (citováno 12. 3. 2011).
- [15] P. M. Mbaye et al. *Metrologia* **45**, S74-S81 (2008).
- [16] P. L. Bender, et al. *Science*, **4109**, 229 (1973).

- [17] T. J. Quinn. *Metrologia* **40**, 103 (2003).
- [18] Anglicko-český technický slovník. SNTL Praha, 1985.
- [19] J. L. Hall. *Defining and measuring (Optical) Frequencies then, now and next*. Nobel prize lecture 2005.
- [20] C. Rulliere (Ed.) *Femtosecond Laser Pulses*, 1. vyd., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1998.
- [21] A. E. Siegman. *Lasers*, 1. vyd., University Science Books, Sausalito, CA, 1986.
- [22] C. V. Shank, E. P. Ippen. *Applied Physics Letters*, **24**, 373 (1974).
- [23] R. Ell, et al. *Optics Letters*, **6**, 373 (2001).
- [24] F. Reiter et al. *Optics Letters*, **35**, 2248 (2010).
- [25] J. Komrska. Fourierovské metody v teorii difrakce a ve strukturní analýze. Akademické nakladatelství CERM, Brno, 2007, str. 95 nn.
- [26] S. T. Cundiff, J. Ye. *Reviews of Modern Physics* **75**, 325 (2003).
- [27] S. A. Diddams et al. *Science* **293**, 825 (2001).
- [28] F. Murakami, K. Narumi, T. Ohta. *Proceedings SPIE*, vol. 1837, 49 (1992).
- [29] P. Malý. *Optika*. 1. vyd., Karolinum, Praha, 2008.
- [30] J. Dyson. *Interferometry*. The Machinery Publishing, London, 1970.
- [31] Albert. A. Michelson – Biography.  
[http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1907/michelson.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1907/michelson.html)
- [32] Weinlich, R. Laureáti nobelovy ceny za fyziku, 1. vyd., Alda, Olomouc, 1998.
- [33] L. R. Pendrill. *Metrologia* **41**, 40 (2004).
- [34] M. J. Renkens, P.H. Schellekens. *Annals of the CIPR*, **42**, 581 (1993).
- [35] F. Petrů et al. *Jemná mechanika a optika*, **43**, 348 (1998). (V němčině)
- [36] A. Sadowski, R. Krehlik. *Lasery v obrábění a metrologii*, SNTL 1974.
- [37] Course # 10: Module 4: Michelson interferometers.  
[http://agamemnon.cord.org/cm/leot/course10\\_Mod04/Module10-4.htm](http://agamemnon.cord.org/cm/leot/course10_Mod04/Module10-4.htm) (citováno 22. 3. 2011).

- [38] O. Číp. *Frequency stabilization of laser diodes and high-precision laser interferometry*. Ph.D. thesis, Institute of Scientific Instruments, Brno, 2001.
- [39] McGraw-Hill Encyclopedia of Science and Technology, New York 1960, sv. 11.
- [40] F. Petrů, Z. Veselá. *Jemná mechanika a optika*, **11-12** 359, (1996). (v anglickém jazyce)
- [41] S. J. A. G. Cosijns, H. Haitjema, P. H. J. Schellekens. *Precision Engineering*, **24**, 448 (2002).
- [42] F. Petrů, O. Číp. *Precision Engineering*, **23**, 39, (1999).
- [43] Ch. Fabry, A. Pérot. *Ann. Chim. Phys. (Paris)*, **12**, 459 (1897).
- [44] Ch. Fabry, H. Buisson. *Journal de Physique V.*, **3**, 196 (1913).
- [45] M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics*, 6. vydání., A. Wheaton & Co.: Exeter, 1986, str. 367–369.
- [46] J. F. Mulligan. *American Journal of Physics*, **9**, 797 (1998).
- [47] B. Popela. *Optické rezonátory se zvýšenou degenerací modů*. Kandidátská dizertační práce, Ústav přístrojové techniky ČSAV v Brně, 1972.
- [48] T. H. Maiman. *Nature*, **187**, 493 (1960).
- [49] T. R. Schibli et al. *Optics Express*, **14**, 5984 (2006).
- [50] A. G. Fox, T. Li. *Bell Systems Technical Journal* **40**, 453, (1961).
- [51] H. Kogelnik, T. Li. *Applied Optics* **10**, 1550 (1966).
- [52] T. Li. *Bell System Technical Journal*, **44**, 917 (1965).
- [53] Y. Bitou, T. R. Schibli, K. Minoshima. *Optics Express*, **14**, 644 (2006).
- [54] F. Petrů, B. Popela, J. Kršek. *Slaboproudý obzor*, **39**, 463, (1978).
- [55] B. Popela. *Slaboproudý obzor*, **29**, 189 (1968).
- [56] B. Edlén. *Metrologia*, **2**, 71 (1966).
- [57] R. Fíra. *Jemná mechanika a optika*, **7-8**, 218 (1996).
- [58] K. P. Birch, M.J. Downs. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **21**, 694 (1988).

