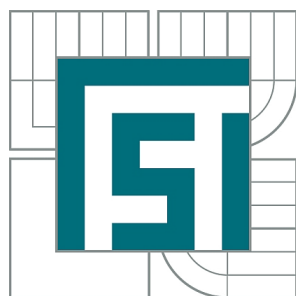


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

ZPRACOVÁNÍ MĚŘENÍ MECHANICKÝCH CHARAKTERISTIK KOVOVÝCH MATERIÁLŮ PŘI CYKlickÉM ZATĚŽOVÁNÍ

EVALUATION OF MECHANICAL CHARACTERISTICS OF METALIC MATERIALS UNDER CYCLIC
LOADING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

JIŘÍ VLACH

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. JANA HORNÍKOVÁ, Ph.D.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2013/14

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Jiří Vlach

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Zpracování měření mechanických charakteristik kovových materiálů při cyklickém zatěžování

v anglickém jazyce:

Evaluation of mechanical characteristics of metallic materials under cyclic loading

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Posouzení změn výsledků únavových zkoušek vlivem nestejnorodosti zkušebních těles.

Cíle bakalářské práce:

Zpracování experimentálních výsledků únavových zkoušek ocelových vzorků cyklicky namáhaných jednoosým tahem. Posouzení spolehlivosti stanovení únavové životnosti a únavové pevnosti.

Seznam odborné literatury:

Klesnil M., Lukáš P.: Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání.

Vlk M.: Dynamická pevnost a životnost.

ČSN ISO 12107

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Jana Horníková, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/14.

V Brně, dne 20.11.2013




prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu


prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zaměřuje na studium mechanických charakteristik kovových materiálů při cyklickém zatěžování. V první části jsou shrnuty současné poznatky o třech stádiích únavového procesu: cyklickém zpevnění/změkčení, nukleaci trhlin a šíření trhlin. Tento úsek zahrnuje také informace o únavové životnosti, únavové pevnosti a mezi únavy. Hlavním cílem praktické části bylo vyhodnocení Wöhlerovy křivky, nazývané také S-N křivkou.

Klíčová slova

S-N křivka, únavová životnost, únavová pevnost, mez únavy

Abstract

This bachelor thesis is focused on study mechanical characteristics of metallic materials under cyclic loading. In the first section there are summarized current facts about three fatigue stages: fatigue hardening/softening, microcrack nucleation and crack propagation. This part also contains information about fatigue life, fatigue strength and fatigue limit. The main aim of practical part was to evaluate the Wöhler's curve, also called S-N curve.

Keywords

S-N curve, fatigue life, fatigue strength, fatigue limit

Bibliografické citace

VLACH, J. *Zpracování měření mechanických charakteristik kovových materiálů při cyklickém zatěžování*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 46 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Jana Horníková, Ph.D..

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou bakalářskou práci na téma „*Zpracování měření mechanických charakteristik kovových materiálů při cyklickém zatěžování*“ vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Jany Horníkové, Ph.D. s použitím odborné literatury a pramenů, které jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Brně dne 20.5.2014

.....

Jiří Vlach

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat především své vedoucí práce paní doc. Ing. Janě Horníkové, Ph.D. za její cenné rady, připomínky a obětavost při získávání potřebných dat nutných k realizaci této práce. Dále chci poděkovat účastníkům semináře Odboru mikromechaniky materiálů a technické akustiky, za jejich ochotu vyslechnout si mé průběžné výsledky a věcné připomínky. V neposlední řadě patří zvláštní poděkování mé rodině za podporu po celou dobu mého studia.

Obsah

Úvod.....	9
1 Únava materiálu.....	10
1.1 Etapy únavového života.....	11
1.1.1 Stádium změn mechanických vlastností.....	12
1.1.2 Stádium iniciace únavových trhlin.....	14
1.1.3 Stádium šíření únavových trhlin.....	16
1.2 Únavová životnost.....	18
1.2.1 Nízkocyklová únava.....	18
1.2.2 Vysokocyklová únava.....	19
1.3 Mez únavy.....	20
1.3.1 Faktory ovlivňující mez únavy.....	21
1.3.2 Zkrácené metody určování meze únavy.....	24
2 Experimentální materiál a podmínky zkoušky.....	26
2.1 Zkušební vzorek a materiál.....	26
2.2 Podmínky zkoušky.....	26
2.3 Zkušební stroj.....	28
3 Vyhodnocení únavových zkoušek.....	30
3.1 Vyhodnocení zkoušek při jedné úrovni napětí.....	30
3.2 Sestrojení S-N křivek.....	32
3.2.1 S-N křivka s lineární únavovou odezvou v semilogaritmickém měřítku.....	32
3.2.2 S-N křivka s lineární únavovou odezvou v logaritmickém měřítku.....	34
3.2.3 S-N křivka s nelineární únavovou odezvou v logaritmickém měřítku.....	36
3.2.4 Srovnání S-N křivek s různou předpokládanou únavovou odezvou.....	37
3.3 Vyhodnocení zkoušek při více úrovních napětí.....	38
Závěr.....	42
Seznam použité literatury.....	43
Seznam použitých symbolů a zkratk.....	45

Úvod

Při současných rostoucích požadavcích na konstrukční materiály má studium únavového porušování stále velký význam. Vyrůstající dynamické zatížení, redukce hmotnosti a požadavek na zajištění nezbytné spolehlivosti strojních součástí vedou k tomu, že je k časově proměnnému zatížení soustředěna pozornost mnoha odborníků. Uspokojení těchto často protichůdných požadavků tak dalo vzniknout významnému a rozsáhlému oboru, jehož komplikovanost umocňuje závislost na materiálu, konstrukci a provozních podmínkách.

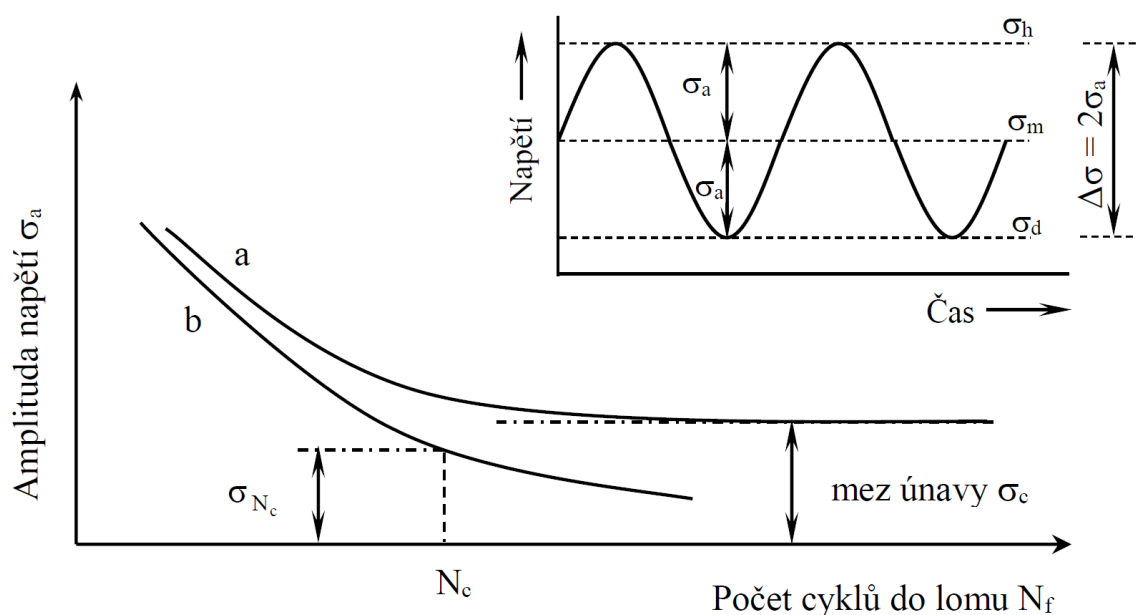
Na rozdíl od statického zatížení má dynamické odlišný charakter. Nezáleží zde ani tak na jeho okamžité hodnotě, jako na celkové historii průběhu zatížení, přičemž k lomu může dojít i při napětí značně menším, než je mez pevnosti daného materiálu. Tento jev je způsoben degradačním procesem, který má nevratný kumulativní charakter a je v současnosti nejčastější příčinou selhání strojních součástí.

Přestože od prvních experimentů železničního inženýra Augusta Wöhlera s únavou os železničních vagonů uplynulo již více než 160 let, zůstává u ní mnoho doposud nedostatečně popsanych nebo pouze empiricky zpracovaných oblastí. Podobně jako s lidmi lze i tuto nevypočitatelnost shrnout známou lidovou moudrostí *„Tak dlouho se chodí se džbánem pro vodu, až se ucho utrhne“*.

1 Únava materiálu

Postupné rozrušování vlivem nevratné cyklické deformace je nutnou podmínkou ke vzniku únavy materiálu. Je-li strojní součást vystavena časově proměnnému zatížení po delší dobu, dochází právě v důsledku opakovaného působení plastické deformace ke změnám vlastností materiálu, které mohou vyústit v růst makroskopické trhliny a únavový lom. Pouze elastická deformace tyto vlastnosti nemá a nevede tak k nevratným změnám materiálu [1].

Počátky rozvoje studie únavy materiálu se datují od roku 1829, kdy byly prováděny rázové zkoušky důlních řetězů. Celkový počet takto dosažených cyklů byl 100 000 při frekvenci 10 za minutu. Významný posun nastal až rozvojem železnice a parních strojů, kdy v důsledku prvního významnějšího cyklického zatěžování strojních součástí docházelo k nečekaným lomům. Němec August Wöhler se v letech 1852-1869 zabýval vznikem trhlin u náprav železničních vagónů. Jeho tehdejší zkušební stroj značně připomínal ten dnešní pro zkoušku ohybem za rotace. Wöhlerova práce dala vzniknout Wöhlerově křivce (S-N křivka), která má dodnes velký význam a to především pro oblast vysokocyklové únavy [2].



Obr. 1.1: Schématicky naznačená Wöhlerova křivka, σ_h – horní napětí, σ_a – amplituda napětí, $\sigma_d(\sigma_n)$ – dolní napětí, σ_m – střední napětí [3]

Z harmonického kmitu zobrazeném na obrázku 1.1 plyne několik základních vztahů. Pro střední napětí platí:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_n}{2} \quad (1)$$

Rozkmit napětí je dán rozdílem maximální a minimální hodnoty napětí:

$$\Delta\sigma = 2\sigma_a = \sigma_h - \sigma_n \quad (2)$$

Amplituda napětí je určena vztahem:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_h - \sigma_n}{2} \quad (3)$$

Mimo těchto charakteristik k popisu zátěžného cyklu slouží součinitele asymetrie cyklu. Napětový součinitel r (označován také jako R [1]), amplitudový součinitel P a jejich přepočet [4]:

$$r = \frac{\sigma_n}{\sigma_h} = 1 - \frac{2}{P} \quad (4)$$

$$P = \frac{\sigma_h}{\sigma_a} = \frac{2}{1-r} \quad (5)$$

1.1 Etapy únavového života

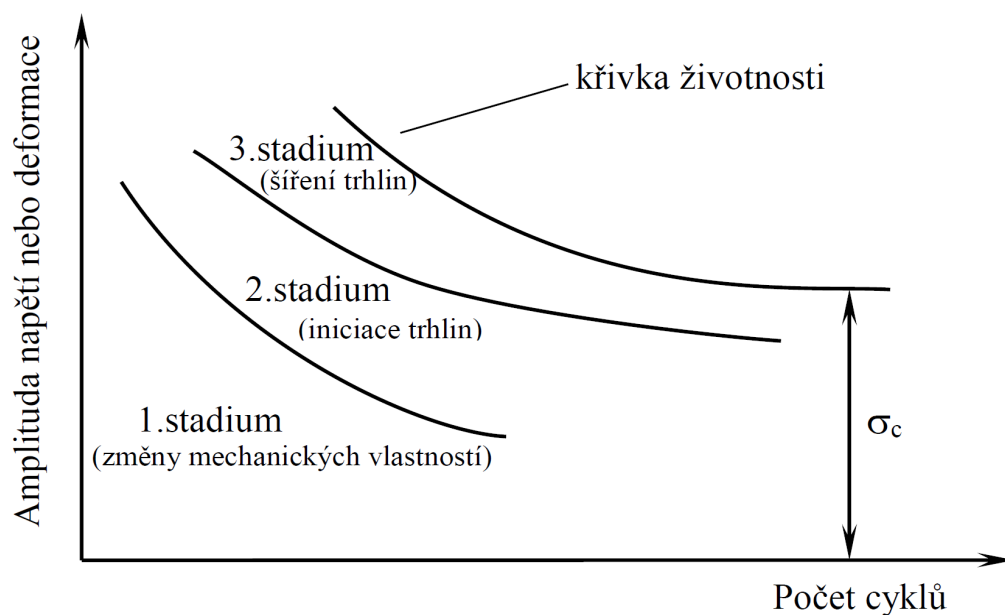
Z hlediska nevratných změn probíhajících v materiálu v důsledku stále se opakující plastické deformace, dělíme únavu na tři stádia:

I. Stádium změn mechanických vlastností – Dochází během něj ke změnám v celém objemu původního materiálu. Ty se mohou projevit buď cyklickým zpevněním nebo změkčením vyvolaným změnou rozložení mřížkových poruch.

II. Stádium iniciace trhlin – Je projevem nevratné cyklické plastické deformace v malých oblastech materiálu. Jde nejčastěji o jeho povrchové vrstvy. Jestliže však obsahuje velké vnitřní nehomogenity, může výjimečně dojít k nukleaci trhlin i v těchto místech.

III. Stádium šíření trhlin – Bezprostředně navazuje na iniciaci trhliny a je také omezeno do malé části objemu. Proces šíření trhliny je určen především podmínkami panujícími na špici trhliny. Konec tohoto stádia představuje únavový lom.

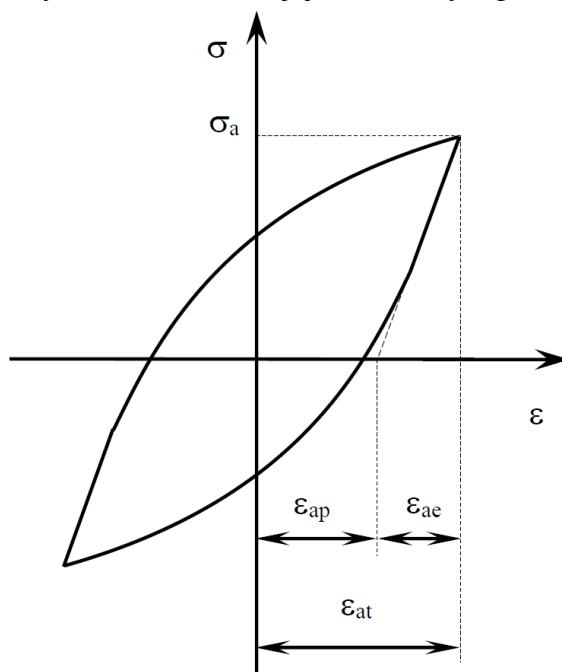
Všechny tři stádia únavového života na sebe vzájemně časově navazují a do jisté míry se i překrývají. Z toho vyplývá, že mezi nimi neexistuje přesná hranice a například už v průběhu změn mechanických vlastností může docházet k iniciaci trhlin. Přejít mezi iniciací trhliny a jejím samotným šířením je dodnes otázkou konvence zvolené délky trhliny určující tuto hranici [5].



