



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

PIEZOELEKTRICKÝ VIBRAČNÍ GENERÁTOR

PIEZOELECTRIC VIBRATION ENERGY HARVESTER

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Matyáš Klásek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

BRNO 2017

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Matyáš Klásek
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Mechatronika
Vedoucí práce:	doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.
Akademický rok:	2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Piezoelektrický vibrační generátor

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Generování elektrické energie z okolních vibrací poskytuje zajímavé řešení pro autonomní napájení bezdrátových aplikací. Piezoelektrický princip je jedním z fyzikálních principů, který lze využít pro elektromechanickou přeměnu. Geometrie základní struktury i piezoelektrického elementu má vliv na generování elektrické energie. Práce je zaměřena na simulační modelování a analýzu parametrů piezoelektrického materiálu.

Cíle bakalářské práce:

1. Rešerše piezoelektrických materiálů a konstrukčních uspořádání využívaných v energy harvesting aplikacích.
2. Model piezoelektrického bimorfu.
3. Analýza vlivu jednotlivých parametrů na generovaný výkon.

Seznam doporučené literatury:

BOWEN, C. R., H. a. KIM, P. M. WEAVER a S. DUNN, 2014. Piezoelectric and ferroelectric materials and structures for energy harvesting applications. Energy & Environmental Science. roč. 7, č. 1, s. 25. ISSN 1754-5692.

HADAS, Zdenek a Radek LAN, 2016. Modelling and Verification of Piezoelectric Vibration Energy Harvester. In: Mechatronics 2015, Advanced Mechatronics Solutions. s. 305–310.

NEISS, S, F GOLDSCHMIDTBOEING, M KROENER a P WOIAS, 2014. Analytical model for nonlinear piezoelectric energy harvesting devices. Smart Materials and Structures. 10., roč. 23, č. 10, s. 105031. ISSN 0964-1726.

PRIYA, Shashank a Daniel J. INMAN, ed., 2009. Energy Harvesting Technologies. Boston, MA: Springer US. ISBN 978-0-387-76463-4.

VIVES, Antonio Arnau, ed., 2008. Piezoelectric Transducers and Applications. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-540-77507-2.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Cílem této bakalářské práce je zpracovat přehled piezoelektrických materiálů a jejich využití v energy harvesting aplikacích a poté pomocí analytického modelu v programu MATLAB/Simulink vyšetřit chování piezoelektrického bimorfního nosníku v závislosti na jednotlivých, zejména geometrických parametrech. Především jde o jejich vliv na generovaný výkon a výslednou vlastní frekvenci systému.

Abstract

The first goal of this bachelor's thesis is to give an overview of piezoelectric materials and their utilization in energy harvesting applications. The second goal is to examine the effect of altering model parameters on generated power and natural frequency of the system using analytical model of a bimorph piezoelectric cantilever beam in MATLAB/Simulink.

Klíčová slova:

energy harvesting, piezoelektrický jev, piezoelektrické materiály, vibrační generátor, vetknutý nosník, analýza modelu

Keywords:

energy harvesting, piezoelectric effect, piezoelectric materials, vibration-powered generator, cantilever beam, model analysis

KLÁSEK, M. *Piezoelektrický vibrační generátor*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 37 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci „Piezoelektrický vibrační generátor“ vypracoval samostatně pod vedením vedoucího práce a v seznamu jsem uvedl všechny literární a odborné zdroje.

Brno

.....

Matyáš Klásek

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce panu doc. Ing. Zdeňku Hadašovi, Ph.D. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci.

Obsah

1	Úvod	9
2	Piezoelektrický jev	10
3	Piezoelektrické materiály	11
3.1	Piezoelektrické konstanty	11
3.2	Přehled používaných materiálů	13
3.2.1	Monokrystaly	13
3.2.2	Keramiky	13
3.2.3	Polymery	13
3.2.4	Parametry vybraných materiálů	13
4	Realizace EH zařízení	15
4.1	Vetknutý nosník	16
4.2	Ostatní konfigurace	17
5	Model piezoelektrického bimorfu	18
5.1	Náhradní schéma	18
5.2	Výsledný model	18
5.3	Vyjádření ve stavovém prostoru	20
6	Analýza vlivu parametrů modelu	21
6.1	Rezonanční křivka	21
6.2	Odpor zátěže	22
6.3	Délka piezo-vrstev	23
6.4	Celková délka nosníku	23
6.5	Šířka piezo-vrstev	24
6.6	Hmotnost závaží	25
6.7	Tloušťka piezo-vrstev	26
6.8	Vliv odporu na vlastní frekvenci	28
7	Návrh rozměrů	30
8	Závěr	32
	Literatura	33
	Seznam použitých zkratk a symbolů	35
	Seznam obrázků	37

1 Úvod

Každý člověk se během svého života často setkává s vlivy okolního prostředí jako je sluneční světlo nebo vítr. Využívat tyto velmi nápadné a obnovitelné zdroje energie se lidstvu již dlouhou dobu daří a neustále probíhá vývoj směřující k vyšší efektivitě. Mnohem slabší zdroje, jako jsou mechanické vibrace, mají však také svůj význam.

Energy harvesting je odvětví zabývající se právě získáváním užitečné energie z těchto zdrojů, která by jinak byla ztracena na prakticky nevyužitelné teplo. Představuje způsob realizace autonomních zařízení, která nepotřebují další napájení, což je velice výhodné jak z hlediska konstrukce systémů obsahujících více takových soběstačných jednotek, tak ceny a údržby. Společně se zlepšováním v této oblasti jde navíc vývoj polovodičové elektroniky, která je stále menší a úspěšnější.

Jedním z populárních způsobů využívání energie vibrací jsou právě piezoelektrické materiály, jejichž vlastností je přeměňovat mechanickou energii na elektrické napětí, nebo naopak se deformovat v přítomnosti vnějšího elektrického pole.

Běžně se tyto materiály používají mimo jiné v zapalovačích, reproduktorech malých přístrojů, aktuátorech, snímačích, oscilátorech a jako generátory, díky čemuž najdou uplatnění v řadě průmyslových odvětví, jako jsou počítače, automobily nebo biotechnologie.

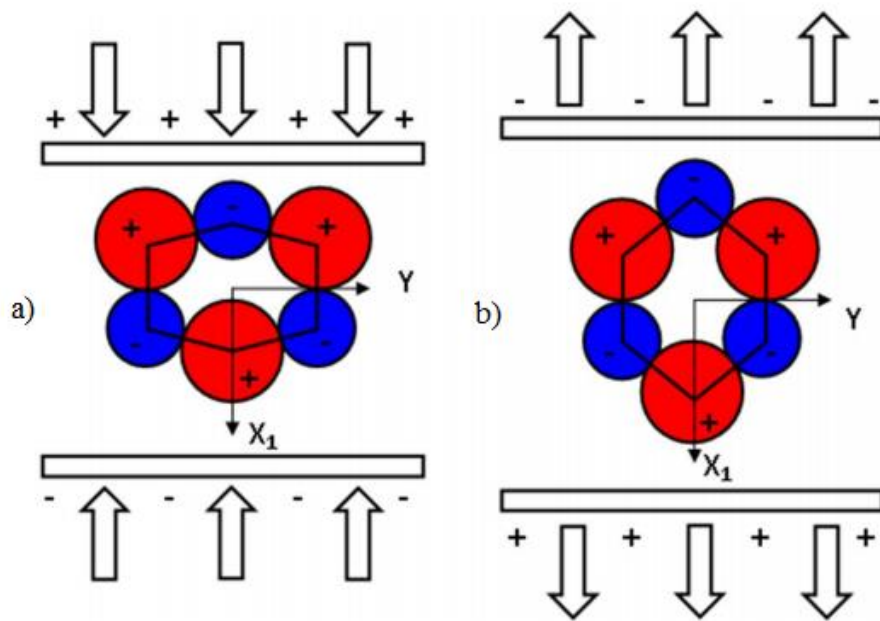
2 Piezoelektrický jev

Přímým piezoelektrickým jevem nazýváme schopnost materiálu vytvářet elektrické napětí při deformaci. Obrácenému procesu se naopak říká nepřímý.

Přímý piezoelektrický jev objevili bratři Pierre a Jacques Curie v roce 1880, když měřili náboj vzniklý mechanickým namáháním krystalů turmalínu. Současně také popsali základní zákony, které pro něj platí. Těmi jsou:

- Vzniklý náboj je přímo úměrný velikosti působícího tlaku nebo tahu.
- Jev je možný pouze v anizotropních krystalech s nesymetrickým rozmístěním elektricky nabitých částic.

Jejich vysvětlení, stále platné pro daný materiál, je znázorněno na obrázku 2-1. Ionty se posouvají tak, že elektrická těžiště kladných a záporných nábojů se od sebe vzdálí. V nezatíženém stavu je krystal v elektrické rovnováze. Princip později zobecnil Woldemar Voigt pomocí tenzorového počtu. Více o historii tohoto jevu je uvedeno ve studijním textu [1] od prof. Mgr. Jiřího Erharta, Ph.D.

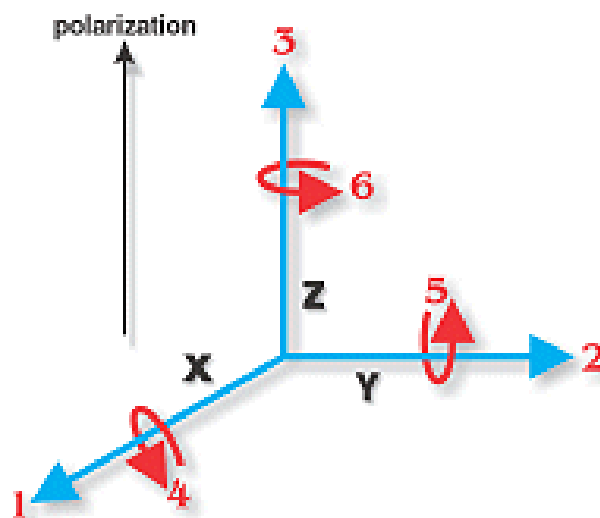


Obrázek 2-1: Princip piezoelektrického efektu v krystalu křemene: a) zatížení tlakem, b) zatížení tahem; [2]

3 Piezoelektrické materiály

3.1 Piezoelektrické konstanty

Pro popis vlastností piezoelektrických materiálů se používá několik konstant (čerpáno z [6, 7, 8 a 9]). Číselné indexy udávají směry působení veličin, které se dané konstanty týkají. Konvence značení směrů je zobrazena na následujícím obrázku 3-1, kde 1, 2 a 3 označují hlavní osy s tím, že směr kladné polarizace souhlasí s osou Z. Čísla 4, 5 a 6 potom znamenají smyk okolo os.