- [59] K. P. Birch, M.J. Downs. *Metrologia*, **30**, 155 (1993).
- [60] O. Číp et al. *Fringe 2009: 6th International Workshop on Advanced Optical Metrology*, Springer, 2006, str. 269.
- [61] Landolt-Börnstein. *Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik*. 6. vydání, sv. 4: *Technik*, 2. díl: *Stoffwerte und Verhalten von metallischen Werkstoffen*. Springer-Verlag 1964. Berlin · Göttingen · Heidelberg · New York.
- [62] Schott Optical Glass Data Sheets. [http://www.schott.com/advanced\\_optics/english/download/schott\\_optical\\_glass\\_jan\\_2011\\_en.pdf](http://www.schott.com/advanced_optics/english/download/schott_optical_glass_jan_2011_en.pdf) .
- [63] McGraw-Hill Encyclopedia of Science and Technology, New York 1960, sv. 13.
- [64] Ferroperm piezoceramics A/S. [www.ferroperm.net](http://www.ferroperm.net)

Při sazbě této práce systémem  $\text{\LaTeX}$  jsem jako příručku používal knihu:

- [65] J. Rybička, *L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xpro začátečníky*, 3. vydání. Konvoj, Brno 2003.

# SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

## Použité zkratky

- APD Avalanche photodiode. Rychlá (lavinová) fotodioda.
- AR antireflexní vrstva
- FPI Fabryho-Pérotův interferometr
- FSR *free spectral range*, volný spektrální rozsah
- HR vysoce odrazná vrstva (*high reflectivity*)
- IR *InfraRed*, infračervené elektromagnetické záření
- MI Michelsonův interferometr
- PBS Polarizing beamsplitter. Polarizující dělič svazku.
- PZT *piezoelectric transducer*, piezoelektrický měnič
- PZT zirkoničitan-titaničitan olovnatý –  $\text{Pb}[\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x}]\text{O}_3$ .
- TE *Transversal Electric*, příčná elektrická složka
- TM *Transversal Magnetic*, příčná magnetická složka
- TEM *Transversal ElectroMagnetic*, příčná elektrická a magnetická složka. Způsob značení módů v rezonátorech a laserech.
- ÚPT Ústav přístrojové techniky Akademie věd ČR, v.v.i.

## Použité veličiny

- $a$  poloměr apertury (objímky) zrcadla
- $a, b$  reálná a imaginární složka komplexního čísla  $\Gamma = a + ib$
- $c$  rychlost světla v transparentním prostředí
- $c_0$  rychlost světla ve vakuu
- $c_{\text{air}}$  rychlost světla ve vzduchu
- $d$  osová vzdálenost zrcadel rezonátoru
- $d$  délka