Obr. 1.2: Stádia únavového procesu [3]

1.1.1 Stádium změn mechanických vlastností

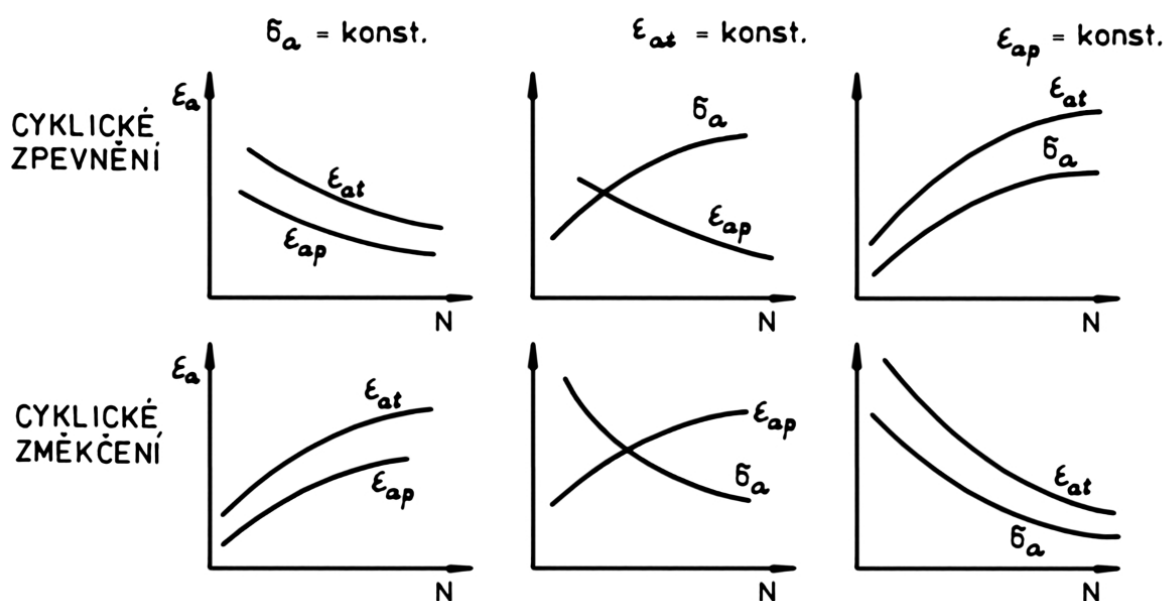
Během prvního stádia únavového procesu dochází v důsledku cyklického zatížení ke změnám v mikrostruktuře materiálu. Tím se mění i jeho mechanické, elektrické, magnetické a jiné fyzikální vlastnosti. Tyto změny probíhají nejintenzivněji na počátku zatěžování a se vzrůstajícím počtem cyklů jejich intenzita postupně klesá, případně se mění jen nevýrazně (po řádově stovkách cyklů). Říkáme tedy, že tyto změny mají sytící charakter. K saturaci dochází po nevelkém počtu cyklů ve srovnání s jejich celkovým počtem do lomu [5, 6].



Obr. 1.3: Schéma hysterezní smyčky, σ_a – amplituda napětí, ϵ_{at} – amplituda celkové deformace, ϵ_{ap} – amplituda plastické deformace a ϵ_{ae} – amplituda elastické deformace [3]

Na obrázku 1.3 je uvedeno schéma hysterezní smyčky. Její velikost a tvar se na počátku zatěžování mění, až postupně přejde v její výrazně neměnnou saturovanou podobu. Obsah plochy vzniklé smyčky je roven deformační práci, která je během jednoho cyklu převedena v tepelnou energii. Únavové zkušební stroje umožňují udržovat v průběhu zatěžování buď konstantní amplitudu napětí (měkké zatěžování) nebo amplitudu deformace (tvrdé zatěžování). Pakliže je řízenou veličinou deformace, může být udržována konstantní amplituda celkové nebo pouze plastické složky deformace [1, 7].

Za nejvýznamnější změny probíhající v materiálu při cyklickém zatěžování je možné pokládat vývoj jeho napětově - deformační odezvy. Odpor, který materiál klade proti cyklické deformaci, může růst nebo klesat a to v závislosti na materiálu, podmínkách zatěžování a teplotě. Cyklické zpevnění je typické u materiálů vyžehnaných, které mají malou hustotu dislokací (10^6 až 10^8 cm⁻²). Naopak k cyklickému změkčení dochází u materiálů předem zpevněných. Může jít o předcházející deformační zpevnění, precipitační zpevnění, zpevnění martenzitickou transformací, disperzní zpevnění dané cizími částicemi v matici a zpevnění příměsovými atomy. Dislokační substruktura má v případě tvářeného materiálu velmi vysokou hustotu dislokací (10^9 - 10^{13} cm⁻²) [1].



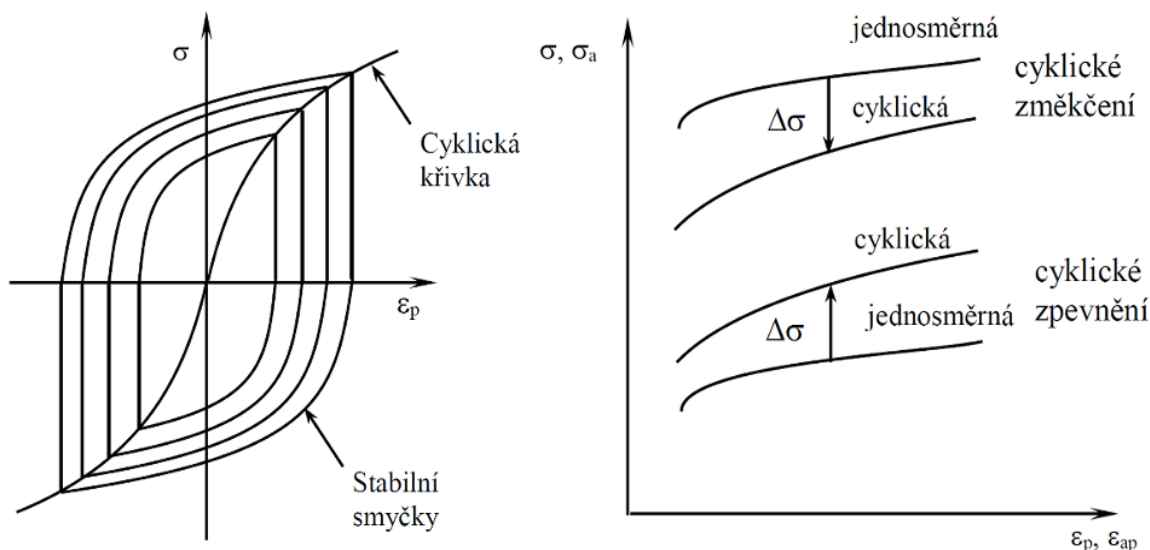
Obr. 1.4: Průběhy cyklického zpevnění a změkčení při možných volbách řízení veličiny [8]

Na základě experimentálně ověřeného empirického pravidla lze se znalostí parametrů tahového diagramu s dobrou přesností předpovědět chování materiálu v prvním stádiu únavového procesu. Těmito parametry jsou mez pevnosti v tahu R_m a mez kluzu R_e (případně smluvní mez kluzu $R_{p0,2}$). Pokud je $(R_m/R_e) > 1,4$, dochází k cyklickému zpevňování, je-li naopak menší než 1,2, bude se materiál cyklicky změkčovat. Pro rozmezí 1,2-1,4 není cyklické chování materiálu předem dané, měl by však vykazovat dobrou stabilitu vlastností. Je nutné zdůraznit, že toto pravidlo bylo odvozeno na základě experimentů z nízkocyklové únavy a je ho tedy možno aplikovat pouze pro tuto oblast [1].

Velmi důležitou materiálovou charakteristikou materiálu je jeho cyklická křivka napětí - deformace. Ta je z hlediska únavy stejně významným ukazatelem, jako je při jednosměrné deformaci tahový diagram. Jak již bylo dříve zmíněno, vznikne po ukončení cyklického změkčení/zpevnění stabilní saturovaná hysterezní smyčka. Po získání více stabilních smyček pro různé hodnoty σ_a (popřípadě ε_a) proložíme jejich vrcholovými body křivku a právě ta představuje onu hledanou cyklickou křivku napětí - deformace. Ta je nezávislá na tom, zda byla získána za podmínek měkkého nebo tvrdého zatěžování. Z experimentálních údajů vyplývá, že ji lze popsat mocninou funkcí [1]:

$$\sigma_a = \sigma_f' \left(\frac{\varepsilon_{ap}}{\varepsilon_f'} \right)^{n'} \quad (6)$$

kde σ_f' je součinitel únavové pevnosti, ε_f' součinitel únavové tažnosti a n' je součinitel únavového zpevnění. Všechny tyto součinitele jsou materiálovými konstantami.



Obr. 1.5: Cyklická křivka napětí-deformace (vlevo) a její srovnání s jednosměrnou křivkou napětí - deformace (vpravo) [3]

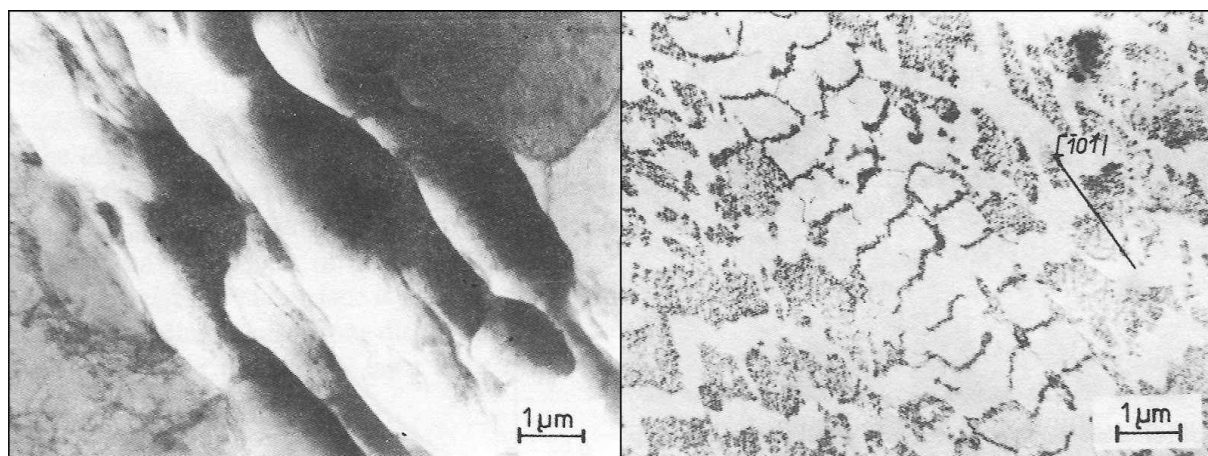
1.1.2 Stádium iniciace únavových trhlin

Z experimentů prováděných za užití optické a elektronové mikroskopie je známo, že u homogenních materiálů dochází k iniciaci trhlin na volném povrchu materiálu. Výjimku tvoří materiály, které mají významně zpevněnou povrchovou vrstvu, u nichž může k iniciaci dojít i na rozhraní povrchové vrstvy a matrice. Další příčinou iniciace mimo povrchovou vrstvu mohou být velké vnitřní geometrické defekty. Pakliže by šlo přímo o defekt typu trhlinka, stádium iniciace vůbec neprobíhá a dojde rovnou k jejímu růstu (při splnění jistých podmínek) [1].

Stádium iniciace únavových trhlin je charakteristické především projevem cyklické plastické deformace v povrchových vrstvách materiálu. Celý únavový proces je tedy velmi citlivý na to, jaký je stav povrchu a předešlé povrchové zpracování. Určitým povrchovým nerovnostem se však nedá vyhnout ani při nejjemnějším broušení [1].

Ze studia povrchu materiálu vyplynula existence tří typů nukleačních míst:

1. Únavová skluzová (perzistentní) pásma – jedná se o nejčastěji se vyskytující typ, který vzniká i na počátku zbylých dvou druhů. Jejich označení perzistentní = stálý/trvalý je dáno jejich odlišnými vlastnostmi od struktury matrice, díky jimž se po leštění a naleptání znovu objevují.



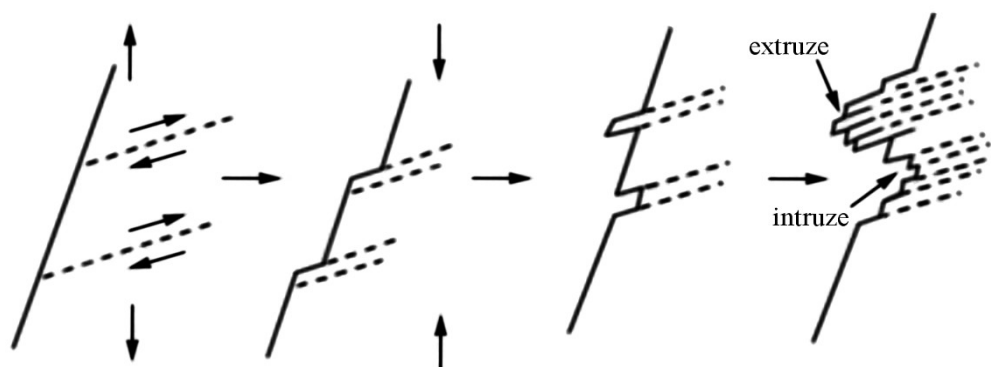
Obr. 1.6: Povrchový reliéf perzistentního skluzového pásma u polykrystalického hliníku (vlevo) a v řezu kolmém na skluzovou rovinu u monokrystalu mědi (vpravo) [9]

Na povrchu viditelná skluzová pásma tvoří extruze ("pohoří") a intruze ("údolí"), přičemž jejich četnost roste s amplitudou napětí (deformace) a se vzrůstajícím počtem cyklů.

2. Hranice zrn – v průřezu skluzového pásma a hranice zrna dochází v důsledku poškození hranice zrna ke vzniku mikrotrhliny. K této iniciaci dochází zejména při působení amplitudy a za zvýšených teplot.

3. Rozhraní mezi inkluzemi a matricí – iniciace trhliny v důsledku působení inkluze jako koncentrátoru napětí (deformace) [8].

Mechanismů nukleace mikrotrhlin vznikla celá řada, avšak jejich přímé ověření není plně možné. Jedním ze zásadních problémů je fakt, že není jisté, jestli existuje rozdíl mezi ostrou intruzí a mikrotrhlinou. Mechanismy nukleace lze shrnout do pěti skupin: modely nerozlišující mezi intruzí a mikrotrhlinou, nukleace křehkým prasknutím v kořeni intruze, vznik trhliny kondenzací vakancí, dekoheze krystalu podél skluzové roviny způsobená akumulací dislokací a nukleace na hranicích zrn. Žádný z uvedených modelů není rozpracován natolik, aby mohl vyložit kvantitativní vztah mezi strukturními a materiálovými parametry (stupeň snadnosti příčného skluzu, pevnostní charakteristiky, ...) v závislosti na rychlosti nukleace [1].

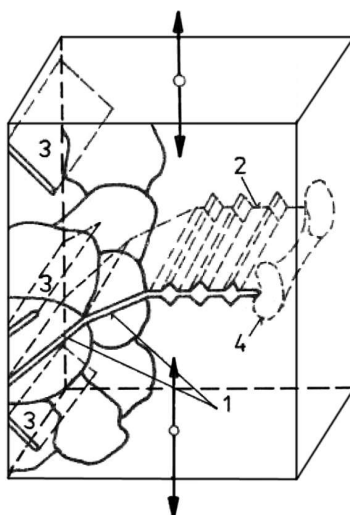


Obr. 1.7: Postupný vývoj kartového skluzu vlivem cyklického zatížení [10]

Relativní délka nukleačního stádia je dána poměrem N_0/N_f , kde N_0 je počet cyklů do nukleace trhliny a N_f je celkový počet cyklů do lomu. Proces nukleace a šíření trhliny je však spojitý. Neexistuje kritérium plynoucí z podstaty probíhajících procesů, které by rozdělení umožnilo a tak je volba délky trhliny na konci stádia iniciace otázkou konvence. Velikost relativního poměru N_0/N_f je určena amplitudou zatěžování (s rostoucí amplitudou klesá), koncentratory napětí (podstatně snižují), materiálovými parametry (vliv není jednoznačný), teplotou, stavem povrchové vrstvy a prostředím, ve kterém zatížení probíhá [1].