Obrázek 3-1: Značení směrů; [7]

Nábojová konstanta d_{ij} [C/N, m/V]

Vyjadřuje velikost vzniklého náboje působením mechanického napětí nebo míru deformace vyvolané jednotkou elektrické intenzity E . Indexy znamenají směr elektrické a mechanické veličiny v tomto pořadí.

Napěťová konstanta g_{ij} [Vm/N]

Vyjadřuje velikost generovaného elektrického pole působením mechanického napětí nebo míru deformace vyvolané jednotkou elektrické indukce D . Indexy mají stejný význam jako u konstanty d .

Mechanický činitel jakosti Q_m [-]

Činitel jakosti je bezrozměrný parametr, který udává míru disipace energie. Čím je vyšší, tím menší jsou ztráty a tím ostřejší je rezonanční křivka systému.

Dielektrická konstanta K [-]

Permitivita je schopnost látky odporovat elektrickému poli a je definována jako poměr elektrické indukce a intenzity. (3.2) Poměr mezi absolutní permitivitou materiálu a permitivitou vakua dává dielektrickou konstantu. (3.1)

$$K = \frac{\varepsilon_{33}}{\varepsilon_0} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon = \frac{D}{E} \quad (3.2)$$

Permitivita je podstatná ve dvou stavech: za konstantního přetvoření (ε_{ij}^T) a za konstantního namáhání (ε_{ij}^S). Směry D a E jsou určeny dolními indexy.

Elektromechanický sdužovací činitel k_{ij} [-]

$$k = \sqrt{\frac{E_{vystupní}}{E_{vstupní}}} \quad (3.3)$$

Sdužovací činitel popisuje přeměnu mechanické energie na elektrickou a naopak. Nezahrnuje vnitřní ztráty, takže skutečná účinnost přeměny bude vždy nižší. U vibračního generátoru by indexy určovaly orientaci vytvořeného elektrického pole a mechanických vibrací v tomto pořadí.

Youngův modul – modul pružnosti E [Pa]

Modul pružnosti je definován jako poměr mechanického napětí σ a relativního prodloužení ε . (3.4) V anglické literatuře bývá označován Y.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (3.4)$$

Elastická poddajnost s_{ij} [Pa⁻¹]

Převrácená hodnota Youngova modulu – znamená velikost deformace na jednotku napětí. Pro piezomateriály je relevantní při konstantní elektrické indukci (s^D) nebo při konstantní elektrické intenzitě (s^E), což znamená v obvodu nakrátko a v rozpojeném obvodu. První index určuje směr napětí, druhý směr deformace.

Curieova teplota T_c [°C, K]

Hraniční teplota, nad kterou materiál získává symetrickou strukturu a ztrácí piezoelektrické vlastnosti.

3.2 Přehled používaných materiálů

Dle struktury lze piezoelektrické materiály rozdělit do následujících kategorií:

3.2.1 Monokrystaly

Tyto látky se vyznačují tím, že mají pravidelnou strukturu v krystalech makroskopických rozměrů. Nejznámějším zástupcem této skupiny je křemen (SiO_2) – modifikace α . Při 537°C rekrystalizuje do formy β , která už piezoelektrická není. Mezi další běžně používané monokrystaly patří lithium niobát LiNbO_3 , lithium tantalát LiTaO_3 a tuhé roztoky PMN-PT a PZN-PT [3], které dosahují nejvyšších známých hodnot nábojových konstant.

Rozsáhlé uplatnění najdou zejména v podobě oscilátorů s vysokou stabilitou, zdrojů hodinového signálu pro počítače a snímačů mechanických veličin jako zrychlení nebo síly.

3.2.2 Keramiky

Mezi piezoelektrické keramiky se řadí nejpoužívanější materiály v komerčních energy harvesting aplikacích. [4] Nejvýznamnějšími představiteli jsou titaničitan barnatý BaTiO_3 a tuhý roztok zirkoničitanu olovnatého s titaničitanem olovnatým, zvaný PZT. Jejich vlastnosti se mohou výrazně lišit dle obsahu příměsí. [7] Přidání donorů vede na „měkkou“ keramiku, která je typická lepšími vlastnostmi, ale většími ztrátami. Naopak příměs akceptorů tvoří „tvrdou“ keramiku s malými ztrátami a horší schopností přeměny energie. Pro různé aplikace jsou vhodné různé vlastnosti, například při sběru energie z omezeného zdroje je výhodné zmařit jí co nejméně na vnitřních ztrátách, i za cenu menšího výkonu.

Keramiky jsou dnes velmi populární právě díky rozsahu vlastností a levné výrobě.

3.2.3 Polymery

Polymery [4] vykazující piezoelektrické vlastnosti jsou oproti výše zmíněným materiálům ohebné, houževnaté a dobře biokompatibilní, což je činí užitečnými v oblasti biotechnologií. Nejběžnější takový polymer je polyvinylidifluoretylen (PVDF). Typicky se využívají jako membrány mikrofونů nebo tenzometry.

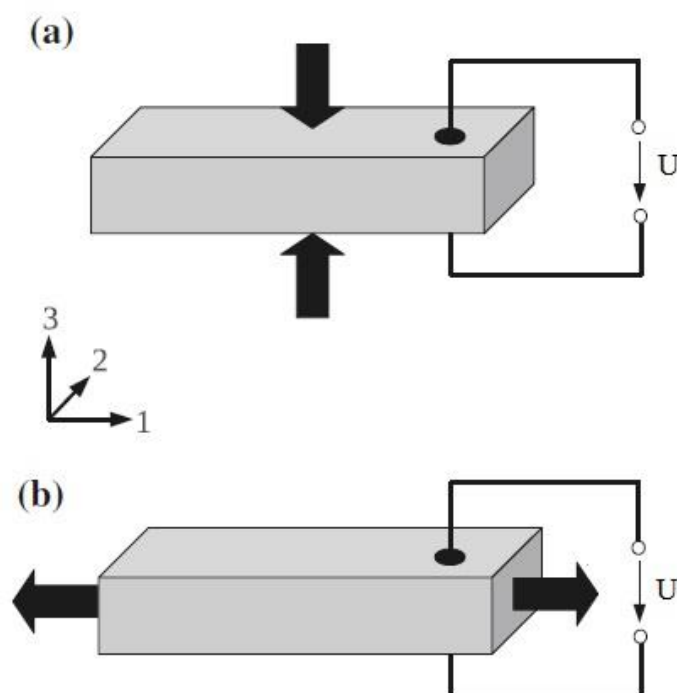
3.2.4 Parametry vybraných materiálů

Následující tabulka (3-1) obsahuje orientační hodnoty konstant některých zmíněných materiálů.

Tab. 3-1: Parametry vybraných materiálů; [3] [4] [6]

	α -křemen	LiNbO ₃	PMN-PT	BaTiO ₃	PZT-4 („hard“)	PZT-5H („soft“)	PVDF
d_{33} [pC/N]	2,3	6	2820	149	289	593	33
d_{31} [pC/N]	-	1	1330	58	123	274	21
$\epsilon_{33}^{S,1}$	4,63	27,9	680	910	635	1470	5-13
ϵ_{33}^T	4,63	28,7	8200	1200	1300	3400	7,6
k_{33}	0,1	0,23	0,94	0,49	0,7	0,75	0,19
T_C [°C]	573	1145	150	120	328	193	205
Q_m	$>10^5$	10^5	43-2050	400	500	65	3-10

Jak je v přírodě velice časté, vlastnosti materiálů jsou nezanedbatelně závislé na dalších okolnostech, například na teplotě, směru řezu anizotropních krystalů nebo poměru složek tuhého roztoku. Tyto čísla jsou proto pouze přibližné a informativní.



Obrázek 3-2: Módy piezomateriálů a) 33, b) 31; [10]

¹ Uvedené permitivity jsou relativní.

4 Realizace EH zařízení

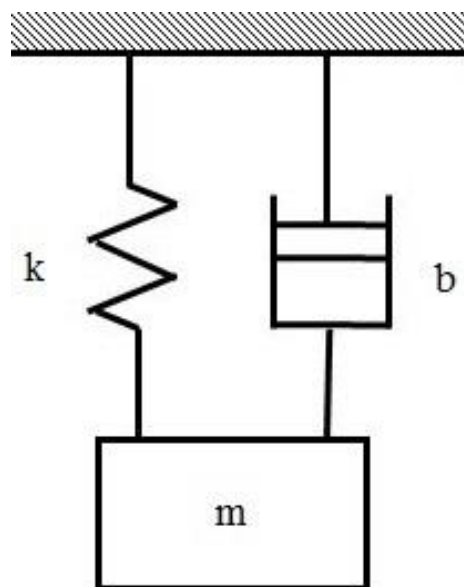
Způsobů získávání elektrické energie z mechanické je mnoho. Synchronní generátory (alternátory) představují nejrozšířenější z nich a dodávají drtivou většinu výkonu do naší elektrické sítě. Tyto stroje však nelze efektivně přizpůsobit velmi malým rozměrům, a tak musí přijít na řadu metody jiné. Na stejném principu, tedy indukci napětí při pohybu vodiče magnetickým polem nebo přítomnosti vodiče v proměnlivém magnetickém poli, fungují malé elektromagnetické generátory, které využívají vibrace k rozkmitání nosníku s magnetem mezi cívkami. I takové generátory ale narážejí na problémy při dalším zmenšování a okolo objemu $0,5 \text{ cm}^3$ je jejich hustota energie překonána piezo-generátory [4], které jsou navíc velice jednoduché, co se týče konstrukce.

Extrakce mechanické energie lze provést dvěma hlavními cestami. Jsou to:

- Kinematický princip
- Setrvačný princip

Kinematický princip spočívá v připojení EH zařízení k částem soustavy, jež se vůči sobě pohybují. Takovou soustavou může být třeba člověk při chůzi. Relativní pohyb končetin nebo přímo svalů otevírá cestu k soběstačným biosenzorům. Vzhledem k povaze takového pohybu se nabízí užití piezoelektrických polymerů, které jsou ohebné na rozdíl od křehké keramiky.

Setrvačný princip, jak už název napovídá, využívá setrvačnosti hmoty. Jednoduchá varianta systému na setrvačném principu je závaží na pružině, v reálném světě také vždy s tlumičem. Pohyb základního tělesa vyvolá kmitání závaží s pružinou. V závislosti na velikosti tuhosti k a hmotnosti m má tento dynamický systém svou vlastní frekvenci Ω_0 . (4.1) Pokud má pohyb základního tělesa periodický charakter a obsahuje složku o stejné frekvenci nebo velmi blízko, dochází k rezonanci a amplituda kmitů je potenciálně mnohem větší, omezena jen velikostí tlumení b .

