

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертационную работу

Hana HALFAROVÁ

“WEAKLY DELAYED LINEAR PLANAR SYSTEMS OF DISCRETE EQUATIONS”

на соискание ученой степени доктора Ph.D., Brno University of Technology,
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních
technologií, Ústav matematiky, 2014, 86 с.

Диссертационная работа Hany Halfarové “Weakly Delayed Linear Planar Systems of Discrete Equations” посвящена важным проблемам прикладной математики, а именно, исследованию динамики систем разностных уравнений с последствием запаздывающего типа, в частности, получению представления решений линейных стационарных систем со «слабым запаздыванием».

Динамические системы, описываемые функционально дифференциальными уравнениями, приобрели в последнее время широкое распространение. Если процессы в механике и классической физике обусловлены законами Ньютона и «происходят мгновенно», то при исследовании процессов в экологии, экономике, динамике популяций, результаты принятия решений приходят с некоторым запаздыванием. В динамике популяций запаздывание имеет смысл времени полового созревания, в экономике – это время принятия решения и его реализация. Таким образом, диссертационная работа посвящена **актуальной** тематике и имеет достаточно большое прикладное значение.

Еще в монографии Хейла Дж. «Теория функционально дифференциальных уравнений» был отмечен интересный случай. Спектр линейных дифференциальных уравнений образует счетное множество и, соответственно, уравнения имеют счетное число линейно независимых решений. Однако существуют уравнения (и системы уравнений), которые имеют конечный спектр и решения уравнений через конечное число шагов «слипаются» и получается множество решений, эквивалентное множеству решений уравнений без запаздывания. Потом эти дифференциальные уравнения получили название «дифференциальные уравнения со слабым запаздыванием». Очевидно, такие же явления имеют место и для разностных уравнений с запаздыванием. Разностные уравнения с запаздыванием получили развитие в последнее время. Их можно развернуть в системы разностных уравнений без запаздывания. Однако при этом матрицы, которые описывают процессы, соответствующие фазовым координатам с различными отклонениями аргумента «складываются в одну матрицу» и нельзя оценить влияние каждого из запаздываний.

Диссертация состоит из введения (Introduction), четырех глав, выводов (Conclusion) и списка используемой литературы (References).

Первая глава является вводной и по размеру небольшая (9 стр.). В ней приводятся основные сведения по разностным уравнениям с запаздыванием, дается определение «разностных систем со слабым запаздыванием» приводятся условия «слабого запаздывания» систем на плоскости (теорема 1.5.1).

Основной по объему и содержанию является вторая глава (47 стр.). Рассматриваются матрицы на плоскости с различными собственными числами (действительными различными, комплексными, действительными кратными). Получено представление решений системы со слабыми запаздываниями (1.1) для каждого из указанных случаев (теорема 2.1.1, теорема 2.1.2, теорема 2.1.3, теорема 2.1.4, теорема 2.1.5. Следует отметить, что несмотря на небольшое количество сформулированных результатов, проведены очень сложные и кропотливые преобразования, занимающие много места. Они показывают аккуратность и математическую грамотность диссертанта.

Третья глава является небольшой по размеру и по полученным в ней результатам. Получена оценка размерности пространств решений уравнений со слабым запаздыванием.

В четвертой главе проведено обсуждение проблем устойчивости и стабилизации решений систем на плоскости со слабым запаздыванием. В основу взяты результаты, полученные во второй главе. Если там записаны решения в явном виде, то оценки устойчивости и сходимости сводятся к оценкам модуля решений при стремлении к бесконечности. Приводятся общепринятые определения устойчивости, асимптотической устойчивости, условной устойчивости (определение 4.0.10). Оценка сходимости проводится с использованием мажорирования фундаментальных матриц решений, полученных во второй главе.

На мой взгляд, **наиболее интересным и существенным** научным результатом, который получен в диссертационной работе, является представления решений систем уравнений со слабым запаздыванием, полученные во второй главе. Автор провел чрезвычайно сложные, кропотливые преобразования и получил хорошие результаты.

Все полученные автором результаты, которые выносятся на защиту, являются новыми. Достоверность полученных результатов основано на строгом математическом доказательстве и непротиворечивости известным ранее фактам.

Результаты, которые получены в диссертационной работе Hany Halfarové, имеют как теоретическое, так и практическое значение. Они представляют собой дальнейшее развитие теории разностных динамических систем, в частности, разностных систем со слабым запаздыванием.

Основные результаты опубликованы в соответствующих статьях и докладывались на конференциях. Диссертация прошла хорошую апробацию. Автореферат диссертации полно и адекватно отображает содержание диссертационной работы.

Следует отметить хорошее оформление диссертационной работы. Все полученные результаты доказаны строго и аргументировано. Предварительно приводятся известные результаты и ссылки на них. Список литературы достаточно полный и хорошо отображает состояние проблемы.

На основании анализа диссертации в целом, считаю, что научная квалификация Halfarové Hany соответствует доктору Ph.D. физико-математических наук.

В качестве замечаний можно отнести следующее. В форме записи матриц в системе (1.1) и других систем индекс суммирования вверх. Его можно перепутать с индексом **умножения матриц**.

В качестве пожелания, можно порекомендовать рассмотреть системы произвольного порядка. Условия «слабого запаздывания» для дифференциальных систем имеются (но не опубликованы). Представление решения рецензенту не известно.

На основании изложенного считаю, что:

- диссертационная работа «Weakly Delayed Linear Planar Systems of Discrete Equations» является работой, самостоятельно подготовленной диссертантом;
- диссертантом получены значительные результаты в области теории разностных уравнений с последействием.

Считаю, что диссертационная работа “Weakly Delayed Linear Planar Systems of Discrete Equations” по объему проведенных научных исследований, актуальности, научному уровню, количеству и качеству публикаций отвечает всем необходимым требованиям, а ее автор Halfarová Hana заслуживает присуждения научной степени доктора Ph.D. физико-математических наук.

Професор
кафедры моделирования сложных систем
факультета кибернетики
Киевского национального университета
имени Тараса Шевченко
доктор физико-математических наук

18 октября 2014 р.

Подпись
Зам. декана



Хусаинов Д.Я.

Хусаинова Д. Я. подтверждает
Капустин Е.А.