1.1.3 Stádium šíření únavových trhlin

Stádium nukleace trhlin je ukončeno vznikem povrchových mikrotrhlin kritické velikosti ve skluzových rovinách. Při jednoosém namáhání jsou to roviny, které svírají s vektorem vnějšího zatížení úhel 45° , ve kterých je maximální smykové napětí. Většina trhlin neroste do hloubky větší než je několik desetin milimetru. Tuto I. etapu nazýváme krystalografickým růstem. Trhliny, které rostou dále, se navzájem spojují a postupně se stáčíjí do směru kolmého na hlavní normálové napětí. Tím nastupuje II. etapa nekystalografického růstu, kdy se šíří většinou pouze jedna trhlina, často označovaná jako magistrální [4, 5].

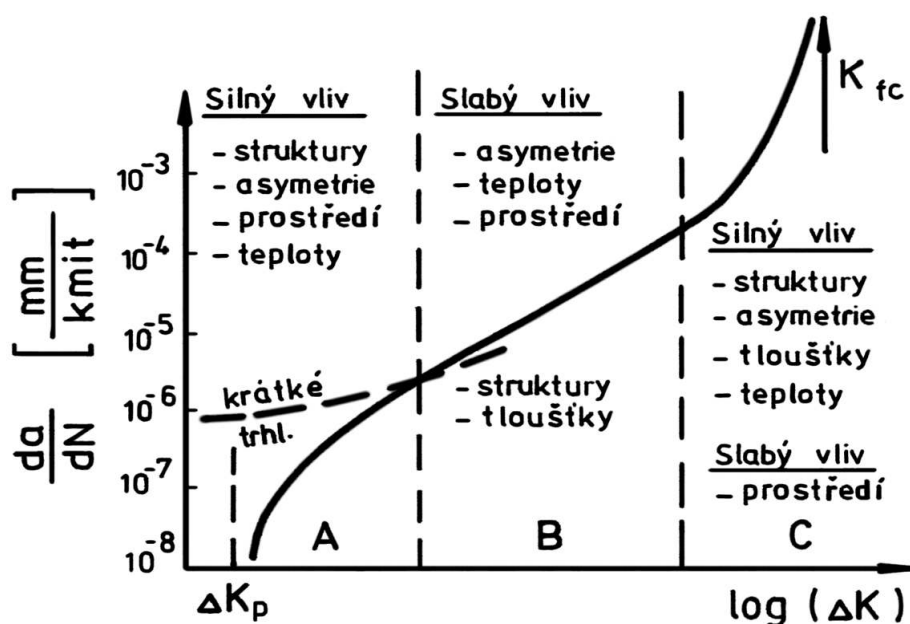


Obr. 1.8: 1 – první etapa šíření, 2 – druhá etapa šíření, 3 – neaktivní trhliny a 4 – plastická zóna na čele trhliny [11]

Pro šíření trhliny se ukázaly rozhodující podmínky panující na jejím čele. Ty mohou být shrnuty rozkmitem nebo amplitudou součinitele intenzity napětí. Ten zahrnuje délku trhliny, velikost rozkmitu napětí a jeho asymetrii, geometrii tělesa, materiálové charakteristiky atd.. Je dán vztahem:

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} Y \quad (7)$$

kde ΔK je rozkmit součinitele intenzity napětí, $\Delta \sigma$ je rozkmit napětí, a je délka trhliny a Y tvarová funkce. Dále bylo zjištěno, že od určité spodní prahové hodnoty součinitele intenzity napětí nedochází u dlouhých trhlín k jejich růstu. Problematika růstu krátkých trhlín je komplikovanější. Jejich základní charakteristikou je, že rostou i při zatěžování pod prahovou hodnotou součinitele intenzity napětí stanoveném pro dlouhé trhlíny [4].



Obr. 1.9: Rychlost růstu trhliny v závislosti na velikosti rozkmitu součinitele intenzity napětí [4]

Jak je patrné z obrázku 1.9 v oblasti A je rychlost růstu trhliny nejnižší a asymptoticky se blíží prahové hodnotě. V následující části B je závislost vynesena v logaritmických souřadnicích lineární a dá se popsat pomocí Paris-Erdoganovy rovnice:

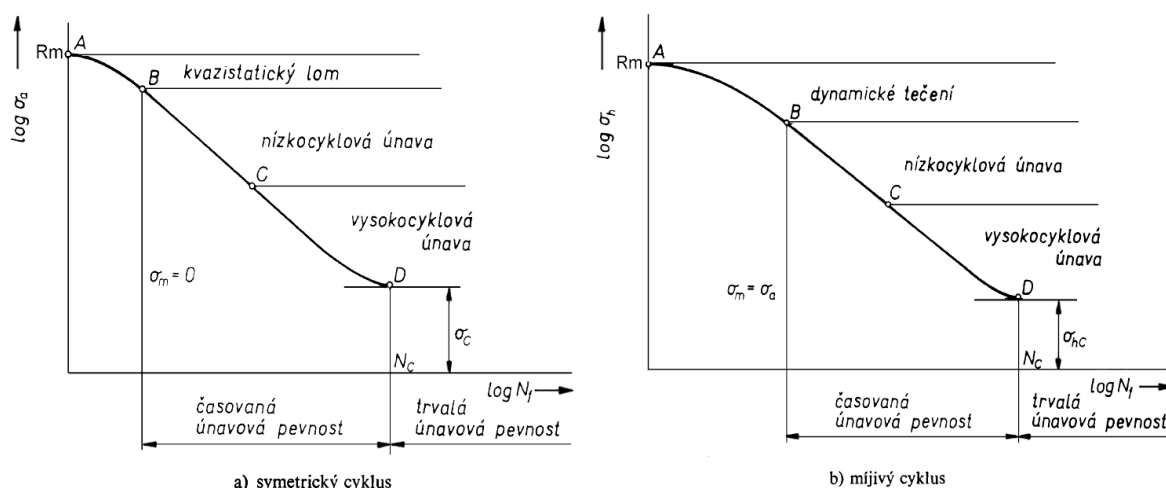
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (8)$$

kde C a m jsou materiálové konstanty. V posledním stádiu dochází k prudkému vzrůstu rychlosti šíření trhliny a následnému lomu zbylého nosného průřezu. Je nezbytné ještě říci, že uvedené vztahy platí pouze v případě, že je plastická oblast před čelem trhliny dostatečně malá [4].

1.2 Únavová životnost

Únavová životnost se podle počtu cyklů do lomu dělí do několika oblastí. V případě, že dojde k lomu do 10^2 cyklů, mluvíme u symetrického cyklu o kvazistatickém lomu. Přičemž lomová plocha v tomto stádiu vykazuje všechny znaky tvárného lomu a nejde o vlastní únavový proces. Při stejném počtu cyklů do lomu se vyskytuje i dynamické tečení, které je typické při zatěžování s kladnou střední hodnotou napětí [1].

Z hlediska únavy je důležitější dělení na nízkocyklovou únavu (10^2 - 10^5) a vysokocyklovou (10^5 a více). Toto členění je dáno experimentálně zjištěnými nespojitostmi v bodech B a C (viz. obr. 1.10). Zatímco v bodě B jde o přechod k únavovému charakteru lomu, vysvětlení rozptylu hodnot v bodě C je komplikovanější. Jestliže tato diskontinuita skutečně existuje, může být vysvětlena existencí dvou různých nukleačních mechanismů odpovídajících těžce amplitudě napětí [1].



Obr. 1.10: Schematický znázorněný průběh S-N křivky pro symetrický a míjivý cyklus v tahu [3]

1.2.1 Nízkocyklová únav

Z důvodu úspory hmotnosti, ekonomických hledisek atd. není často vhodné dimenzovat součást na zbytečně velký počet cyklů, který by například řádově převyšoval životnost ostatních prvků celého stroje. Kvůli těmto důvodům je dnes, na rozdíl od minulosti, věnována pozornost i oblasti nízkocyklové únavy. Wöhlerova křivka přitom není z důvodu velkých plastických deformací a nevhodného sklonu této křivky ve sledované oblasti vhodným ukazatelem životnosti u nízkocyklové únavy. Zde je vhodnější použít deformační přístup. K jeho popisu se užívá Mansonův-Coffinův vztah, udávající závislost mezi amplitudou plastické deformace $\mathcal{E}_{ap}$ a počtem cyklů do lomu N_f :

$$\mathcal{E}_{ap} = \mathcal{E}_f' (2 N_f)^c \quad (9)$$

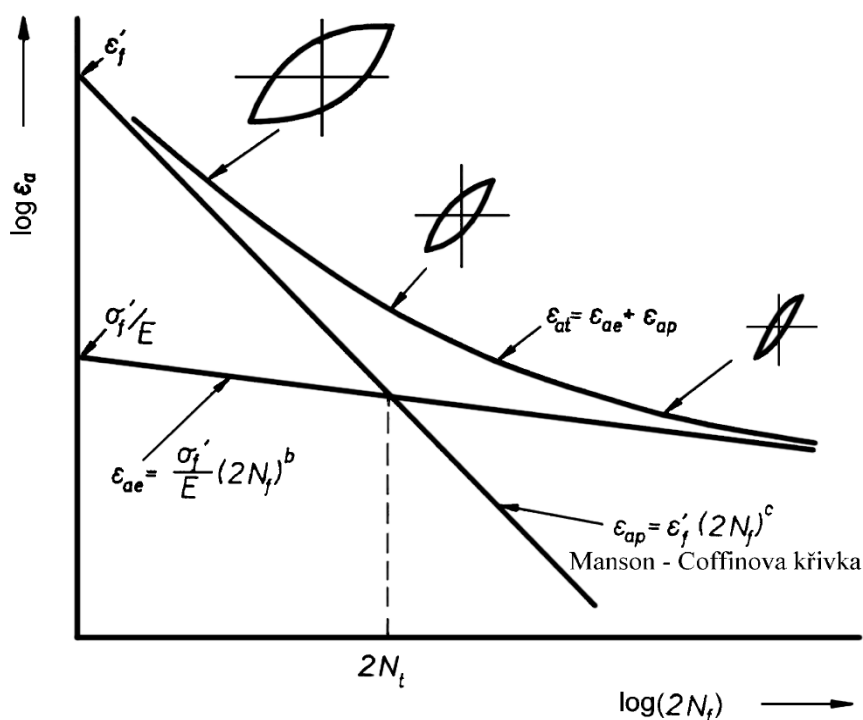
kde $\mathcal{E}_f'$ je součinitel únavové tažnosti a c je exponent únavové tažnosti.

Mnohdy je výhodné udržovat spíše konstantní amplitudu celkové deformace ε_{at} . Ta zahrnuje i elastickou složku, která se dá vyjádřit z mocninné závislosti křivky životnosti za použití Hookova zákona:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2 N_f)^b \quad (10)$$

kde σ'_f je součinitel únavové pevnosti a b je exponent únavové pevnosti. Pak pro celkovou amplitudu deformace platí [1, 4, 6]:

$$\varepsilon_{at} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma'_f}{E} (2 N_f)^b + \varepsilon'_f (2 N_f)^c \quad (11)$$

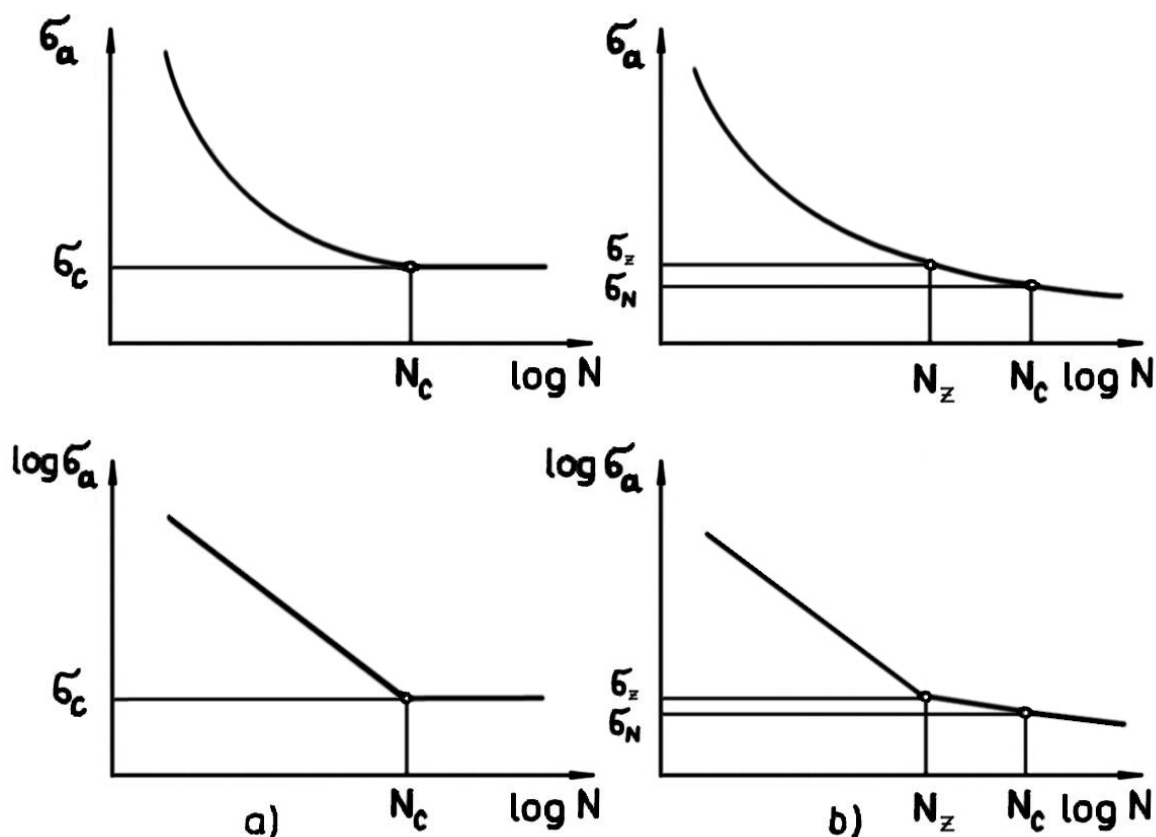


Obr. 1.11: Schématický průběh křivek životnosti [3]

1.2.1 Vysokocyklová únava

Množství strojních součástí je vystaveno velkému počtu cyklů a je tedy nutné, aby na daný počet cyklů byly dimenzovány nebo aby měly neomezenou životnost. K tomu lze v oblasti vysokocyklové únavy využít napěťového přístupu. Základní charakteristiku zde představuje Wöhlerova křivka udávající závislost amplitudy napětí σ_a na počtu cyklů do lomu N_f [12].

Ta může mít různý tvar jak je patrné z obrázku 1.12. Možnost a) je typická pro oceli a některé jiné intersticiální slitiny. Mezi únavy σ_c nazýváme tu hodnotu, ke které se křivka při počtu řádu 10^7 cyklů asymptoticky blíží. Při této hodnotě amplitudy napětí nedojde k lomu ani po velmi vysokém počtu cyklů (10^7 - 10^9). Průběh b) je typický pro slitiny hliníku a některé vysokopevnostní oceli. Zjišťuje se tedy smluvní mez únavy, kdy k únavovému lomu nedojde po předem daném počtu cyklů. Nejčastěji to bývá $N_c = 10^8$ cyklů [1, 8].



Obr. 1.12: Typy možných tvarů Wöhlerových křivek v logaritmických (dole) a semilogaritmických souřadnicích (nahore) [12]

Pro vyjádření šikmé části křivky životnosti v oblasti vysokocyklové únavy můžeme vzhledem k velkým rozdílům ve velikosti plastické a elastické deformace (elastická je zde řádově větší) užít pouze již dříve uvedený upravený vztah (10) a křivku lze v logaritmických souřadnicích lineárně aproximovat [7].

1.3 Mez únavy

Jak již bylo uvedeno, mez únavy je u většiny ocelí a litin napětí na zlomu z šikmé části σ_a - N_f křivky do její vodorovné polohy. K tomu dochází v rozmezí $N=10^6$ - 10^7 cyklů a jde o velmi významný parametr Wöhlerova diagramu. Za základní počet pro stanovení meze únavy se v tomto případě bere $N_c=10^7$ cyklů. U lehkých kovů a jejich slitin, kde nedochází k přechodu křivky životnosti do vodorovné polohy, je primární počet cyklů pro stanovení časované meze únavy $N_c=10^8$ [8].