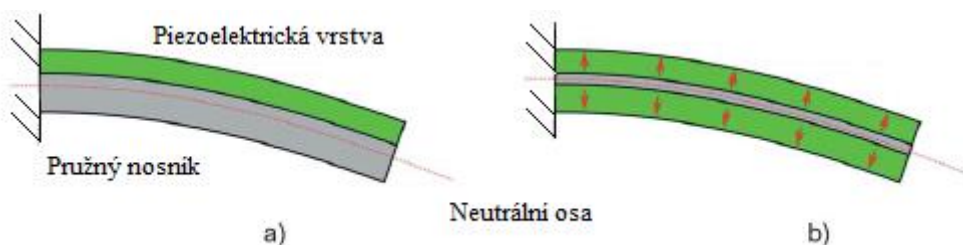


Obrázek 4-1: Těleso na pružině s tlumičem

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.1)$$

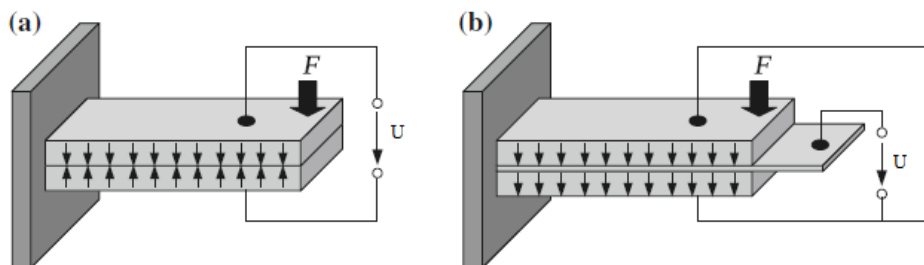
4.1 Vetknutý nosník

Dynamický systém na obrázku 4-1 také popisuje chování prutu vetknutého na jednom konci a závažím na volném konci. Parametr k potom představuje ohybovou tuhost a b obsahuje všechny vnitřní i vnější tlumící vlivy. Je-li materiál prutu piezoelektrický, deformace vyvolá jeho polarizaci. Za předpokladu symetrického průřezu se obě strany od neutrální osy polarizují stejně silně, ale opačně, protože v ohybu je jedna část průřezu namáhána tahem a druhá tlakem. Je tedy nutné, aby piezomateriál ležel mimo neutrální osu a zabránilo se tak odečítání napětí.



Obrázek 4-2: a) Unimorfní a b) bimorfní konfigurace s nosníkem; [4]

Toho lze dosáhnout nejjednodušší unimorfním nebo bimorfním provedením. Piezomateriál se připojí k pružnému nosníku z jedné nebo obou stran tak, aby neutrální osa ležela uvnitř nosníku, čímž je zajištěno, že normálové napětí v celém průřezu každé piezoelektrické vrstvy působí stejným směrem. Alternativou je provedení bez nosníku, kde neutrální osa prochází přesně středem dvou opačně polarizovaných piezo-vrstev, které se dotýkají. Když pracují v sérii, produkují dvojnásobné napětí oproti unimorfu. Zpravidla je však preferováno paralelní zapojení, jež produkuje dvojnásobný proud [10], jelikož výstupní napětí obvykle výrazně převyšuje požadovanou úroveň.



Obrázek 4-3: a) Sériová a b) paralelní práce vrstev; [10]

Velikost vzniklého napětí je přímo úměrná amplitudě kmitů, která je největší při rezonanci, z čehož vyplývá, že tato zařízení pracují efektivně jen v úzkém pásmu

frekvencí blízko frekvence vlastní. Pro různé charaktery vibrací je proto při použití této struktury potřeba navrhnout vhodný energy harvester s ohledem na rezonanci a také mezní stavy materiálu, které při ní mohou nastat.

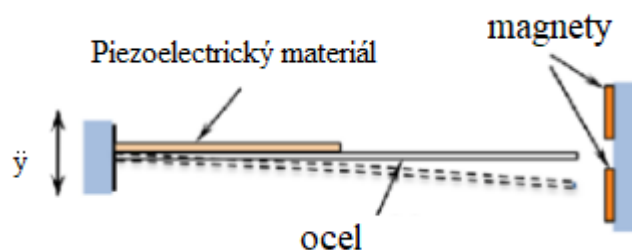
4.2 Ostatní konfigurace

Přestože ve většině EH aplikací se používá prostá geometrie vetknutého nosníku díky své jednoduchosti a příhodně nízké rezonanční frekvenci, za zmínku stojí i jiné zkoumané varianty, jež jsou podrobněji rozepsány v článku [5].

Diskové generátory, sestávající z piezokeramického disku a kovovou „čepicí“ na obou stranách, generují relativně velký výkon při zatížení axiální silou, kterou kov přenáší na keramiku částečně i ve formě radiálního napětí. Fungují tak zároveň v módech 33 a 31.

Další možností je kruhová piezoelektrická membrána vetknutá po obvodu, případně se závažím uprostřed. Zde je opět deformace vyvolána vibracemi.

Pro rozšíření účinného pásma lze do systému vložit nelinearity [4]. Pokud má systém dva stabilní stavy – je bistabilní – může chaoticky přecházet z jednoho do druhého a nemá žádnou jednu vlastní frekvenci, což umožní generovat požadovaný výkon v širším rozsahu frekvencí namísto prudkého poklesu při vzdalování od rezonance. Bistability se dosahuje například magnety nebo specificky sestavenými kompozity. Příklad bistability způsobené odpudivou magnetickou silou je na obrázku 4-4.



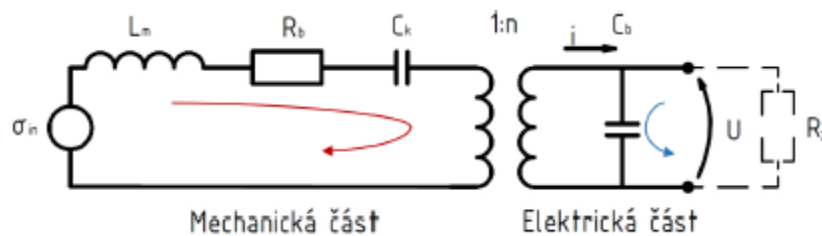
Obrázek 4-4: Příklad bistabilního systému; [11]

5 Model piezoelektrického bimorfu

Pro analytické účely byl použit lineární model sestavený v rámci diplomové práce [12]: „Modelování a verifikace piezoelektrického generátoru“. Model je založen na výrobku V21BL od společnosti Midé Technology z řady Volture.

5.1 Náhradní schéma

Mechanickou část soustavy lze převést na náhradní elektrický obvod zobrazený na obrázku 5-1. Mechanické veličiny jsou nahrazeny elektrickými ekvivalenty. Cívka se indukčností brání změnám protékajícího proudu tak, jako se hmota brání zrychlení. Kondenzátor, stejně jako pružina akumuluje energii a odpor představuje ztráty na teplo.



Obrázek 5-1: Elektrické náhradní schéma; [12]

Přeměnu střídavého napětí z mechanického obvodu do elektrického potom reprezentuje transformátor. Podle druhého Kirchhoffova zákona lze jednoduše napsat rovnice uzavřené smyčky (5.1) a podle prvního Kirchhoffova zákona zase rovnici proudů v uzlu při zapojení zátěže (5.2).

$$\sigma_{in} = L_m \ddot{S} + R_b \dot{S} + \frac{S_1}{C_k} + nu \quad (5.1)$$

$$i = \frac{u}{R_z} + C_b \dot{u} \quad (5.2)$$

Kromě náhradních parametrů se v nich vyskytuje přetvoření S , které zde odpovídá náboji Q – integrálu proudu. Dále kapacita piezomateriálu C_b , převodní činitel n , proud i tekoucí z transformátoru a odpor zátěže R_z . Odvození vztahů pro zjištění parametrů je podrobně popsáno ve 4. kapitole práce [12].

5.2 Výsledný model

Rovnice (5.3) a (5.4) vznikly dosazením odvozených vztahů do rovnic náhradního schématu a vyjádřením $\dot{u}$ z (5.2).

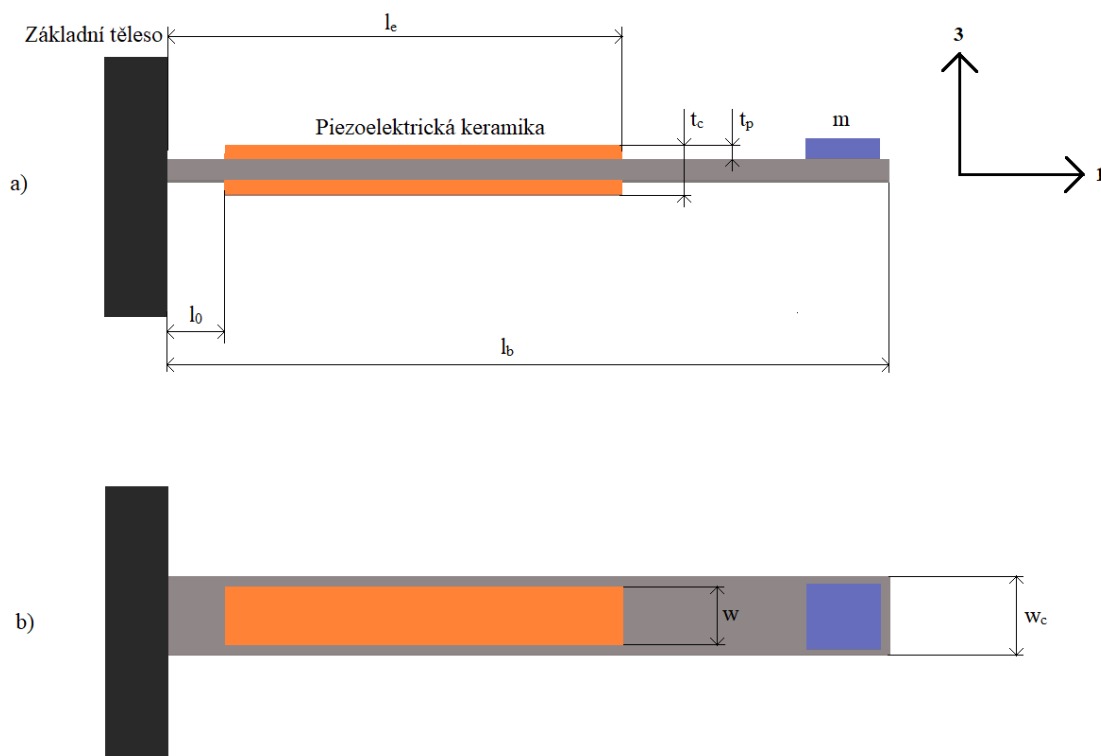
$$m\ddot{y}k_1 = mk_1k_2\ddot{S}_1 + b_mk_1k_2\dot{S}_1 + YS_1 - \frac{ad_{31}Y}{(2t_p)}u \quad (5.3)$$

$$\dot{u} = \frac{2t_p d_{31} Y}{a \varepsilon_{33}} \dot{S}_1 - \frac{2t_p}{R_z \varepsilon_{33} a^2 w (l_e - l_0)} u \quad (5.4)$$