|                   |                                                                                                |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $g_1, g_2$        | geometrické parametry rezonátoru                                                               |
| $f$               | frekvence v radiofrekvenční oblasti ( $< 300$ GHz)                                             |
| $f$               | ohnisková délka čočky                                                                          |
| $f$               | funkce (obecně)                                                                                |
| $f_0$             | charakteristická délka (parametr rezonátoru)                                                   |
| $f_{\text{beat}}$ | frekvence zázněje (rázů)                                                                       |
| $f_{\text{ceo}}$  | offsetová frekvence; <i>carrier-envelope offset frequency</i>                                  |
| $f_{\text{rep}}$  | opakovací frekvence                                                                            |
| $i$               | imaginární jednotka                                                                            |
| $i, j$            | sčítací indexy                                                                                 |
| $k$               | vlnové číslo                                                                                   |
| $\vec{k}$         | vlnový vektor                                                                                  |
| $k_n$             | konstanta úměrnosti chyby měřené vzdálenosti na změně indexu lomu<br>$\Delta d = k_n \Delta n$ |
| $l$               | tloušťka, zpravidla ve směru rovnoběžném s optickou osou                                       |
| $l_c$             | koherenční délka                                                                               |
| $l_{\text{opt}}$  | optická délka                                                                                  |
| $m$               | celé číslo $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$                                                 |
| $m, n$            | indexy příčného TEM módu                                                                       |
| $n$               | přirozené číslo $n = 0, 1, 2, 3, \dots$                                                        |
| $n$               | index lomu                                                                                     |
| $n_{\text{air}}$  | index lomu vzduchu                                                                             |
| $p$               | tlak vzduchu                                                                                   |
| $p$               | perioda proužků                                                                                |
| $q$               | index osového módu                                                                             |