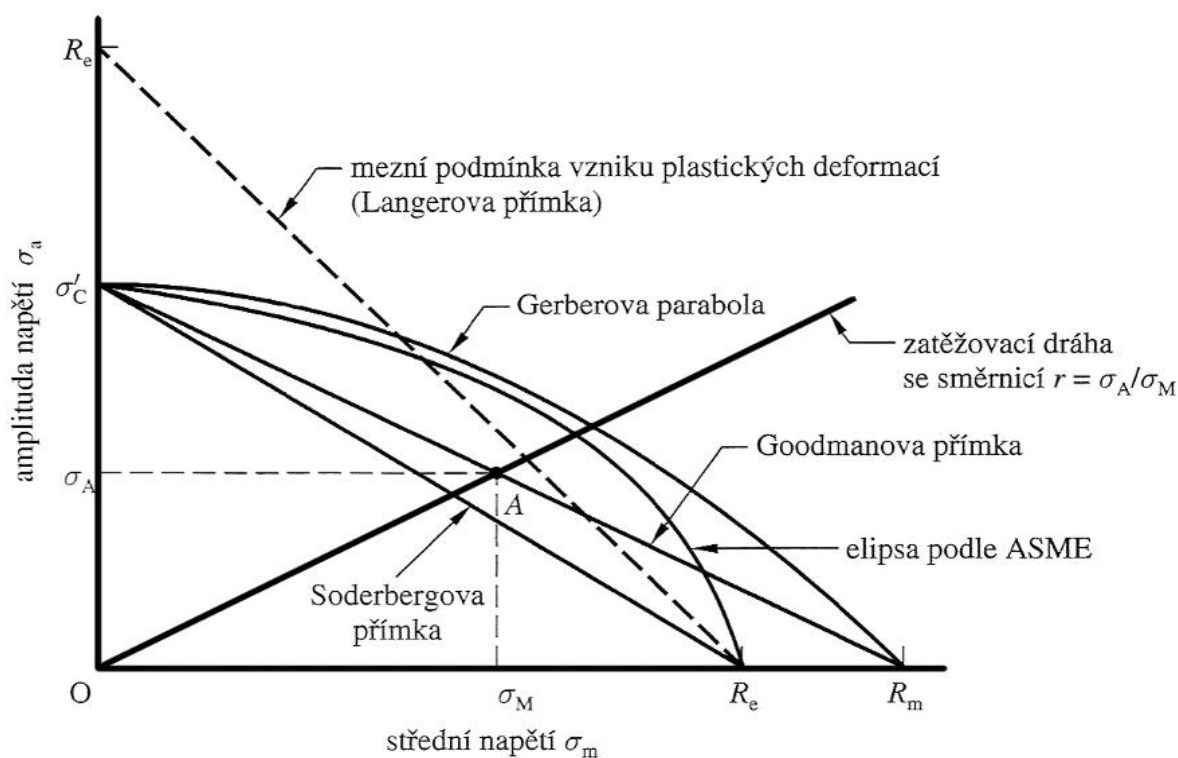
Mez únavy se dělí podle typů zatěžování. Rozlišuje se tak mez únavy v tahu-tlaku σ_c (homogenní napjatost), mez únavy v ohybu za rotace σ_{c0} (nehomogenní napjatost) a mez únavy v krutu τ_c (nehomogenní napjatost) [7].

1.3.1 Faktory ovlivňující mez únavy

Velikost meze únavy je významně ovlivněna interními a externími faktory, jejichž společné působení může vést k významně nižší mezi únavy u reálné součásti, než tomu bylo v případě zkušebního vzorku.

Vliv středního napětí

Střední napětí silně ovlivňuje celý únavový proces, přičemž kladné střední napětí snižuje počet cyklů do lomu (rychlejší nukleace a růst trhliny) a záporné naopak životnost prodlužuje. Příčina tohoto jevu není exaktně známa a jeho vyjádření zůstává v empirické podobě. Jednou z možností, jak vyjádřit tuto závislost, je využít Smithův diagram. Na jeho vodorovné ose je střední napětí σ_m a na svislé ose horní a dolní napětí (σ_h , σ_n). Pro danou hodnotu středního napětí pak můžeme zjistit horní a dolní napětí odpovídající průsečíku s požadovanou životností [1].



Obr. 1.13: Haighovy diagramy pro trvalou pevnost zahrnující různá kritéria [7]

Jiný způsob vyjádření změny meze únavy vlivem středního napětí umožňuje Haighův diagram. Ten je znázorněn na obrázku 1.13 a zahrnuje některá kritéria únavového porušení. Nejkonzervativnější zobrazených je Soderbergova přímka a naopak nejméně konzervativní je Gerberova parabola. Z experimentálních údajů se však zdá, že místo těchto jednoduchých hranic, představuje kritérium porušení spíše pásmo, popřípadě oblasti s jistou pravděpodobností porušení. Svislá osa diagramu nemusí být vždy konstruována pro mez únavy, ale také pro časovanou mez únavy s různými počty cyklů do lomu [7].

Vliv velikosti tělesa

Bylo zjištěno, že se vzrůstající velikostí tělesa, klesá jeho mez únavy. Tato skutečnost souvisí s tím, že u větších těles je zvýšená pravděpodobnost nukleace trhliny kritické délky v povrchové vrstvě v důsledku výskytu strukturních defektů. U meze únavy při homogenní napjatosti je rozhodující pro zjištění vlivu velikosti tělesa pouze velikost slabé povrchové vrstvy. Naproti tomu mez únavy při nehomogenní napjatosti je ovlivněna i gradientem napětí, který bývá u menších těles větší [1, 6].

Vliv vrubu

Technické vruby jako je zápich, odsazení atd., významně ovlivňují mez únavy. Napjatost se v jejich okolí stává prostorovou a dochází zde ke koncentraci napětí, přičemž nejvyšší hodnoty je dosaženo v kořeni vrubu. Takové místo je možným bodem nukleace únavového lomu [6].

Vyjádření této koncentrace pomocí statického součinitele koncentrace napětí (součinitele tvaru) α nebylo možné. Proto byl zaveden součinitel vrubu β , pro který vždy platí $\beta < \alpha$. Ten je definován poměrem mezi únavy hladkého tělesa σ_c a mezi únavy vrubovaného tělesa σ_{cn} :

$$\beta = \frac{\sigma_c}{\sigma_{cn}} \quad (13)$$

Jedním z uváděných výtahů pro výpočet součinitele vrubu β je Heywoodův vztah:

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha - 1}{\alpha} \frac{K}{\sqrt{r}}} \quad (14)$$

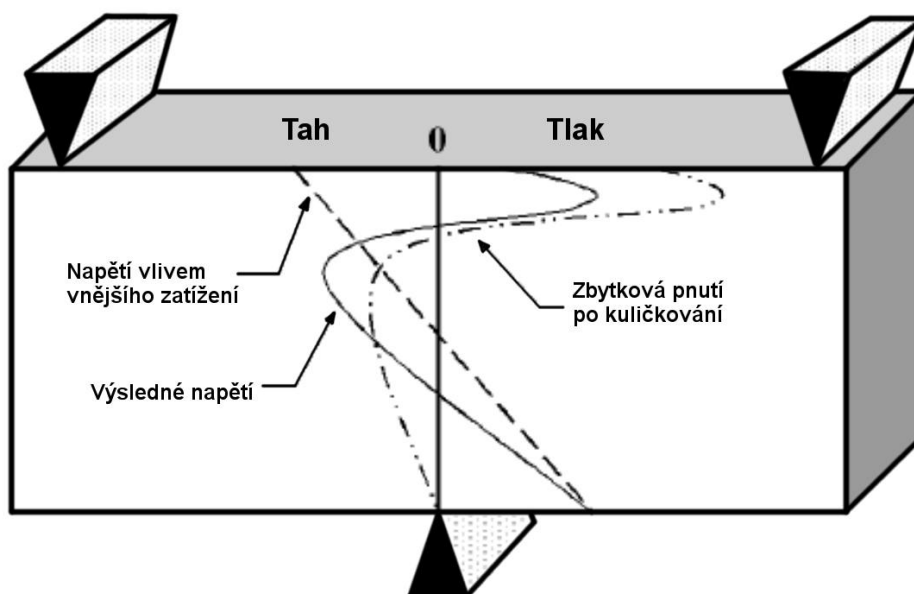
kde r je poloměr kořene vrubu a K je materiálová konstanta závislá na R_m a typu vrubu [1, 6].

Vliv jakosti povrchu

Zatímco u vzorků pro únavové zkoušky je snaha o jejich co největší hladkost povrchu, reálné součásti mají strukturu povrchu v důsledku výrobních technologií mnohdy drsnou, obsahující vměstky atd.. Přitom právě toto místo je pro proces iniciace trhliny velmi významné a může silně ovlivnit mez únavy reálné součásti [7].

Mimo technologických dokončovacích operací, jejichž úkolem je dosáhnout hladkého povrchu, existují jiné, mající za cíl vytvořit tlaková zbytková pnutí v povrchové vrstvě a tím zvýšit únavovou odolnost. Mezi ně patří kuličkování, válečkování a válcování za studena [7].

U kuličkování dochází k otryskávání povrchu malými kuličkami. Ty mohou být z oceli, skla nebo keramiky. Vystřelená částice vrazí do povrchu součásti, kde vytvoří drobný důlek a v důsledku toho v materiálu vzniknou zbytková tlaková pnutí [13].



Obr. 1.14: Průběh napětí ve vzorku před a po kuličkování [13]

Vliv teploty

Při provozu součásti v teplotách pod pokojovou teplotou je třeba zohlednit možnost vzniku křehkého porušení. Zvýšené teploty naopak mohou vést ke vzniku creepu. Budeme-li se však držet v oblasti pokojových teplot, dojde se zvyšující teplotou k mírnému vzrůstu meze únavy u ocelí. To pozorujeme do teploty cca 200°C, od které již nastává pokles [7].

Vliv korozního prostředí

Korozní prostředí způsobuje zdrsnění povrchu, důlkovou korozi atd. a snižuje tak únavovou odolnost. Bude-li součást v korozním prostředí namáhána dostatečně dlouho, dojde k lomu vždy a nelze tedy stanovit hodnotu meze únavy. Omezení vlivu koroze je možné minimalizací okolních nepříznivých faktorů prostředí, úpravou chemického složení a struktury materiálu [7].

Vliv frekvence zatěžování

Frekvence zatěžování má za normálních podmínek nevýrazný vliv. Podstatný se tento faktor stává až za zvýšených teplot a v korozním prostředí. Obecně se dá říci, že při rostoucí teplotě a klesající frekvenci zatěžování se vlivem rychlejšího růstu trhliny zkracuje únavový život [7].

Ostatní vlivy

Elektrochemické pokovování (závisí na druhu kovu kterým pokovujeme, obecně však snižuje mez únavy), zbytková pnutí (tlaková zvyšují mez únavy), technologie výroby součásti, žárové nanášení rozprašeného kovu (pokles únavové pevnosti), koroze třením atd. [7].

1.3.2 Zkrácené metody určování meze únavy

Určení meze únavy představuje jeden ze základních výstupů únavových zkoušek. Protože jde zároveň o velmi zdoluhavý proces, bylo navrženo několik postupů s cílem určit mez únavy snadněji a efektivněji. Pro získání orientační představy lze použít vztahů založených na snaze najít vzájemnou souvislost mezi mechanickými vlastnostmi kovů (především meze pevnosti R_m) a mezí únavy σ_c . Protože v obou případech dochází k rozdílným mechanismům porušování, není zřejmé, proč by tato závislost vůbec měla existovat. Je tedy třeba brát tyto vztahy jako aproximativní a uvedenou skutečnost zohlednit zavedením většího návrhového součinitele. Pro mez únavy u ocelí s pevností 50-150 kN mm⁻² (cca 490-1471MPa) uvádí Šimek vztah [1, 7]:

$$\sigma_c = 0,35 * R_m \quad (15)$$

Obdobné vztahy existují i pro jiné druhy zatížení. Například Mischke udává pro stanovení meze únavy v ohybu za rotace u ocelí [7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{Co} &= 0,504 * R_m & R_m &\leq 1460 \text{ MPa} \\ \sigma_{Co} &= 740 \text{ MPa} & R_m &> 1460 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (16)$$

Jiný přístup k nalezení meze únavy je založen na zřetelném vzrůstu teploty, deformace a rozptýlené energie. K tomu dojde při překročení jisté amplitudy napětí, která jak bylo prokázáno, je blízká mezi únavy. Na uvedeném principu je založena Lahrova metoda a metoda měření ohybu vetknuté zkušební tyče vystavené ohybu za rotace. Zmíněné metody přinášejí přijatelné výsledky u měkkých ocelí. Nejsou však vhodné pro zkoušky neželezných kovů a jejich slitin, stejně jako pro zkoušení nestejnorodých materiálů [2].

Další metoda Protova vychází z předpokládané existence závislosti maximální amplitudy napětí v okamžiku lomu σ_a na mezi únavy σ_c ve tvaru:

$$\sigma_a = \sigma_c + A \alpha^{0,5} \quad (17)$$

kde α je rychlost růstu amplitudy napětí za jeden cyklus, A je konstanta materiálu a exponent 0,5 je možné nahradit jiným tak, aby závislost odpovídala naměřeným výsledkům. Při této metodě se využívá proměnného zatížení a amplituda napětí se plynule zvyšuje až do lomu každého vzorku. Mez únavy σ_c je získána extrapolací na osu σ_a ze získané závislosti vynesené v souřadnicích σ_a a $\alpha^{0,5}$. Negativem využití tohoto přístupu je to, že neposkytuje informace o mezi časované únavy a její výsledky nejsou spolehlivé [1, 2].

Odlišný způsob využívá Minerovu hypotézu lineární kumulace únavového poškození. Podle té dojde k lomu když:

$$\sum \left(\frac{n}{N_f} \right)_i = 1 \quad (18)$$

kde n_i je počet cyklů na dané amplitudě napětí σ_{ai} a N_{fi} je celkový počet cyklů do lomu na této amplitudě. Tohoto vztahu využívá Locatiho metoda. U ní je důležitá znalost průběhů únavových křivek materiálů obdobné jakosti. Provádí se při ní stupňovité zatěžování v napětovém intervalu pokrývající předpokládané křivky životnosti až do výsledného lomu na poslední hladině. Výsledky se pro jednotlivé křivky zvlášť vyhodnotí a sestaví do diagramu, ze kterého se hodnota meze únavy získá interpolací za užití vztahu (18). Vzniklé nepřesnosti spojené s tímto postupem spočívají ve volbě přibližných křivek životnosti a v tom, že se pravá strana rovnice (18) ne vždy rovná právě jedné (je závislá na druhu zatěžování a materiálu) [1].

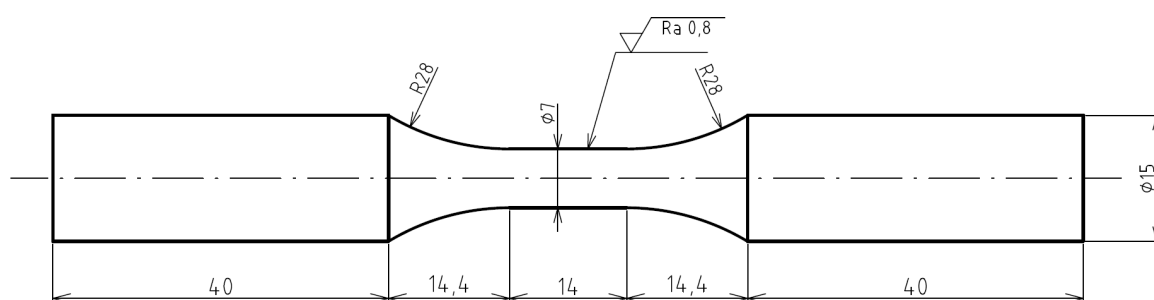
Mezi další možnosti zrychleného zjištění meze únavy patří její určení na základě cyklické křivky napětí - deformace. Na této křivce byla definována mez cyklické úměrnosti. Ta odpovídá přechodu této křivky z lineární do nelineární části. Pro velkou část materiálů se tato hodnota velmi blíží mezi únavy [5].