Kde:

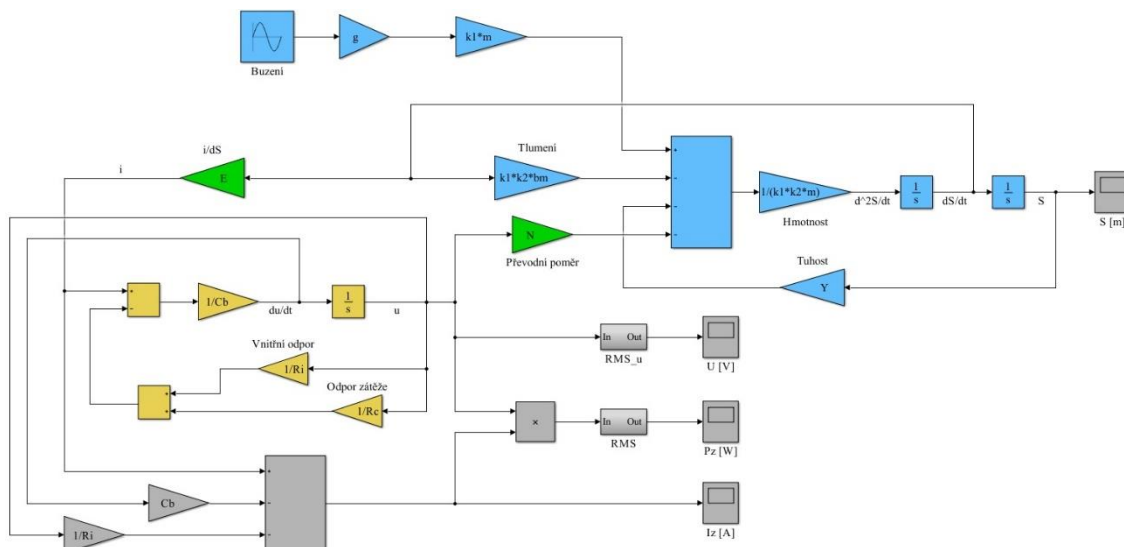
- $\ddot{y}$ – vstupní zrychlení
- k_1 – charakteristika převodu mezi silou působící na volném konci normálovým napětím
- k_2 – charakteristika převodu mezi výchylkou volného konce a deformací
- b_m – experimentálně zjištěné tlumení
- a – sériové (1) nebo paralelní (2) zapojení piezo-vrstev

Vrstvy pracují paralelně. Konstanty d_{31} a ε_{33} jsou vysvětleny v první kapitole. Youngův modul je značen Y namísto českého E kvůli stejnému značení elektrické intenzity, která zde není irelevantní. Ostatní parametry jsou geometrické a jsou popsány na obrázku 5-2.



Obrázek 5-2: Rozměrové parametry vetknutého nosníku, a) z boku, b) shora

Diferenciální rovnice (5.3) a (5.4) je možné zadat do programu Simulink v blokové podobě. Obrázek 5-3 ukazuje funkční model (po zadání všech potřebných proměnných do MATLAB workspace), kde je modře zvýrazněna mechanická rovnice, žlutě elektrická rovnice a zeleně koeficienty, které je propojují. Šedé je zpracování vybraných užitečných výstupních veličin, což je napětí, proud zátěží, výkon na zátěži a výchylka.



Obrázek 5-3: Blokové schéma diferenciálních rovnic v Simulinku

5.3 Vyjádření ve stavovém prostoru

Převedení matematického modelu do stavového prostoru může výrazně usnadnit jeho zadávání do prostředí výpočetních programů. Algoritmus tohoto převodu je popsán například v učebním textu „Tvorba stavového modelu systému“ [14]. Obecná maticová definice stavového modelu spojitého systému je:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (5.5)$$

$$y = Cx + Du \quad (5.6)$$

Příčemž jednotlivé členy znamenají:

- x – vnitřní stavy
- u – vstupy
- y – výstupy
- A – vazby mezi stavy systému
- B – vazby mezi stavy a vstupy
- C – vazby mezi stavy a výstupy
- D – vazby mezi vstupy a výstupy

Výsledný tvar maticové rovnice (5.5) je potom (5.7), kde vnitřními stavy jsou deformace, její derivace a napětí a vstupem zrychlení v ose y , jež odpovídá směru 3 podle obrázku 5-2. Matice C se volí dle toho, o které stavy je zájem a matice D je nulová.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} S_1 \\ \dot{S}_1 \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{Y}{k_1 k_2 m} & -\frac{b_m}{m} & \frac{d_{31} Y a}{2 m t_p k_1 k_2} \\ 0 & \frac{2 t_p d_{31} Y}{a \varepsilon_{33}} & -\frac{2 t_p}{R_z \varepsilon_{33} a^2 w (l_e - l_0)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} S_1 \\ \dot{S}_1 \\ U \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{k_2} \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{y} \quad (5.7)$$

6 Analýza vlivu parametrů modelu

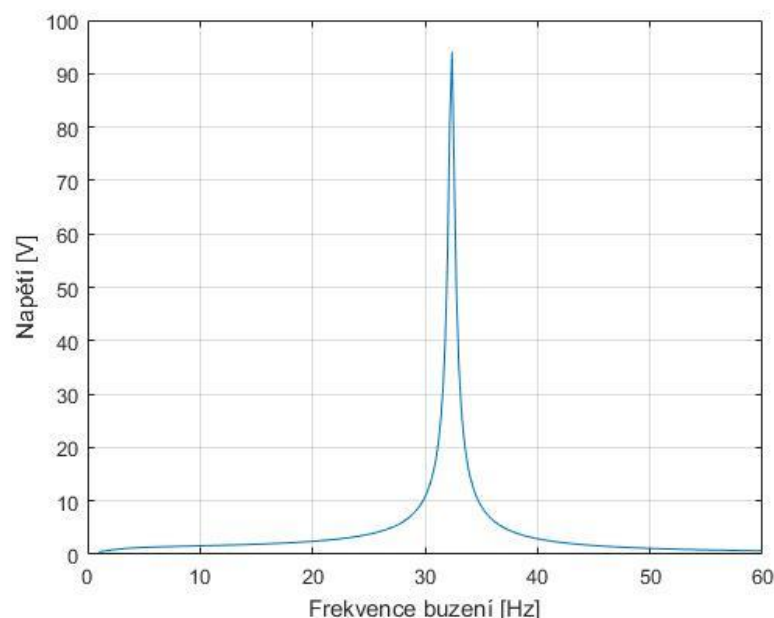
Analýza byla provedena pomocí MATLAB m-skriptů, které iteračně spouští výpočet modelu v Simulinku se změnou vstupních proměnných a zpracovávají výstupní data. Výstupní napětí a proud jsou bez dalších úprav výkonovou elektronikou střídavé, a proto je použita jejich efektivní hodnota v ustáleném stavu, tedy po doznění přechodných dějů. Efektivní hodnotě se často říká také kvadratický průměr nebo RMS z anglického „root mean square“, což přesně vystihuje její definici (6.1).

$$u_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} \quad (6.1)$$

Buzení je vždy harmonické, v rezonanci a jeho amplituda zvolena s ohledem na maximální povolenou výchylku přibližně 2,3 mm z nezatížené rovnovážné polohy, uvedenou v datasheetu [13] firmy Midé. Při analýze vlivu jednotlivých parametrů jsou všechny ostatní ponechány na hodnotách odpovídajících právě V21BL a volný konec je zatížen 5 g.

6.1 Rezonanční křivka

Již zmíněnou velkou nevýhodou použití vetknutého nosníku je velmi silná závislost velikosti generovaného výkonu na blízkosti frekvence buzení k vlastní frekvenci. Na obrázku 6-1 je vidět, že rozdíl jen několik Hertzů znamená, že výstupní napětí bude mnohokrát menší.



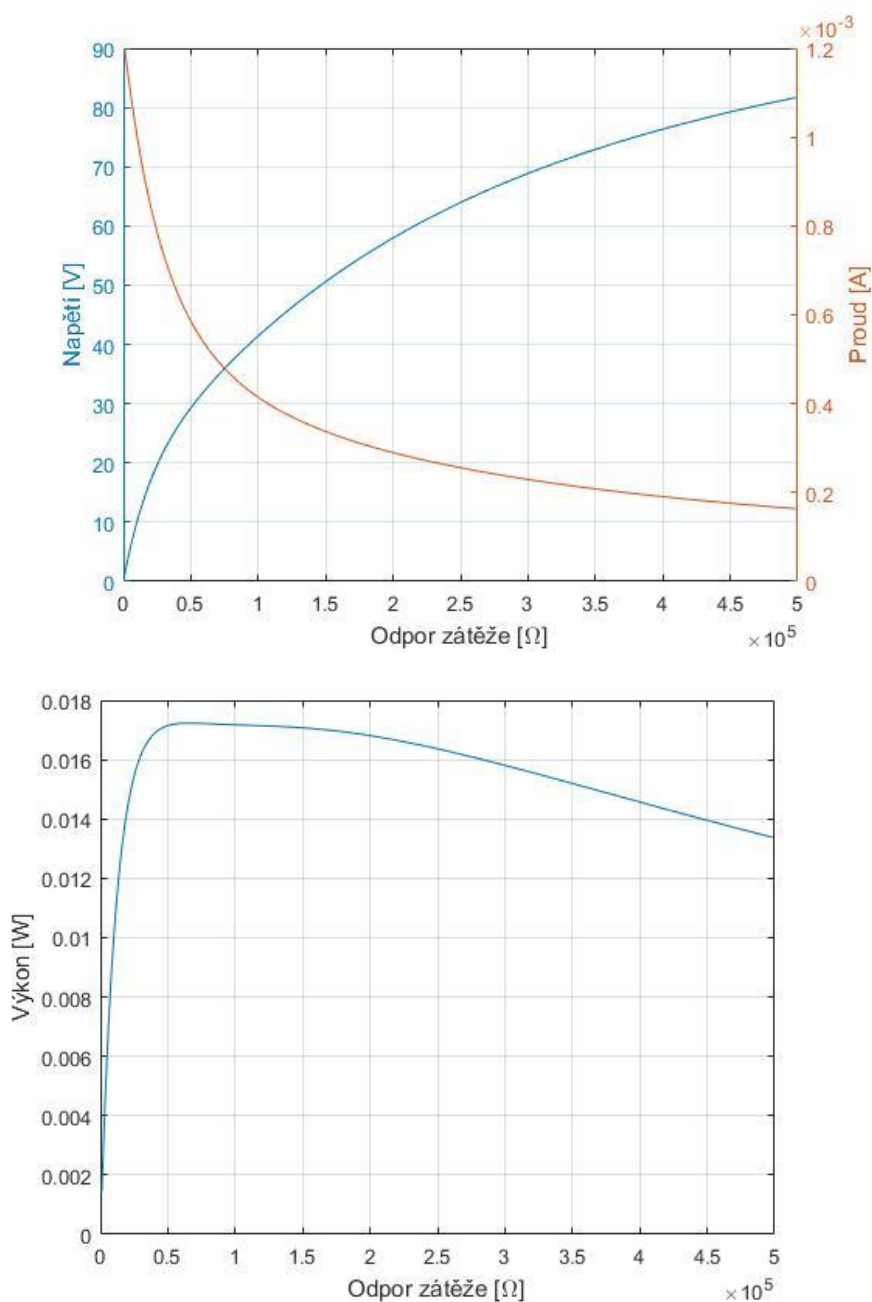
Obrázek 6-1: Graf závislosti amplitudy generovaného napětí na frekvenci buzení²