$\tilde{q}(z) = q_1(z) + iq_2(z)$  komplexní parametr gaussovského svazku

$\vec{r}$  polohový vektor

$r_1, r_2$  poloměr křivosti zrcadel rezonátoru

$s$  dráha

$s$  osová vzdálenost pasu svazku od zrcadla

$t$  čas

$t$  teplota ve °C

$t$  osová tloušťka čočky

$u_t$  Stabilita měření času/frekvence

$w(z)$  poloměr gaussovského svazku

$w_0$  poloměr gaussovského svazku v pase

$z_R$  Rayleighova vzdálenost

$A$  amplituda elektrické intenzity

$E, \vec{E}$  intenzita elektrického pole, vektor intenzity elektrického pole

$F$  činitel jemnosti interferometru

$I$  světelná intenzita

$I_x, I_y$  elektrická intenzita signálů v kvadratuře

$K$  korekční koeficient pro výpočet polohy pasu svazku v rezonátoru

$N$  Fresnelovo číslo

$P$  výkon

$Q$  faktor kvality rezonátoru

$R$  intenzitní odrazivost

$R$  poloměr zakřivení vlnoplochy gaussovského svazku

$T$  intenzitní propustnost

$V$  kontrast (viditelnost) interferenčních proužků

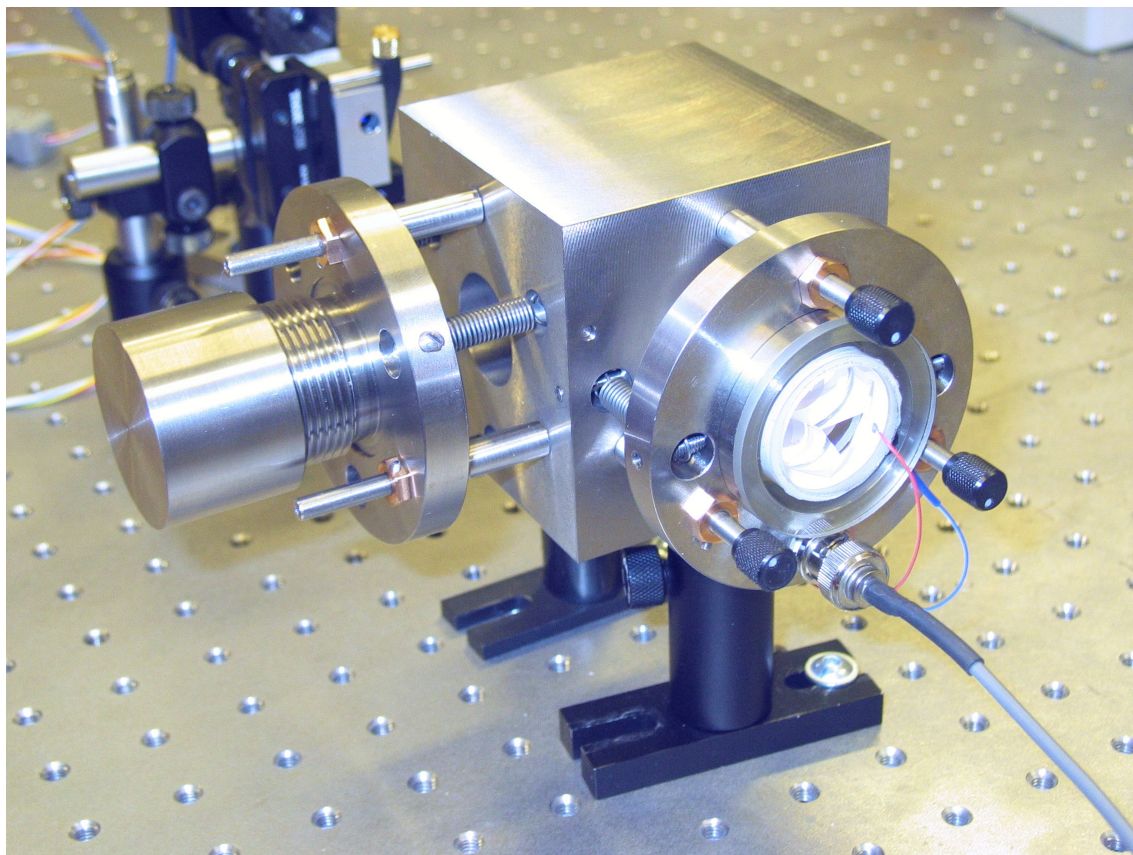
|                     |                                                                                                                    |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{\mathcal{E}}$ | komplexní amplituda elektrického pole                                                                              |
| $\vec{\mathcal{F}}$ | jemnost (finesa) rezonátoru                                                                                        |
| $\vec{\mathcal{R}}$ | relativní rozlišení rezonátoru                                                                                     |
| $\alpha$            | koeficient teplotní roztažnosti ( $\cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )                                                 |
| $\alpha_l$          | teplotní roztažnost ( $\text{nm.K}^{-1}$ )                                                                         |
| $\beta$             | úhel natočení zrcadla                                                                                              |
| $\gamma$            | úhel mezi směrem šíření světelného svazku a směrem posuvu zrcadla                                                  |
| $\delta$            | ztráty při průchodu rezonátorem                                                                                    |
| $\theta$            | úhel mezi směry šíření dvou rovinných světelných vln                                                               |
| $\lambda$           | vlnová délka                                                                                                       |
| $\lambda_0$         | vlnová délka ve vakuu                                                                                              |
| $\nu$               | frekvence v optické oblasti (300 GHz – 30 PHz)                                                                     |
| $\nu_0$             | střední frekvence / frekvenční separace osových módů                                                               |
| $\nu_{\text{FSR}}$  | volný spektrální rozsah; frekvenční vzdálenost mezi dvěma nejbližšími módy                                         |
| $\nu_{\text{FWHM}}$ | pološířka čáry; frekvenční interval mezi dvěma body, v nichž intenzita čáry poklesne na polovinu maximální hodnoty |
| $\sigma$            | vlnocet, $\sigma = 1/\lambda$                                                                                      |
| $\varphi$           | fáze                                                                                                               |
| $\phi$              | relativní vlhkost vzduchu (%)                                                                                      |
| $\phi$              | Guoyův fázový posuv                                                                                                |
| $\omega$            | úhlová frekvence                                                                                                   |
| $\omega_0$          | střední (nosná) frekvence                                                                                          |
| $\Gamma$            | komplexní parametr Gaussovy funkce                                                                                 |
| $\Delta d$          | nejistota posuvu                                                                                                   |
| $\Delta d_A$        | Abbeho chyba                                                                                                       |

- $\Delta d_m$  nejistota posuvu způsobená mrtvou dráhou svazku
- $\Delta d_t$  nejistota posuvu způsobená teplotní chybou
- $\Delta d_x$  chyba způsobená nesouosostí posuvu a měřicího světelného svazku
- $\Delta M$  teplotní roztažnost měřicího ramene Michelsonova interferometru
- $\Delta n$  změna indexu lomu vzduchu
- $\Delta R$  teplotní roztažnost referenčního ramene MI
- $\Delta t$  délka trvání pulzu; doba, kdy je intenzita pulzu vyšší než polovina maximální hodnoty intenzity