V tomto krátkém přehledu nejsou samozřejmě popsány veškeré možné způsoby zrychleného určení meze únavy. Významné jsou například i zkoušky založené na energetických kritériích. Rozmanitost zkoušek je způsobena nepříznivou skutečností, že žádná z nich není dostatečně univerzální. Použitelnost jednotlivých metod je určena materiálem a technologií jeho zpracování [5].

2 Experimentální materiál a podmínky zkoušky

2.1 Zkušební vzorek a materiál

Při únavových zkouškách byla použita válcová hladká zkušební tyč, jejíž geometrie je vyobrazena na obrázku 2.1. Průměr pracovní válcové části je 7mm a průměrná aritmetická úchylka profilu R_a zde dosahuje hodnoty $0,8\mu\text{m}$. Tato nízká hodnota drsnosti povrchu je vyžadována především proto, aby nedocházelo k iniciaci trhlin z již před zatížením velkých povrchových nerovností, které by působily jako koncentrátoři napětí. Pracovní část plynule ($R/d=28/7\geq 3$ vyhovuje pro namáhání tah-tlak [14]) přechází do upínací části, za kterou je vzorek během experimentu uchycen.



Obr. 2.1: Výkres válcové hladké zkušební tyče

Jako zkušební tyč byla použita kruhová tažená tyč z materiálu S235JRC+C (1.0122) od společnosti Feron. Jedná se o běžnou ocel pro ocelové konstrukce s dobrou svařitelností, vhodnou pro tváření za studena a širokým použitím v technické praxi. Hodnota meze kluzu je $R_{p0,2} = 355\text{MPa}$. Písmena JR označují zaručenou hodnotu nárazové práce $KV=27\text{J}$ při 20°C . Zastoupení různých chemických prvků: $C=\text{max } 0,17\%$, $Mn=\text{max } 1,4\%$, $P=\text{max } 0,04\%$, $S=\text{max } 0,04\%$, $N=\text{max } 0,012\%$ a $Cu=\text{max } 0,55\%$. Tvrdost HB se pohybuje v rozmezí $HB=102-140$ [15, 16].

2.2 Podmínky zkoušky

Při zkoušce byla řízenou veličinou zatěžující síla a tím se udržovala konstantní amplituda napětí (měkký mód). Tento způsob zatěžování byl aplikován v celém rozsahu únavové životnosti a to bez ohledu na to, zda se jednalo o nízkocyklovou nebo vysokocyklovou únavu. Byl použit základní režim namáhání, kterým je souměrně střídavý tah-tlak ($r=-1$, $P=1$). Časový průběh zatěžující síly měl sinusový charakter. Zkoušky probíhaly za pokojové teploty. Nejvýznamnější získaná data ze zkoušky jsou uvedeny v tabulce 2.1.

Pořadí	Zatěžující síla [kN]	Amplituda napětí [MPa]	Počet cyklů do lomu N_r	Frekvence během prvních 50-ti cyklů [Hz]	Odlišné použité frekvence během zatěžování [Hz]	Poznámka
1	±5	129,9	$>10^7$	0,2	5; 15	
2	±12	311,8	28 450	0,2	15	
3	±14	363,8	688	0,1	15	Přílišné zahřátí vzorku
4	±13	337,8	6 346	0,1	5	
5	±9	233,9	$>10^7$	0,1	10	
6	±11	285,8	233 468	0,1	10	
7	±10	259,8	627 244	0,1	10	
8	±9,5	246,9	$>10^7$	0,1	10	
9	±13,5	350,8	2 646	0,2	-	
10	±13,5	350,8	1 035	0,2	-	
11	±13,5	350,8	1 849	0,2	-	
12	-	-	-	-	-	Problémy s upínáním
13	±10	259,8	495 027	0,1	10	
14	±12	311,8	25 213	0,2	2	
15	±9,75	253,3	1 517 812	0,2	15	
16	-	-	-	-	-	Problémy s upínáním
17	±9,75	253,3	1 404 081	0,2	15	
18	±12	311,8	12 258	0,2	2	
19	±12	311,8	9 595	0,2	2	
20	-	-	-	-	-	Problémy s upínáním
21	±9,7	252,0	$>10^7$	0,2	15	
22	±14	363,8	563	0,1	-	
23	±11	285,8	153 716	0,1	10	
24	±12	311,8	7 266	0,1	0,2; 2	
25	±14	363,8	846	0,1	-	
26	±9,72	252,6	1 656 491	0,2	15	
27	±10	259,8	481 012	0,1	10	
28	±14	363,8	630	0,1	-	
29	±11,5	298,8	12 857	0,1	2	

Tab. 2.1: Data z únavových zkoušek pro jednotlivé vzorky

Z tabulky je patrné, že bylo provedeno celkově 29 zkoušek a z nich 25 bylo prohlášeno za platné. Vzorek 3 byl vyřazen z důvodu nadměrného zahřátí v důsledku kombinace vysoké frekvence zatěžování a velké zatěžující síly. U vzorků 12, 16 a 20 došlo k jejich nevyhovujícímu upnutí (mohlo by tak působit další přidavné zatížení).

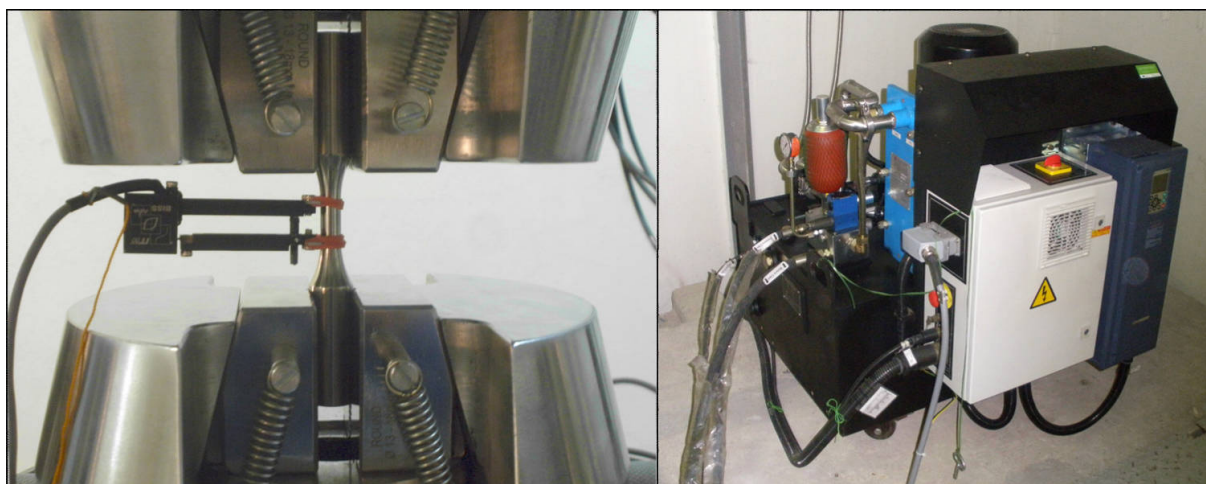
Celkový rozsah silového zatížení se pohyboval v rozmezí 5 - 13,5kN a únavová životnost od 563 do 1 656 491 cyklů u porušených vzorků. U neporušených byla zkouška přerušena při dosažení hranice 10^7 cyklů.

Aplikované frekvence zatěžování se lišily v závislosti na amplitudě napětí a fázi životnosti vzorku. Pro vyšší amplitudu napětí byly voleny nižší frekvence a naopak. Vzhledem k požadavku získat i data vhodná pro vyhodnocení cyklického zpevnění/změkčení a saturované hysterezní smyčky, byly především počáteční frekvence voleny velmi nízké (0,1 - 0,2Hz). Dále pak jsou u některých vzorků užity stejně nízké frekvence i během pozdějšího stádia únavové životnosti pro určení ustálených hodnot hysterezní smyčky. Celkový rozsah zatěžující frekvence byl od 0,1Hz po 15Hz. To se může zdát podle

přípustného rozsahu (10-200Hz) uvedeného v normě ČSN 42 0363 pro zkoušky v oblasti vysokocyklové únavy jako zbytečně konzervativní. Je však důležité si uvědomit, že při únavových zkouškách by měla být sledována i teplota vzorku. Proto je vhodné, se v případě absence této kontroly držet ve spodních hranicích možných frekvencí zatěžování.

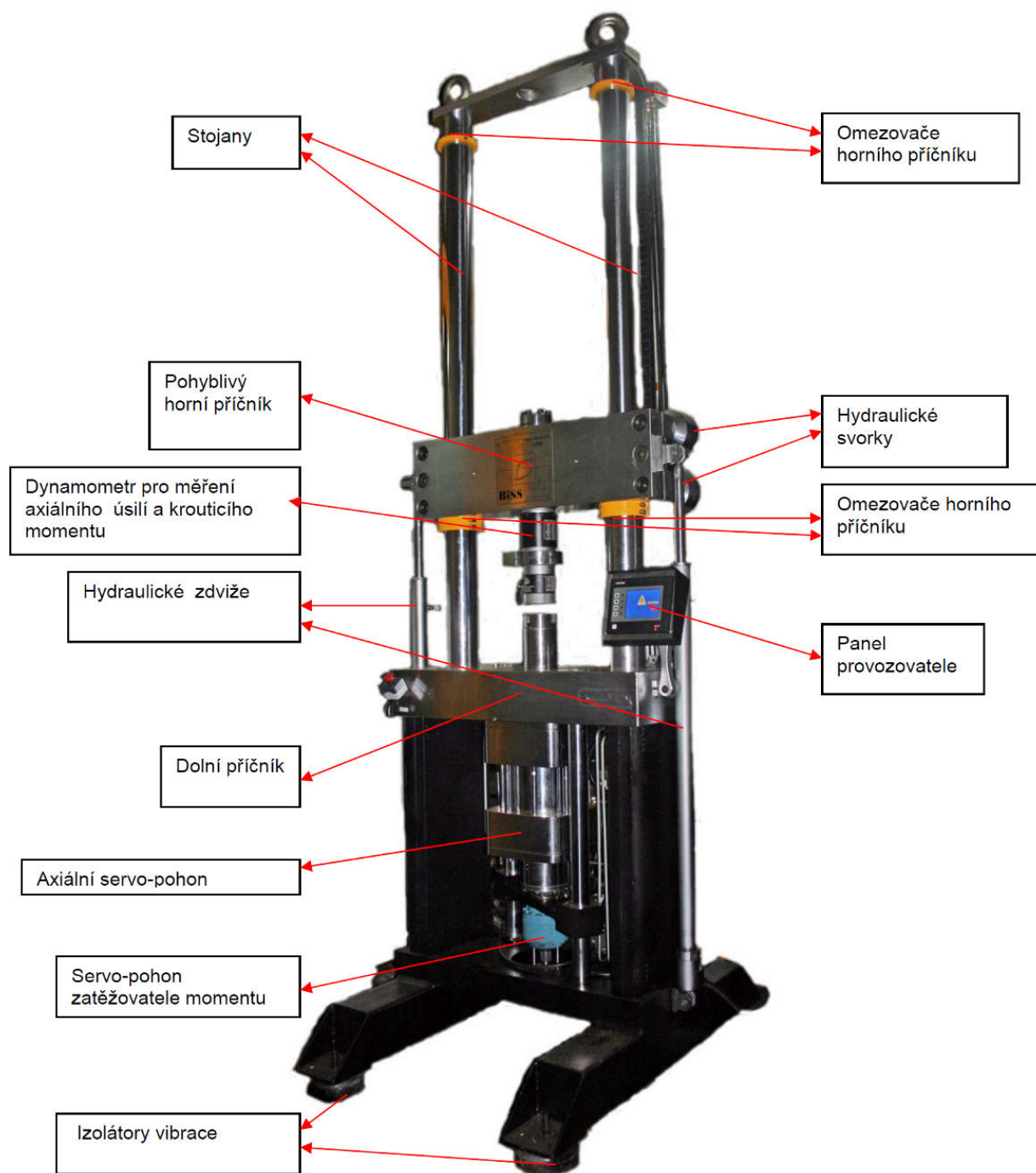
2.3 Zkušební stroj

Při zkouškách byl použit axiálně-krutový testovací komplet od společnosti BiSS, která je v Evropě zastoupena autorizovaným servisním partnerem firmou Industar-M. Tento zkušební stroj je vhodný pro zkoušky nízkocyklové i vysokocyklové únavy, zkoušení trubek a tyčí, biomedicínské testovací aplikace a studium lomové mechaniky při axiálním zatížení, torzním zatížení nebo při kombinaci obou. Rozsah axiálních sil je u tohoto stroje až do 50kN (se zdvihem tyče $\pm 125\text{mm}$) a je schopen dosáhnout krouťicího zátěžného momentu až 400Nm (při úhlovém rozsahu $\pm 50^\circ$). Pohon je zajištěn pomocí servohydrauliky a o potřebný tlak se stará hydraulická čerpací stanice (viz obr. 2.2), která je umístěna mimo bezprostřední okolí zkušebního stroje. Silový rám Bi-01-102-AT včetně popisu jednotlivých částí je na obrázku 2.3. Mimo tyto základní části zkušební zařízení zahrnuje celou řadu příslušenství, jako je pec na ohřívání vzorků, axiální extenzometry, zařízení na testování 3-bodového ohybu atd. [17].



Obr. 2.2: Axiálně citlivý extenzometr připevněný na vzorku (vlevo) a hydraulická čerpací stanice (vpravo)

Základním softwarem pro ovládání zkušebního zařízení je MTL 32. Pro další možnosti obsluhy a typy zkoušek je určena aplikace Test Builder. Ta má rozšířené možnosti nastavení a umožňuje například vykreslování grafů v reálném čase nebo standardní záznam a export měřených dat z průběhu zkoušky. Tato aplikace však pracuje jen při spojení se základní MTL 32. Grafické znázornění průběhu různých veličin zajišťuje software VuPoint Graphing [18].



Obr. 2.3: Silový rám Bi-01-102-AT [17]

3 Vyhodnocení únavových zkoušek

Pokud není uvedeno jinak, jsou vztahy použité v kapitole 3 čerpány z ČSN 42 0368 [19]. K určení tabulkových hodnot je využita buď příloha uvedené normy nebo norma ČSN 01 0250 [20] zabývající se základními statistickými metodami.

3.1 Vyhodnocení zkoušek při jedné úrovni napětí

Při zpracování statistických charakteristik na jedné úrovni napětí byly postupně vyhodnoceny zvlášť vzorky zatěžované silou 14kN (n=3), 13,5kN (n=3), 12kN (n=5) a 10kN (n=3). Pro určení výběrového průměru dekadického logaritmu počtu cyklů byl aplikován vztah (19). Ten představuje základní ukazatel polohy statistického souboru a je nejlepším odhadem střední hodnoty základního souboru $E(\log N)$.

$$\overline{\log N} = \sum_{i=1}^n (\log N_i) / n \quad (19)$$

Výběrový rozptyl $s^2(\log N)$ je základní charakteristikou rozptýlení při náhodném výběru. Jedná se o nejlepší odhad rozptylu základního souboru $D^2(\log N)$.

$$s^2(\log N) = \frac{\sum_{i=1}^n (\log N_i - \overline{\log N})^2}{n-1} = \frac{(n * \sum_{i=1}^n (\log N_i)^2 - (\sum_{i=1}^n \log N_i)^2)}{n(n-1)} \quad (20)$$

Kladná druhá odmocnina z výběrového rozptylu představuje výběrovou směrodatnou odchylku $s(\log N)$.

$$s(\log N) = +\sqrt{s^2(\log N)} \quad (21)$$

Protože skutečnou hodnotu hledaných parametrů obvykle neznáme a pouze ji odhadujeme s využitím statistického souboru, je vhodné, abychom k hledanému parametru určili intervalový odhad se spolehlivostí $1-\alpha$, kde $\alpha \in <0;1>$. Intervalové odhady lze provést buď jednostranně nebo oboustranně podle toho, který odhad bude pro konkrétní vyhodnocovanou veličinu smysluplnější [21].