² $f_0 = 32,378 \text{ Hz}$

6.2 Odpor zátěže

Existuje optimální odpor, do kterého by zařízení mělo pracovat s největším výkonem. Závislosti na odporu zátěže jsou zobrazeny na obrázcích 6-2 a 6-3, kde je vidět, že napětí se zvětšuje s rostoucím odporem, ale se zmenšujícím se gradientem. A protože výkon je dán součinem proud a napětí a proud je dán Ohmovým zákonem (6.2), výkon začíná klesat jakmile poměrný růst odporu překoná poměrný růst napětí.

$$I = \frac{U}{R} \quad (6.2)$$



Obrázky 6-2, 6-3: Závislosti proudu, napětí a výkonu na velikosti odporu zátěže

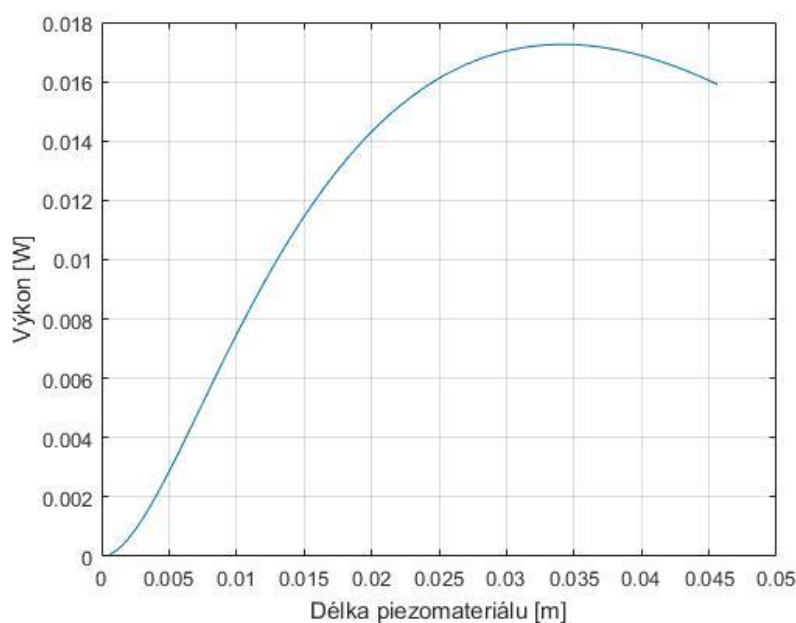
Výkon se v tomto případě v rozmezí od přibližně 30 do 200 kΩ mění jen velice málo, takže by bylo možné zvolit vyhovující odpor podle požadovaného napětí nebo proudu prakticky bez ztráty výkonu. Z výstupních dat modelu bylo zjištěno, že maximum odpovídá odpor 66 kΩ. Tato hodnota bude tedy použita i v následujících výpočtech.

6.3 Délka piezo-vrstev

Větší délkové pokrytí piezomateriálem znamená větší objem vystavený mechanickému napětí, ale také větší kapacitu, která znamená ztráty [4] při přelévání náboje z více namáhaných do méně namáhaných oblastí a větší proud paralelní větví v náhradním schématu.

Vliv délky l_e na výkon je znázorněn na obrázku 6-4. Křivka pro napětí má shodný tvar. Optimální bod je zde 34,1 mm, což je z celkové délky nosníku ($l_b = 55,4$ mm):

$$\frac{34,1}{55,4} = 61,55\% \quad (6.4)$$



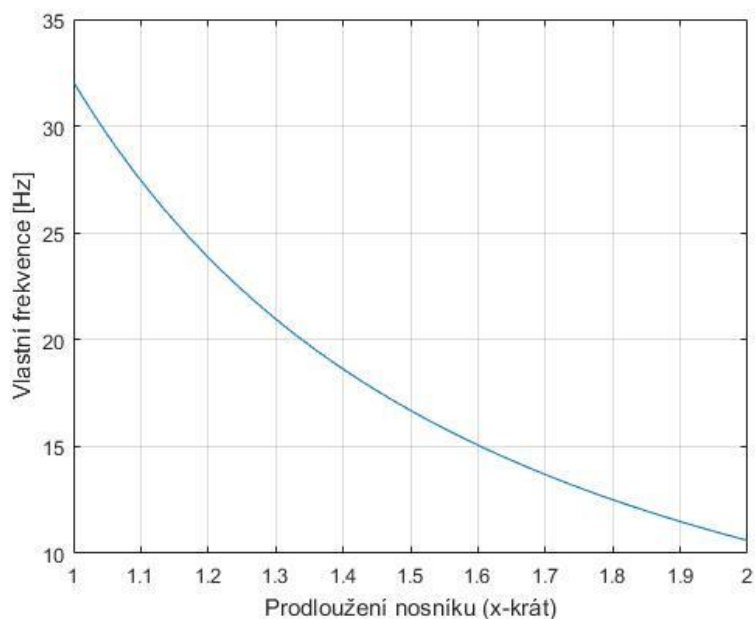
Obrázek 6-4: Závislost generovaného výkonu na délce piezomateriálu

Vlastní frekvence se mění jen minimálně, deformace v ohybu je největší u vetknutí a po délce slábne, proto zůstává tuhost přibližně stejná. Amplituda kmitání však klesá kvůli rostoucímu tlumení – ztrátám. Změna celkové hmotnosti nosníku byla zanedbána, jelikož je nepatrná oproti 5g závaží.

6.4 Celková délka nosníku

Při prodloužení celého nosníku a zachování poměru l_e/l_b se snižuje tuhost systému, ale amplituda vibrací se musí zvětšit, aby kompenzovala pokles výkonu následkem menší

deformace u vetknutí. Po zdvojnásobení délky totiž vyvolá stejné buzení jen asi o 15 % větší výchylku. Obrázek 6-5 ukazuje vliv prodloužení celku na vlastní frekvenci.

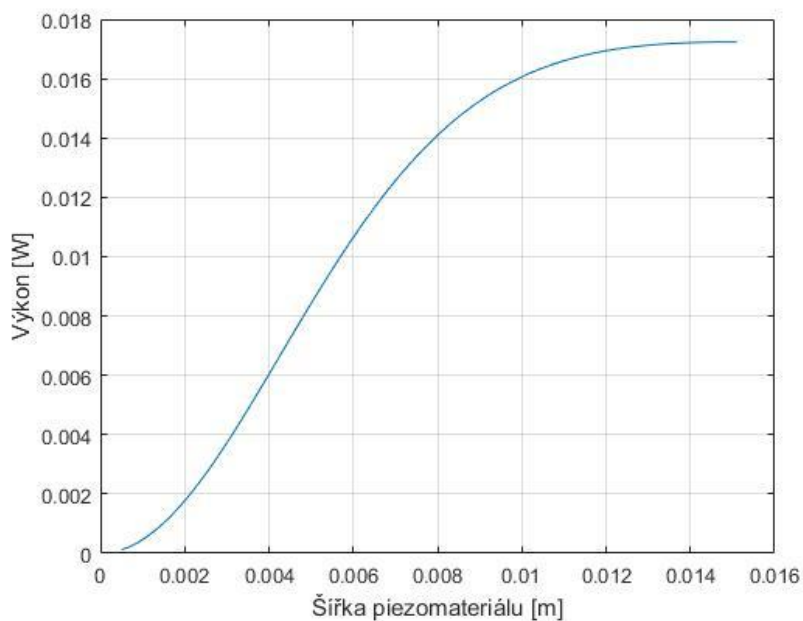


Obrázek 6-5: Závislost vlastní frekvence systému na prodloužení nosníku

6.5 Šířka piezo-vrstev

Zde se opět mění objem a lze očekávat, že čím více materiálu je ohýbáno, tím větší je vzniklé napětí a výkon (obr. 6-6). Na rozdíl od délky tu ztráty nepřekonají zisk, a tak se vyplatí využít téměř nebo celou šířku nosníku ($w_c = 15,2$ mm).

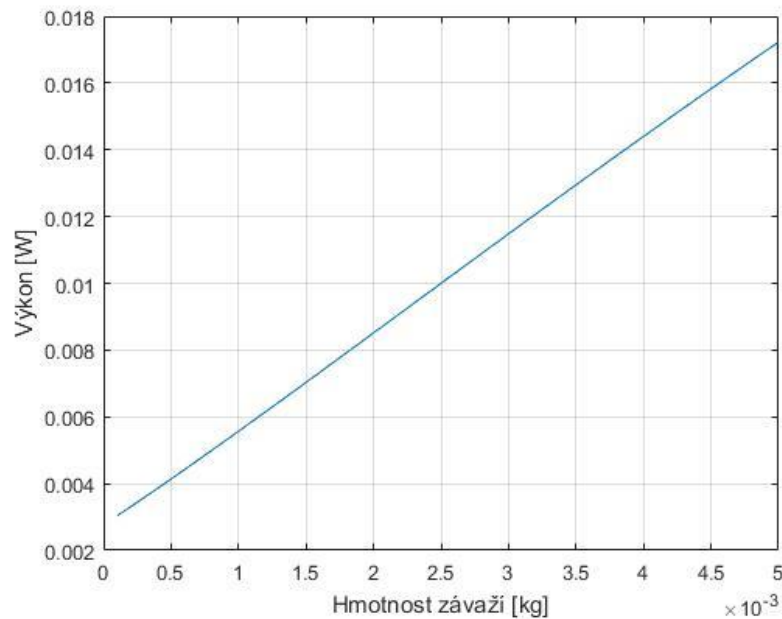
Šířkou je možné ovlivnit tuhost, je to ale značně nepraktické.