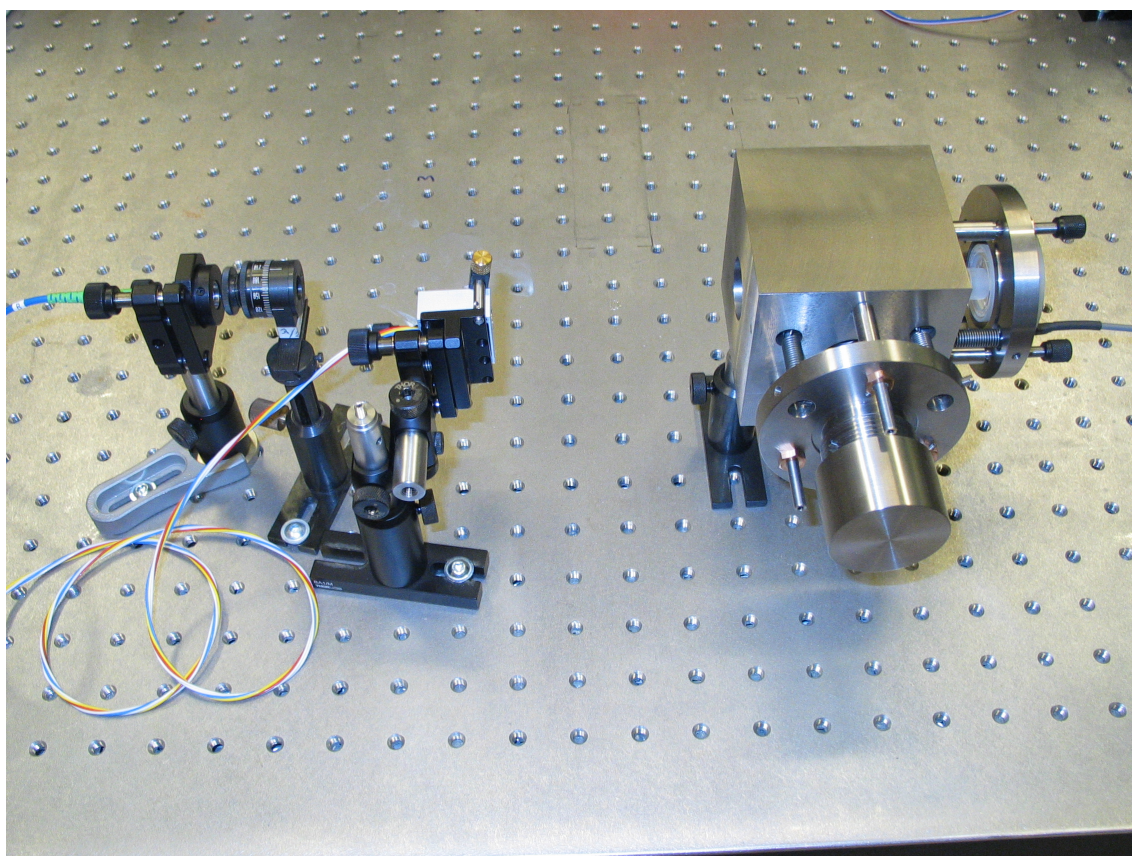
# SEZNAM PŘÍLOH

|   |                       |    |
|---|-----------------------|----|
| A | Obrazová příloha      | 96 |
| B | Výkresová dokumentace | 98 |

## A OBRAZOVÁ PŘÍLOHA



Obr. A.1: Fotografie vyrobené sestavy.



Obr. A.2: Fotografie vyrobené sestavy včetně kolimátoru, čtvrtvlnové destičky a kvadrurní detekční jednotky pro Michelsonův interferometr.

## **B VÝKRESOVÁ DOKUMENTACE**

**Kusovník**

**Výrobní výkresy**

**Výkres pro úpravu koutového hranolu**