Oboustranný konfidenční interval parametru $E(\log N)$ využívá předešlé charakteristiky statistického souboru a kritickou hodnotu $t_\alpha(v)$ rozdělení t. Rozsah určeného intervalu pak dále závisí na počtu stupňů volnosti ($v = n-1$) a zvoleném α .

$$\overline{\log N} - t_\alpha(v) \frac{s(\log N)}{\sqrt{n}} < E(\log N) < \overline{\log N} + t_\alpha(v) \frac{s(\log N)}{\sqrt{n}} \quad (22)$$

Obdobně lze určit i oboustranný konfidenční interval rozptylu základního souboru $D^2(\log N)$. Zde je však namísto t rozdělení použito Pearsonovo rozdělení χ^2 .

$$\frac{(n-1)s^2(\log N)}{\chi^2_{\alpha/2}(\nu)} < D^2(\log N) < \frac{(n-1)s^2(\log N)}{\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)} \quad (23)$$

Určení levostranné toleranční meze představuje velmi užitečný výstup ze zpracování únavových zkoušek. Pomocí této meze můžeme určit, s jakou pravděpodobností γ pokryje určený interval jisté procento hodnot základního souboru. Protože je znalost této meze důležitá pro konstrukční návrh, jsou někdy zaznačeny v S-N křivce (zpravidla regresivní křivka s pravděpodobností přežití 50%) i pásma znázorňující tyto rozdílné pravděpodobnosti.

$$\overline{\log N} - l * s(\log N) \quad (24)$$

Zatěžující síla [kN]	Amplituda napětí [MPa]	$\overline{\log N}$	$s^2(\log N)$	$s(\log N)$	$E(\log N) \in \langle x; y \rangle$	$E(N) \in \langle x; y \rangle$	$D^2(\log N) \in \langle x; y \rangle$
±14	363,8	2,82574	0,008343	0,091339	<2,6718; 2,9797>	<470; 954>	<0,00279; 0,16199>
±13,5	350,8	3,23482	0,042318	0,205713	<2,8880; 3,5816>	<772; 3 816>	<0,01413; 0,82171>
±12	311,8	4,15749	0,067713	0,260217	<3,9094; 4,4056>	<8 117; 25 443>	<0,02855; 0,38094>
±10	259,8	5,72474	0,004002	0,063265	<5,6181; 5,8314>	<415 035; 678 260>	<0,00134; 0,07772>

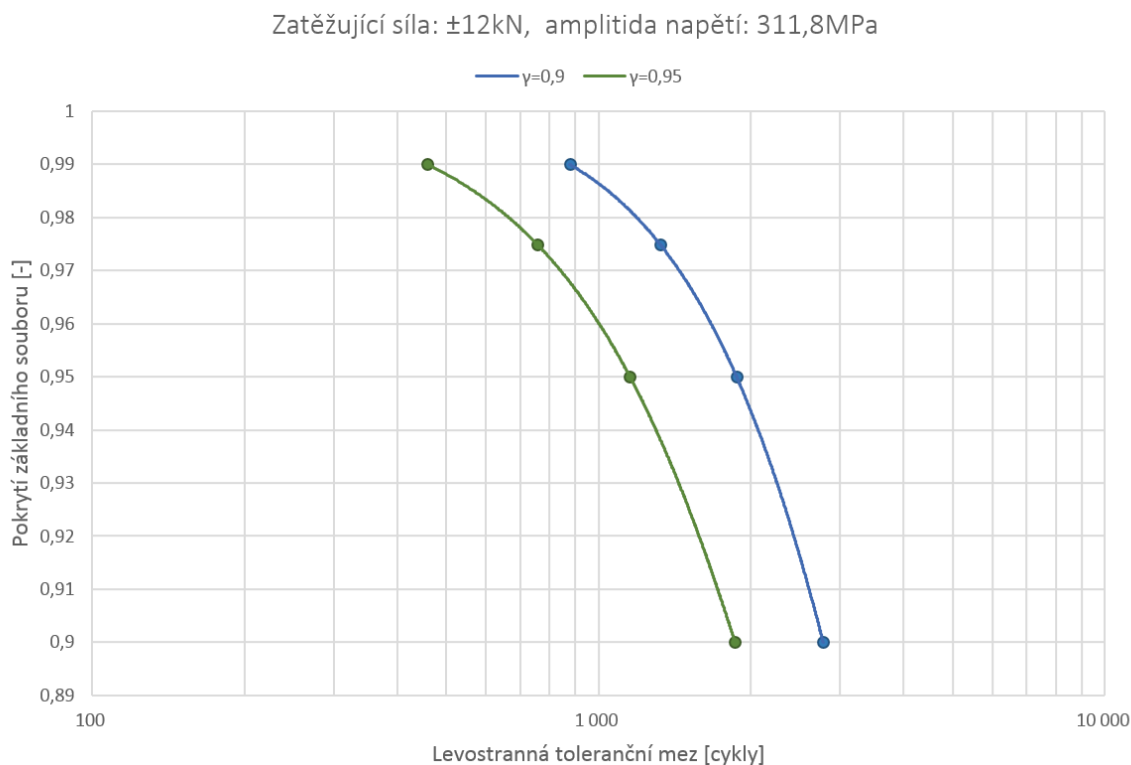
Tab. 3.1: Statistické charakteristiky při odděleném vyhodnocování napětíových hladin ($\alpha=1$)

Údaje v tabulce 3.1 platí pro zvolenou hladinu $\alpha=0,1$. Je z ní vidět postupný trend zvyšování rozptylu logaritmu počtu cyklů do lomu se snižující se zatěžující silou. Tato skutečnost odpovídá očekávaným předpokladům. Při zatěžování silou ± 10 kN byl tento trend výrazně narušen, je však třeba upozornit, že na této úrovni byly zatěžovány a tedy i vyhodnocovány pouze tři vzorky. Pravděpodobně tak jde spíše o náhodu, než o narušení běžného vývoje a bylo by potřeba dalších testů pro zjištění oprávněnosti této domněnky. Nízký počet vzorků měl za následek nepříliš vypovídající hodnoty intervalových odhadů a pro přesnější určení těchto parametrů by bylo vhodné provést více zkoušek.

Zatěžující síla: ±14kN, amplituda napětí: 363,8MPa								
	$\gamma=0,9$				$\gamma=0,95$			
P	0,9	0,95	0,975	0,99	0,9	0,95	0,975	0,99
N[cykly]	273	219	180	143	183	134	102	73
Zatěžující síla: ±13,5kN, amplituda napětí: 350,8MPa								
	$\gamma=0,9$				$\gamma=0,95$			
P	0,9	0,95	0,975	0,99	0,9	0,95	0,975	0,99
N[cykly]	229	139	89	53	93	46	25	12
Zatěžující síla: ±12kN, amplituda napětí: 311,8MPa								
	$\gamma=0,9$				$\gamma=0,95$			
P	0,9	0,95	0,975	0,99	0,9	0,95	0,975	0,99
N[cykly]	2 776	1 873	1 321	877	1 859	1 153	756	459
Zatěžující síla: ±10kN, amplituda napětí: 259,8MPa								
	$\gamma=0,9$				$\gamma=0,95$			
P	0,9	0,95	0,975	0,99	0,9	0,95	0,975	0,99
N[cykly]	285 338	244 760	213 656	182 128	216 444	173 934	143 927	114 053

Tab. 3.2: Levostranné toleranční meze pro některé P a γ

Tabulka 3.2 obsahuje údaje o levostranných tolerančních mezích pro dané P a γ . Např.: zatěžující síla $\pm 12\text{kN}$; $\gamma=0,9$; $P=0,95 \Rightarrow$ interval $<1\ 873; \infty)$ cyklů pokryje 95% hodnot základního souboru s pravděpodobností $\gamma=0,9$. I zde je třeba zmínit, že intervaly vycházejí velmi konzervativně z důvodu malého statistického souboru. Pro nejčtenější aplikovanou zatěžovací hladinu jsou data navíc zobrazeny v grafu 3.1 a vypočtené hodnoty jsou proloženy polynomicou spojnicí trendu třetího řádu.



Graf 3.1: Levostranné toleranční meze při zatěžující síle $\pm 12\text{kN}$

3.2 Sestrojení S-N křivek

3.2.1 S-N křivka s lineární únavovou odezvou v semilogaritmickém měřítku

Soubor zkoušek byl proložen lineární závislostí odpovídající rovnici:

$$\log N = a + b \cdot \sigma \quad (25)$$

Ta má při vyobrazení v semilogaritmickém měřítku (logaritmická je osa s počtem cyklů do lomu) lineární charakter. Neznámé konstanty a , b se určí ze vztahů (26), (27) a (28).

$$a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log N_i - b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i = \overline{\log N} - b \cdot \overline{\sigma} \quad (26)$$

$$\overline{\sigma} = \left(\sum_{i=1}^n \sigma_i \right) / n \quad (27)$$

(28)

Výběrová směrodatná odchylka se určí podle vztahu (21).

(29)

vystihuje měřená data.

(30)



Graf 3.2: S-N křivka s lineární únavovou odezvou v semilogaritmickém měřítku

Na grafu 3.2 jsou zobrazeny jak experimentální výsledky, tak proložená lineární závislost. Lze na něm pozorovat zvyšující se odchylky měřených údajů se vzrůstajícím počtem cyklů do lomu. Dále pak jde vidět čtyři neukončené zkoušky (doplněny o šipky), které byly přerušeny při dosažení 10^7 cyklů. Nejnižše postavený bod odpovídající zatěžující síle $\pm 5\text{kN}$, u něhož se zatížení pohybovalo významně pod mezí únavy, není již v následujících grafech pro větší přehlednost důležitých dat zobrazen.

Postupným zvyšováním zatěžující síly byla nalezena přibližná mez únavy $\sigma_c = 252\text{MPa}$. K určení spolehlivosti a statistických parametrů meze únavy by bylo třeba provést v dané oblasti větší množství zkoušek (alespoň 30). Pak by se dala k vyhodnocení použít například stupňovaná metoda. Tím by se zjistil průměr, směrodatná odchylka a spolehlivostní údaje meze únavy. Tento postup by byl však velmi nákladný jak časově, tak i finančně vzhledem k nutnosti opakovaného dlouhého běhu zkušebního přístroje [2, 22].

Vypočtená závislost a různé statistické parametry jsou shrnuty v tabulce 3.3. Výběrová směrodatná odchylka dosahuje nízké hodnoty a tomu odpovídá dobrá přiléhavost použitého typu rovnice. Koeficient korelace se blíží hodnotě -1. To rovněž ukazuje na dobrou přiléhavost použitého typu rovnice. Jeho záporná hodnota značí, že je závislost klesající. Zlom v závislosti odpovídá při dosažení přibližné meze únavy do analytické rovnice životnosti $1,1 \cdot 10^6$ cyklů.

Použitý typ rovnice: $\log N = a + b \cdot \sigma$	
Parametr b	-0,029110855
Parametr a	13,3770918
Výběrový rozptyl $s^2(\log N)$	0,058956082
Výběrová směrodatná odchylka $s(\log N)$	0,242808735
Korelační koeficient r	-0,980464675

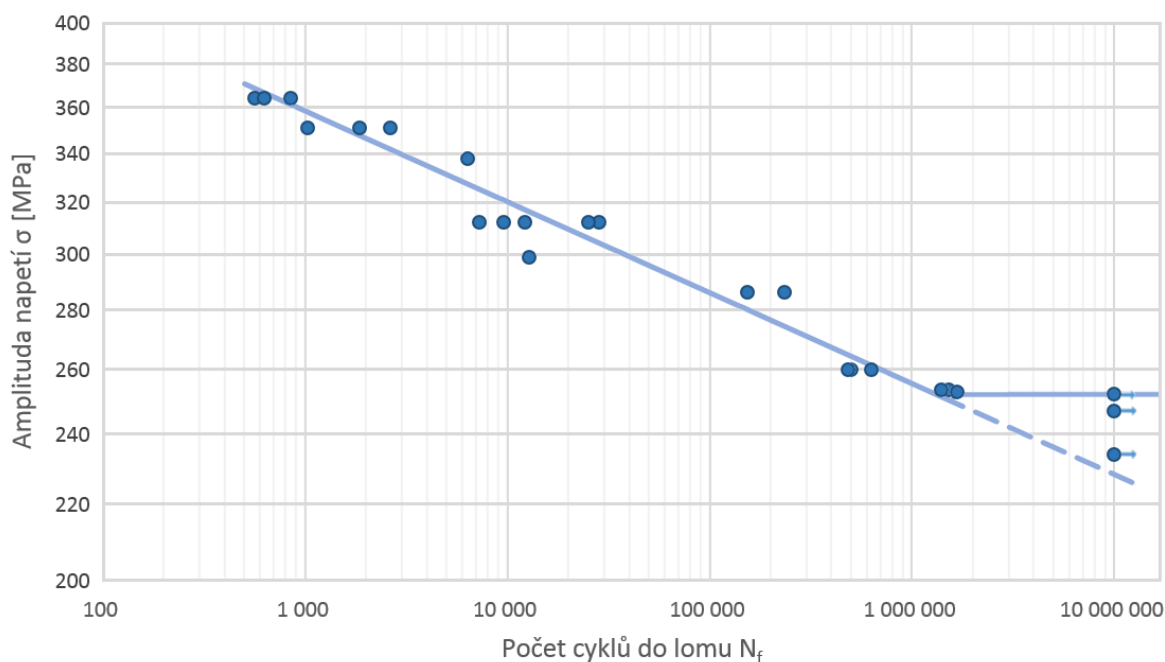
Tab. 3.3: Parametry pro lineární S-N křivku v semilogaritmickém měřítku

3.2.2 S-N křivka s lineární únavovou odezvou v logaritmickém měřítku

Na rozdíl od předešlého případu byly experimentální údaje proloženy rovnicí:

$$\log N = a + b \cdot \log \sigma \quad (31)$$

Tato rovnice dává lineární tvar proložené závislosti při logaritmickém měřítku os. K určení neznámých konstant a statistických charakteristik jsou použity stejné rovnice jako v podkapitole 3.2.1 s tím rozdílem, že všude tam, kde je použito σ , se dosazuje $\log \sigma$.



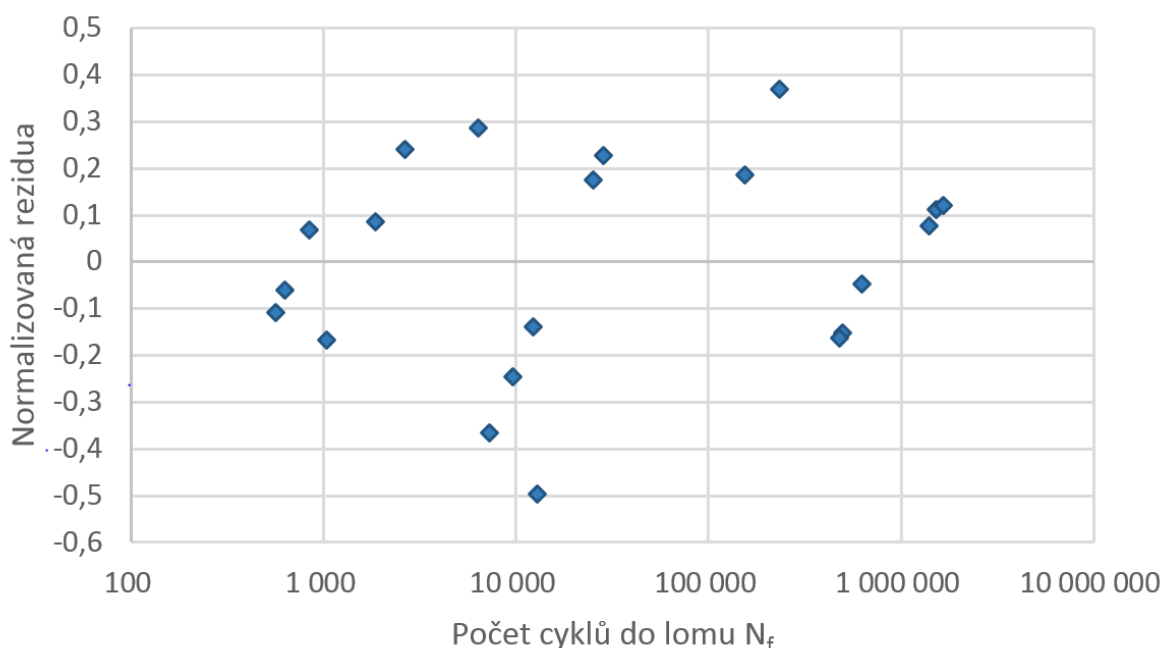
Graf 3.3: S-N křivka s lineární únavovou odezvou v logaritmickém měřítku

Z podoby grafu 3.3 není na první pohled patrná míra rozdílu mezi aplikací tohoto a předešlého typu rovnice. Zde zlom v závislosti odpovídající přibližné mezi únavy dosažené do analytické rovnice nastává při životnosti $1,3 \cdot 10^6$ cyklů. Jasně patrné zlepšení přiléhavosti použité rovnice je zřejmé až z tabulky 3.4. Zlepšila se hodnota výběrového rozptylu i korelační koeficient.