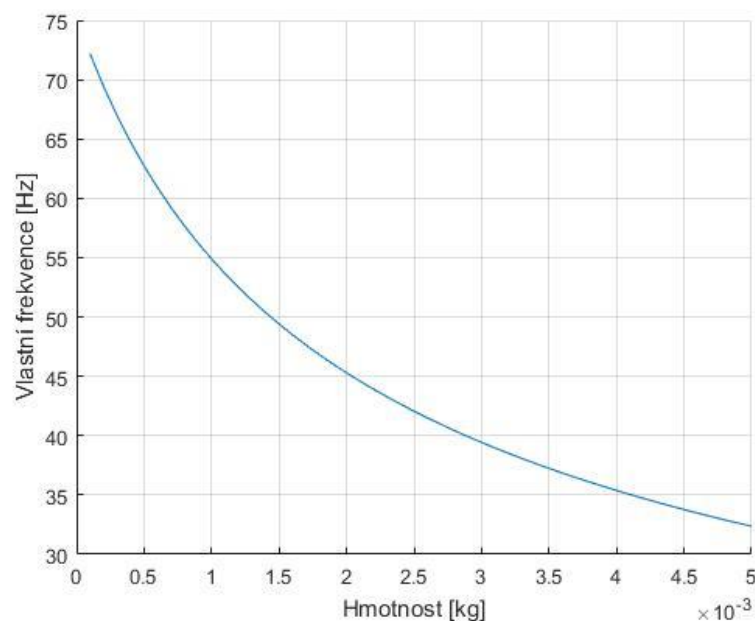
Obrázek 6-6: Závislost generovaného výkonu na šířce piezomateriálu

6.6 Hmotnost závaží

Přidáváním hmotnosti se snižuje vlastní frekvence (obr. 6-8) a zvětšuje amplituda výchylky. Jak je vidět na obrázku 6-7, výkon roste lineárně se zatěžováním. Graf by pokračoval stejně i dále, jenže piezoelektrická keramika by pravděpodobně nevydržela tahové namáhání na horní straně při podobném buzení. Toto představuje nejsnazší způsob přizpůsobení zařízení specifickým vibracím v daném prostředí, pokud nehrozí, že nastane mezní stav materiálu.



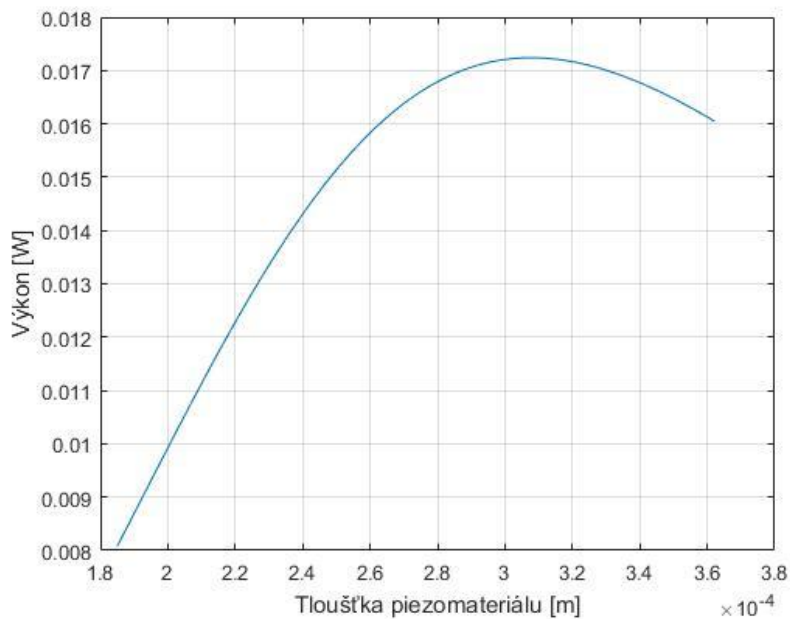
Obrázek 6-7: Závislost generovaného výkonu na hmotnosti závaží na volném konci



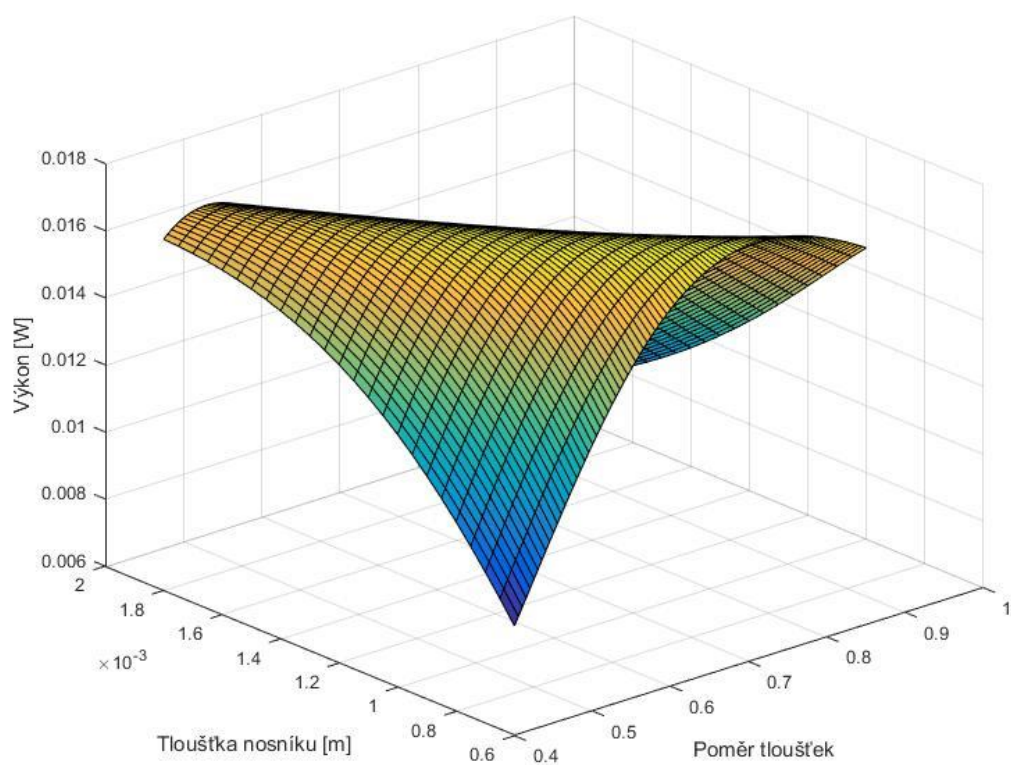
Obrázek 6-8: Závislost vlastní frekvence systému na hmotnosti závaží na volném konci

6.7 Tloušťka piezo-vrstev

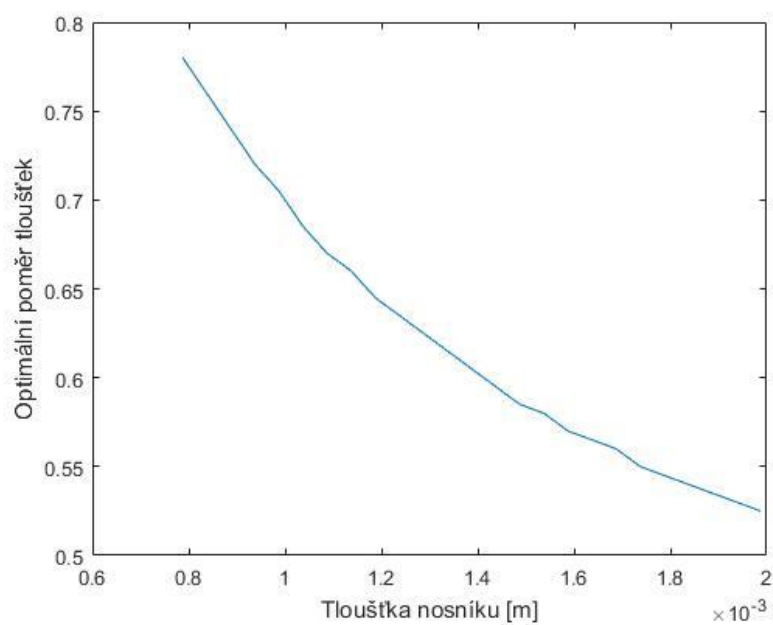
Zde se nabízí několik možností. První z nich je změna tloušťky piezo-vrstev t_p při zachování celkové tloušťky nosníku t_c (obr. 6-9). Ze simulace vyplývá, že nejlepší výstupní výkon by vrstvy poskytovaly, kdyby společně zabíraly 78 % celkové tloušťky ($t_c = 0,787$ mm). Pokud se začne měnit i celková tloušťka nosníku, potom je potřeba poměrově čím dál méně piezomateriálu k dosažení maximálního výkonu. To je zobrazeno na obrázku 6-10 a doplňujícím obrázku 6-11. Vyplývá to z přímé úměrnosti velikosti normálového napětí na vzdálenosti od neutrální osy. Větší tloušťka nosníku posouvá vlastní frekvenci systému nahoru.



Obrázek 6-9: Závislost generovaného výkonu na tloušťce piezo-vrstev při zachování celkové tloušťky



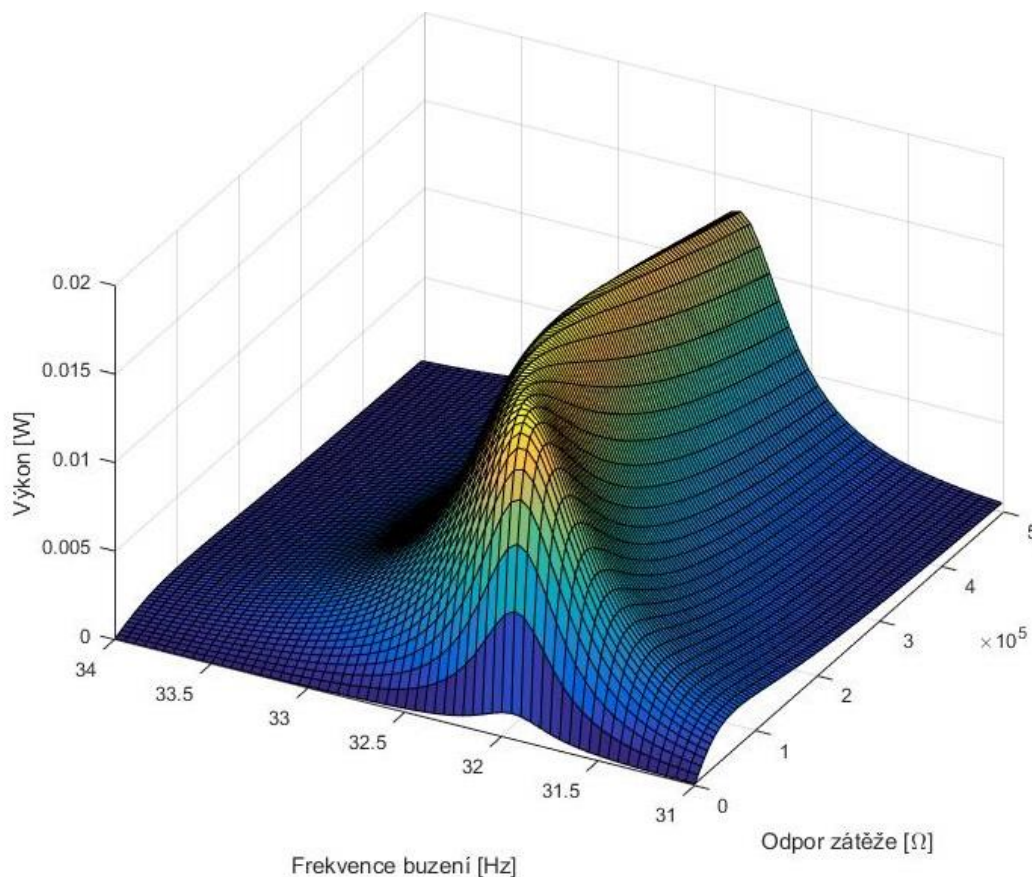
Obrázek 6-10: Optimální poměr tloušťky piezo-vrstev k celkové tloušťce



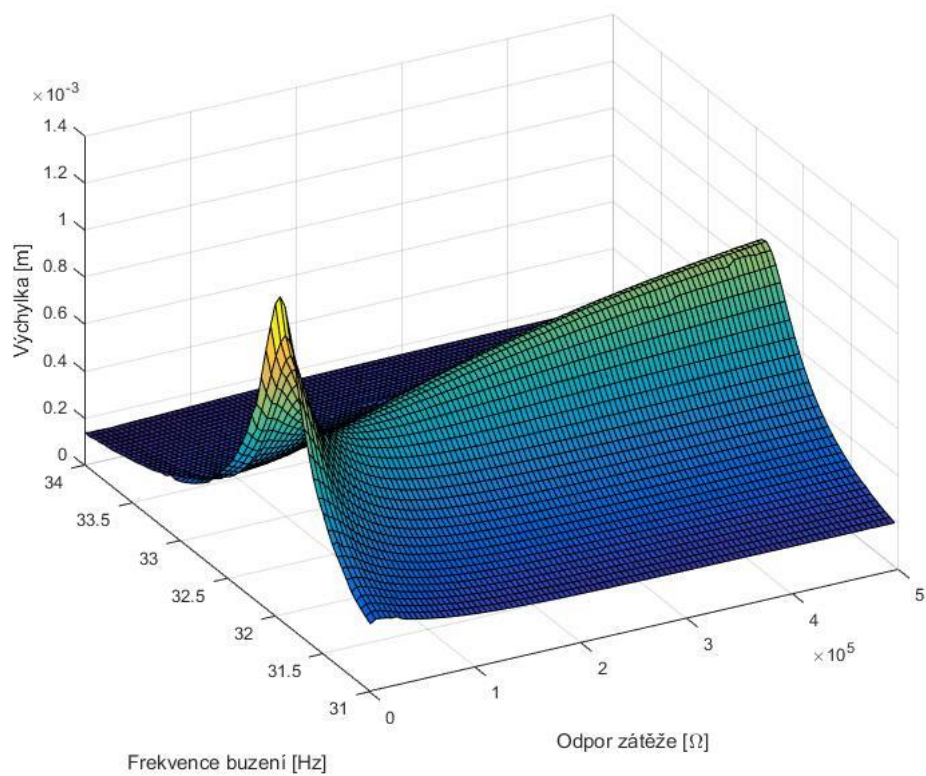
Obrázek 6-11: Vynesení vrcholů z předchozího grafu

6.8 Vliv odporu na vlastní frekvenci

Při zátěžném odporu zhruba do $100\text{ k}\Omega$ dochází k posuvu vlastní frekvence směrem dolů (obr. 6-12). Odpor se tedy kromě tlumení musí projevit i na tuhosti, ale tento vliv se limitně přibližuje k nule při $R \rightarrow \infty$. Výkon se sice prakticky nemění, výchylka ale vykazuje relativně dramatický, „sedlový“ průběh (obr. 6-13).



Obrázek 6-12: Závislost generovaného výkonu na odporu zátěže a frekvenci buzení



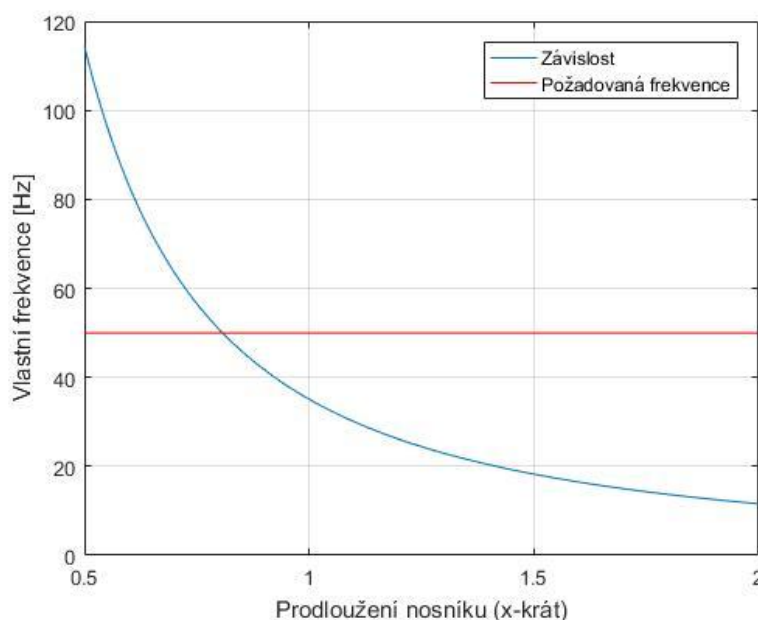
Obrázek 6-13: Závislost amplitudy výchylky na odporu zátěže a frekvenci buzení

7 Návrh rozměrů

V této kapitole bude jednoduše předvedeno nalezení vhodné geometrie nosníku pro určitou frekvenci.

Nechť je k dispozici zdroj vibrací, jejichž podstatná složka má frekvenci přibližně 50 Hz. Pomocí závaží lze snadno přizpůsobit V21BL tak, aby s touto složkou rezonovalo. S hmotností $m = 1,5$ g je jeho vlastní frekvence 49,1 Hz, což je dostatečně blízko. Vibrace jsou ale dostatečně slabé k tomu, aby bylo možné využít setrvačnosti větší hmotnosti, aniž by byl materiál ohrožen.

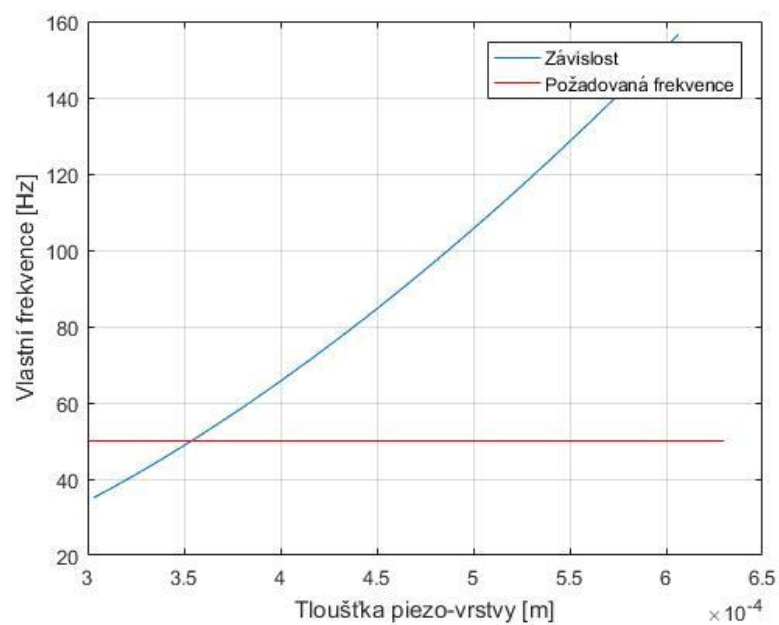
Zvolí se proto 4g závaží, díky němuž je však vlastní frekvence podstatně nižší než je požadováno a je potřeba něčím vykompenzovat. Zvětšit tuhost soustavy můžeme především zkrácením celého nosníku nebo zesílením jeho tloušťky, konkrétně keramiky, která není zdaleka tak pružná jako nosný materiál.



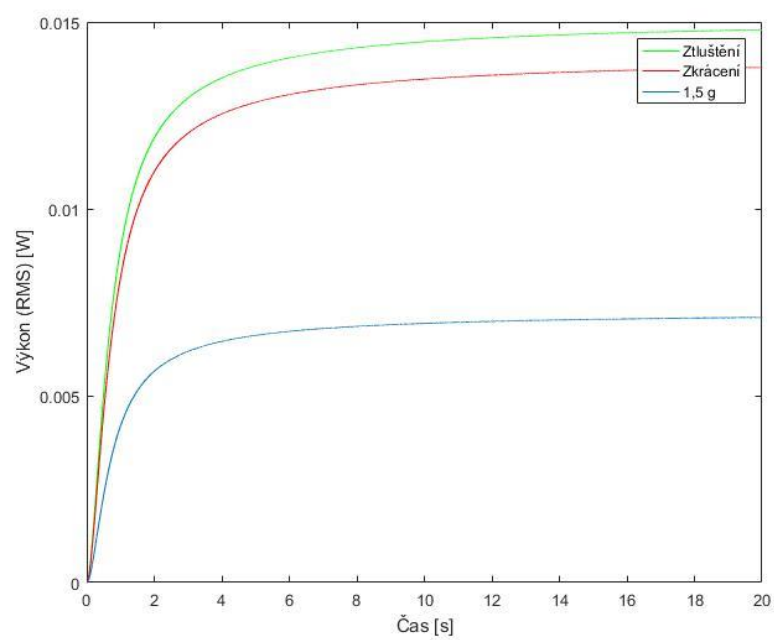
Obrázek 7-1: Nalezení hledaného zkrácení nosníku

Dalším zacyklením simulace je potom zjištěno, jak moc je třeba nosník zkrátit (obr. 7-1) nebo zesílit tloušťku (obr. 7-2). Hledané zkrácení je 19 %, tedy z 5,54 cm na 4,49 cm, se zachováním poměru délek l_e/l_b . Hledaná cílová tloušťka je 0,353 mm pro každou vrstvu, navýšení o 0,05 mm.