Použitý typ rovnice: $\log N = a + b \cdot \log(\sigma)$	
Parametr b	-20,43493564
Parametr a	55,19003036
Výběrový rozptyl $s^2(\log N)$	0,052186025
Výběrová směrodatná odchylka $s(\log N)$	0,228442607
Korelační koeficient r	-0,982727696

Tab. 3.4: Parametry pro lineární S-N křivku v logaritmickém měřítku

Další důležitý faktor, který rozhoduje o vhodnosti použitého modelu je diagram reziduí. Ten znázorňuje na jedné ose únavovou životnost a na druhé rozdíl logaritmů měřených životností oproti předpokládaným z výsledného prokládaného vztahu. Hodnocení kvality shody se pak provede na základě rovnoměrnosti rozptýlení takto získaných bodů. V případě rovnoměrného rozptýlení jde o model adekvátně zachycující únavové chování materiálu. Pakliže je na bodech patrný nějaký trend, dají se data pravděpodobně proložit lépe vystihující závislostí např. kvadratickým modelem. Pro předpokládanou lineární únavovou odezvu v logaritmickém měřítku je diagram reziduí na grafu 3.4. Ostatní modely mají tyto závislosti uvedeny až ve vzájemném porovnání v podkapitole 3.2.4 [22].



Graf 3.4: Diagram reziduí pro lineární únavovou odezvu v logaritmickém měřítku

3.2.3 S-N křivka s nelineární únavovou odezvou v logaritmickém měřítku

K vyhodnocení nelineární závislosti logaritmu počtu cyklů na napětí použijeme rovnici:

$$\log N = a + b * \log(\sigma - K) \quad (32)$$

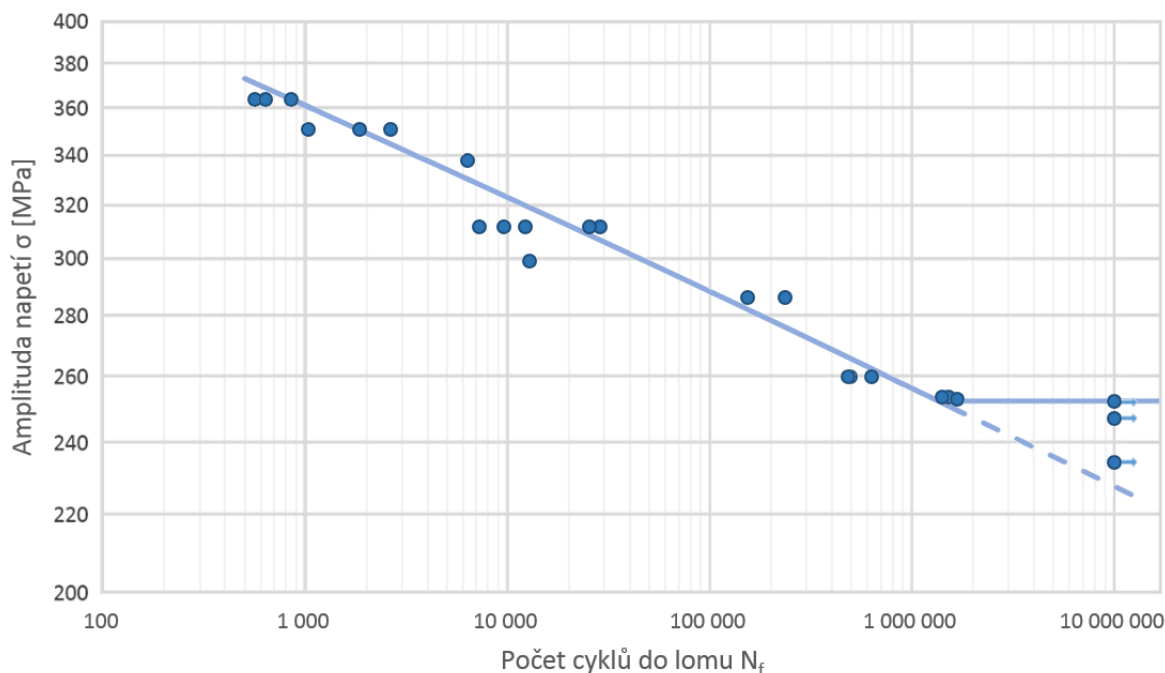
Opět jsou využity tytéž rovnice jako v podkapitole 3.2.1. U nich je však provedena úprava, kdy na místech kde je použito σ , dosazujeme $\log(\sigma - K)$. Výjimkou je vzorec pro určení výběrového rozptylu, který má v tomto případě tvar:

$$s^2(\log N) = \frac{1}{n-3} \left[\sum_{i=1}^n (\log N_i)^2 - a * \sum_{i=1}^n \log N_i - b * \sum_{i=1}^n (\log N_i) * \log(\sigma_i - K) \right] \quad (33)$$

Shrnutí zjištěných statistických parametrů a trojice konstant nelineární závislosti uvádí tabulka 3.5. Konstanta K se určovala iterativním způsobem tak, že se postupně dosazovaly hodnoty napětí nižší než nejnižší hodnota ze souboru provedených zkoušek. Postupně tak hledáme K , pro které bude hodnota výběrového rozptylu $s^2(\log N)$ nejnižší. Toho bylo dosaženo při $K=88\text{MPa}$. Tímto modelem se ve srovnání s lineární odezvou v logaritmickém měřítku povedlo dosáhnout mírně lepšího koeficientu korelace. Vlivem rozdílného vztahu pro výběrový rozptyl však došlo k jeho zhoršení a v závislosti na to i nárůstu hodnoty výběrové směrodatné odchylky. Zlom v S-N křivce odpovídá u tohoto modelu životnosti $1,4 * 10^6$ cyklů.

Použitý typ rovnice: $\log N = a + b \cdot \log(\sigma - K)$	
K	88
Parametr b	-14,43808994
Parametr a	38,12675389
Výběrový rozptyl $s^2(\log N)$	0,054422058
Výběrová směrodatná odchylka $s(\log N)$	0,233285358
Korelační koeficient r	-0,982937448

Tab. 3.5: Parametry pro nelineární S-N křivku v logaritmickém měřítku



Graf 3.5: S-N křivka s nelineární únavovou odezvou v logaritmickém měřítku

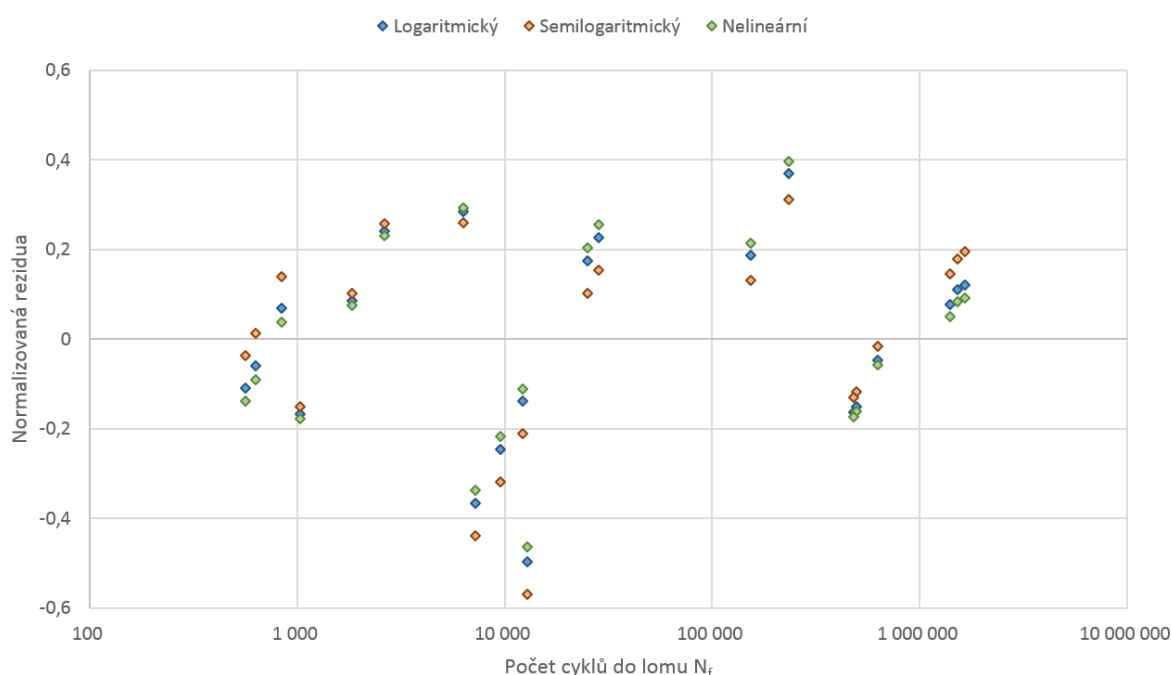
3.2.4 Srovnání S-N křivek s různou předpokládanou únavovou odezvou

V případě prvního modelu, kdy byla předpokládána lineární únavová odezva v semilogaritmickém měřítku, došlo k dobré korelaci a diagram reziduí vyšel přiměřeně rovnoměrně. Zároveň však i přes přijatelný výsledek byl korelační koeficient nejhorší ze všech srovnávaných modelů, výběrový rozptyl největší a diagram reziduí jednoznačně nejméně rovnoměrný (viz graf 3.6). Proto se i přes dobré výsledky jevil jako nejméně vhodný pro popis únavové odezvy testovaného materiálu.

Ve druhém případě se hledala lineární únavová odezva v logaritmickém měřítku. Výběrový rozptyl vyšel lepší než ve zbylých dvou případech. Korelační koeficient byl jen nepatrně horší (rozdíl 0,02%) než u modelu předpokládajícího nelineární únavovou odezvu. Diagramy reziduí pak vyšly u obou naposledy zmiňovaných modelů téměř totožně.

Při použití vztahu předpokládajícího nelineární chování sice došlo k nalezení mírně lepšího koeficientu korelace než v druhém případě. Tento rozdíl byl však zanedbatelný, v porovnání s nárůstem výběrového rozptylu, vlivem nutnosti použít jiný vztah pro jeho výpočet (kvůli rozdílnému počtu neznámých konstant v hledané závislosti). Konstanta K se navíc výrazně měnila v průběhu přibývajících počtu vyhodnocených zkoušek. Navíc v provedeném rozsahu zkoušek nebylo pozorováno její postupné ustalování na konkrétní hodnotě a tak by při zahrnutí dalších testů mohla nabývat výrazně jiné hodnoty.

Jako model, který nejlépe vystihuje únavovou odezvu testovaného materiálu, byl na základě daného rozsahu únavových zkoušek vyhodnocen druhý případ předpokládající lineární odezvu v logaritmických souřadnicích. Rozdíl porovnání korelačních koeficientů s nelineárním modelem se jevil jako nedostatečně velký na to, aby bylo nutné použít složitějšího nelineárního modelu, který navíc nevykazoval tak dobrý rozptyl.



Graf 3.6: Srovnání diagramu reziduí pro různé modely

Rozhodnutí, který model zvolit, nelze vzhledem k počtu vzorků brát jako definitivní. V případě možnosti analyzovat větší rozsah dat, by bylo vhodné znovu zvážit, zda neexistuje jiná závislost vystihující daný soubor dat lépe.

3.3 Vyhodnocení zkoušek při více úrovních napětí

Na rozdíl od postupu v kapitole 3.1 budou zde určené hodnoty záviset i na ostatních úrovních napětí, při kterých byl materiál testován. Jako vstupní parametry jsou použity ty, které byly zjištěny u S-N křivky s lineární odezvou při logaritmických souřadnicích.

Oboustranný konfidenční interval střední hodnoty základního souboru $E(\log N; \log \sigma)$ pro zvolený bod $\log \sigma$ určíme z nerovnosti:

$$\log N(a, b; \log \sigma) - k(\log \sigma) < E(\log N; \log \sigma) < \log N(a, b; \log \sigma) + k(\log \sigma)$$

$$\text{kde: } k(\log \sigma) = t_{\alpha}(\nu) * s(\log N) \left[\frac{1}{n} + \frac{n(\log \sigma - \overline{\log \sigma})^2}{n * \sum_{i=1}^n \log \sigma_i^2 - (\sum_{i=1}^n \log \sigma_i)^2} \right]^{0,5} \quad (34)$$

Kritickou hodnotu $t_{\alpha}(\nu)$ zjistíme pro vybrané α ze statistických tabulek. Pro počet stupňů volnosti pak platí $\nu = n-2$. Rozsah takto vypočteného intervalu závisí především na počtu stupňů volnosti ν , námi zvoleném α a směrodatné odchylce $s(\log N)$.