Na obrázku 7-3 jsou srovnány výsledné výkony všech tří variant, přičemž v každém případě byla frekvence buzení přesně v rezonanci blízko 50 Hz. Protože hmotnost je mírou setrvačnosti tělesa, těžší závaží poskytuje podstatně vyšší výkon na stejné frekvenci. Metoda přidání piezoelektrického materiálu do výšky se také jeví výhodnější než zkrácení jak z hlediska výkonu, tak i menší amplitudy výchylky.



Obrázek 7-2: Nalezení hledané tloušťky piezo-vrstev



Obrázek 7-3: Srovnání výkonů tří variant návrhu

8 Závěr

Prvním cílem této práce je na základě rešerše seznámit čtenáře s piezoelektrickým jevem a nejpoužívanějšími látkami, které jej vykazují, rozdělených do monokrystalů, keramik a polymerů. Stejně tak jsou objasněny parametry, jež popisují jejich vlastnosti a možnosti využití v praxi. Dále vysvětlení principu funkce vibračního generátoru typu vetknutý nosník v módu 31 a představení i některých alternativních konstrukčních variant.

Následně byl popsán analytický model nosníku V21BL s keramikou PZT, ze kterého se vycházelo v praktické části. Model je založen na diferenciálních rovnicích sestavených pomocí základních zákonů elektrotechniky pro náhradní elektrické schéma generátoru. Je uvedeno také vyjádření rovnic ve stavovém prostoru, jež je výhodné při zadávání a pro zjištění vlastní frekvence systému z vlastních čísel matice A .

V praktické části byl vyšetřován vliv změny parametrů modelu na jeho chování při harmonickém rezonančním buzení a výstupní veličiny. Po nalezení optimálního odporu zátěže byla zkoumána změna délky a tloušťky piezoelektrického materiálu i celého nosníku, šířky a hmotnosti na volném konci. Důležitý je jejich vliv na tuhost systému a tím pádem i na vlastní frekvenci, na které jsou energy harvesting zařízení tohoto typu vysoce závislé.

Nakonec je předveden jednoduchý numerický návrh generátoru pro frekvenci 50 Hz pomocí snížení hmotnosti, zkrácení nosníku a zesílení tloušťky piezo-vrstev a jejich srovnání z hlediska elektrického výkonu na zátěži.

Piezoelektrické materiály mají velice slibnou budoucnost v energy harvesting, a to nejen na miniaturní úrovni lokálních vibrací. Každý potenciální zdroj energie, který je šetrný k životnímu prostředí v dnešní době přitahuje pozornost a projekty jako sběr energie projíždějících automobilů velkými generátory pod silnicí nemusí být příliš vzdálené od současnosti.

Literatura

- [1] ERHART, Jiří. *Základy piezoelektriny pro aplikace* [online]. 2011 [cit. 2017-04-06]. Technická univerzita v Liberci.
URL: http://www.crr.vutbr.cz/system/files/brozura_06_1112.pdf
- [2] ERHART, Jiří. *Piezoelectricity and ferroelectricity: Phenomena and properties* [online]. [cit. 2017-04-06]. Technická univerzita v Liberci.
URL:
https://nanoed.tul.cz/pluginfile.php/2476/mod_resource/content/3/FPM_Piezo_lecture1.pdf
- [3] PRIYA, Shashank a Daniel J. INMAN, ed., 2009. *Energy Harvesting Technologies*. Boston, MA: Springer US. ISBN 978-0-0387-76463-4
- [4] BOWEN, C. R., H. A. KIM, P. M. WEAVER a S. DUNN, 2014. Piezoelectric and ferroelectric materials and structures for energy harvesting applications. *Energy Environ. Sci.* [online]. 7(1), s. 25–44. ISSN 1754-5692. doi: 10.1039/C3EE42454E
- [5] LI, Huidong, Chuan TIAN a Z. Daniel DENG, 2014. Energy harvesting from low frequency applications using piezoelectric materials. *Applied Physics Reviews* [online]. 1(4), 41301. ISSN 1931-9401. doi: 10.1063/1.4900845
- [6] UCHINO, Kenji. *Introduction to Piezoelectric Actuators and Transducers* [online], June 2003, [cit. 2017-04-15].
URL: www.dtic.mil/get-tr-doc/pdf?AD=ADA429659
- [7] American Piezo, The Knowledge Center [online]. [cit. 2017-04-15].
URL: <https://www.americanpiezo.com/knowledge-center.html>
- [8] Piezo Systems, Inc., Piezo terminology. [online]. [cit. 2017-04-16].
URL: <http://www.piezo.com/tech1terms.html#d>
- [9] *Piezoelectric Ceramic Properties & Applications: Chapter 2: Physical Basis* [online]. [cit. 2017-04-16].
URL: <http://www.morgantechnicalceramics.com/media/4126/chapter2.pdf>
- [10] HEHN, Thorsten a Yiannos MANOLI. *Piezoelectricity and Energy Harvester Modelling*. s. 21-39. doi: 10.1007/978-94-017-9288-2_2
- [11] Schematics of the bistable piezoelectric energy harvester configurations [online]. [cit. 2017-04-26].
URL: https://www.researchgate.net/figure/262180295_fig12_Fig-21-Schematics-of-the-bistable-piezoelectric-energy-harvester-configurations

- [12] LÁN, Radek. *Modelování a verifikace piezoelektrického generátoru*, Diplomová práce, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 79 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.
- [13] Midé Vulture datasheet. [online], [cit. 2017-05-01].
URL:
http://www.mouser.com/ds/2/606/mide%20technology_vulture_datasheet_001-610260.pdf
- [14] TUREK, Milan. *Tvorba stavového modelu systému* [online]. 2007 [cit. 2017-05-04]. Vysoké učení technické v Brně
URL: http://autnt.fme.vutbr.cz/lab/a4-716/vyuka/rir/pdf/stavovy_model.pdf

Seznam použitých zkratek a symbolů

BaTiO ₃	titaničitan barnatý
EH	energy harvesting
LiNbO ₃	lithium niobát
LiTaO ₃	lithium tantalát
PMN-PT	piezoelektrický tuhý roztok
PVDF	polyvinylidifluoretylen
PZN-PT	piezoelektrický tuhý roztok
PZT	tuhý roztok obsahující olovo, zirkon a titan
SiO ₂	oxid křemičitý (křemen)
A	matice vazeb mezi stavy
a	zapojení vrstev
B	matice vazeb mezi stavy a vstupy
b	tlumení [kg/s]
b _m	tlumení V21BL [kg/s]
C	matice vazeb mezi stavy a výstupy
C _b	kapacita piezomateriálu [F]
C _k	ekvivalentní kapacita [F]
D	elektrická indukce [C/m ²]
D	matice vazeb mezi vstupy a výstupy
d _{ij}	nábojová konstanta [C/N]
E	elektrická intenzita [V/m]
ε ^T	permitivita za konstantního přetvoření [F/m]
ε ^S	permitivita za konstantního namáhání [F/m]
f ₀	vlastní frekvence [Hz]
g _{ij}	napět'ová konstanta [Vm/N]
i	proud [A]
K	dielektrická konstanta
k	tuhost [N/m]
k ₁	převod síly na napětí [m ⁻²]

k_2	převod výchylky na deformaci [m]
k_{ij}	sdružovací činitel
l_0	délka od vetknutí po začátek piezoelektrického materiálu [m]
l_b	celková délka nosníku [m]
l_e	délka od vetknutí po konec piezoelektrického materiálu [m]
L_m	ekvivalentní indukčnost [H]
m	hmotnost [kg]
n	převodní poměr
Ω_0	vlastní frekvence [rad/s]
Q_m	mechanický činitel jakosti
R_b	ekvivalentní odpor [Ω]
R_z	odpor zátěže [Ω]
$S, \dot{S}, \ddot{S}$	přetvoření a jeho derivace [$\Delta m/m$]
σ_{in}	vstupní mechanické napětí
s_{ij}^E	elastická poddajnost při konstantní elektrické intenzitě [Pa^{-1}]
s_{ij}^D	elastická poddajnost při konstantní elektrické indukci [Pa^{-1}]
T	časový úsek [s]
t_c	celková tloušťka nosníku [m]
T_c	Curieova teplota [$^{\circ}\text{C}$]
t_p	tloušťka jedné piezo-vrstvy [m]
$\mathbf{u}$	vektor vstupů
$u, \dot{u}$	napětí a jeho derivace [V]
u_{ef}	efektivní hodnota napětí [V]
w	šířka piezo-vrstvy [m]
w_c	celková šířka nosníku [m]
$\mathbf{x}$	vektor stavů
Y	modul pružnosti [Pa]
$\mathbf{y}$	vektor výstupů
$\ddot{y}$	vstupní zrychlení základního tělesa [m/s^2]

Seznam obrázků

Obrázek 2-1: Princip piezoelektrického efektu v krystalu křemene	10
Obrázek 3-1: Značení směrů	11
Obrázek 3-2: Módy piezomateriálů	14
Obrázek 4-1: Těleso na pružině s tlumičem.....	15
Obrázek 4-2: Unimorfnní a bimorfnní konfigurace s nosníkem	16
Obrázek 4-3: Sériová a paralelní práce vrstev	16
Obrázek 4-4: Příklad bistabilního systému	17
Obrázek 5-1: Elektrické náhradní schéma	18
Obrázek 5-2: Rozměrové parametry vetknutého nosníku.....	19
Obrázek 5-3: Blokové schéma diferenciálních rovnic v Simulinku	20
Obrázek 6-1: Závislost amplitudy napětí na frekvenci buzení.....	21
Obrázek 6-2: Závislost proudu a napětí na odporu zátěže.....	22
Obrázek 6-3: Závislost výkonu na odporu zátěže.....	22
Obrázek 6-4: Závislost výkonu na délce piezomateriálu	23
Obrázek 6-5: Závislost vlastní frekvence systému na prodloužení.....	24
Obrázek 6-6: Závislost výkonu na šířce piezomateriálu	24
Obrázek 6-7: Závislost výkonu na hmotnosti závaží na volném konci	25
Obrázek 6-8: Závislost vlastní frekvence systému na hmotnosti závaží.....	25
Obrázek 6-9: Závislost výkonu na tloušťce piezo-vrstev.....	26
Obrázek 6-10: Optimální poměr tloušťky piezo-vrstev k celkově tloušťce.....	27
Obrázek 6-11: Vynesení vrcholů z grafu 6-10	27
Obrázek 6-12: Závislost výkonu na odporu zátěže a frekvenci buzení	28
Obrázek 6-13: Závislost amplitudy výchylky na odporu a frekvenci buzení	29
Obrázek 7-1: Nalezení hledaného zkrácení nosníku	30
Obrázek 7-2: Nalezení hledané tloušťky piezo-vrstev	31
Obrázek 7-3: Srovnání výkonů tří variant návrhu.....	31