Zatěžující síla [kN]	Amplituda napětí [MPa]	$\log N(a, b; \log \sigma)$	$E(\log N; \log \sigma) \in \langle x; y \rangle$ pro $\alpha=0,1$	$E(N; \log \sigma) \in \langle x; y \rangle$ pro $\alpha=0,1$	$E(\log N; \log \sigma) \in \langle x; y \rangle$ pro $\alpha=0,25$	$E(N; \log \sigma) \in \langle x; y \rangle$ pro $\alpha=0,25$
±14	363,8	2,8593874	<2,7134; 3,0053>	<517; 1 012>	<2,7650; 2,9538>	<582; 899>
±13,5	350,8	3,1821422	<3,0548; 3,3094>	<1 135; 2 039>	<3,0998; 3,2645>	<1 258; 1 839>
±12	311,8	4,2274407	<4,1398; 4,3150>	<13 799; 20 655>	<4,1708; 4,2841>	<14 817; 19 236>
±10	259,8	5,8455044	<5,7094; 5,9816>	<512 197; 958 454>	<5,7575; 5,9335>	<572 103; 858 093>
Použity parametry z druhého modelu: $a=55,19003$; $b=-20,43494$; $s(\log N)=0,22844$						

Tab. 3.6: Intervaly středních hodnot základního souboru při více úrovních napětí

Levostrannou toleranční mez určíme pro zvolený $\log \sigma$ ze vztahu:

$$\log N(a, b; \log \sigma) - m * s(\log N) \quad (35)$$

Stejně jako v případě vyhodnocení na jedné hladině napětí, určuje levostranná toleranční mez s jakou pravděpodobností γ pokryje určený interval jisté procento hodnot základního souboru. Jeho znalost je o to důležitější, že poskytuje informace i o napěťových hladinách, na kterých nebyly přímo prováděny testy. Navíc významně ovlivní některé extrémy, které při samostatném vyhodnocení na jednotlivých hladinách vznikly. Pro určení výrazu m v rovnici (35) budeme potřebovat několik vztahů:

$$m = \left[\frac{1}{n} + \frac{n(\log \sigma - \overline{\log \sigma})^2}{n * \sum_{i=1}^n \log \sigma_i^2 - (\sum_{i=1}^n \log \sigma_i)^2} \right]^{0,5} * t'(n-2, \delta, \gamma)$$

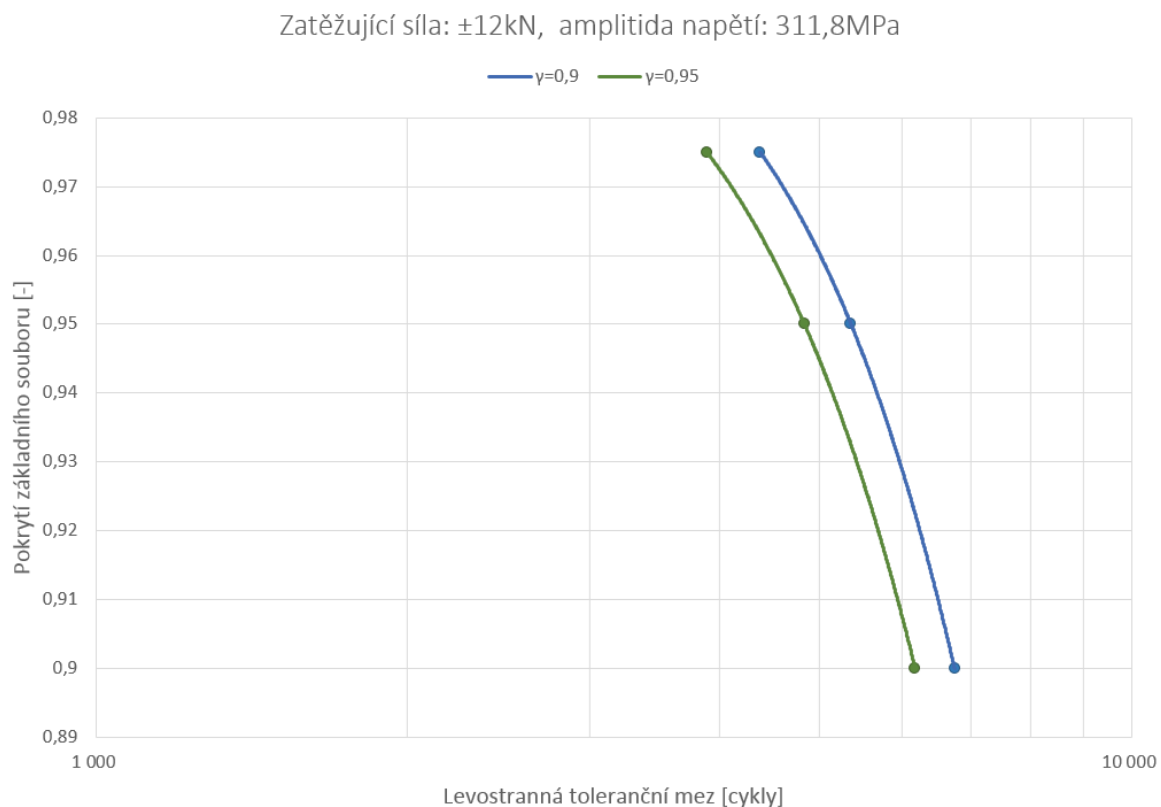
$$\text{kde: } u_{2(1-P)} * \left[\frac{1}{n} + \frac{n(\log \sigma - \overline{\log \sigma})^2}{n * \sum_{i=1}^n \log \sigma_i^2 - (\sum_{i=1}^n \log \sigma_i)^2} \right]^{-0,5} \quad (36)$$

$$\text{pro } n > 15 \text{ platí: } t'(n-2, \delta, \gamma) = \left(1 - \frac{u_{\alpha}^2}{2(n-2)} \right)^{-1} * \left[\delta + u_{\alpha} * \left(1 + \frac{\delta^2}{2(n-2)} - \frac{u_{\alpha}^2}{2n-2} \right)^{0,5} \right]$$

Hodnota $u_{2(1-P)}$ se pro $\alpha=2(1-P)$ určí z tabulek. Obdobný je postup v případě u_{α} , kde $\alpha=2(1-\gamma)$.

Zatěžující síla: $\pm 14\text{kN}$, amplituda napětí: $363,8\text{MPa}$						
	$\gamma=0,9$			$\gamma=0,95$		
P	0,9	0,95	0,975	0,9	0,95	0,975
N[cykly]	266	213	175	238	188	153
Zatěžující síla: $\pm 13,5\text{kN}$, amplituda napětí: $350,8\text{MPa}$						
	$\gamma=0,9$			$\gamma=0,95$		
P	0,9	0,95	0,975	0,9	0,95	0,975
N[cykly]	576	460	378	519	409	331
Zatěžující síla: $\pm 12\text{kN}$, amplituda napětí: $311,8\text{MPa}$						
	$\gamma=0,9$			$\gamma=0,95$		
P	0,9	0,95	0,975	0,9	0,95	0,975
N[cykly]	6 750	5 362	4 381	6 185	4 835	3 893
Zatěžující síla: $\pm 10\text{kN}$, amplituda napětí: $259,8\text{MPa}$						
	$\gamma=0,9$			$\gamma=0,95$		
P	0,9	0,95	0,975	0,9	0,95	0,975
N[cykly]	261 879	209 445	172 037	235 217	185 511	150 402

Tab. 3.7: Levostranné toleranční meze pro některé P a γ



Graf 3.7: Levostranné toleranční meze při zatěžující síle $\pm 12\text{kN}$

Z tabulky 3.7 jde vidět, že při hodnocení souboru zkoušek jako celku, zmizely některé anomálie, které se objevily v tabulce 3.2. Tou byl například odhad nižšího počtu cyklů při použití nižší zatěžující síly (porovnání zatěžujících sil $\pm 14\text{kN}$ a $\pm 13,5\text{kN}$), který zjevně není v souladu s očekávanými předpoklady. Dále je pozorován významný posun jednotlivých tolerančních mezí směrem k vyšším hodnotám. Tento posun je tím větší, čím bližší je logaritmus vyhodnocované amplitudy napětí k průměrnému logaritmu napětí souboru zpracovávaných dat.

Vzhledem k nízkému počtu vzorků je analýza při více úrovních napětí vhodnější pro získání vystihujících dat a zajistí potlačení největších extrémů, které při malém rozsahu statistického souboru mohou vznikat. Údaje, týkající se nejčastěji aplikované zatěžovací hladiny, jsou shrnuty v grafu 3.7 a vypočtené hodnoty jsou proloženy polynomicou spojnicí trendu druhého řádu. Je z něj patrná větší stálost a méně konzervativní výsledky oproti vyhodnocení hladiny samostatně. To je dáno především větším množstvím celkově analyzovaných dat.

Závěr

Předložená práce byla zaměřena na studium únavových vlastností běžné konstrukční oceli S235JRC+C. Při testech byl použit axiálně-krutový testovací komplet od společnosti BiSS, na kterém byl zkušební vzorek zatěžován souměrně střídavým tahem-tlakem. Při tom byla řízenou veličinou síla a šlo tedy o tzv. měkký mód, u něhož se udržuje konstantní amplituda napětí. Postupným zvyšováním zatěžující síly byla nalezena přibližná mez únavy $\sigma_c=252\text{MPa}$. Hlavním cílem těchto zkoušek pak mělo být nalezení S-N křivky dostatečně přesně vystihující únavovou odezvu daného materiálu.

Na základě korelačního koeficientu r , výběrové směrodatné odchylky $s(\log N)$ a diagramu reziduí byl jako nejvhodnější model únavové odezvy testovaného materiálu zvolen ten, který předpokládal lineární tvar prokládané závislosti v logaritmických souřadnicích. Mezi porovnávanými modely však nebyl výrazný rozdíl a tak je možné, že by při větším rozsahu statistického souboru došlo ke změně volby optimální závislosti.

Další část se zabývala vyhodnocením zkoušek samostatně při jednotlivých úrovních napětí. Protože na třech ze čtyř vyhodnocovaných hladinách proběhly pouze tři testy, je třeba tyto výsledky brát s jistou rezervou. Tímto způsobem zpracování se dosáhlo velmi konzervativních intervalových odhadů a jednostranných tolerančních mezí, které by v daném rozpětí nebyly příliš užitečné. Navíc docházelo i k odchylkám, které byly mimo očekávaný vývoj. Ty jsou způsobeny příliš malým množstvím zpracovávaných vzorků. Z toho plyne, že při tomto rozsahu nebylo oddělené vyhodnocování jednotlivých hladin dostatečně vypovídající a je vhodné ho aplikovat až při větších množstvích experimentálních údajů na zpracovávané hladině.

V závěrečné části proběhlo vyhodnocení únavových zkoušek při více úrovních napětí. Tento způsob již pro daný rozsah měření přinesl významně lepší výsledky a odstranil neočekávané odchylky, které se objevily při vyhodnocování jednotlivých hladin samostatně. Pro daný rozsah statistického souboru tak šlo o zjevně lepší způsob zpracování experimentů. I zde by však možnost analýzy většího rozsahu dat přinesla zlepšení v odhadu jednostranné toleranční meze i střední hodnoty základního souboru.

Seznam použité literatury

- [1] KLESNIL, Mirko a Petr LUKÁŠ. *Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání*. Praha: ACADEMIA, nakladatelství československé akademie věd, 1975, 224 s. Fyzikálně metalurgická řada, sv. 1.
- [2] DYLAĞ, Zdzisław a Zbigniew ORŁOŚ. *Únava materiálu a její zkoušení*. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1968, 256 s.
- [3] PANTĚLEJEV, Libor. *Únava kovových materiálů* [online]. Brno, 31 s. [cit. 2014-02-01]. Dostupné z: <http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/opory/ukm/Unava%20kovovych%20materialu.pdf>
- [4] VLK, Miloš. *Mezní stavy a spolehlivost*. Vyd. 1. Brno: VUT v Brně, 1991, 185 s. ISBN 80-214-0386-1.
- [5] KLESNIL, Mirko et al. *Cyklická deformácia a únava kovov*. 1. vyd. Bratislava: VEDA, 1987, 383 s.
- [6] ONDRÁČEK, Emanuel, Jan VRBKA, Přemysl JANÍČEK a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: pružnost a pevnost*. Brno: CERM, 2006, 262 s. ISBN 80-214-3260-8.
- [7] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R. MISCHKE a Richard G. BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. 1. vyd. Editoři: Martin Hartl, Miloš Vlk. Brno: VUTUM, 2010, 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [8] VLK, Miloš. *Dynamická pevnost a životnost*. 2. vyd. Brno: VUT Brno, 1992, 223 s. ISBN 80-214-0427-2.
- [9] KLESNIL, Mirko a Petr LUKÁŠ. *Fatigue of Metallic Materials*. 3. vyd., 2. upravené angl. vyd. Amsterdam: Elsevier, 1992. ISBN 04-449-8723-1.
- [10] FATEMI, Ali. Micro-Macro Aspects of Fatigue. [online]. č. 3, s. 50 [cit. 2014-02-25]. Dostupné z: https://www.efatigue.com/training/Chapter_3.pdf
- [11] PLUHAŘ, Jaroslav et al. *Fyzikální metalurgie a mezní stavy materiálu*. Vyd. 1. Praha: SNTL, 1987, 418 s.

- [12] RŮŽIČKA, Milan, Miroslav HANKE a Milan ROST. *Dynamická pevnost a životnost*. Praha: ČVUT v Praze, 1989, 212 s.
- [13] METAL IMPROVEMENT COMPANY. *Shot Peening: Applications* [online]. 9. vyd. Paramus, NJ, USA, 2005 [cit. 2014-03-04]. Dostupné z:
http://www.metalimprovement.com/premium/PDF/greenbook_v9/english/MIC%20Green%20Book%20-%209th%20edition%20-%20Complete%20Book.pdf
- [14] ČSN 42 0363. *Zkoušky únavy kovů: Metodika zkoušení*. Praha: Úřad pro normalizaci a měření, 1986.
- [15] *Steelnnumber: European steel and alloy grades* [online]. National Technical University KhPI, 2014 [cit. 2014-03-9]. Dostupné z:
http://www.steelnnumber.com/en/steel_composition_eu.php?name_id=143
- [16] *Úvod a přehled značení ocelí a litin: Podklady* [online]. Brno: ÚMVI, 2013 [cit. 2014-03-9]. Dostupné z:
http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/struktura_a_vlastnosti_materialu/cviceni/03-3SV-2013_Normy-PODKLADY.pdf
- [17] INDUSTAR-M. *Manuál k použití: Axiálně-krutový servo-elektrický testovací systém - Hardware* [CD]. 18 s.
- [18] INDUSTAR-M. *Manuál k použití: Axiálně-krutový servo-elektrický testovací systém - Softwarová aplikace Test Builder* [CD]. 41 s.
- [19] ČSN 42 0368. *Zkoušky únavy kovů: Statistické vyhodnocování výsledků zkoušek únavy kovů*. 1973. vyd. Praha: Úřad pro normalizaci a měření.
- [20] ČSN 01 0250. *Statistické metody v průmyslové praxi: Všeobecné základy*. 1972. vyd. Praha: Úřad pro normalizaci a měření.
- [21] KARPÍŠEK, Zdeněk. *Matematika IV: statistika a pravděpodobnost*. 3. dopl. vyd. Brno: CERM, 2007, 170 s. ISBN 978-80-214-3380-9.
- [22] ČSN ISO 12107. *Kovové materiály - Zkoušení únavy: Statistické plánování a analýza údajů*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2013, 26 s.

Seznam použitých symbolů a zkratek

a	[m]	délka trhliny
A		materiálová konstanta
a, b, K		konstanty
b	[-]	exponent únavové pevnosti
c	[-]	exponent únavové tažnosti
C		materiálová konstanta
d	[m]	průměr
$D^2(\log N)$		rozptyl základního souboru
$E(\log N)$		střední hodnota základního souboru
K		materiálová konstanta
K_{fc}	[Mpa*m ^{1/2}]	cyklická lomová houževnatost
l		tabelovaná konstanta
m		materiálová konstanta
N		počet cyklů
n		rozsah výběru
n'	[-]	součinitel únavového zpevnění
N_f		počet cyklů do lomu
N_0		počet cyklů do nukleace trhliny
N_c		počet cyklů odpovídající časované mezi únavy
P	[-]	amplitudový součinitel asymetrie cyklu, pravděpodobnost
r	[-, m]	korelační koeficient, poloměr kořene vrubu
r(R)	[-]	napět'ový součinitel asymetrie cyklu
R_e	[MPa]	mez kluzu
R_m	[MPa]	mez pevnosti
$R_{p0,2}$	[MPa]	smluvní mez kluzu
$s^2(\log N)$		výběrový rozptyl
$s(\log N)$		výběrová směrodatná odchylka

t		kvantil Studentova rozdělení
u		kvantil normálního rozdělení
Y	$[-]$	tvarová funkce
α	$[-]$	hladina významnosti, součinitel tvaru
α		rychlost růstu amplitudy napětí za jeden cyklus
β	$[-]$	součinitel vrubu
γ		pravděpodobnost
Δ		rozkmit
ΔK	$[Mpa \cdot m^{1/2}]$	rozkmit součinitele intenzity napětí
ΔK_p	$[Mpa \cdot m^{1/2}]$	prahová hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí
$\Delta\sigma$	$[MPa]$	rozkmit napětí
ε	$[-]$	deformace
ε_{ae}	$[-]$	amplituda elastické deformace
ε_{ap}	$[-]$	amplituda plastické deformace
ε_{at}	$[-]$	amplituda celkové deformace
ε_f'	$[-]$	součinitel únavové tažnosti
v		počet stupňů volnosti
σ_a	$[MPa]$	amplituda napětí
σ_e	$[MPa]$	mez únavy
σ_{Cn}	$[MPa]$	mez únavy vrubovaného tělesa
σ_{Co}	$[MPa]$	mez únavy v ohybu za rotace
$\sigma_d (\sigma_n)$	$[MPa]$	dolní napětí
σ_f'	$[MPa]$	součinitel únavové pevnosti
σ_h	$[MPa]$	horní napětí
σ_m	$[MPa]$	střední napětí
τ_C	$[MPa]$	mez únavy v krutu
χ^2		Pearsonův chí-kvadrát